

Incertitudes de mesures sur les lois de comportement obtenues avec SHPB

D. BRIZARD^{a,b,c}, S. RONEL^{a,b,c}

a. Université de Lyon, F-69622, Lyon, France ;

b. Université Claude Bernard Lyon 1, Villeurbanne ;

c. IFSTTAR, UMR_T9406, LBMC Laboratoire de Biomécanique et Mécanique des Chocs, F69675, Bron.

denis.brizard@ifsttar.fr

sylvie.ronel@univ-lyon1.fr

Résumé :

Les barres de Hopkinson permettent de caractériser des matériaux à vitesse de sollicitation élevée. La détermination de la loi de comportement repose sur un certain nombre d'hypothèses et sur un post-traitement important des données collectées lors de l'essai. L'erreur de mesure sur les lois de comportement obtenues figure très rarement. Cet article présente une méthode et une première estimation de l'incertitude de mesure associée à un tel essai.

Abstract :

Split Hopkinson Pressure Bar tests are commonly employed to get material laws at high deformation rate. Getting this law relies on hypotheses and a consequent post-processing of the data recorded during the test. Measurement uncertainty rarely appears on the resulting curves. This article introduces a first simple method to estimate the measurement uncertainty associated with SHPB tests.

Mots clés : propagation d'incertitude, incertitudes de mesures, SHPB

1 Introduction

La caractérisation dynamique des matériaux pour des sollicitations rapides allant de 100 s^{-1} à $10\,000 \text{ s}^{-1}$ à l'aide de barres de Hopkinson (SHPB, *Split Hopkinson Pressure Bars*) ne cesse de se développer depuis la deuxième moitié du XX^e siècle [1, 2]. Les barres métalliques furent d'abord utilisées principalement pour la caractérisation des matériaux à forte impédance [3], le développement de barres à faible impédance en polymère permit ensuite de tester des échantillons de plus faible impédance comme des mousses [4]. Le dispositif, initialement conçu pour la compression dynamique, fût adapté pour le test de matériaux en traction, en torsion, en cisaillement, ainsi que pour les matériaux céramiques et les bétons [5]. Des applications aux matériaux biologiques font leur apparition [6, 7, 8].



