

# EFFET DU FROTTEMENT ATMOSPHERIQUE SUR LES TRAJECTOIRES DE DEBRIS APRES UNE COLLISION DANS L'ESPACE

F. KEBE<sup>a</sup>, Z. YIN<sup>b</sup>, P. CLAUDE<sup>b</sup>, M. DUDECK<sup>b</sup>, D. HESTROFFER<sup>a</sup>

a. Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides, IMCCE, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC Université de Paris 6, Université de Lille 1, France

[fatoumata.kebe@obspm.fr](mailto:fatoumata.kebe@obspm.fr)

[daniel.hestroffer@obspm.fr](mailto:daniel.hestroffer@obspm.fr)

b. Institut Jean Le Rond d'Alembert, UPMC Université de Paris 6 et CNRS, UMR 7190, 75005 Paris, France

[yinzi919@gmail.com](mailto:yinzi919@gmail.com)

[pierre.claude@upmc.fr](mailto:pierre.claude@upmc.fr)

[michel.dudeck@heywood.dalembert.upmc.fr](mailto:michel.dudeck@heywood.dalembert.upmc.fr)

## Résumé :

*Les répartitions en masses, en dimensions caractéristiques et en incréments de vitesse des débris résultants de la collision dans l'espace de deux nanosatellites (3kg et 1kg) sont évaluées. Les trajectoires de débris sont calculées avec la méthode numérique de Runge-Kutta-Nystrom, en utilisant le modèle atmosphérique de Wertz et en introduisant le frottement sur les basses couches atmosphérique.*

## Abstract :

*The distributions in masses, characteristic lengths and increased velocities after the collision of the nanosatellites are evaluated. The trajectories of the debris are numerically obtained by the Runge-Kutta-Nystrom method, and with the use of the atmospheric model from Wertz. The friction on the lower atmospheric layers is introduced.*

**Mots clefs : Espace, débris, trajectoires**

## 1. Introduction

Les débris dans l'espace viennent des derniers étages des lanceurs, de satellites en fin de vie, de collisions (collision Iridium 33-Cosmos 2251 à une altitude de 776 km le 10 février 2009 donnant environ 600 débris [1]), de destructions volontaires par missiles (satellite météo chinois détruit le 11 janvier 2007 à 800 km d'altitude et satellite espion américain détruit à 247 km le 20 février 2008 [2]) et aussi de collisions entre débris (syndrome de Kessler) [3]. Les débris se trouvent donc principalement en orbite basse (LEO) ou dans le voisinage de l'orbite géostationnaire (GEO) et leur nombre croît dangereusement (figures 1 et 2) en augmentant chaque année le risque de collisions, ils constituent de plus en plus un réel danger pour les satellites et les missions d'exploration spatiale. Les trajectoires des débris d'une taille supérieure à 10cm sont suivis par des stations d'observation au sol [4] ce qui permet d'éviter une collision avec un satellite en le déplaçant s'il est équipé d'un système de propulsion ce qui est le cas pour les satellites géostationnaires de télécommunication ; ces débris sont plus de 20 000 - Space Surveillance Network – SSN, [5]. Les débris d'une taille millimétrique ou plus petits (nuages de poussières) ne représentent pas un risque majeur pour les satellites. Les débris de taille intermédiaire sont non détectables et présentent un risque de détérioration d'un satellite en cas de collision.

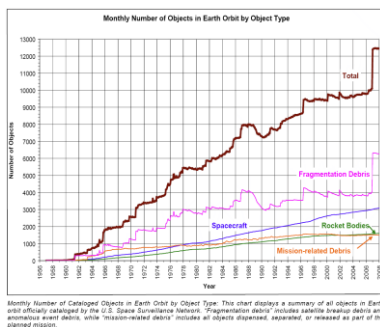


Fig. 1 Evolution du nombre de débris (crédit NASA)

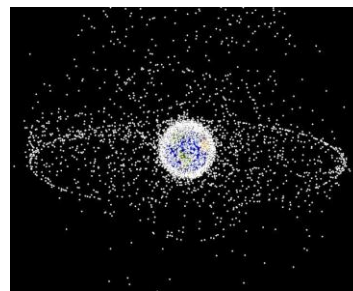


Fig. 2 Débris en orbites basse et géostationnaire (crédit NASA)

Les débris créés lors d'une collision ou d'une explosion existent dans une large gamme de masse, d'énergie (incrément en vitesse) et de direction. Un nuage de plusieurs milliers de débris va donc se propager dans l'espace, le nuage est tout d'abord cohérent puis sa cohérence va disparaître selon son altitude et la durée d'observation.

