22<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique

# Modélisation Mécanique et Analytique sur le Comportement Elastique dans un Joint Adhésif

H. ACHACHE<sup>a</sup>, S.A. REFFAS<sup>b</sup>, A. SAHLI<sup>c</sup>

a. Département de génie de la Matière Université de Medea ; achachehabib@yahoo.fr
b. Département de génie Mécanique USTO Oran ; reffas\_ahmed@yahoo.fr
c. Département de génie Mécanique Univ. Djilali Liabes Sidi Bel Abbes; sahliabderahmen@yahoo.fr

•••

### **Résumé :**

Pour dimensionner un joint, il faut être en mesure de déterminer l'état de contrainte au sein du joint. Ceci nous amène à étudier l'état de contrainte dans un joint adhésif sous la forme analytique et par la méthode des éléments finis. L'objectif de notre travail consiste à une analyser par la méthode des éléments finis et la méthode analytique le comportement élastique des contraintes tangentielles dans la couche de l'adhésif et d'autre part établir un modèle analytique qui quantifie la longueur optimale de recouvrement en fonction des paramètres géométriques et mécaniques d'un joint à simple recouvrement JSR.

#### **Abstract :**

Sizing a seal, to be able to determine the state of stress within the joint. This brings us to study the state of stress in adhesive sealant in the analytical form and by the finite element method. The objective of our work is an analysis by finite element method and the analytical method the elastic behavior of tangential stresses in the adhesive layer and on the other hand to establish an analytical model that quantifies the optimal length of recovery parametric geometrical and mechanical seal to simple recovery (ASR)

Mots clefs : Adhésif, Simple Recouvrement, Contrainte de Cisaillement et Contrainte Normale de Pelage.

## **1** Introduction

Pour réaliser un bon collage, il est souvent nécessaire de préparer les surfaces avant d'appliquer la colle. Cette préparation peut consister en un simple nettoyage de la surface ou bien à utiliser des méthodes spécifiques de traitement [1, 2]. Pour donner des caractéristiques souhaitables à cette surface, on utilise les traitements de surface décrits ultérieurement.

L'analyse des joints à une seule couche a commencé par le tôt de travailler du côté de Volkersen [3] qui analysent la distribution d'effort dans le joint de rivet de cisailler-enrouler. Volkersen ignore l'effort de peau résulté du recourbement des adhérents et se ponche à la détermination de la distribution de l'effort de cisaillement. Dans le papier classique de Goland et Reissner [4], le recourbement des adhérents et la présence de l'effort de peau sont inclus dans leur analyse de cisaillerenrouler le joint adhésif. Goland et Reissner incluent également approximativement l'influence de déformation commune sur les charges appliquées. Cerf Smith [5] a amélioré la théorie avec une analyse plus détaillée en ce qui concerne l'application des charges. Plus récent des investigations avec les objectifs semblables sont rapportées par Tsai et Morton [6] et Oplinger [7].

Les joints à simple recouvrement (*Joint JSR*) sont très fréquemment étudiés tant en raison de leur simplicité de mise en œuvre que de l'intérêt pratique que présente cette géométrie dont la forme la plus simple est donnée sur la figure 1.

Différentes approches théoriques ont été réalisées sur ce type d'essai, dont les plus importantes restent aux analyses de Volkersen [1] et de Goland – Reissner [2]. Ces approches restent valables uniquement dans le domaine élastique pur et font état des contraintes de cisaillement et de pelage dans la couche adhésif. Ces résultats nous permettent de dimensionner aisément un joint adhésif.

Pour consolider les résultats ayant trait aux joints adhésifs *JSR* par [1] et [2] que nous les prenons comme point de départ, on a opté à une étude complémentaire.



Figure 1. Joint à simple recouvrement (Single Lap Joint).

Nous présenterons dans ce travail une analyse par la méthode des éléments finis et la méthode analytique [Volkersen; Goland et Reissner], le comportement élastique des contraintes de tangentielles dans la couche de l'adhésif de deux plaques soudé une sur l'autre d'une longueur de recouvrement  $L_o$ . Nous avons constaté que pour un assemblage de matériaux métallique rigide avec une colle souple, la largeur du joint n'a pas d'influence sur la contrainte moyenne à la rupture et la distribution des contraintes est homogène dans la longueur du joint. La deuxième remarque est que les valeurs des contraintes aux niveaux de l'interface sont un peu faibles par rapport au centre du joint. Dans la deuxième partie, nous avons entrepris un travail d'étude et de synthèse des résultats obtenus grâce aux courbes données par la méthode des éléments finis, sur la base de ces résultats, nous avons établi un modèle, qui évalue avec précision la longueur de recouvrement.