FIGURE 1 – Schéma de principe des barres de Hopkinson

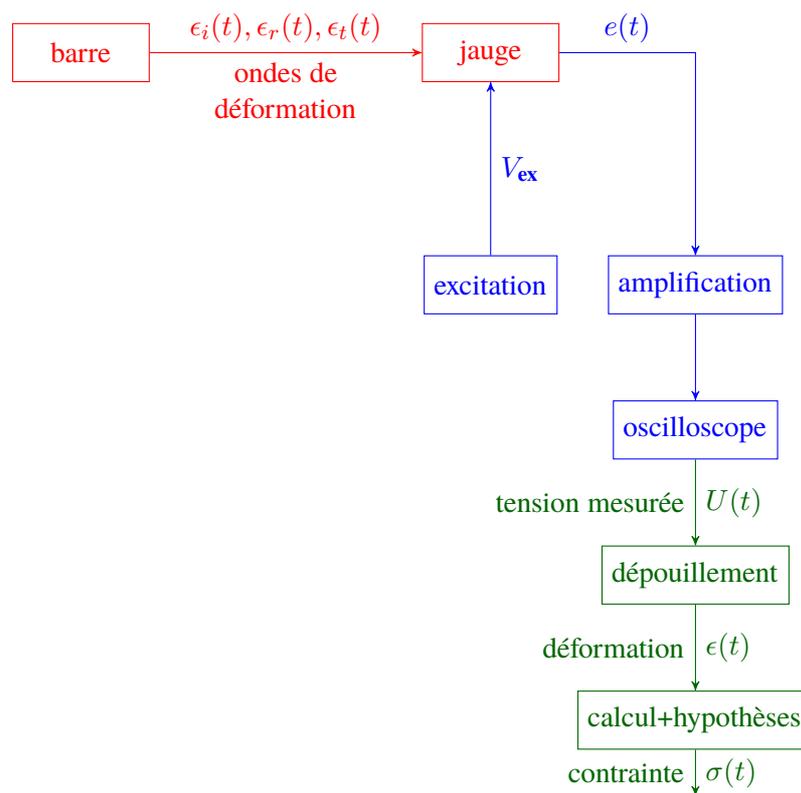


FIGURE 2 – Flux d'information dans le traitement des essais avec barres de Hopkinson (grandeurs physiques, grandeurs électriques, traitement/calcul numérique)

Les barres de Hopkinson sont constituées de deux barres de mesure (Figure 1). L'échantillon est disposé entre ces barres de mesure, il est traversé par une onde de compression générée par l'impact de l'impacteur sur la barre de mesure entrante. Des jauges de déformation collées à la surface des barres entrante et sortante permettent de mesurer respectivement les ondes incidente et réfléchie $\epsilon_i(t)$ et $\epsilon_r(t)$ et l'onde transmise $\epsilon_t(t)$. Les jauges sont situées au milieu des barres afin d'éviter la superposition des ondes.

La Figure 2 détaille les différentes étapes conduisant à la détermination de la loi de comportement de l'échantillon $-\sigma_s(t)$ en fonction de $\epsilon_s(t)$ – à partir des déformations mesurées $\epsilon_i(t)$, $\epsilon_r(t)$ et $\epsilon_t(t)$. L'obtention de la loi de comportement de l'échantillon n'est pas directe : elle nécessite la mesure de la déformation des deux barres de mesure et repose ensuite sur un certain nombre d'hypothèses [2], dont notamment l'équilibre des forces de part et d'autre de l'échantillon.

Une fois l'équilibre des contraintes atteint, la déformation de l'échantillon et la contrainte dans l'échantillon sont données par

$$\frac{d\epsilon_s(t)}{dt} = \frac{-2c_0}{l_s} \epsilon_r(t) \quad (1)$$

$$\epsilon_s(t) = \frac{2c_0}{l_s} \int_0^t \epsilon_r(\tau) d\tau \quad (2)$$

$$\sigma_s(t) = \frac{A_b E_b}{A_s} \epsilon_t(t) \quad (3)$$

où c_0 est la célérité des ondes de compression dans les barres de mesure, l_s la longueur initiale de l'échantillon, E_b le module d'élasticité des barres de mesure et A_b , A_s sont les sections de la barre de mesure sortante et de l'échantillon.

La Figure 3 illustre une loi de comportement typique obtenue à l'aide de barres de Hopkinson : comme tout résultat issu de mesures, elle devrait présenter des barres d'erreurs –en chaque point– liées aux incertitudes de mesure. Par ailleurs, le dépouillement des essais reposant sur l'hypothèse d'équilibre des contraintes sur les deux faces de l'échantillon, il est nécessaire de faire également figurer le domaine de validité de la courbe.

Les incertitudes de mesure liées à la chaîne d'acquisition sont donc présentées dans une première partie (Section 2). À cela s'ajoutent des incertitudes liées au traitement des signaux mesurés –qui sont propagés de la jauge de déformation au milieu de la barre à l'interface avec l'échantillon–, c'est l'objet de la Section 3.

2 Incertitudes de mesure liées à la chaîne d'acquisition

Les documentations techniques des appareils de mesure –conditionneur amplificateur Dewetron HSI-STG [9] et oscilloscope Pico Technology PicoScope 5442A [10]– et des jauges de déformation utilisés permettent d'estimer l'incertitude de mesure entre la déformation mesurée à la surface de la barre $\epsilon(t)$ et la tension enregistrée à l'aide de l'oscilloscope numérique $U(t)$ (voir Figure 2).

