Modélisation asymptotique de l'écoulement d'un mélange binaire de gaz dans un microcanal circulaire avec gradient de température pariétal

C. CROIZET[a,b], R. GATIGNOL [a,b]

a. Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, UMR 7190, Institut Jean le Rond d'Alembert, F-75005, Paris, France
b. CNRS, UMR 7190, Institut Jean le Rond d'Alembert, F-75005, Paris, France
cedric.croizet@upmc.fr, renee.gatignol@upmc.fr

Résumé :

Notre objectif est de proposer un modèle asymptotique pour décrire l'écoulement d'un mélange binaire de gaz dans un microcanal circulaire avec un gradient de température imposé à la paroi. L'écoulement, supposé stationnaire, est décrit au moyen des équations de Navier-Stokes-Fourier. Sur la paroi, une condition de glissement du premier ordre est imposée pour les vitesses des gaz et une condition de saut est utilisée pour la température. Un modèle asymptotique, pour de faibles nombres de Mach et des nombres de Knudsen faibles à modérés est alors proposé pour décrire l'écoulement du mélange. Le rapport de forme du canal constitué à partir du diamètre du canal et sa longueur est le petit paramètre de cette étude. L'influence du gradient de température imposé sur la paroi du canal est étudiée.

Abstract :

The purpose of this contribution is to investigate asymptotic models to describe the basic physical phenomena of flows of a thermal binary gas mixture in circular micropipes. The steady flows of gases are described by the Navier-Stokes-Fourier equations, with first order slip boundary conditions for the velocities and jump boundary conditions for the temperatures on the microchannel wall. Taking into account the small parameter equal to the ratio of the two longitudinal and transversal lengths, an asymptotic model is proposed, corresponding to low Mach numbers and to low or moderate Knudsen numbers. Several aspects of the solutions are discussed. We pay attention to the influence of the temperature gradient which is present along the walls.

Mots clefs : écoulement en microcanal, mélange de gaz, modèle asymptotique

Les écoulements dans les micro-canaux ont été discutés dans un grand nombre de travaux aussi bien d'un point de vue théorique que numérique ou expérimental [1, 2, 3, 4]. D'un point de vue numérique, les méthodes DSMC sont bien adaptées mais sont coûteuses en temps de calcul [1, 2]. Il est donc intéressant de développer des modèles asymptotiques pour décrire ces écoulements. Cette approche a été utilisée, dans le cas d'un seul gaz, dans [5, 6] par exemple.

Cet article traite de l'écoulement d'un mélange binaire de gaz dans un micro-canal. L'objectif est de modéliser ces micro-écoulements à partir d'une approche de type macroscopique et d'obtenir un modèle asymptotique pour décrire les principaux phénomènes physiques. On suppose que les deux gaz sont compressibles et parfaits, que les nombres de Mach sont faibles et que les nombres de Knudsen sont faibles ou modérés. Sous ces hypothèses, l'écoulement est en régime glissant. Dans ces conditions, les équations du mouvement pour chacun des deux gaz sont les équations usuelles de bilan de masse, de quantité de mouvement et d'énergie (Navier-Stokes-Fourier) avec des termes additionnels de couplage dans les équations de quantité de mouvement et d'énergie [7, 8]. Dans ce régime faiblement raréfié, les conditions usuelles d'adhérence aux parois sont remplacées par des conditions de saut du premier ordre pour la vitesse et la température [4].

L'écoulement est supposé axisymétrique et stationnaire. Pour chaque gaz, les équations de bilan sont écrites sous forme dimensionnelle puis adimensionnelle. Un petit paramètre ϵ, lié à la géométrie du micro-canal est construit à partir des longueurs caractéristiques longitudinales et transversales. On introduit, pour chaque gaz, le nombre de Mach et le nombre de Reynolds construit avec la longueur caractéristique transversale. Le nombre de Knudsen de chaque espèce, construit à partir de la longueur caractéristique transversale, s'exprime aisément à partir de ces deux nombres sans dimension. Les vitesses caractéristiques dans chaque direction sont identiques pour les deux gaz. L'études des dégénéréscences significatives [9], conduit à des nombres de Reynolds et de Mach petits, d'ordre ϵ. Ceci correspond à des nombres de Knudsen d'ordre unité.

La solution au premier ordre d'approximation dans le cas d'un écoulement isotherme a été étudiée dans un travail précédent [10]. Dans cette contribution, nous étudions le cas où un gradient de température est imposée à la paroi du tube. La température de la paroi ne dépend donc que de la variable longitudinale z.

Dans ce cas, l'équations de bilan d'énergie, au premier ordre d'approximation est satisfaite par une solution évidente : les températures des deux gaz dans le canal sont identiques et égales à la température imposée à la paroi. A cet ordre d'approximation, le problème est donc caractérisé par six équations : le bilan de masse et de quantité de mouvement dans les directions radiales et longitudinales pour chaque gaz. L'équation de bilan de quantité de mouvement dans la direction radiale conduit à une pression qui ne dépend, comme la température, que de la variable d'espace longitudinale z.