Les nanosatellites étant de plus en plus nombreux dans l'espace, depuis le premier lancement le 30 juin 2003 de 6 Cubesats depuis le cosmodrome de Plesetsk en Russie, jusqu'à 2012, c'est une centaine de Cubesats qui ont été envoyés dans l'espace [6]. On présente quelques propriétés du nuage des 38 074 débris résultant de la collision entre deux Cubesats. Les répartitions en masse et en incrément de vitesse des débris est tirée de la méthode de fragmentation de la NASA [7]. La trajectoire d'un débris est calculée en utilisant la méthode numérique de Runge-Kutta-Nystrom. L'effet du frottement sur l'atmosphère ambiant est introduit en utilisant le modèle atmosphérique exponentiel de Wertz [8], un coefficient de traînée et une section droite équivalente. La prise en compte des effets perturbateurs de gravité liés au Soleil et à la Lune, de l'aplatissement de la Terre et du rayonnement solaire [9] constitue l'étape suivante de cette étude.

## 2. Débris produits par la collision de deux nanosatellites (Cubesats)

On étudie les débris produits par la collision de deux nanosatellites de type Cubesats. Le nanosatellite A de 1kg (Cubesat-1U) décrit une trajectoire circulaire d'un rayon de 7000 km. La trajectoire de A est définie par  $\Omega_A = 45^\circ$  et par une incidence  $i_A = 20^\circ$ . Le nanosatellite B de 3kg (Cubesat-3U) décrit une trajectoire elliptique de demi-grand axe  $a = 7200$  km, d'excentricité  $e = 0,2$  avec  $\Omega_B = 45^\circ$  et d'incidence  $i_B = 22^\circ$  (Fig. 3).

Au moment de la collision qui a lieu en  $x = 3980$ km,  $y = 5740$  km,  $z = 433$  km, la vitesse de A est de  $7,5461$  km.s<sup>-1</sup> (énergie cinétique :  $2,847.10^7$  J) et la vitesse de B est de  $7,650$  km.s<sup>-1</sup>. (énergie cinétique :  $9,111.10^7$  J) Au moment du choc les deux vecteurs vitesses forment un angle de  $1,389$  rad.

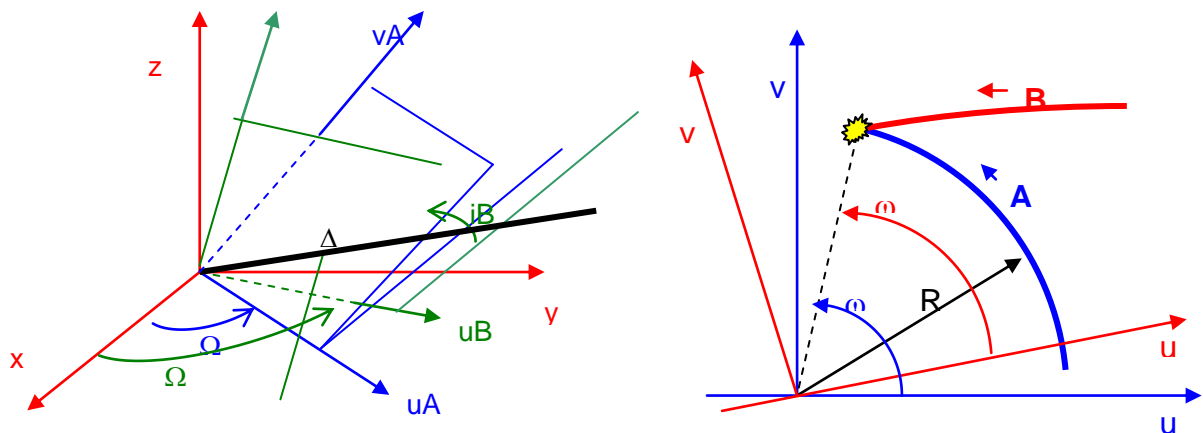


Fig. 3 Trajectoires et collision des deux nanosatellites A et de B

Le nombre de fragments générés par la collision est donné par la formule suivante tirée de la référence [7] :

$$N(L_c) = 0,1 M^{0,75} \cdot L_c^{-1,71}$$

avec la masse  $M$  égale à la somme des masses des deux objets impliqués dans la collision (en kg) et  $L_c$  la longueur caractéristique (en mètre). Ainsi, pour la collision A-B,  $M = 4$  kg pour 3kg (A) et 1kg (B). Cette relation est basée sur des expériences terrestres d'explosions et de collisions. La dernière révision des modèles de fragmentation a été faite par la NASA en 2001 [7].