La déformation est calculée à partir de la mesure de la tension e aux bornes du pont de jauges

$$\epsilon(t) = \frac{1}{\kappa} \frac{2}{(1 + \nu)} \frac{e(t)}{V_{ex}} \quad (4)$$

où κ est le facteur de jauge (connu à 0.5 % près) et V_{ex} la tension d'excitation du pont.

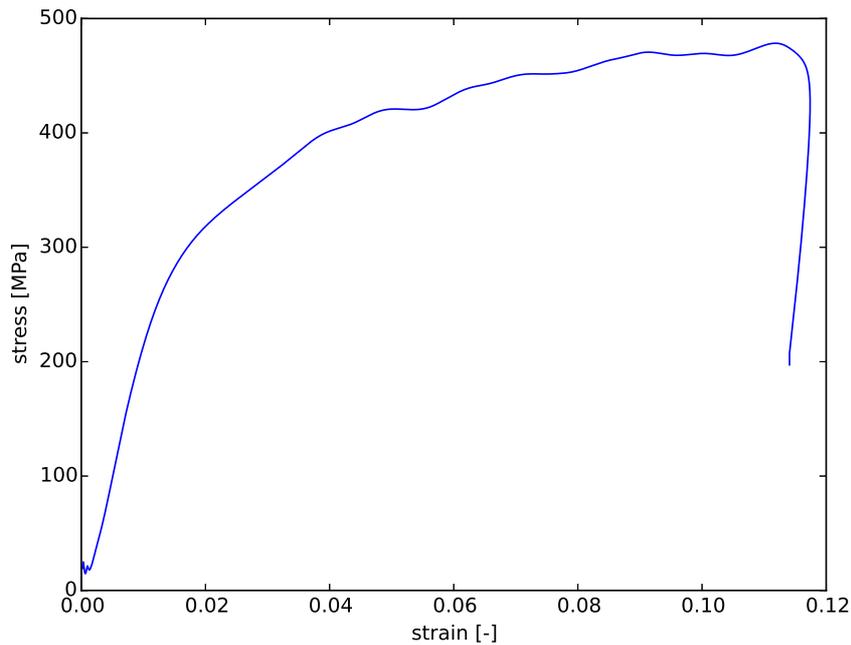


FIGURE 3 – Exemple de loi de comportement obtenu avec les barres de Hopkinson : échantillon de cuivre testé à 1300 s^{-1}

L'incertitude de mesure [11] sur la déformation est donc

$$\left[\frac{u(\epsilon(t))}{\epsilon(t)} \right]^2 = \left[\frac{u(\kappa)}{\kappa} \right]^2 + \left[\frac{u(\nu)}{1+\nu} \right]^2 + \left[\frac{u(V_{\text{ex}})}{V_{\text{ex}}} \right]^2 + \left[\frac{u(e(t))}{e(t)} \right]^2 \quad (5)$$

L'erreur sur la tension mesurée $e(t)$ (voir Figure 2) est liée à l'erreur sur l'excitation du pont de jauge V_{ex} et intègre l'erreur de mesure du conditionneur-amplificateur (HSI) et de l'oscilloscope numérique (PS)

$$\left[\frac{u(e(t))}{e(t)} \right]^2 = \left[\frac{u(e_{\text{HSI}}(t))}{e_{\text{HSI}}(t)} \right]^2 + \left[\frac{u(e_{\text{PS}}(t))}{e_{\text{PS}}(t)} \right]^2 + \left[\frac{u(V_{\text{ex}})}{V_{\text{ex}}} \right]^2 \quad (6)$$

L'incertitude de mesure sur la contrainte est calculée à partir de l'Équation 3

$$\left[\frac{u(\sigma_s(t))}{\sigma_s(t)} \right]^2 = 2 \left[\frac{u(d_b)}{d_b} \right]^2 + 2 \left[\frac{u(d_s)}{d_s} \right]^2 + \left[\frac{u(\epsilon_t(t))}{\epsilon_t(t)} \right]^2 \quad (7)$$

où d_b et d_s sont respectivement le diamètre de la barre de mesure sortante et le diamètre de l'échantillon, grandeurs effectivement mesurées.

