

22^{ème} Congrès Français de Mécanique

Lyon, 24 au 28 Août 2015

Détermination d'une loi de propagation de fissure de fatigue par corrélation d'images numériques

J. HOSDEZ^{a,b}, J-F. WITZ^b, N. LIMODIN^b,
D. NAJJAR^{a,b}, E CHARKALUK^b

- a. École Centrale de Lille, Cité scientifique, 59650 Villeneuve d'Ascq (France).
b. Laboratoire de Mécanique de Lille (LML), UMR CNRS 8107, Cité Scientifique, 59650 Villeneuve d'Ascq (France).

Résumé :

La Corrélation d'Images Numériques (CIN) a été utilisée pour identifier des lois de propagation de fissures en utilisant comme cadre les séries de Williams. La procédure d'identification est menée en trois étapes : (i) détermination des champs de déplacement sur chaque cycle de chargement considéré; (ii) détermination des termes des séries de Williams par une minimisation de la différence des champs expérimentaux avec les solutions analytiques de Williams paramétrées automatiquement [1]; (iii) les coefficients identifiés sont alors utilisés pour initialiser la troisième étape qui est une corrélation d'images dite « intégrée » où les fonctions de forme sont les séries de Williams. Cette procédure permet d'obtenir des résultats plus précis que par une simple méthode projective et permet de gagner un temps précieux en initialisant les termes des séries de Williams pour la corrélation intégrée.

Abstract :

The Digital Image Correlation (DIC) was used to identify crack growth law by using Williams expansion series. The identification process was carried out in three steps: (i) determination of displacement fields on each considered load cycle, (ii) determination of the terms of Williams expansion series by minimizing the difference between experimental fields and analytical solutions of Williams set automatically [1], and (iii) the coefficients found are used for initialization of the third step, which is an Integrated Digital Image Correlation (IDIC). The procedure enables to get more accurate results than a simple projective method and to decrease the time of identification of the integrated correlation by the initialization with results from the projective method.

Mots clés : corrélation d'images, fatigue, facteur d'intensité des contraintes, approche projective, approche intégrée

1 Contexte et matériaux étudiés

1.1 Contexte

La fonte est encore très utilisée bien que de nouveaux matériaux apparaissent dans l'industrie du transport pour des problématiques de développement durable ou d'allègement. La fonte est utilisée en particulier pour la fabrication de disques de freins ou de pièces de moteur comme le collecteur d'échappement. Ce dernier constitue l'une des pièces les plus sollicitées thermiquement dans un moteur [2], [3] avec des contraintes de natures diverses comme le fluage dû au poids propre, la fatigue engendrée par les vibrations, la fatigue thermique causée par les variations de températures de gaz d'échappement lors des cycles d'accélération-décélération... De plus, les progrès en terme de performance et de dépollution ont conduit à une augmentation des températures dans le collecteur pouvant atteindre 700/800 °C [2].

Pour de telles pièces, la garantie d'une fiabilité mécanique cible demeure l'un des principaux enjeux au moment de la conception, en particulier dans le domaine de la fatigue. Dans ce domaine, la durée de vie d'une pièce ou d'un organe est liée à l'amorçage d'une population de fissures, sa propagation à l'échelle microstructurale (domaine des fissures courtes) puis à celle de la structure (fissures longues) entraînant la rupture. Dans le cas des fontes utilisées, pour les applications à hautes températures, la cinétique de ces différents phénomènes est fortement influencée par l'état d'oxydation lié aux effets d'environnement.

Pour les problèmes de fissuration par fatigue, la caractérisation du comportement est réalisée grâce à des paramètres tels que le facteur d'intensité des contraintes K_I (en mode I d'ouverture) et la vitesse de propagation da/dN . Un certain nombre de techniques existe pour déterminer la position de la pointe de fissure comme, par exemple, des mesures de potentiel électrique ou de complaisance. A partir de ces positions, en utilisant des lois empiriques, il est possible de remonter aux facteurs d'intensité des contraintes. Ces derniers sont dépendants de la géométrie de l'éprouvette, de l'effort et de la longueur de la fissure. La corrélation d'images permet l'obtention des déplacements en surface lors de la sollicitation d'une éprouvette. Ces derniers peuvent être exploités pour l'estimation de la position de la pointe de fissure et l'identification des facteurs d'intensité des contraintes [4], [5], [6].

