

# Etude numérique d'écoulements du sang dans des domaines axisymétriques en présence d'une sténose importante avec un modèle de fluide à seuil

L. ACHAB<sup>a</sup>, A. MAGNIN<sup>b</sup>, J.R. CLERMONT<sup>b</sup>, S. BENHADID<sup>a</sup>

a. Département d'Energétique et de Mécanique des Fluides (Equipe de Rhéologie), USTHB, BP 32 El-Alia, 16111 Bab-Ezzouar, Alger, Algérie. [l\\_achab@yahoo.fr](mailto:l_achab@yahoo.fr)

b. Laboratoire Rhéologie et Procédés, UMR 5520, Université Joseph Fourier, Grenoble I, CNRS, BP 53, Domaine Universitaire, 38041 Grenoble Cedex 9, France.

## Résumé :

*Nous présentons une contribution numérique à l'étude de l'écoulement du sang, considéré comme un fluide non-newtonien à seuil de contrainte, dans une artère sténosée. L'écoulement est supposé axisymétrique, laminaire, et la conduite comporte une sténose. Les effets de seuil sont pris en compte dans les simulations. A partir de données expérimentales de la littérature, le fluide est représenté par le modèle de Herschel-Bulkley, régularisé pour considérer le comportement aux faibles gradients de vitesse. Les résultats mettent en évidence l'influence du seuil sur les caractéristiques d'écoulement et l'apparition des zones rigides, en fonction des nombres de Reynolds et d'Oldroyd.*

## Abstract :

*In this paper, a numerical study of blood flow in an arterial stenosis is considered. The fluid behaviour is modeled as a viscoplastic material. The flow is assumed to be axisymmetric in laminar conditions, involving a high-degree stenosis. Low velocities are considered in order to take into account yield stress effects. A Herschel-Bulkley model is adopted for the simulations, under isothermal conditions. The results highlight the yield stress effects on the flow characteristics, in relation with the Reynolds and Oldroyd numbers, notably for the rigid flow regions.*

**Mots clefs :** écoulement sanguin, sténose, seuil d'écoulement, zones rigides

## 1 Introduction

Les maladies cardiovasculaires constituent, à l'heure actuelle, une des premières causes de mortalité. La sténose artérielle est une maladie dégénérative qui entraîne l'épaississement et le durcissement de certains vaisseaux par l'accumulation de substances lipidiques. Différentes approches d'étude ont été proposées pour examiner la corrélation entre les différents facteurs hémodynamiques et les sténoses artérielles [1,2]. Les propriétés du sang sont importantes dans la circulation sanguine à travers les vaisseaux. Elles sont liées principalement au taux d'hématocrites, à la déformabilité et à l'agrégation des globules rouges. Le sang est un fluide non-newtonien, généralement considéré comme rhéofluidifiant. Suivant ses caractéristiques physiques, il peut aussi se comporter comme un fluide à seuil, dont l'existence relève de l'agrégation et la déformation des globules rouges. Les valeurs de la contrainte seuil, rapportées dans des études cliniques et expérimentales de la littérature, sont

relativement dispersées. Ces écarts s'expliquent par les techniques de mesure de cette contrainte, qui sont affectées par la séparation du sang en plasma et agrégats de cellules aux faibles taux de cisaillements et par les types de rhéomètres adoptés pour les mesures [3]. Par exemple, les études de Picart et al.[3] ont montré que la contrainte seuil varie de 0.001 Pa à 0.03 Pa pour un sang normal à taux d'hématocrite 40%. Sankar et Hemalathan [4] ont constaté que la contrainte seuil se trouve dans la gamme 0.01 - 0.06 Pa pour un sang normal et qu'elle augmente avec le taux d'hématocrites. La contrainte seuil est importante pour certaines pathologies comme la maladie de Vaquez, l'hypertension, le diabète, les cas de sténose, thrombose [5].

Les effets non-newtoniens de l'écoulement du sang jouent un rôle exceptionnel aux faibles taux de cisaillement, que l'on rencontre dans des vaisseaux de faible diamètre (artères de petit calibre, capillaires...).