L'incertitude de mesure sur la déformation de l'échantillon est calculée à partir de l'Équation 2

$$\left[\frac{u(\epsilon_s(t))}{\epsilon_s(t)} \right]^2 = \left[\frac{u(c_0)}{c_0} \right]^2 + \left[\frac{u(l_s)}{l_s} \right]^2 + \left[\frac{u\left(\frac{\int_0^t \epsilon_r(\tau) d\tau}{\int_0^t \epsilon_r(\tau) d\tau}\right)}{\int_0^t \epsilon_r(\tau) d\tau} \right]^2 \quad (8)$$

En réalité l'intégration est réalisée numériquement sur des signaux échantillonnés, on peut donc refor-

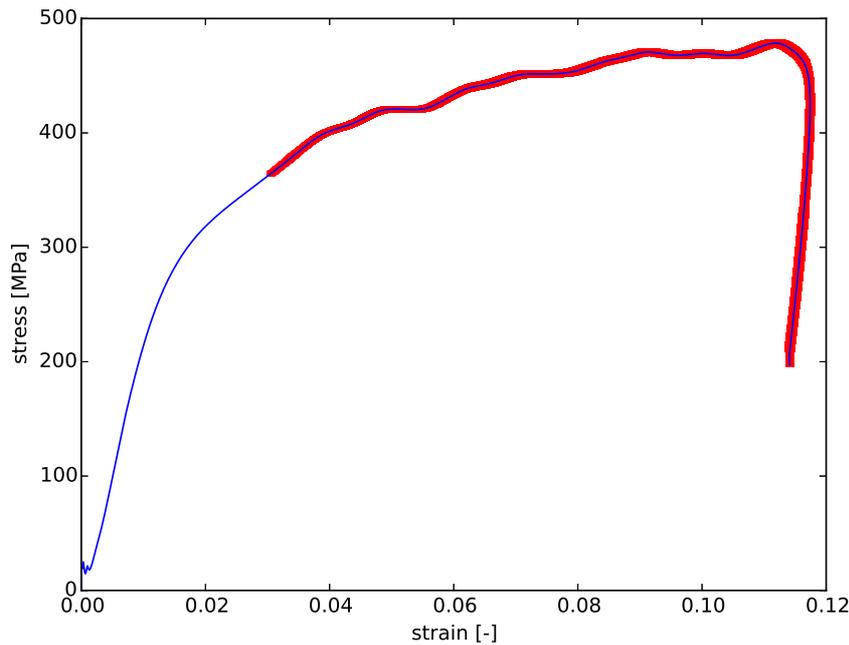


FIGURE 4 – Loi de comportement avec l’erreur de mesure liée à la chaîne d’acquisition et au traitement numérique.

muler l’équation précédente sous la forme discrète

$$\left[\frac{u(\epsilon_s(n\Delta T))}{\epsilon_s(n\Delta T)} \right]^2 = \left[\frac{u(c_0)}{c_0} \right]^2 + \left[\frac{u(l_s)}{l_s} \right]^2 + \left[\frac{n \times u(\epsilon_r(n\Delta T))}{\sum_{i=0}^n \epsilon_r(i\Delta T)} \right]^2 \quad (9)$$

Le calcul des incertitudes liées à la chaîne de mesure permet de tracer la Figure 4, sur laquelle les incertitudes de mesure sont représentées à partir de l’instant où l’équilibre est atteint dans l’échantillon. Les valeurs des paramètres sont donnés dans l’Annexe A.