Les équations de bilan de quantité de mouvement dans la direction longitudinale sont intégrées afin d'obtenir les composantes longitudinales des vitesses de chaque gaz. Ces vitesses sont solutions d'équations de Bessel modifiées et sont exprimées de manière explicite en fonction des pressions et de la température.

A partir des équations de bilan de masse, les pressions apparaissent comme la solution d'un système d'équations différentielles ordinaires. Ces deux équations sont couplées et linéaires en fonction des gradients de pression longitudinaux mais fortement non linéaires en fonction de la variable d'espace longitudinale. Ces équations sont résolues par MATLAB pour des valeurs données des pressions d'entrées dans le canal et du débit massique de chaque gaz ($\bar{Q}_{ma}$ et $\bar{Q}_{mb}$).

La figure 1 montre les résultats, pour de l'azote (gaz a) et du monoxyde de carbone (gaz b), dans le cas où

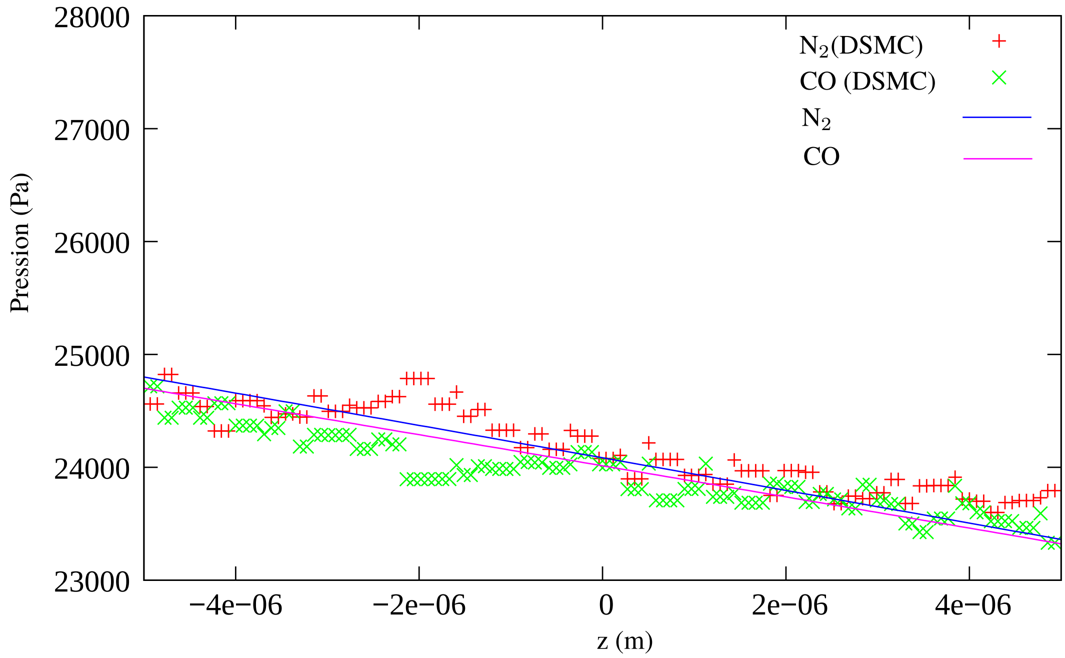

FIGURE 1 – Pression (Pa) le long de l'axe du micro-canal - comparaison avec DSMC ($\bar{Q}_{ma}$ = 1.866 10^{-13} kg.m^{-1}.s^{-1} and $\bar{Q}_{mb}$ = 1.845 10^{-13}kg.m^{-1}.s^{-1})