Le travail présenté se rapporte à la simulation numérique d'écoulements axisymétriques stationnaires du sang dans des artères sténosées de faible calibre. Le fluide est supposé rhéofluidifiant, à seuil, et est représenté par le modèle rhéologique de Herschel-Bulkley. Les équations gouvernantes sont résolues en tenant compte de l'adhérence du fluide à la paroi, et les effets thermiques sont négligés.

## 2 Domaine d'étude- Loi de comportement

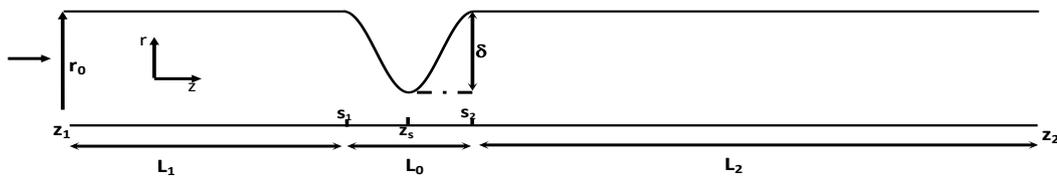


FIG.1 - Géométrie et domaine d'étude

Le domaine d'écoulement est représenté en Fig. 1, en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ . La paroi est supposée indéformable.  $R$  désigne la valeur des rayons amont et aval de la conduite.  $L_1$  et  $L_2$  représentent, suivant  $z$ , les longueurs en amont et en aval de la zone sténosée, de longueur  $L_0$ , dont les variations de paroi sont données par la relation suivante, proposée par Young [6] :

$$r(z) = R - \frac{\delta}{2R} \left( 1 + \cos \frac{2\pi z}{L_0} \right) \quad \text{pour } L_1 \leq z \leq L_0 + L_1 \quad , \quad (1)$$

où  $\delta$  est l'épaisseur maximale de la constriction,  $r$ , le rayon de l'artère sténosée. Nous considérons ici un degré de sténose à 75%,  $R=5\text{mm} = D/2$ ,  $L_0 = R = D/2$ , la constriction maximale se situe à  $z_s=15D$  de l'entrée de l'artère et, pour assurer l'établissement de l'écoulement, on choisit  $L_1=15D$  et  $L_2=25D$ , ( $D$  est le diamètre de la conduite).

L'utilisation du modèle de Herschel-Bulkley entraîne des zones rigides d'écoulement qui dépendent de l'importance du seuil. La viscosité apparente tend vers l'infini lorsque le cisaillement tend vers zéro, c'est-à-dire au voisinage de l'interface des zones. La modélisation de Papanastasiou permet de considérer un comportement newtonien à très grande viscosité, au voisinage du seuil. Cette approximation est associée au modèle de Herschel-Bulkley [7], dans lequel on introduit un terme exponentiel permettant de contrôler la croissance de la contrainte donnée par :

$$\underline{\underline{\tau}} = \left( \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|} \left[ 1 - e^{-m|\dot{\gamma}|} \right] + k|\dot{\gamma}|^{n-1} \right) \underline{\underline{\dot{\gamma}}} \quad . \quad (2)$$

$k$  désigne la consistance du fluide,  $n$  l'indice de structure d'écoulement,  $\tau_0$  la contrainte seuil d'écoulement et  $m$  le paramètre de régularisation du modèle défini par Papanastasiou. Le tenseur des taux de déformation est donné par:

$$\underline{\dot{\gamma}} = \frac{1}{2}(\underline{\nabla V} + \underline{\nabla V}^T) \quad (3)$$

Les deuxièmes invariants  $|\dot{\gamma}|$  et  $|\tau|$  des tenseurs taux de déformation et déviateur des contraintes sont :

$$|\dot{\gamma}| = \sqrt{(1/2)tr(\underline{\dot{\gamma}})^2} \quad , \quad |\tau| = \sqrt{(1/2)tr(\underline{\tau})^2} \quad (4)$$

La loi de Herschel-Bulkley-Papanastasiou tient compte des effets plastiques pour  $\tau_0 = 0$  et visqueux pour  $n < 1$  en même temps. Elle est réduite au modèle de Papanastasiou-Bingham; pour  $n=1$ , et à un modèle en loi de puissance pour  $\tau_0$  nul.