Les répartitions en taille et masse des débris sont données par [7, 10, 11]. Le calcul de la masse  $m$

d'un fragment est obtenu par  $m = \frac{1}{6} \pi d^3 \rho$  Nous considérons que les fragments ont une forme

sphérique de diamètre  $d$ . Dans la réalité cette hypothèse de sphéricité augmente fortement le taux d'erreur sur la détermination de la surface massique. Ainsi, la NASA a remplacé le diamètre  $d$  par la taille caractéristique  $L_c$ , qui permet de considérer que les fragments ne sont pas forcément sphériques. Cela permet d'utiliser la relation donnant  $m$  et citée précédemment en remplaçant le diamètre  $d$  par la taille caractéristique  $L_c$ . La masse volumique  $\rho$  varie et dépend de la taille  $L_c$  par la relation suivante [7]:

$$\rho(L_c) = 92,937 L_c^{-0,74}$$

avec  $\rho$  en  $\text{kg/m}^3$  et  $L_c$  en m. Cette masse volumique diminue avec la taille des débris et s'applique aussi aux fragments dont la taille est inférieure à 1cm (la masse volumique tend vers l'infini). Pour ces derniers ( $L_c < 1\text{cm}$ ), on considérera que leur masse volumique est constante et égale à celle de l'aluminium. Le nombre de débris en fonction de la taille et de la masse pour la collision entre les deux nanosatellites A et B est donné par la figure 4 et la table 1.

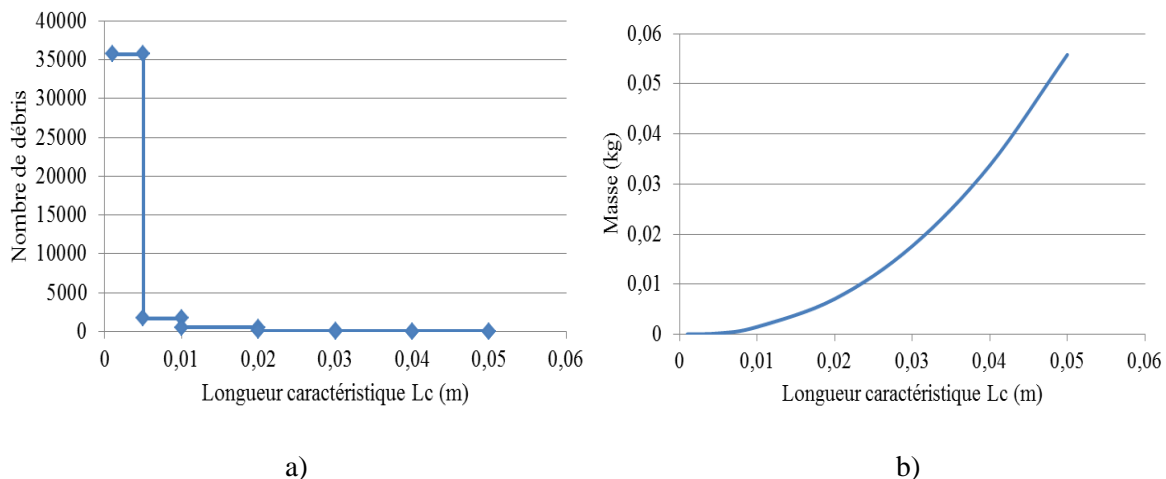


Figure 4. Répartitions de débris a) en taille, b) en masse (masse d'un débris d'une population)

Taille caractéristique $L_c$ (m)	Nombre de débris	Densité d'un débris ( $\text{kg/m}^3$ )	Masse d'un débris (kg)
0,001	35720	2800	1,4661E-06
0,005	1689	2800	0,00018326
0,01	516	2806,65253	0,00146956
0,02	113	1680,45332	0,00703907
0,03	44	1244,85544	0,01759873
0,04	22	1006,15353	0,03371653
0,05	10	853,003565	0,05582895

