

Modèle stochastique de compaction d'une poudre cohésive

**J.-E. MATHONNET^a, P. SORNAY^b, B. DALLOZ-DUBRUJEAUD^c, M.
NICOLAS^d**

- a. CEA, DEN, DEC, SFER, LCU 13108 Saint-Paul-Lez-Durance Cedex, jean-eric.mathonnet@cea.fr
b. CEA, DEN, DEC, SFER, LCU 13108 Saint-Paul-Lez-Durance Cedex, philippe.sornay@cea.fr
c. Aix-Marseille Université - Laboratoire IUSTI UMR CNRS 7343 , Technopôle de Château-Gombert,
5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille cedex 13, blanche.dalloz@univ-amu.fr
d. Aix-Marseille Université - Laboratoire IUSTI UMR CNRS 7343, Technopôle de Château-Gombert,
5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille cedex 13, maxime.nicolas@univ-amu.fr

Résumé :

Nous proposons un modèle stochastique unidimensionnel pour représenter la compaction d'une poudre cohésive. Ce modèle est basé sur l'existence de blocs de grains séparés par des voûtes macroscopiques créées par la cohésion entre les grains. Les résultats de ce modèle sont en bon accord avec des observations et mesures expérimentales effectuées sur une poudre issue de l'industrie nucléaire.

Abstract :

We present a stochastic model for the compaction of a cohesive powder. This model is based on clusters of grains. The numerical results of this model are in qualitative good agreement with experimental results issued from an experimental setup of a horizontal vibration of a container filled with a cohesive powder

Mots clefs : compaction, poudre, vibration, cohésion

Résumé étendu

La compaction d'un milieu granulaire modèle (billes sphériques monodisperses) a été beaucoup étudiée expérimentalement avec l'utilisation de vibrations ou de chocs verticaux ([1], [2], [3]). Différents modèles empiriques issus de ces expériences ont permis de dégager une cinétique de compaction exprimée sous la forme $\phi(t)$, où ϕ désigne la fraction volumique des grains dans un récipient, ϕ_0 la compacité à l'état initial et ϕ_∞ , τ , B (ou β) représentent respectivement la compacité à l'état final, un temps caractéristique et un paramètre d'ajustement :

$$\phi(t) = \phi_\infty - (\phi_\infty - \phi_0) \exp\left(-\left(\frac{t}{\tau}\right)^\beta\right) \quad (1)$$

ou

$$\phi(t) = \phi_\infty - \frac{\phi_\infty - \phi_0}{1 + B \ln(t/\tau)}. \quad (2)$$

Quel que soit le modèle choisi, modèle de l'IPR (1) ou de Chicago (2), le paramètre principal est le temps caractéristique τ de compaction, souvent obtenu par ajustement des données expérimentales.

Dans les processus industriels, les milieux granulaires transportés et compactés sont rarement composés de sphères de même taille. La morphologie et l'état de surface des grains, tout comme les forces interparticules vont largement influencer sur la création et l'évolution des empilements soumis à des contraintes mécaniques.

Dans le domaine de l'industrie nucléaire, la fabrication des pastilles de combustibles nécessite la manipulation de poudres décrites comme cohésives par les classifications standards. La cohésion peut se manifester par des angles de talus très élevés, des difficultés d'écoulement au travers de tubes, de silos ou de tamis, ou encore par la création d'empilements très aérés par rapport à l'empilement aléatoire lâche bien connu pour des sphères monodisperses.

Nous étudions ici la cinétique de compaction d'une poudre granulaire cohésive dans un récipient soumis à des vibrations horizontales, par le biais d'une expérience de longue durée, et d'un modèle stochastique. L'expérience est constituée d'un récipient parallélépipédique vertical solidaire d'un banc de vibration horizontale. La fréquence et l'accélération du banc sont contrôlées et mesurées. Le récipient est rempli initialement d'une poudre cohésive et la hauteur de l'empilement est mesurée au cours de la compaction, l'unité de temps étant la période d'un cycle de vibration. Contrairement à un milieu granulaire modèle, la cinétique de compaction montre une évolution notable après 10^5 cycles (Figure 1). On peut même distinguer deux paliers de compaction, un premier palier associé à un temps caractéristique $\tau \approx 10^3$ cycles, et un second palier associé à un temps caractéristique $\tau \approx 10^7$ cycles. Cette cinétique est reproductible, et même si les paliers et temps caractéristiques sont influencés par les paramètres de vibration, aucun des modèles empiriques issus des matériaux modèles ne peut reproduire ces résultats [4].

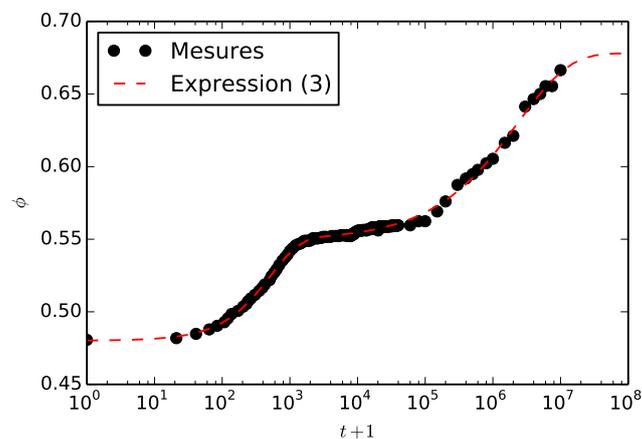


FIGURE 1 – Résultats expérimentaux de l'évolution de la compacité d'un empilement de grains cohésifs soumis à une vibration horizontale. L'unité de temps correspond à un cycle de vibration. Les valeurs utilisées pour l'expression 3 sont : $\phi_0 = 0.48$, $\phi_{int} = 0.55$, $\phi_\infty = 0.68$, $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0.57$, $\tau_1 = 520$ et $\tau_2 = 2.4 \cdot 10^6$.