3 Incertitudes liées au calcul de la propagation des signaux vers les interfaces

Les signaux mesurés au milieu des barres de mesure sont propagés afin d’en déduire les déformations sur les faces de l’échantillon (propagation des jauges vers les interfaces avec l’échantillon). Des effets 3D liés au rayon fini des barres introduisent de la dispersion dans la propagation [12]. La correction des effets de dispersion nécessite l’utilisation de la transformée de Fourier pour prendre en compte la dépendance de la vitesse de phase avec la fréquence [13].

Une première approche simple proposée ici consiste à négliger la dispersion et repose donc sur un modèle de propagation 1D non dispersif.

Le signal mesuré au milieu de la barre entrante est déplacé d’une distance l_{gi} jusqu’à l’interface avec

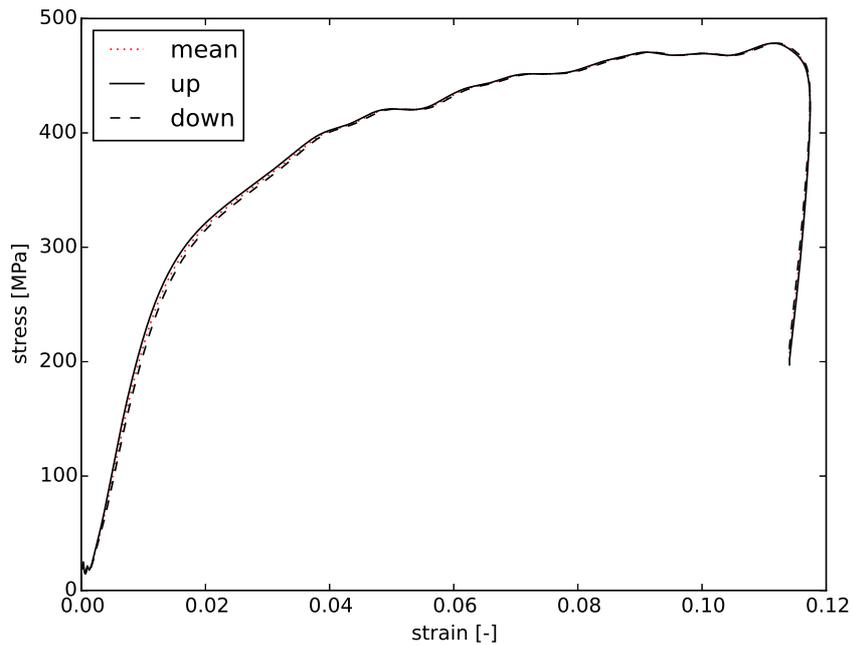


FIGURE 5 – Incertitude sur la position de la courbe liée au temps de propagation des signaux

l'échantillon. Cela revient à appliquer le décalage temporel

$$t_{gi} = \frac{l_{gi}}{c_0} \quad (10)$$

L'incertitude de mesure sur le décalage temporel est alors

$$\left[\frac{u(t_{gi})}{t_{gi}} \right]^2 = \left[\frac{u(l_{gi})}{l_{gi}} \right]^2 + \left[\frac{u(c_0)}{c_0} \right]^2 \quad (11)$$

De la même manière, l'incertitude sur le décalage temporel de la barre de mesure sortante est

$$\left[\frac{u(t_{ig})}{t_{ig}} \right]^2 = \left[\frac{u(l_{ig})}{l_{ig}} \right]^2 + \left[\frac{u(c_0)}{c_0} \right]^2 \quad (12)$$

avec l_{ig} la distance entre l'interface et la jauge de déformation sur la barre de mesure sortante.

La déformation de l'échantillon $\epsilon_s(t)$ est calculée à partir de la déformation réfléchie dans la barre de mesure entrante et la contrainte dans l'échantillon $\sigma_s(t)$ est calculée à partir de l'onde de déformation transmise $\epsilon_t(t)$ mesurée dans la barre de mesure sortante. L'incertitude sur la position de la courbe contrainte-déformation cumule donc les incertitudes sur le décalage temporel des deux barres. Ce qui revient à considérer deux cas : un rapprochement temporel des deux signaux de $t_{gi} + t_{ig}$ ou bien un éloignement temporel de la même valeur. Ce résultat est illustré par la Figure 5.