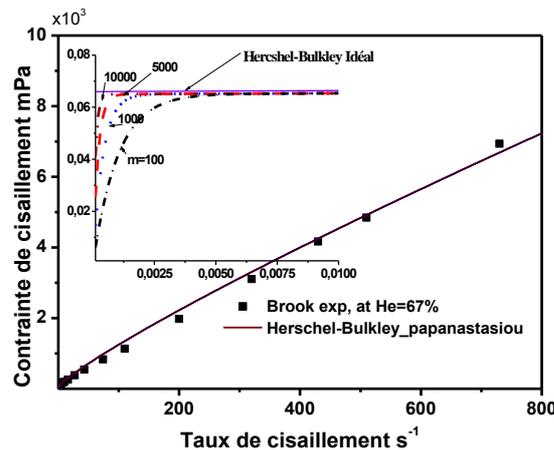


FIG.2 - Ajustement théorie-expérience du modèle de Herschel-Bulkley-Papanastasiou

Les coefficients du modèle de Herschel-Bulkley-Papanastasiou pour le sang sont déterminés à partir de données de Brooks et *al.* [8]. Les paramètres choisis sont donnés dans le Tableau 1.

Paramètres	Valeurs
Densité $\rho$ [kg m <sup>-1</sup> ]	1060
$k$ [Pa sn]	0.01
$\tau_0$ [Pa]	0.0004-0.45
$n$	0.68

Tableau 1 : Paramètres du fluide

### 3 Equations gouvernantes – Procédure de résolution numérique

L'écoulement étant supposé isotherme, les équations à prendre en compte sont les suivantes :

1° l'équation de continuité :

$$\nabla \cdot (\rho \cdot \underline{V}) = 0 \quad , \quad (5)$$

2° l'équation des quantités de mouvement :

$$\rho(\underline{V} \cdot \underline{\nabla}) \underline{V} = \underline{\nabla} \cdot (-p \underline{I} + \underline{\tau}) \quad . \quad (6)$$

$\underline{V}$  désigne le vecteur vitesse du fluide,  $\rho$  la masse volumique,  $p$  la pression,  $\underline{I}$  le tenseur unité et  $\underline{\tau}$  le tenseur des contraintes donné par la loi de comportement.

Dans notre étude, nous considérons les nombres adimensionnels suivants:

$$Re = \rho \frac{U^{2-n} D^n}{k} \quad , \quad Od = \frac{\tau_0 D^n}{k U^n} \quad (7)$$

Le nombre de Reynolds  $Re$  caractérise l'influence relative des forces d'inertie et de viscosité, pour une vitesse moyenne  $U$  de l'écoulement. Le nombre d'Oldroyd  $Od$  correspond au rapport des effets plastiques aux effets visqueux pour le modèle de Herschel-Bulkley.

Les conditions aux limites considérées dans notre étude sont définies comme suit :

- A la section amont  $z = z_1$  on considère un profil de vitesse d'écoulement établi.
- A la paroi, compte tenu de la condition d'adhérence, la vitesse est nulle
- L'adhérence à la paroi, qui se traduit par des vitesses nulles à la paroi.
- Sur l'axe de symétrie ( $r = 0$ ) :  $\frac{\partial u}{\partial r} = 0$ .
- A la section aval du domaine, on suppose vérifiées des conditions d'écoulement établi.

Les équations gouvernantes (5) et (6) associées à celles des conditions aux limites sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis à l'aide du logiciel Ansys-Fluent. Les termes convectifs des équations du mouvement sont discrétisés par un schéma "Upwind" du deuxième ordre. Pour le couplage "pression-vitesse" on utilise l'algorithme de type "SIMPLEC" (Semi-Implicit-Consistent) qui est une procédure d'estimation et correction pour le calcul de la pression sur la grille décalée associée aux composantes de la vitesse. Après différents tests de maillage, une convergence de  $10^{-9}$  a été utilisée pour le résidu des variables de vitesse ainsi que pour le résidu de l'équation de conservation de la masse.

