

# Dynamique d'un fluide élasto-viscoplastique cisailé

L. LACAZE<sup>a</sup>, O. THUAL<sup>b</sup>

a. INPT, UPS, IMFT (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse), Université de Toulouse, Allée Camille Soula, F-31400 Toulouse, France and CNRS, IMFT, F-31400 Toulouse, France. email : laurent.lacaze@imft.fr

b. INPT, UPS, IMFT (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse), Université de Toulouse, Allée Camille Soula, F-31400 Toulouse, France and CNRS, IMFT, F-31400 Toulouse, France. email : olivier.thual@imft.fr

...

## Résumé :

*L'écoulement de fluides viscoplastiques dans une cellule de Couette a été souvent considéré comme écoulement canonique pour décrire les différents phénomènes associés à ces fluides. Dans ce papier, nous utilisons une technique PIV pour caractériser l'écoulement axisymétrique d'un gel Carbopol dans une cellule de Couette relativement large. Le Carbopol présente un comportement viscoplastique et est souvent décrit par le modèle de Herschel-Bulkley, caractérisé par un seuil plastique  $\tau_y$  et une viscosité dépendant du cisaillement. Dans certains cas, l'élasticité du gel doit être prise en compte pour comprendre la dynamique du système, en particulier pour des écoulements instationnaires comme considérés dans cette étude. Un cisaillement instationnaire, imposé par un mouvement oscillant du cylindre intérieur (fonction  $\sin$ ), est considéré ici. Dans ce cas, la contribution élastique est mise en évidence, avec en particulier la description d'une transition spatio-temporelle entre des comportements élastiques et visqueux. Un modèle élasto-viscoplastique est développé pour décrire ces écoulements. Un bon accord quantitatif est obtenu avec les expériences. Enfin, un modèle d'onde élastique est présenté pour décrire l'évolution d'un front d'onde se propageant du cylindre intérieur vers le cylindre extérieur, observé à chaque demi-période du forçage. La vitesse du front peut alors être comparée à la célérité d'une onde élastique d'un milieu solide déformable.*

## Abstract :

*Yield stress fluid flows in Couette cells have been widely studied in the last decades for their intriguingly exhibiting phenomena. In this paper, we use a PIV technique to investigate the axisymmetric flow of a Carbopol gel in a relatively wide cylindrical Couette device. Carbopol gel is known to exhibit viscoplastic behavior and is often described using a Herschel-Bulkley law, which is characterized by a plastic yield stress  $\tau_y$  and a shear-dependent nonlinear viscosity. In some cases, the elasticity of the material has to be accounted for to understand the whole dynamics of the system, in particular for unsteady flows as observed in the present study. An unsteady shear configuration, in which the angular velocity of the inner cylinder is time dependent ( $\sin$  profile), is considered here. In this case, the elastic contribution of the material is highlighted for which a spatio-temporal transition between solid-elastic and fluid behaviors is observed. An elasto-viscoplastic model is developed to describe the flow dynamics. It is shown*

*to quantitatively reproduce the experimental measurements. Finally, an elastic wave model is derived to describe an elastic front propagating from the inner cylinder to the outer one, and observed at every half forcing period. The front velocity is thus shown to scale on the phase velocity of an elastic wave in a deformable solid.*

**Mots clefs : Fluides élasto-viscoplastiques ; Ecoulement de Couette ; Ondes élastiques.**

## 1 Introduction

Les fluides viscoplastiques sont rencontrés dans de nombreuses applications industrielles et géophysiques. Ainsi, de nombreuses travaux se sont focalisés sur l'étude de ces fluides pour caractériser leur rhéologie ou leur dynamique dans des configurations d'écoulement modèle. La présence d'un seuil rend le comportement des fluides viscoplastiques très particulier et la description d'un écoulement de fluide à seuil doit alors être spécifiquement détaillée. Le modèle le plus simple pour décrire le comportement d'un fluide à seuil est le modèle de Bingham. Néanmoins, le caractère nonlinéaire de la contrainte de cisaillement  $\tau$  en fonction du taux de déformation  $\dot{\gamma}$  au-dessus du seuil, observée pour de nombreux fluides du milieu naturel et de laboratoire, comme le Carbopol par exemple, a amené à l'extension de ce modèle vers le modèle de Herschel-Bulkley, qui s'écrit  $\tau(\dot{\gamma}) = \tau_y + K\dot{\gamma}^n$ . Ici les différents paramètres  $\tau_y$ ,  $K$  and  $n$  dépendent du matériau considéré. La non-linéarité est alors décrite par une puissance du cisaillement  $\dot{\gamma}$ , avec par exemple le cas  $n < 1$  qui correspond à un fluide rhéofluidifiant au-delà de la plasticité du matériau. De nombreuses études se sont focalisées sur ces fluides et ce modèle particulier pour en décrire leur dynamique (voir par exemple [1] pour une revue sur le sujet).