#### 2 Modèle Géométrique

On considère deux plaques minces formant un joint JSR, de module d'Young  $E_p$ , épaisseur  $e_p$  et le coefficient de Poisson  $v_p$  avec les dimensions suivantes langueur  $L_p$ , largeur b, longueur de recouvrement  $L_o$  et un adhésif de module de cisaillement  $G_a$  avec une épaisseur  $e_a$ , est soumise à une charge de tension uniaxiale  $\sigma_{\infty}$ , avec des différentes contraintes appliquées sur le joint, figure 2.



Figure 2. Modèle géométrique et la distribution des contraintes suivant la largeur de l'adhésif

#### **3** Modélisation par Eléments Finis

Etant donné que la géométrie et le chargement sont symétriques par rapport à l'axe y, il suffit d'analyse la moitie de la structure globale, il à été réalisée en utilisant le logiciel Franc 2D/L. La structure est maillée par des éléments isoparamétriques quadrilatéraux à huit nœuds. Les conditions de contrainte plane sont assumées et le comportement de la structure est élastique, figure 3.



Figure 3. Maillage par éléments finis de la plaque.

Analyse de Volkersen [1] C'est la plus simple des hypothèses où l'on considère que les substrats sont rigides et que seul l'adhésif se déforme en cisaillement. Dans le cas où la largeur du joint est *b*, sa longueur *l* et la force appliquée *P*, la contrainte de cisaillement moyenne  $\tau_m$  est exprimée par:

$$\tau_m = \frac{P}{bl} \tag{1}$$

Dans cette théorie, il est supposé que l'adhésif se déforme uniquement en cisaillement pendant que les substrats se déforment uniquement en tension, avec des conditions aux limites adaptées, Volkersen exprime ainsi la distribution des contraintes de cisaillement dans l'adhésif :

$$\tau(x) = \tau_m \frac{wl}{2} \left[ \frac{\cosh(wx)}{\sinh(\frac{wl}{2})} + \frac{\left| E_{p_1} e_{p_1} - E_{p_2} e_{p_2} \right|}{E_{p_1} e_{p_1} + E_{p_2} e_{p_2}} \frac{\sinh(wx)}{\cosh(\frac{wl}{2})} \right]$$
(2)

Où  $\tau_m$  est la contrainte de cisaillement moyenne

$$w = \sqrt{\frac{G_a}{e_a} \left( \frac{1}{E_{p_1} e_{p_1}} + \frac{1}{E_{p_2} e_{p_2}} \right)}$$
(3)

Dans le cas des matériaux identiques, les épaisseurs de substrats devront être identiques ou si les matériaux sont différents, alors les épaisseurs seront fonction du rapport des modules d'Young :

$$\frac{E_{p_2}}{E_{p_1}} = \frac{e_{p_1}}{e_{p_2}}$$
(4)

Goland et Reissner ont été les premiers à tenir compte des forces qui ne sont pas dans le même plan c.à-d. le moment de flexion  $M_f$  créant ainsi dans le joint et dans les substrats des contraintes normales au plan de collage  $\sigma_{zz}$  (dites contraintes d'arrachement, de décollement ou de pelage) qui viennent se superposer aux contraintes de cisaillement. Si la rigidité des supports est faible, ceux-ci vont fléchir sous l'action de  $M_f$  ce qui accroît les contraintes normales aux extrémités du recouvrement (phénomène de clivage). Les contraintes  $\sigma_{zz}$  sont maximales aux extrémités du joint et peuvent atteindre des valeurs très importantes (deux fois plus importantes que les sur contraintes de cisaillement dans le cas de la figure 4.