1.2 Matériaux étudiés

Deux matériaux sont étudiés en vue de définir lequel est le plus adapté en terme de résistance à la propagation de fissures de fatigue à haute température. Il s'agit de deux fontes à graphite fournies par PSA Peugeot-Citroën. La première est une fonte à graphite sphéroïdal (GS) enrichie en Silicium et Molybdène (SiMo) afin d'assurer une meilleure tenue à chaud et la seconde une fonte à graphite vermiculaire (GV) enrichie en Nickel (Ni-Resist) lui conférant une bonne tenue à l'oxydation.

Dans un premier temps, les microstructures ont été observées au MEB (Microscope Electronique à Balayage) soulignant la présence notamment de grains de ferrite, de carbures de Molybdène et du graphite soit sous forme de vermicules soit sous forme de nodules (figure 1).

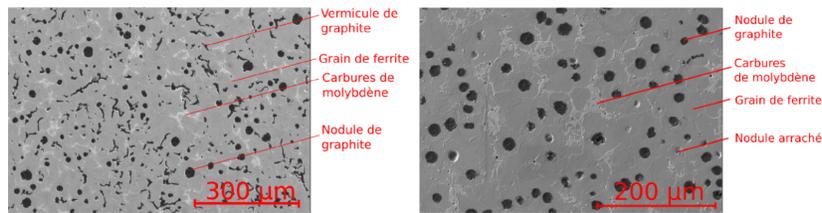


Figure 1: Micrographies fonte GV (gauche) et GS (droite), obtenues au MEB après attaque Nital.

Les deux nuances de fonte ont également été analysées au moyen d'un microtomographe de laboratoire du LML (Laboratoire Mécanique de Lille – plateforme ISIS 4D) pour caractériser au mieux les dimensions et les formes du graphite (figure 2).

2 Procédure d'identification

2.1 Obtention des champs de déplacements

La méthode de corrélation d'images permet l'obtention de champs de déplacement en surface sur une éprouvette sollicitée. Si l'on suppose que nous avons conservation des niveaux de gris, alors l'image est seulement déformée par le champ de déplacements :

$$f(x) = g(x + u(x)) \quad (1)$$

L'équation (1) ci-dessus correspond donc à la conservation du flot optique où l'image de référence est f , l'image déformée est g et u correspond au champ

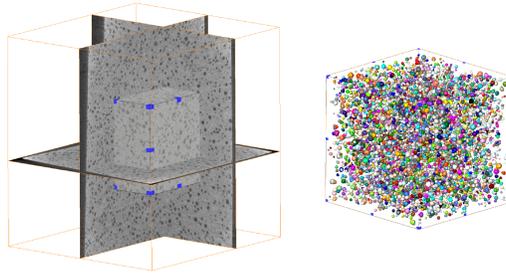


Figure 2: Tomographie d'un échantillon de fonte GS et son sous volume considéré de 500^3 voxels (1 voxel = $1,8 \mu\text{m}$). À droite sont représentés les nodules de graphite vérifiant un critère de sphéricité supérieur à 0,8.

de déplacement u recherché. Ce dernier est obtenu en minimisant, au sens des moindres carrés, l'équation suivante :

$$\eta^2 = \int \int_{\Omega} [g(x + u(x)) - f(x)]^2 dx \quad (2)$$

Le déplacement peut être recherché sous la forme d'une décomposition dans une base discrète [7] :

$$u(x) = \sum_n a_n \psi_n(x) \quad (3)$$

Dans le cas de l'approche intégrée, la base est choisie en fonction de la cinématique du problème [8]; ici, elle doit décrire la cinématique de la fissure [9], [10]. Ainsi, pour cette seconde étape, les séries de Williams seront retenues comme fonctions de forme.