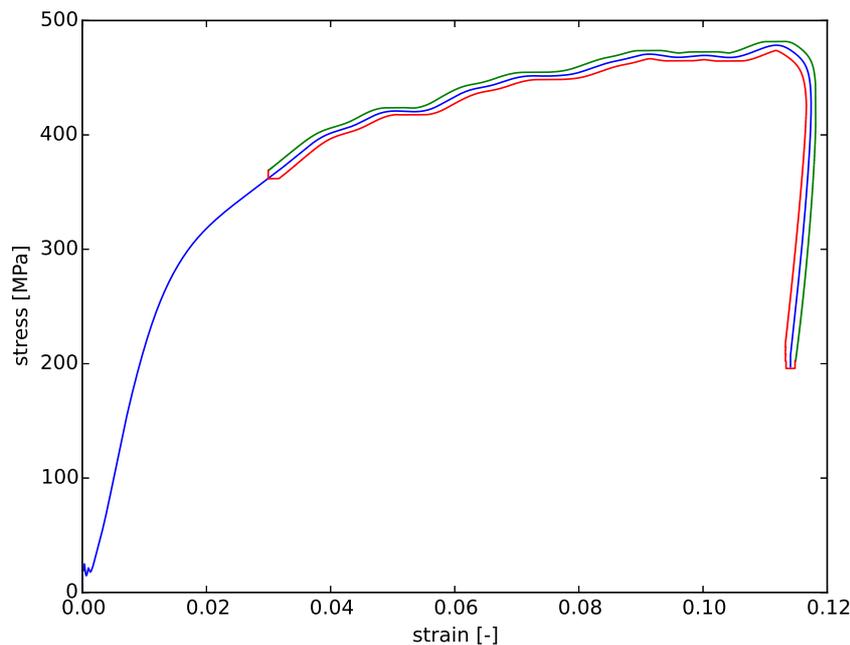


FIGURE 6 – Loi de comportement avec incertitudes de mesure liées à la chaîne d’acquisition et à la propagation des signaux mesurés

4 Tracé des incertitudes de mesure

Les équations développées dans les Section 2 sont utilisées pour calculer les incertitudes de mesure associées à $\epsilon_s(t)$ et $\sigma_s(t)$, ces incertitudes de mesure sont ensuite reportées sur les deux courbes en avance et en retard de la Section 3.

L’incertitude de mesure est représentée en chaque point du graphique par un rectangle (l’utilisation de barres d’erreur dans les deux directions du graphique n’est pas lisible). Afin de réduire la quantité d’information sur le graphique et dans le but d’obtenir l’enveloppe de la courbe avec incertitudes de mesure, les rectangles sont unis en un seul polygone à l’aide d’une librairie d’opérations booléennes géométriques (Clipper Library, Angus Johnson).

Le résultat est illustré par la Figure 4.

Les valeurs des incertitudes (ainsi que les paramètres associés) sont données dans l’annexe A.

5 Conclusion

La méthode proposée dans cet article permet de caractériser les incertitudes de mesure pour les essais effectués avec des barres de Hopkinson et montre que ces incertitudes sont loin de rester dans l’épaisseur du trait de la courbe. Il paraît donc difficile de les négliger.

Il s’agit d’une première approche qui repose principalement sur l’hypothèse d’une propagation non dispersive. La prise en compte des incertitudes dans le calcul de la dispersion nécessite une étude plus approfondie.

Enfin, l'incertitude liée à la mesure surfacique de la contrainte dans les barres n'est pas prise en compte : les effets 3D peuvent conduire à une distribution non uniforme de la contrainte et de la vitesse particulaire dans la section de la barre, notamment pour des barres de diamètre important [14].