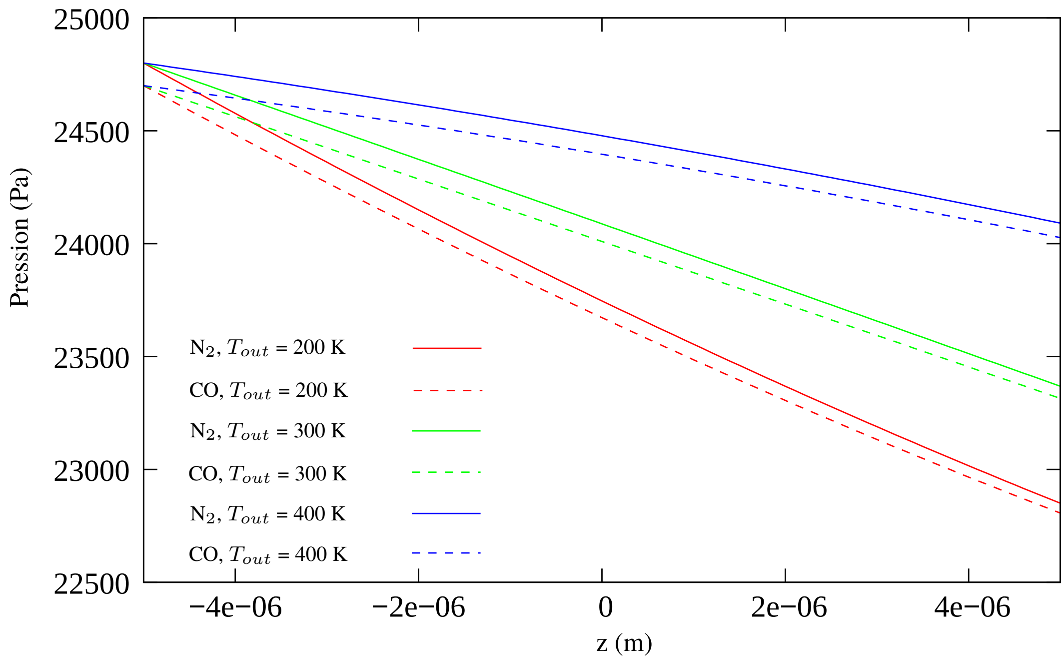

FIGURE 2 – Pression (Pa) le long de l'axe du canal pour une température d'entrée T_{in}= 300 K et différentes valeurs pour la température de sortie T_{out} ($\bar{Q}_{ma}$ = 1.866 10^{-13} kg.m^{-1}.s^{-1} and $\bar{Q}_{mb}$ = 1.845 10^{-13}kg.m^{-1}.s^{-1})

la paroi du tube est à 300K sur toute sa longueur. Le canal étudié a une longueur de 10 μm et un rayon de 1 μm. Les pressions partielles d'entrée sont respectivement $\bar{p}_{ain} = 2.48\,10^4$ Pa et $\bar{p}_{bin} = 2.47\ 10^4$ Pa ; compte-tenu des masses moléculaires des deux gaz, cela revient à considérer un mélange à 50.1 % d'azote et 49,9 % de monoxyde de carbone. L'accord entre le calcul DSMC et l'approche asymptotique est relativement bon. Comme la différence de pression entre l'entrée et la sortie du canal est faible, pour les deux espèces, la pression semble quasi linéaire en fonction de la variable longitudinale. L'azote étant plus visqueux que le monoxyde de carbone, il est naturel que la diminution de pression pour l'azote soit plus importante que celle pour le monoxyde de carbone (1,43 10^3 Pa contre 1,38 10^3 Pa environ).

Pour les mêmes gaz, on s'intéresse au cas où un gradient longitudinal de température constant est appliqué sur la paroi du tube. La figure 2 montre l'évolution de la pression de chaque espèce pour différentes valeurs de la température de sortie. Les débits massiques et les pressions d'entrée sont identiques au cas précédent. Pour les valeurs choisies, les pressions décroissent avec z. Pour une valeur fixée de z, les pressions des deux gaz augmentent quand la température de sortie augmente. Ce résultat est en accord avec ce qui a été observé dans le cas d'un canal plan [11].

Références

[1] G.A. Bird, Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows, Clarendon Press, 1994.

[2] [O. Aktas, N.R. Aluru, R. Ravaioli, Application of a Parallel DSMC Technique to predict Flow Characteristics in Microfluidic Filters, J. Microelectromech. S., pp. 538-549, 2001.

[3] S.G. Kandlikar, S. Garimella, D. Li, S. Colin, M.R. King, Transfer and fluid flow in minichannels and microchannels, Elsevier, 2005.

[4] G. Karniadakis, A. Beskok, Microflows - Fundamentals and Simulation, Springer, 2006.

[5] R. Gatignol, C. Croizet, Asymptotic Modelling of the Flows in Micro-Channel by Using Macroscopic Balance Equation, in : A. Levin, I. J. Wysong and A. L. Garcia (ed.), Proceedings of the 27th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics pp. 730-735, American Institute of Physics, New York, 2011.

[6] M. Reyhanian, C. Croizet, R. Gatignol, Mixing Length in a Micro Channel, in : A. Levin, I. J. Wysong and A. L. Garcia (ed.), Proceedings of the 27th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics pp. 766-771, American Institute of Physics, New York, 2011.

[7] S. Chapman, T.G. Cowling, The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases, C.U.P., 1952.

[8] T.G. Elizarova, I.A. Graur, J.C. Lengrand, Two-fluid computational model for a binary gas mixture, Eur. J. Mech. B-Fluids, Vol. 3, pp. 351-369, 2001.

[9] M. Van Dyke, Perturbation Methods in Fluid Mechanic, Academic Press, 1964.

[10] C. Croizet, R. Gatignol, Asymptotic Modelling of the Axisymmetric Flow of a Binary Gas Mixture in a Circular Microchannel, in : J. Fang (ed.), Proceedings of the 29th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics, pp. 799-806, American Institute of Physics, 2014.

[11] R. Gatignol, C. Croizet, Asymptotic Modelling of the Flow of a Thermal Binary Gas Mixture in a Microchannel, in : J. Fang (ed.), Proceedings of the 29th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics, pp. 807-813, American Institute of Physics, 2014.