Ondes de surface dans l'écoulement d'un fluide électroconducteur à l'intérieur d'une conduite cylindrique

L. ICHALAL[a], N. AMATOUSSE[b], N. MEHIDI-BOUAM[c]

a. Laboratoire de Physique Théorique, Faculté des Sciences Exactes, Université de Bejaia, Route de Targa Ouzemmour, 06000 Bejaia, Algérie, email : ichallallynda@yahoo.fr
b. Laboratoire de Physique Théorique, Faculté des Sciences Exactes, Université de Bejaia, Route de Targa Ouzemmour, 06000 Bejaia, Algérie, email : amatousse@yahoo.fr
c. Laboratoire de Physique Théorique, Faculté des Sciences Exactes, Université de Bejaia, Route de Targa Ouzemmour, 06000 Bejaia, Algérie, email : nadbouam@yahoo.fr

Résumé :

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à l'écoulement en présence d'un champ électromagnétique d'un film mince d'un fluide visqueux supposé incompressible. Le fluide s'écoule à l'intérieur d'une conduite cylindrique verticale. Les instabilités interfaciales observables à faible nombre de Reynolds sont axisymétriques pour une large gamme des paramètres, d'où le choix d'un système d'axes bidimensionnel, Ox dans la direction de l'écoulement et Or dans la direction radiale.
Les équations gouvernant le mouvement de ce fluide sont celles de la magnétohydrodynamique à qui on associe des conditions aux limites $r = R_a$ *et* $r = R_a - h(x,t)$*, h représentant l'épaisseur du fluide et* R_a *le rayon fixe de la conduite. En variables adimensionnées, la vitesse axiale correspondant à l'écoulement de base est donnée par [1] :*

$$U(r) = \frac{Fr}{2}\left(\frac{r^2 - R_a^2}{2} - \ln\left(\frac{r}{R_a}\right)\right)$$

Fr étant le nombre de Froude.
Nous avons pu réduire les équations du mouvement en éliminant la pression du problème. L'équation obtenue est la suivante :

$$-R\varepsilon\frac{Du}{Dt} + u_{rr} + \frac{u_r}{r} + \varepsilon^2\left[u_{xx} - \frac{\partial}{\partial x}(v_r|_{Ra-h} + v_r)\right] + \varepsilon^2 H_a^2 \frac{\partial}{\partial x}\int_{R_a-h(x,t)}^{r} v\, dr$$
$$-\varepsilon\, \alpha H_a^2 h_x - Fr - \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial x}\int_{R_a-h(x,t)}^{r}\left(\frac{v_r}{r} - \frac{v}{r^2}\right) dr$$
$$- RW\varepsilon\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{R_a - h(x,t)}\left(1 - \frac{\varepsilon^2 h_x^2}{2}\right)\right) + \varepsilon^2 h_{xxx}\right] = 0$$

Où (v,u) sont les composantes du champ des vitesses, R le nombre de Reynolds, W le nombre de Weber, H_a le nombre de Hartmann et α le nombre électrique. Le paramètre ε traduit ici le caractère ondes longues des modes instables.
La méthode de calcul utilisée pour décrire les instabilités de la surface libre est celle de Galerkin [1]. Comme fonctions tests, nous avons choisi un profil similaire à celui de l'écoulement de base, il est de type logarithmique. Ce choix de méthode est inhérent aux résultats satisfaisants obtenus dans l'étude

de la dynamique linéaire et non linéaire de films liquides tombants[1,2], en présence ou non d'un champ électromagnétique. De plus, les modèles issus de méthodes dites intégrales [3] ne sont pas très fiables dans les régimes d'écoulement caractérisés par de faibles nombres de Reynolds et les développements asymptotiques [3,4,5] ne sont valides qu'au début de l'instabilité.

Le modèle du second ordre obtenu est un système d'équations non linéaires permettant, outre à l'épaisseur du fluide h et au débit local q , aux corrections du débit elles-mêmes d'évoluer selon leur dynamique propre. Ce système est complété par l'équation qui traduit l'imperméabilité de la surface libre ; sous forme intégrale elle s'écrit :

$$h_t + \frac{q_x}{2\pi(R_a - h(x,t))} = 0$$

En vue d'une exploitation pratique, ce système a été simplifié grâce à une élimination adiabatique des corrections du débit. Le modèle réduit du second ordre obtenu, cohérent à l'ordre un en ε, ne fait intervenir qu'un nombre restreint de champs hydrodynamiques mais contient tous les effets physiquement importants.

Nous avons par la suite examiné la stabilité de l'écoulement de base suivant une approche temporelle du problème. Les résultats permettent d'atteindre avec une bonne précision ceux obtenus à partir de la résolution numérique de l'équation d'Orr-Sommerfeld [6]. Le seuil exact d'apparition des instabilités a été retrouvé.