A Valeurs des incertitudes de mesure

Le coefficient de Poisson des barres en acier Armco 17-4PH vaut 0.291. On peut donc supposer une incertitude de 0.0005 sur la valeur donnée [15].

Les barres de diamètre nominal de 31.75 mm sont rectifiées (*centerless grinding*) et ont un diamètre mesuré allant de 31.71 mm à 31.76 mm, soit une incertitude sur le diamètre de 0.025 mm.

Incertitudes de mesure relatives :

- facteur de jauge (κ) : 0.005
- tension d'excitation (V_{ex}) : 0.0003
- amplification (e_{HSI}) : 0.0005
- oscilloscope (e_{PS}) : 0.0025
- vitesse de propagation (c_0) : 0.001

Incertitudes de mesure absolues :

- diamètre des barres de mesure (d_b) : 2.5×10^{-5} m
- diamètre de l'échantillon (d_s) : 2×10^{-5} m
- longueur de l'échantillon (l_s) : 2×10^{-5} m
- distance jauge-interface (l_{gi}) : 0.0005 m

Références

- [1] R. M. Davies. A Critical Study of the Hopkinson Pressure Bar. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 240(821) :375–457, January 1948.
- [2] Bazle A Gama, Sergey L Lopatnikov, and John W Gillespie. Hopkinson bar experimental technique : A critical review. *Applied Mechanics Reviews*, 57(4) :223, 2004.
- [3] E.D.H. Davies and S.C. Hunter. The dynamic compression testing of solids by the method of the split Hopkinson pressure bar. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11(3) :155–179, May 1963.
- [4] H. Zhao, G. Gary, and J.R. Klepaczko. On the use of a viscoelastic split hopkinson pressure bar. *International Journal of Impact Engineering*, 19(4) :319–330, April 1997. Scopus 60.
- [5] Howard Kuhn. *ASM Handbook : Volume 8 : Mechanical Testing and Evaluation*, volume 8. ASM International, 10 edition, September 2000.
- [6] A. Chawla, S. Mukherjee, R. Marathe, B. Karthikeyan, and R. Malhotra. Determining strain rate dependence of human body soft tissues using a split Hopkinson pressure bar. 2006.
- [7] Farhana Pervin, Weinong W. Chen, and Tusit Weerasooriya. Dynamic compressive response of bovine liver tissues. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 4(1) :76–84, January 2011.

- [8] Ch. Kranthi Teja, A. Chawla, and S. Mukherjee. Determining the strain rate dependence of cortical and cancellous bones of human tibia using a Split Hopkinson pressure bar. *International Journal of Crashworthiness*, 18(1) :11–18, 2013.
- [9] Dewetron. HSI-STG Isolated universal input module, August 2014.
- [10] Pico Technology. PicoScope 500 Serie, flexible resolution oscilloscopes, 2013.
- [11] Ian Farrance and Robert Frenkel. Uncertainty of Measurement : A Review of the Rules for Calculating Uncertainty Components through Functional Relationships. *The Clinical Biochemist Reviews*, 33(2) :49–75, May 2012.
- [12] Dennison Bancroft. The Velocity of Longitudinal Waves in Cylindrical Bars. *Physical Review*, 59(7) :588–593, April 1941.
- [13] J. M. Lifshitz and H. Leber. Data processing in the split Hopkinson pressure bar tests. *International Journal of Impact Engineering*, 15(6) :723–733, 1994.
- [14] R. Merle and H. Zhao. On the errors associated with the use of large diameter SHPB, correction for radially non-uniform distribution of stress and particle velocity in SHPB testing. *International Journal of Impact Engineering*, 32(12) :1964–1980, December 2006.
- [15] Les Kirkup and Bob Frenkel. *An Introduction to uncertainty in measurement : guide to the expression of uncertainty in measurement*. Cambridge University Press, Cambridge, 2006.