Pour expliquer cette cinétique, nous proposons un modèle stochastique simple qui permet de fournir des éléments de compréhension de la cinétique de compaction observée. Le modèle est unidimensionnel, avec des grains répartis sur un axe discret. La répartition initiale des grains se fait sous la forme de N_b blocs de n grains (Figure 2). La répartition des blocs tout comme la répartition des grains au sein de

chaque bloc sont aléatoires. Le modèle est également basé sur des probabilités p_b et p_g de mouvement des blocs et des grains. Le mouvement d'un grain est autorisé si la place adjacente est libre, et le déplacement d'un bloc se fait sur une distance maximum de la taille de ce bloc.

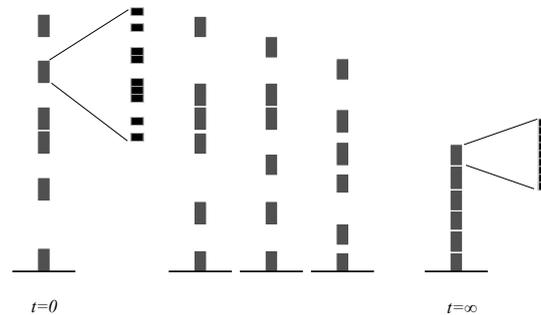


FIGURE 2 – Illustration du modèle : la compaction se fait par déplacement de blocs de grains et par déplacement de grains individuels.

Un exemple de résultat du modèle est présenté sur la Figure 3. La courbe continue noire représente la compacité (ici mesurée à une dimension, donc linéique) en fonction du nombre d'événements associés à un cycle de vibration. Cette courbe peut être très bien ajustée par une expression de la forme :

$$\phi = \phi_{\infty} - (\phi_{\infty} - \phi_{int}) \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)^{\beta_1} - (\phi_{int} - \phi_0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)^{\beta_2} \quad (3)$$

extension de l'expression (1) pour deux temps caractéristiques et où ϕ_{int} représente une compacité intermédiaire.

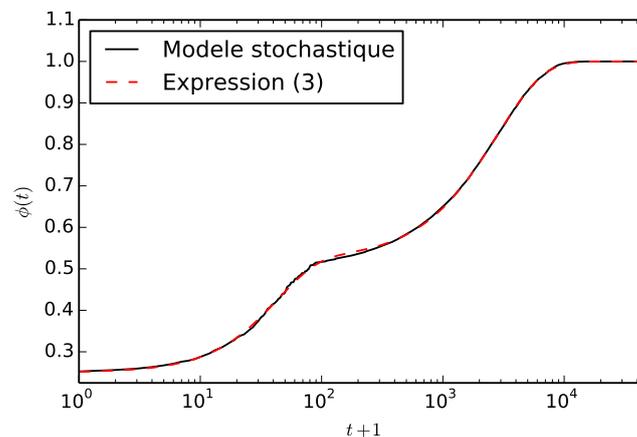


FIGURE 3 – Exemple de résultats issus du modèle stochastique, avec $N_b = 25$ blocs et $n = 50$ grains par bloc. La compacité initiale des blocs est 0.5 et la compacité initiale des grains au sein des blocs est également 0.5. L'unité de temps correspond à un cycle de vibration. Les valeurs utilisées pour l'expression 3 sont : $\phi_0 = 0.25$, $\phi_{int} = 0.73$, $\phi_{\infty} = 1$, $\beta_1 = 1.32$, $\beta_2 = 1.13$, $\tau_1 = 43$ et $\tau_2 = 2818$.

Les résultats essentiels issus de ce modèle sont les suivants :

- la cinétique calculée par le modèle stochastique peut montrer une évolution avec deux échelles de temps distinctes, comme dans les résultats expérimentaux ;

- les deux temps caractéristiques qui apparaissent dans la cinétique de compaction sont liés au nombre d'objets (blocs ou grains) présents dans la configuration initiale.

Ce deuxième résultat peut être confirmé par un modèle stochastique plus simple où seuls les grains sont considérés. Dans ce cas, la compacité est bien représentée par l'expression (1). On peut en effet montrer théoriquement et numériquement que le temps caractéristique τ est lié au nombre d'objets susceptibles de se déplacer au cours de la compaction. On comprend donc que la cinétique à deux temps caractéristiques est la signature de l'existence de voûtes macroscopiques d'un nombre largement inférieur au nombre total de grains qui composent l'empilement.

Références

- [1] Knight, J.B., Fandrich, C.G., Lau, C.N., Jaeger, H.M., Nagel, S.R., 1995, Density relaxation in a vibrated granular material, *Physical Review E*, **51**, 3957-3963.
- [2] Philippe, P., Bideau D., 2002, Compaction dynamics of a granular medium under vertical tapping, *Europhysics Letters*, **60**, 677-683.
- [3] Rondet E., Delalonde M. & Ruiz T. Modèle de relaxation dans un milieu granulaire vertical soumis à des vibrations : équivalence avec la consolidation des sols. *Récents progrès en génie des procédés* **107** (2015).
- [4] Mathonnet J-E., Sornay P., Dalloz-Dubrujeaud B., Nicolas M. Cinétique de compaction d'une poudre d'UO₂ soumise à des vibrations horizontales. *Récents progrès en génie des procédés* **107** (2015).