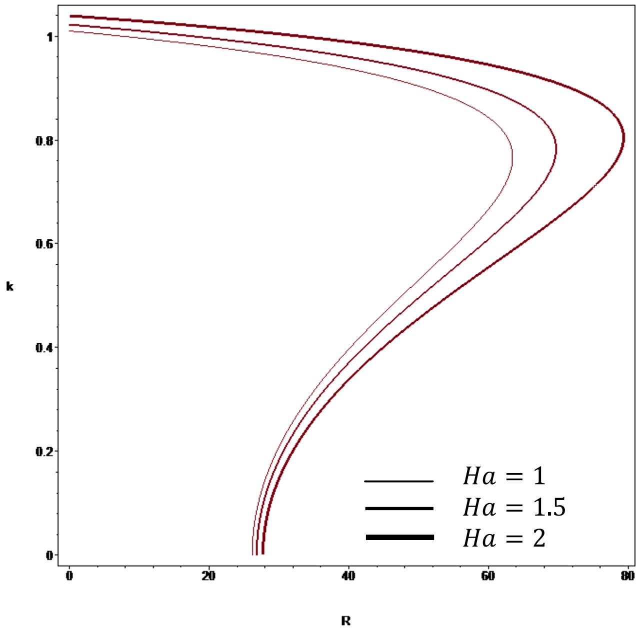

FIG. 1 – Courbes de stabilité neutre avec $\alpha = 0.1, R_a = 2,\ Fr = 1, W = 10/(R_a\, R)$

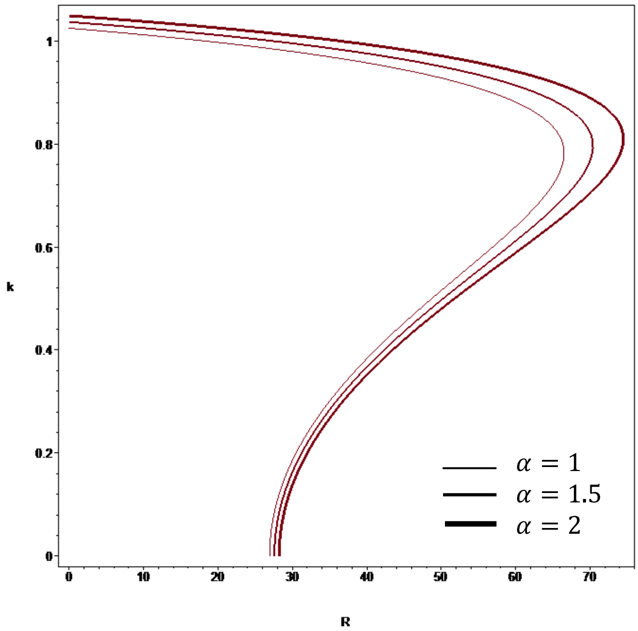

FIG. 2 – Courbes de stabilité neutre avec $Ha = 0.5, R_a = 2,\ Fr = 1, W = 10/(R_a\, R)$

Des courbes de stabilité neutre illustrant l'effet des champs électrique et magnétique ont été tracées dans le plan (nombre d'onde k, nombre de Reynolds R). De la figure 1, nous remarquons que l'augmentation du nombre de Hartmann réduit sensiblement la zone d'instabilité. Le même effet a été observé en augmentant le nombre électrique α (Fig. 2).

Abstract :

We report investigations on electrically conducting fluid flow in homogeneous electromagnetic field. The fluid considered as incompressible is flowing through a cylindrical pipe. The developed model is based on the large wavelength assumption. The effect of the electrical and magnetic field is shown through neutral stability analysis.

Mots clefs : Surface libre, Fluide électroconducteur, Ondes longues, Méthode de Galerkin

Références

[1] C. Ruyer-Quil, P. Treveleyan, F. Giorgiutti-Dauphiné, C. Duprat and S. Kalliadasis, Modelling film flows down fibre, J. Fluid Mech. 603, (2008) 431-462

[2] N. Mehidi, N. Amatousse, Modélisation d'un écoulement coaxial en conduite circulaire de deux fluides visqueux**,** C. R. Mecanique 337 (2009) 112-118.

[3] S. Korsunsky, Long waves on a film layer of conducting fluid film flowing down inclined plane in an electromagnetic field. Eur J.Mech. B/fluids 18 2 (1999) 295-313

[4] B.S. Dandapat, A. Mukhopadhyay, Finite amplitude long wave instability of a film of conducting film flowing down an inclined plane in presence of electromagnetic field, Int. J. of Applied Mechanics and Engineerig, 8 3 (2003) 379-383.

[5] D.Y. Hsieh, stability of a conducting fluid film flowing down inclined plane in a magnetic field. Phys.Fluid, 8 (1965) 1785-1791.

[6] M. Amaouche, N. Mehidi, N. Amatousse, An accurate modeling of thin film flows down an incline for inertia dominated regimes. *Eur.J.Mech. B* 2 (2005), 49-70.