**Figure 4.** Répartition des contraintes de cisaillement dans le Joint de colle selon Goland et Reissner [8].

Si la rigidité des supports est faible, ceux-ci vont fléchir sous l'action de  $M_f$  ce qui accroît les contraintes normales aux extrémités du recouvrement (phénomène de clivage) Goland et Riessner ont tenu compte de cet effet de flexion des substrats dans le calcul de l'état de contraintes dans le joint. La définition d'un facteur de moment de flexion k lie le moment de flexion agissant sur le substrat à la fin du recouvrement  $M_o$  au chargement P et à l'épaisseur  $e_s$  des substrats par la relation suivante:

$$M_0 = kP \frac{e_s}{2} \tag{5}$$

Dans le cas où la charge est faible, il n'y a aucune rotation de la zone de recouvrement. Au fur et à mesure que la charge augmente, ce facteur correctif k diminue lorsque la flexion des supports s'accentue jusqu'à tendre vers zéro lorsque les efforts imposés s'alignent. Ainsi, l'expression des contraintes normales de pelage peut être déterminée à l'aide de l'équation suivante

$$\tau(x) = \left(\frac{P}{4l}\right) \left[\frac{\beta c}{e_s} \left(1 + 3k\right) \frac{\cosh\left(\frac{\beta x}{e_s}\right)}{\sinh\left(\frac{\beta c}{e_s}\right)} + 3\left(1 - k\right)\right]$$
(6)

$$\sigma_{zz} = \frac{\sigma e_{z}}{C^{2}R_{3}} \left[ \begin{pmatrix} R_{2}\lambda^{2}\frac{k}{2} - \lambda k^{2}\cosh\lambda\cos\lambda \\ R_{1}\lambda^{2}\frac{k}{2} - \lambda k^{2}\sinh\lambda\sin\lambda \\ R_{1}\lambda^{2}\frac{k}{2} - \lambda k^{2}\sinh\lambda\sin\lambda \\ \sinh\left(\frac{\lambda x}{C}\right)\sin\left(\frac{\lambda x}{C}\right) + \right]$$
(7)

Ou C = l/2 et  $\sigma = F/b.e_s$  (contrainte moyenne de traction dans les substrats)

$$\lambda = \frac{C}{e_s} \sqrt[4]{\left(\frac{6 E_a e_s}{E_s e_a}\right)}$$
(8)

$$k' = k \frac{C}{e_s} \sqrt{3(1 - v^2) \frac{P}{E_s}}$$
(9)

$R_1 = \cosh\lambda \sin\lambda + \sinh\lambda \cos\lambda$	(10)
$R_2 = \sinh\lambda \cos\lambda - \cosh\lambda \sin\lambda$	(11)
$\mathbf{R}_3 = (\sinh 2\lambda + \sin 2\lambda)/2$	(12)

Le facteur de moment de flexion k a été déterminé pour deux substrats identiques par plusieurs auteurs sous la forme suivante :

$$k_{GR} = \frac{1}{\left[1 + 2\sqrt{2} \tanh\left(\frac{\theta}{2\sqrt{2}}\right)\right]}$$
(13)

$$\theta = l \sqrt{\frac{3 F (1 - v^2)}{b E_s e_s^3}}$$
(14)

Hart-Smith [9]:  

$$k_{HS} = 1/(1 + \theta + \theta^2/6)$$
 (15)  
Encore plus simple par Zhao, Adams et Pavier [10]:  
 $k_z = 1/(1+\theta)$  (16)

L'expression des contraintes longitudinales [3] peut être déterminée à l'aide de l'équation suivante :

$$\sigma_{x} = \frac{v_{a}}{1 - v_{a}} \sigma_{zz} + \frac{E_{a}}{1 - v_{a}^{2}} \frac{P}{E_{1}e_{1} + E_{2}e_{2}}$$

$$\sigma_{z} = \frac{v_{a}}{1 - v_{a}} \sigma_{zz} + \frac{E_{a}v_{a}}{1 - v_{a}^{2}} \frac{P}{E_{1}e_{1} + E_{2}e_{2}}$$
(17)

#### 4 Résultats

La vérification de la pertinence de la technique proposée a été effectuée en faisant une série de calculs par la méthode analytique et la méthode des éléments de deux plaques minces formant un joint *JSR*, de module d'Young  $E_p$ , épaisseur  $e_p$  et le coefficient de Poisson  $v_p$  avec les dimensions suivantes langueur  $L_p$ , largeur b, longueur de recouvrement  $L_o$  et un adhésif de module de cisaillement  $G_a$  avec une épaisseur  $e_a$ , est soumise à une charge de tension uniaxiale  $\sigma_{\infty}$ , avec des différentes contraintes appliquées sur le joint.