La singularité mathématiques associée au seuil plastique est souvent levée par un comportement élastique, au moins sous le seuil  $\tau_y$  [2]. Ce comportement élastique peut fortement modifier la dynamique de l'écoulement dans certaines configurations [3, 4]. Afin de décrire ce comportement, le modèle développé par Saramito [5, 6] a été testé avec succès pour différentes configurations [3, 4, 7, 8].

Afin de mettre en évidence le comportement élastique pour un fluide tel que le Carbopol, nous proposons ici d'étendre la configuration de Couette simple, souvent développée dans la littérature, à un cas instationnaire encore moins étudié jusqu'ici [7, 8]. Plus particulièrement, le cas d'un écoulement de Couette cylindrique oscillant est considéré dans cette étude, dans le cas où l'inertie n'est pas nécessairement négligeable, i.e. pour un nombre de Reynolds  $Re$  d'ordre 1.

## 2 Dispositif expérimental

L'écoulement de Couette cylindrique oscillant est étudiée ici dans une cellule d'entrefer relativement grand afin de s'affranchir d'effets associés à la microstructure du fluide utilisé (effet de localisation du cisaillement par exemple). Les expériences sont ainsi réalisées dans une cellule constituée de deux cylindres coaxiaux, le cylindre extérieur de rayon  $R_o = 15$  cm étant fixe et le cylindre intérieur de rayon  $R_i = 7$  cm mobile soumis à une rotation de la forme  $\Omega(t) = \Omega_0 \cos(\omega t)$  avec  $\Omega$  la vitesse angulaire du cylindre (figure 1). Les paramètres du système sont alors l'amplitude  $\Omega_0$  et la fréquence  $\omega = 2\pi/T$  du mouvement de rotation oscillante imposée au cylindre intérieur, ainsi que les paramètres rhéologiques caractérisant le fluide,  $\tau_y$ ,  $K$  et  $n$  pour sa composante viscoplastique et  $G$  le module élastique.

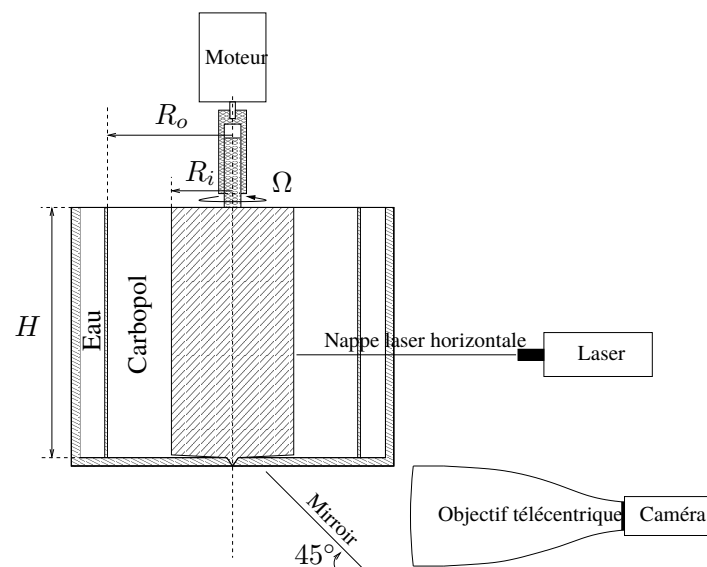


FIGURE 1 – Schéma du dispositif expérimental.

Le champ de vitesse de l'écoulement est mesuré par une méthode de PIV dans un plan horizontal (figure 1) pour laquelle des micro-traceurs sont nécessaires. Afin d'obtenir un gel de Carbopol ensemençé de traceurs pour la PIV, le protocole de préparation est le suivant. La solution est directement préparée dans le dispositif expérimental (figure 1), dans lequel le cylindre intérieur est préalablement remplacé par un mélangeur à pales. Une poudre de Carbopol 940 est mélangée à 10 l d'eau distillée pendant plusieurs heures. Ici deux concentrations massiques ont été considérées, 0.11% and 0.2% en masse. Avant la neutralisation de la solution acide obtenue, des microbilles en verre argenté de 10  $\mu\text{m}$  de diamètre sont ajoutées comme microtraceurs pour la PIV (une analyse d'images est réalisée pendant la préparation afin que la concentration de traceurs corresponde à environ 5 particules par boîte de  $10 \times 10 \text{ px}^2$  dans le plan image de la caméra). Enfin, une solution NaOH à 18% est ajoutée pour la neutralisation de la solution. Après quelques jours de mélange à très faible rotation, un gel transparent et homogène est obtenu. Les paramètres rhéologiques pour ces solutions sont obtenues avec un rhéomètre Thermo-Scientific HAAKE Mars III dans une géométrie plan/plan striée.