Le maillage du domaine étudié est généré par le préprocesseur Gambit à deux dimensions avec des cellules triangulaires pour les inconnues. Il atteint 70 000 éléments pour une sténose de 75%, avec un raffinement local au niveau du centre de la conduite et au voisinage de la sténose pour l'exploration spécifique des zones rigides. La taille de la plus petite cellule est de l'ordre de  $1,25 \cdot 10^{-02} R$ .

Les zones rigides sont obtenues lorsque le module de la contrainte de cisaillement est inférieur à la valeur de la contrainte seuil.

### 3 Résultats et discussion

Les résultats de nos calculs ont été validés par la reproduction de la solution du régime établi pour une conduite simple sans rétrécissement, avec le modèle de Herschel-Bulkley. La contrainte pariétale calculée  $\tau_{p, cal}$  est en bon accord avec les valeurs de l'écoulement  $\tau_{p, thé}$  de Poiseuille (Tableau 2). Les différents tests nous ont amené à retenir la valeur  $m = 10^4$ .

Od	Re	$\tau_{p, thé}$ (Pa)	$\tau_{p, cal}$ (Pa)
1.5	0.01	0.0186	0.0184
	2	0.3020	0.3011
	6	0.4892	0.4882
6	0.01	0.0344	0.0335
	2	0.5605	0.5425
	6	0.9996	0.9664

Tableau 2: Comparaisons de la contrainte calculée suivant  $z$  à la paroi avec la valeur théorique pour différents  $Re$  et  $Od$

Les Figs. 3 et 4 permettent de décrire la morphologie de l'écoulement et les effets du seuil, en faisant varier les nombres  $Re$  et  $Od$ . La Fig. 3 présente les lignes de courant calculées, pour un nombre  $Od = 1.5$  et différents nombres de Reynolds  $Re$ . On peut observer des modifications importantes dans la structure de l'écoulement : pas de recirculations au voisinage de la paroi et lignes de courant symétriques par rapport à la zone de sténose, pour  $Re$  faible.

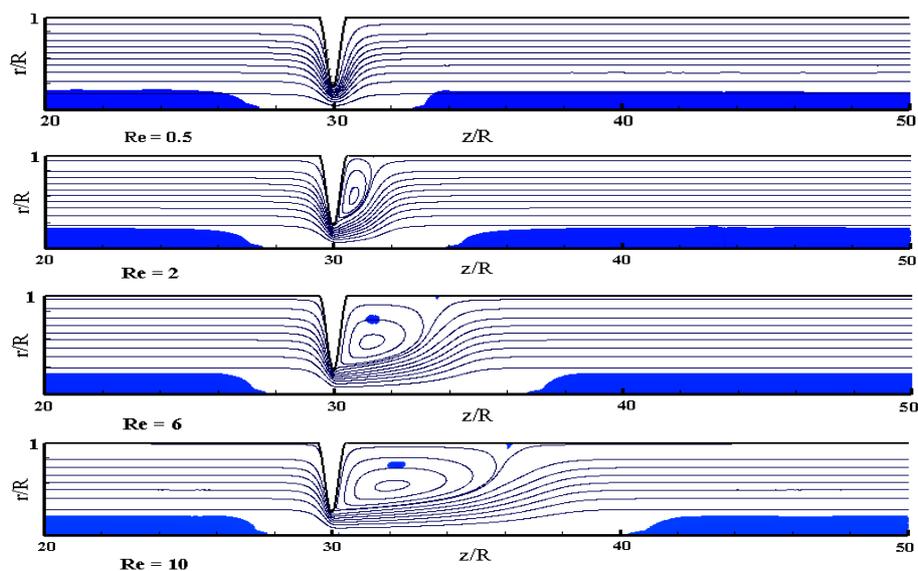


FIG.3 - Lignes de courant et zones rigides pour différents  $Re$ , avec  $Od$  fixé à 1.5