La loi d'écrouissage utilisée est celle d'un essai uniaxial sur une éprouvette. Rappelons que la technique développée dans la présente étude utilise des calculs successifs durant lesquels le chargement de la cellule est adapté à chaque calcul dans le but d'assurer une charge constante.

Un de nous objectifs essentiels du calcul de comprendre les effets liés à l'influence des paramètres géométriques sur le comportement mécanique et d'autre part comment formulé un modèle capable de représenter l'évolution de la longueur de recouvrement optimale  $L_o$  en fonction des paramètres et mécaniques d'un joint à simple recouvrement *JSR*.

Dans la figure 5, Nous avons représenté la variation des contraintes de cisaillements pour un matériau identique, et pour un matériau de différente valeur de  $E_p$  en fonction de la longueur optimale de recouvrement.



**Figure 5**. Répartition des contraintes des cisaillements dans le joint à simple recouvrement selon la théorie de Volkersen.

On remarque dans cette figure une symétrie de la distribution des contraintes  $\tau_{x-y}$  par rapport au centre du joint d'adhésif suivant la longueur de recouvrement optimale, Les contraintes  $\tau_{x-y}$  sont maximales aux extrémités du joint et peuvent atteindre des valeurs très importantes.



Figure 6. Comparaison entre la méthode analytique et la méthode des éléments finis.

La figure 6 présente la comparaison entre la méthode analytique et la méthode des éléments finis, les résultats obtenus montre que la théorie de Volkersen est intéressante car elle donne des résultats importants, on remarque que toutes les valeurs de contrainte de cisaillement sont similaires est par conséquent la comparaison des modules de la contrainte  $\tau_{x-y}$  maximales de Volkersen et Goland & Reissner à montré que celle de Goland majore la contrainte de cisaillement par rapport a celle de Volkersen. Cette majoration est probablement due à l'effet du moment de flexion induit par les efforts appliqués.

Dans la suite nous nous sommes intéressés amener une étude comparative de l'influence des paramètres du joint adhésif  $E_p$ ,  $G_a$ ,  $e_p$  et  $e_a$  sur la contrainte  $\tau_{x-y-max}$  présentées par les modèles de Volkersen et de Goland & Reissner.

Il est remarquable de constater que l'étude comparative montre un comportement semblable de l'influence des paramètres du joint entre les modéles de Volkersen et de Goland & Reissner.



Figure 7. Répartition des contraintes des cisaillements dans le joint à simple recouvrement selon la théorie de Volkersene et Goland & Reissner en fonction de la charge appliquée.

Nous constatons sur la figure 7, que la contrainte «  $\tau_{x-y-max}$  » est proportionnelle au chargement avec une forte majoration pour le modèle de Goland & Reissner.

Les figures (8, 9, 10, 11) montrent des courbes à comportement semblables.



Figure 8. Répartition des contraintes des cisaillements dans le joint à simple recouvrement selon la théorie de Volkersene et Goland & Reissner en fonction du module d'Young « E<sub>p</sub> ».



Figure 9. Répartition des contraintes des cisaillements dans le joint à simple recouvrement selon la théorie de Volkersene et Goland & Reissner en fonction du module de cisaillement «  $G_a$  ».



Figure 10. Répartition des contraintes des cisaillements dans le joint à simple recouvrement selon la théorie d Volkersene et Goland & Reissner en fonction de l'épaisseur de la plaque « e<sub>p</sub> ».



**Figure 11**. Répartition des contraintes des cisaillements dans le joint à simple recouvrement selon la théorie d Volkersene et Goland & Reissner en fonction de l'épaisseur de l'adhésif « e<sub>a</sub> ».

Sur la figure 11, l'effet de l'épaisseur  $e_a$  de l'adhésif est presque semblable, pour les deux modèles surtout dans la région à forte pente.