2.2 Les champs analytiques de Williams

Le facteur d'intensité des contraintes (FIC) introduit par Irwin [11] permet la caractérisation des modes de fissuration. Il permet de faire la synthèse à lui tout seul de la géométrie de la pièce fissurée, de la longueur (et de la forme) de la fissure et du chargement appliqué. Ainsi, si l'on connaît sa valeur, on peut déterminer complètement les champs de déplacements (et de contraintes) dans la structure fissurée. Pour cela, on peut utiliser les séries de Williams [1] qui sont valables pour une fissure semi-infinie située dans un milieu 2D élastique (plasticité confinée et analyse dans la zone de K-dominance) isotrope et homogène avec les lèvres de la fissure n'interagissant pas entre elles. En fonction de l'ordre n , le champ a une signification différente. Le champ d'ordre $n = 0$ correspond aux translations de corps rigides. Le champ d'ordre

$n = 1$ correspond aux solutions analytiques de déplacements en pointe de fissure définies par Westergaard, ainsi, l'amplitude des champs $n = 1$ est donc proportionnelle aux facteurs d'intensité des contraintes K_I (K_{II} en mode de cisaillement). Les champs d'ordre $n = 2$ correspondent au « T-stress » en mode I et les ordres supérieurs traduisent l'influence des conditions aux limites dans le cas d'un milieu non infini. Les champs d'ordre inférieurs à 0 sont qualifiés de "supersinguliers" et n'ont pas de sens du point de vue physique, mais, permettent de vérifier la validité de la cinématique autour de la fissure. Les termes correspondant à $n = -1$ s'annulent lorsque l'origine retenue pour le calcul des fonctions concorde avec la pointe de fissure équivalente élastique [12].

$$u(r, \theta) = \sum_{j=I,II} \left[\underbrace{\sum_{n_{min}}^{-1} \omega_j^n \phi_j^n(\theta) r^{n/2}}_{\text{termes "super-singuliers"}} + \underbrace{\omega_j^0 \phi_j^0}_{\text{translations}} + \underbrace{\omega_j^1 \phi_j^1(\theta) \sqrt{r}}_{\text{terme singulier}} + \underbrace{\sum_{n=2}^{n_{max}} \omega_j^n \phi_j^n(\theta) r^{n/2}}_{\text{termes "sub-singuliers"}} \right] \quad (4)$$

3 Application à des essais de propagation de fissures de fatigue

3.1 Démarche

Des essais de fatigue ont été réalisés à charge maximale constante pour un rapport de charge de 0,1. Les éprouvettes SENT (Single Edge Notch Tension) de fonte à graphite sphéroïdal et vermiculaire ont été observées avec un appareil photo dont la définition est 2048 par 2048 pixels. Le système de synchronisation permet l'acquisition pour un effort donné, soit ici aux valeurs minimale et maximale d'un cycle, toutes les centaines de cycles.

Les images obtenues pour un même cycle considéré peuvent être corrélées. Dans un premier temps, on adopte une approche « classique » de corrélation d'images globale à l'aide de la plateforme YADICS développée au LML [13] (figure 3). Les éléments retenus sont des éléments quadrangles à quatre nœuds dits Q4 de 8 pixels de côté. La différence des champs de déplacements horizontaux et verticaux et des séries de Williams est minimisée par moindres carrés linéaires. On retient des ordres compris entre -3 et 7 permettant d'avoir une identification suffisamment précise [14], [5].

Dans un second temps, pour affiner les résultats obtenus, on utilise une approche de corrélation intégrée avec ces mêmes séries de Williams servant de fonctions de forme avec une initialisation des inconnues avec les résultats de la minimisation précédente. Disposant notamment de la position de la pointe de fissure et de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes, on peut identifier

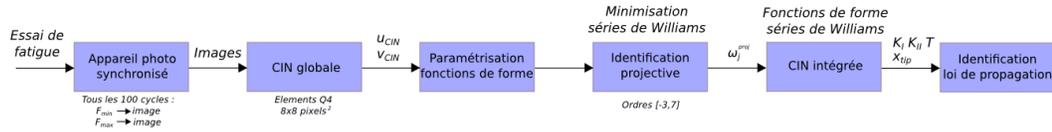


Figure 3: Démarche d'identification d'une loi de propagation de fissures par corrélation d'images.

une loi de propagation de fissure telle que la loi de Paris [15]. Néanmoins, l'une des difficultés majeures de cette démarche est l'obtention de la position de la pointe de fissure, car, elle conditionne directement la précision des résultats de la minimisation. Ici, une démarche itérative est retenue pour estimer la pointe de fissure en utilisant le premier mode supersingulier.