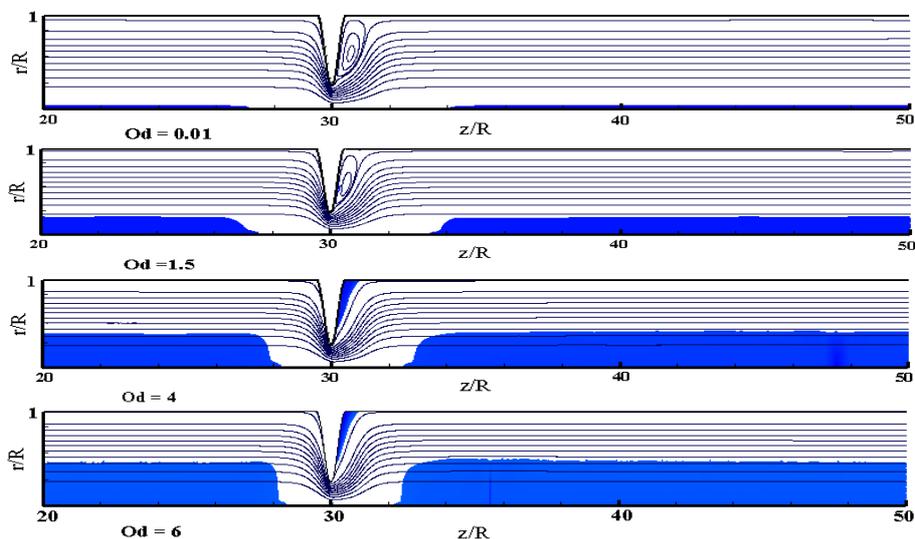


FIG.4 - Lignes de courant et zones rigides pour différents  $Od$ , avec  $Re$  fixé à 1.5

Juste à l'aval de la sténose, on note, à partir de  $Re=1,5$  une zone de recirculations, caractérisée par des faibles vitesses au voisinage de la sténose. Lorsque  $Re$  augmente, le vortex augmente en taille et en intensité. La Fig. 3 montre également des zones rigides en mouvement au centre de la conduite, lieu de contraintes faibles. Ces zones rigides sont situées dans le fluide cisailé et se séparent de la zone en déformation du fluide par une surface critique qui correspond au seuil d'écoulement  $\tau_0$ . Leur forme et leur positionnement sont influencées par la valeur du nombre  $Re$  : elles s'éloignent de la constriction lorsque le fluide est accéléré à l'aval. D'autres zones rigides en mouvement apparaissent dans la zone aplatie des vortex. Leur taille augmente dans le sens de l'écoulement quand  $Re$  augmente.

Les évolutions des zones rigides en fonction du nombre d'Oldroyd sont représentées sur la Fig. 4, pour  $Re$  fixé à 1.5, avec  $Od$  variant de 0.01 à 6. Cette figure illustre l'augmentation des zones rigides en taille et en épaisseur lorsque  $Od$  augmente. On observe aussi, pour des valeurs élevées de  $Od$  ( $Od = 4$  et  $Od = 6$ ), la disparition des recirculations, remplacées par des zones rigides statiques coincées entre la paroi et l'écoulement principal. Ces évolutions montrent que, à  $Re$  donné, les effets de seuil réduisent les tourbillons.

La Fig. 5 présente les profils de vitesse axiale sur l'axe de symétrie, pour différents  $Od$ , avec  $Re = 1.5$ . Les modifications de la cinématique sont perceptibles à l'aval de la sténose, mais n'indiquent pas des écarts sensibles à l'amont. On peut conclure que l'augmentation du seuil contribue à un établissement plus rapide de l'écoulement à l'aval. La Fig. 6 présente les variations de la contrainte de cisaillement pariétale suivant  $z$  pour différentes valeurs de  $Od$  et  $Re$  fixé à 1.5. Nous pouvons remarquer que la contrainte est maximale au passage de la sténose est minimale avec des valeurs négatives juste à l'aval de celle-ci pour les valeurs faibles de  $Od$  témoignant l'existence de recirculations. Lorsque le nombre  $Od$  augmente, la recirculation diminue et tend à disparaître en rapport avec les effets de seuil.