Pour la PIV, un laser Quantel CFR 200 mJ couplé à une caméra CCD 14-bit de résolution  $2040 \times 2040$  pixels 14-bit sont utilisés pour extraire les images dans un plan horizontal à mi-hauteur de la cuve. Un objectif télécentrique est couplé à la caméra pour éviter des distorsions géométriques indésirables dans cette géométrie annulaire. Le champ alors obtenu est de  $15 \times 15 \text{ cm}^2$ , approximativement 1/4 de la cellule expérimentale. Une méthode d'intercorrélacion spatiale est utilisée pour obtenir le champ de vitesse 2D. Le forçage étant purement azimutal, le champ de vitesse peut-être décrit sous la forme  $v = v(r, t)e_\theta$ , avec  $(r, \theta)$  le système de coordonnées cylindriques. Nous avons vérifié que l'amplitude de la composante radiale du champ de vitesse (potentiellement associée à une déstabilisation de l'écoulement) est effectivement faible (inférieure au %) devant l'amplitude de la composante azimutale dans la gamme des paramètres considérée ici.

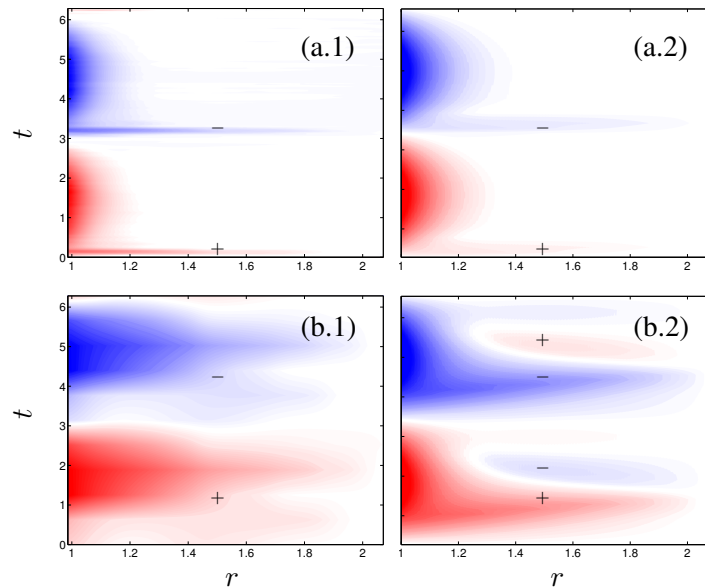


FIGURE 2 – Diagrammes spatio-temporels  $v(r, t)$  issus des données expérimentales (a.1-b.1) et du modèle numérique (a.2-b.2) pour les paramètres  $n \approx 0.4$  et (a)  $(Bi, De, Re) = (2, 0.01, 0.3)$  et (b)  $(Bi, De, Re) = (2, 0.1, 4.6)$ .

### 3 Résultats et discussion

Le système étudié ici est décrit par 4 nombres sans dimension

$$Bi = \frac{\tau_y}{\Omega_0^n K}, \quad De = \frac{K}{G} \omega \Omega_0^{n-1}, \quad Re = \frac{\rho \omega \Omega_0^{1-n} R^2}{K}, \quad n,$$

où  $Bi$  et  $De$  sont respectivement le nombre de Bingham et le nombre de Deborah. Deux exemples de champ de vitesse  $v$  obtenus dans ce dispositif expérimental sont présentés sur la figure 2(a.1,b.1). Ici l'amplitude  $v$  (niveaux de couleur) est présentée dans un diagramme  $(r, t)$ , où  $r$  et  $t$  sont rendus adimensionnels par le rayon du cylindre intérieur  $R_i$  et la fréquence d'oscillation  $\omega$ , pour les cas  $(Bi, De, Re) = (2, 0.01, 0.3)$  (a.1) et  $(Bi, De, Re) = (2, 0.1, 4.6)$  (b.1), et  $n \approx 0.4$  dans les deux cas.