3.2 Premiers résultats

Sur la figure 4, nous pouvons apprécier les résultats obtenus par une unique méthode projective qui présente l'intérêt d'être rapide à exécuter, en effet, elle ne nécessite que deux étapes, la mesure de champs par CIN et l'extraction des quantités d'intérêt par des calculs aux moindres carrés linéaires.

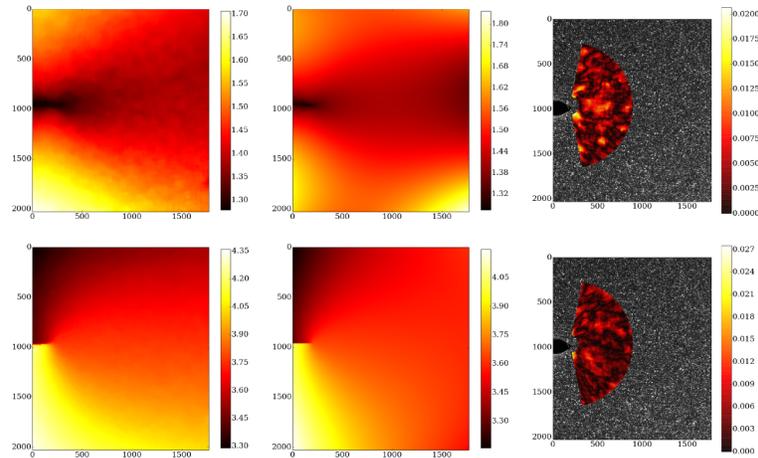


Figure 4: Champs de déplacement horizontal (en haut) et vertical (en bas) mesurés (à gauche) et calculés (pour le cycle (image 30)). Le résidu d'identification est représenté sur la droite dans le cas de la méthode projective uniquement sur la zone d'analyse considérée.

Néanmoins, cette détermination en deux phases va introduire une incertitude dans la détermination des inconnues. C'est pourquoi, les quantités estimées vont être réintroduites pour une procédure de corrélation intégrée. On peut tout de

même apprécier la précision de l'identification sur la figure 4, en effet, pour le couple d'images ici présenté, la moyenne du résidu vaut $2,53.10^{-3}$ pour un écart type de $1,96.10^{-3}$.

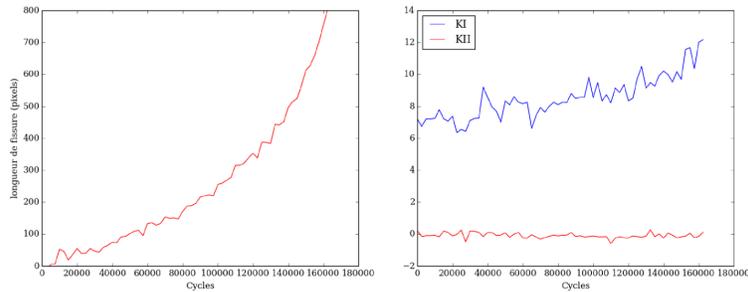


Figure 5: Évolutions de la longueur de fissure (après étape de pré-fissuration) (à gauche) et des facteurs d'intensité des contraintes en fonction du nombre de cycles (à droite) .

Enfin, sur la figure 5, sont représentées les évolutions de la longueur de fissure (en pixels) et des facteurs d'intensité des contraintes en fonction du nombre de cycles. On constate que les données sont effectivement bruitées, mais, correspondent à des valeurs *a priori* attendues.

4 Conclusion

La Corrélation d'Images Numériques permet donc l'identification de paramètres essentiels en mécanique de la rupture tels que les facteurs d'intensité des contraintes K_I et K_{II} , la longueur de la fissure ou encore la contrainte T qui influe sur le cheminement de la fissure ou la taille et forme de la zone plastique.