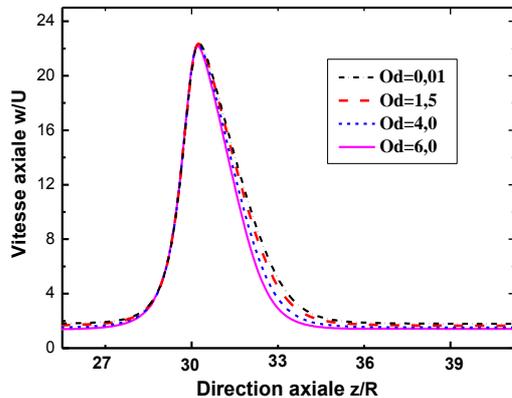


FIG.5 - Vitesse axiale sur l'axe de symétrie pour différents  $Od$  et  $Re=1.5$

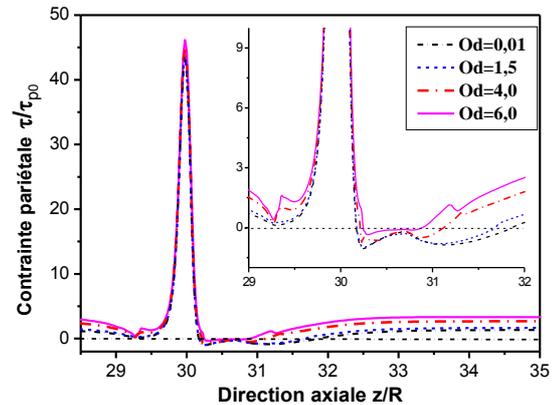


FIG.6 - Contrainte pariétale suivant  $z$  pour différents  $Od$  et  $Re = 1.5$

## Conclusion

Dans cette étude, par des simulations numériques, nous avons mis en évidence des effets viscoplastiques dans des artères sténosées de faibles dimensions, à partir d'une représentation rhéologique du sang basée sur des études expérimentales. Les résultats confirment la présence de zones rigides au sein de l'écoulement et au voisinage de la paroi qui, du point de vue médical, peuvent être à l'origine de complications de certaines pathologies liées à la circulation sanguine.

## Références

- [1] C. Tu, M. Deville, Pulsatile flow of non-Newtonian fluids through arterial stenoses, *Journal of Biomechanics* 29 (1996) 899-908
- [2] T. Belzacq, S. Avril, E. Leriche, et A. Delache, A numerical parametric study of the mechanical action of pulsatile blood flow onto axisymmetric stenosed arteries, *Medical Engineering & Physics* 34 (2012) 1483-1495
- [3] C. Picart, J.M. Piau, H. Galliard, P. Carpentier, Blood low shear rate rheometry: influence of fibrinogen level and hematocrit on slip and migrational effects, *Biorheology* 35 (1998) 335-353
- [4] D.S. Sankar, and K. Hemalatha, Non-linear mathematical models for blood flow through tapered tubes, *Applied Mathematics and Computation* 188 (2007) 567-582
- [5] W.V. Humphreys, A. Walker, D. Charlesworth, Altered viscosity and yield stress in patients with abdominal malignancy: relationship to deep vein thrombosis, *Br Journal of Surgery* 63 (1976) 559-561
- [6] D.F Young, F.Y. Tsai, Flow characteristics in models of arterial stenosis-I steady flow-, *Journal of Biomechanics* 6 (1973) 395-410
- [7] S. Mossaz, P. Jay, A. Magnin, Non-recirculating and recirculating inertial flows of a viscoplastic fluid around a cylinder, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 177 (2012) 64-75
- [8] D.E. Brooks, J.W. Goodwin, G.V.F. Seaman, Interactions among erythrocytes under shear, *Journal of Applied Physiology* 28 (1970) 72-177