Un modèle elasto-viscoplastique basé sur les travaux de Saramito [5, 6], peut alors être développé afin de décrire la dynamique instationnaire du système observée dans les expériences. Nous montrons en particulier une comparaison de l'amplitude de vitesse  $v$  dans un diagramme spatio-temporel  $(r, t)$  obtenue par ces deux méthodes sur la figure 2 pour les paramètres utilisés précédemment ((a) correspondant à l'expérience et (b) au modèle). Un bon accord semble obtenu, les plus grandes différences pouvant être attribuées à la fréquence d'acquisition dans les expériences ne permettant pas une bonne résolution du diagramme spatio-temporel pour le cas de la figure 2(b.1) en particulier. Au delà de la contribution viscoplastique, entraînant une localisation de l'écoulement proche du cylindre intérieur, ces figures mettent en évidence la forte influence des paramètres d'inertie et d'élasticité, i.e.  $Re$  et  $De$ , sur la dynamique observée. Nous montrons en particulier que des amplitudes de vitesse non nulles peuvent être obtenues dans l'ensemble du système, par propagation d'une onde élastique le long de la direction radiale.

Cette onde élastique se propageant du cylindre intérieur vers le cylindre extérieur à chaque demi-période du forçage peut en effet être observée dans la plupart des cas (figure 2). Nous pouvons montrer que la

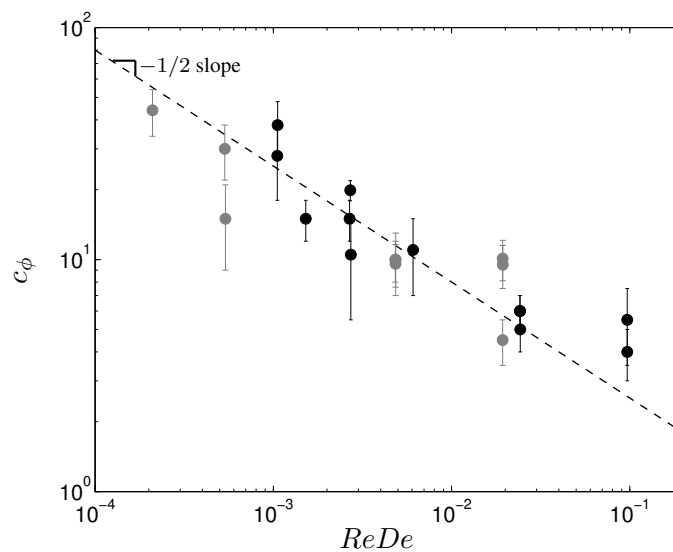


FIGURE 3 – Velocity of the propagating elastic front  $c_\phi$  as a function of  $ReDe$  for Carbopol *A* (black dots) and Carbopol *B* (grey dots). The dotted line corresponds to a  $(ReDe)^{-1/2}$  law.

célérité de ces ondes est bien représentée par la vitesse obtenue pour un milieu solide élastique qui s'écrit avec les nombres sans dimension définis ici :

$$c_\phi = (ReDe)^{-1/2}$$

obtenue de l'équation d'onde

$$ReDe \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \nabla^2 \zeta,$$

avec  $\zeta$  la composante verticale de vorticité.

## Références

- [1] N. J. Balmforth, I. A. Frigaard, G. Ovarlez. Viscoplastic Fluids in Nature and Industry. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **46** (1), 2013.
- [2] J. Piau. Carbopol gels : Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges : Meso- and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **144** (1), pp.1–29, 2007.
- [3] L.-H. Luu, Y. Forterre. Drop impact of yield-stress fluids. *J. Fluid Mech.* **632** (1), pp. 301–327, 2009.
- [4] I. Cheddadi, P. Saramito, F. Graner. Steady Couette flows of elastoviscoplastic fluids are nonunique. *J. Rheol.* **56**, pp. 213, 2012.
- [5] P. Saramito. A new constitutive equation for elastoviscoplastic fluid flows. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **145** (1), pp. 1–14, 2007.
- [6] P. Saramito. A new elastoviscoplastic model based on the Herschel-Bulkley viscoplastic model. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **158** (1-3), pp. 154–161, 2009.

- 
- [7] J. J. Stickel, J. S. Knutsen, M. W. Liberatore. Response of elastoviscoplastic materials to large amplitude oscillatory shear flow in the parallel-plate and cylindrical-Couette geometries. *J. Rheol.* **57** (6), pp. 1569–1596, 2013.
- [8] L. Lacaze, A. Filella, O. Thual. Steady and unsteady shear flows of a viscoplastic fluid in a cylindrical Couette cell. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* ISSN 0377-0257, 2015.
- [9] G. Ovarlez, S. Rodts, X. Chateau, P. Coussot. Phenomenology and physical origin of shear localization and shear banding in complex fluids. *Rheol. Acta* **48** (8), pp. 831–844, 2009.
- [10] T. Divoux, D. Tamarii, C. Barentin, S. Manneville. Transient shear banding in a simple yield stress fluid. *Phys. Rev. Lett.* **104** (20), 208301, 2010.