La démarche ici mise en place combinant méthode projective et intégrée avec paramétrisation automatisée permet donc d'entrevoir l'identification précise et rapide de lois de propagation comme la loi de Paris reliant l'amplitude de facteur d'intensité des contraintes ΔK et la vitesse de propagation da/dN .

Néanmoins, pour les essais à charge maximale constante, sans pré-fissuration sur les éprouvettes entaillées, les vitesses de propagation deviennent rapidement importantes en raison d'une croissance rapide des facteurs d'intensité des contraintes. Cela engendre également une taille de zone plastique non contrôlée, car, elle est directement proportionnelle au carré de K . Ainsi, l'une des perspectives est d'exploiter les résultats précédents pour modifier le trajet de chargement pour conserver une plasticité relativement confinée comme cela a pu être fait par E.Durif [16]. Enfin, le caractère non intrusif de la corrélation d'images permettra d'utiliser la procédure mise en place en milieu oxydant.

References

- [1] M. Williams, “On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack,” *ASME J Appl Mech*, vol. 24, no. 3, p. 109 :114, 1957.
- [2] F. Szymtka, *Nouveaux modèles de comportement élasto-viscoplastique pour des matériaux métalliques*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 2007.
- [3] P. Bastid, *Comportement thermomécanique de fontes à graphite sphéroïdal pour collecteurs d'échappement*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1995.
- [4] J. Abanto-bueno and J. Lambros, “Investigation of crack growth in functionally graded materials using digital image correlation,” vol. 69, pp. 1695–1711, 2002.
- [5] F. Mathieu, *Analyse de la tenue mécanique d ' un liner en titane : Apport des mesures de champs cinématiques*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2013.
- [6] C. Roux-langlois, A. Gravouil, M. Baietto, J. Réthoré, F. Mathieu, F. Hild, and S. Roux, “International Journal of Solids and Structures DIC identification and X-FEM simulation of fatigue crack growth based on the Williams ' series,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 53, pp. 38–47, 2015.
- [7] G. Besnard, F. Hild, and S. Roux, ““Finite-Element” Displacement Fields Analysis from Digital Images: Application to Portevin–Le Châtelier Bands,” *Experimental Mechanics*, vol. 46, pp. 789–803, Dec. 2006.
- [8] R. Mandard, “Young Stress Analyst Competition 16th International Conference on Experimental Mechanics University of Cambridge , UK,” in *16th International Conference on Experimental Mechanics*, p. 27:34, 2014.
- [9] F. Roux, S., Rethore, J., Hild, F., “Digital image correlation and fracture : an advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks,” *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 214004, 2009.
- [10] P. Leplay, *Identification de comportements mécaniques et à rupture par corrélation d'images 2D et 3D - Application aux filtres a particules Diesel à base de titanate d'aluminium*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2011.
- [11] G. Irwin, “Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate,” *Journal of Applied Mechanics*, vol. 24, p. 361:364, 1957.

-
- [12] R. Hamam, F. Hild, and S. Roux, “Stress intensity factor gauging by digital image correlation : application in cyclic fatigue,” *Strain*, vol. 43, pp. 181–192, 2007.
- [13] S. Seghir, R., Witz, J.F. and Coudert, “YaDICs - Digital Image Correlation 2/3D software,” 2014.
- [14] C. Henninger, S. Roux, and F. Hild, “International Journal of Solids and Structures Enriched kinematic fields of cracked structures,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 47, no. 24, pp. 3305–3316, 2010.
- [15] W. Paris, P., Gomez, M.P., Anderson, W.E, “A rational analytic theory of fatigue,” vol. Trend Eng, 1961.
- [16] E. Durif and A. Julien, R.; Fregonese, M.; Combescure, “Développement d’une méthode de Corrélation d’Images appliquée à des mesures en temps réel de fissuration : application à des essais de fatigue et de corrosion sous contrainte,” in *10e Colloque National en Calcul des Structures*, 2011.