La comparaison des deux modèles de Volkersen et de Goland & Reissner sur la contrainte de cisaillement maximal montre que les deux modèles se comportent d'une façon identique sous l'effet des paramètres « $E_p$ ,  $G_a$ ,  $e_p$  et  $e_a$ » avec néanmoins une majoration pour le modèle de Goland &

Reissner. Cette majoration probablement due à l'effet du moment de flexion induit par les charges appliquées.

D'après la figure 12, nous avons montre la variation de la contrainte longitudinale en fonction de rapport «  $x/e_a$  »,



**Figure 12**. La distribution de la contrainte longitudinale  $\sigma_x$  et  $\sigma_z$ .

Les résultats des distributions longitudinales des contraintes sont tracés sur la figure 12. On remarque que les grandes valeurs des contraintes de pelage sont notée aux niveaux des bords de la couche d'adhésif, plus on augmente l'épaisseur de l'adhésif plus la contrainte de pelage diminué.

#### 5 Conclusion

Suivant le travail d'étude, les résultats obtenus à l'aide de la méthode analytique et la méthode des éléments finis du comportement élastique, des contraintes de cisaillement par apport aux différentes valeurs des différents paramètres, nous permet de déduire les conclusions suivantes :

La théorie de Volkersen est intéressante car elle donne des indications précieuses, notamment pour la géométrie du joint. Si les valeurs de contraintes trouvées ne sont pas d'une précision optimale, cette théorie est cependant le point de départ de toutes les autres. Sa principale lacune est qu'elle n'intègre pas dans le calcul des contraintes la présence des efforts parasites (notamment des moments de flexion) introduits le nom alignement des efforts. Ainsi, la différence de la distribution des contraintes constatée entre les deux domaines étudiés réside dans leur nature et de leur densité. Elle peut également être due au niveau de chargement.

Nous avons introduit les propriétés des matériaux [le module de Young « $E_p$ », le module de cisaillement « $G_a$ », l'épaisseur de la plaque « $e_p$ » et l'épaisseur de l'adhésif « $e_a$ »], dans un état de traction longitudinale, et dans ce fait nous avons conclue que:

L'augmentation de «  $E_p$  », «  $e_p$  » et «  $e_a$  », entraîne une diminution des contraintes de cisaillement ; ce qui nous permet de dire que ces propriétés influent positivement et l'augmentation de «  $G_a$  », entraîne une faible augmentation des contraintes cisellement, est par conséquent leurs influences sont légères.

Finalement la solution de Goland et de Reissner a assorti des résultats expérimentaux [11] plus exactement que La solution de Volkersen.

#### 6 Références

[1] J. Cognard, Sciences et technologies du collage, Presses polytechniques et Lausanne. ISBN 2-88074-410-5, 2000.

[2] G. W. Critchlow, D. M. Brewis, Review of surface pre-treatments for aluminium alloys, Int. J. Adhesion and Adhesives, 16, 255-275, 1996.

[3] Volkersen O. Die Nietkraftverteilung in Zugbeanspruchten mit Konstanten Laschenquerschnitten. Luftfahrtsforschung 1938;15: 41–7

[4] G Goland M, Reissner E. The stresses in cemented joints. J Appl Mech 1944; 66:A17–27.

[5] Hart-Smith LJ. Adhesive-bonded single-lap joints. NASA report, CR-112236, 1973.

[6] Tsai MY, Morton J. An evaluation of analytical and numerical solutions to the single-lap joint. Int J Solids Struct 1994;31(18): 2537–63.

[7] Oplinger DW. Effects of adherend deflections in single lap joints. Int J Solids Struct 1994; 31(18):2565–87.

[8] D. Jacquet, A Aptitudes au collage des aciers galvanises et electro-zingués mesurée au moyen de testes de traction cisaillement et de clivage en coin. Influence de l'adhésif, du substrat, de l'état de propreté et du vieillissement en humidotherme sur les faciès de rupture, IRSID CMO 96.N20, 1996.

[9] S. G. Hong, The performance of epoxy adhesives on clean and oil-contaminated metal substrates, Ph. D., University of Cincinnati, 192 pp, 1992.

[10] R. Adams. Strength predictions for lap joints, especially with composite adherent. Areview, J. Adhesion, Vol. 30, 1989.

[11] ANALYSIS OF ADHESIVE BONDED FIBER-REINFORCED COMPOSITE JOINTS by Christina Helene Ficarra. 2001. pp 11-17.