Table 1. Répartition en taille et en masse des débris générés par la collision des deux nanosatellites A et B

Les débris considérés sont répartis en sept populations, ils sont compris entre 1mm et 5cm. Les débris les plus importants sont d'une masse de 55,83g. La taille des Cubesats ainsi que leurs masses restreignent le nombre de débris générés. La plus grande taille (Cubesat-3U) étant égale à 30 cm, nous pouvons calculer le nombre de débris jusqu'à une taille caractéristique  $L_c$  égale à 30 cm. Une fois le nombre de débris connu, nous calculons alors leurs masses respectives en commençant par les plus petits débris. Nous continuons à calculer la masse pour des débris de plus en plus grands et nous arrêtons une fois que la masse des débris calculé est égale à la masse totale des deux Cubesats, soit 4 kg. Ainsi, les plus grands débris ont une taille caractéristique égale à 5 cm. Cette valeur est en cohérence avec le fait que la collision est considérée comme étant catastrophique.

Le nombre de débris décroît en fonction de leur taille, le nombre total de débris est 38 114 et la masse totale des débris est de 3,989 kg ( $\approx 3\text{kg} + 1\text{kg}$ ). L'incrément  $\Delta V$  en vitesse des débris est donné par le modèle de Su [17] :

$$\begin{cases} \log\left(\frac{\Delta V}{V_M}\right) = A - B \left(\log\left(\frac{\Delta d}{d_M}\right)\right)^2, & \text{si } d \geq d_M \\ \log\left(\frac{\Delta V}{V_M}\right) = A, & \text{si } d < d_M \end{cases}$$

avec

$$\begin{cases} A = 0,225 \\ B = 0,1022 \\ d_M = \frac{E_{c,M}^{1/3}}{6,194 \cdot 10^7} \end{cases}$$

$V_M$  et  $E_{c,M}$  étant respectivement la vitesse et l'énergie cinétique du plus gros objet, soit le Cubesat-3U.

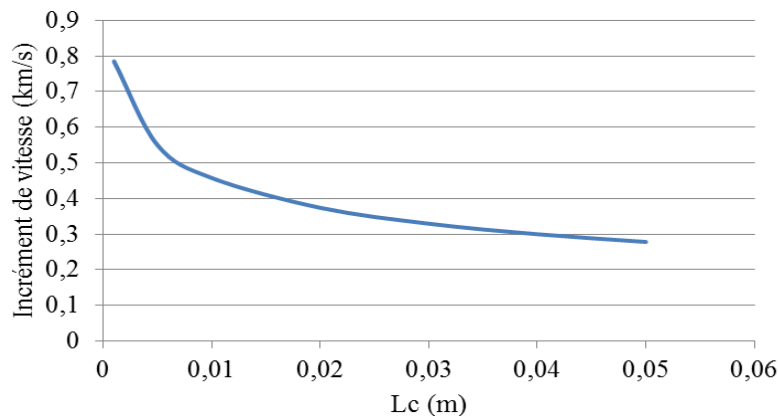


Figure 5. Incréments en vitesse des débris en fonction de la longueur caractéristique

Les plus grands fragments sont éjectés avec des incréments de vitesses nettement moins importants que pour les petits fragments. Ces incréments varient entre 0,27 km/s et 0,78 km/s pour la collision A-B (figure 5). La direction de l'incrément de vitesse d'un débris est prise aléatoirement dans un angle solide de  $4\pi$  radians.

### 3. Dynamique des débris et frottement atmosphérique

L'accélération  $\vec{\gamma}$  d'un débris est donnée par :

$$m\vec{\gamma} = \vec{f}_{gravitationnelle} + \vec{f}_{frottement} + \vec{f}_{radiation} + \vec{f}_{Soleil-Lune}$$

où  $m$  est la masse du débris et où  $\vec{f}_{gravitationnelle}$ ,  $\vec{f}_{frottement}$ ,  $\vec{f}_{radiation}$ ,  $\vec{f}_{Soleil-Lune}$  sont respectivement la force d'attraction de la Terre sur le débris, la force de frottement sur l'air ambiant, la force due au rayonnement solaire et la force gravitationnelle due au Soleil et à la Terre. La terre étant supposée sphérique, la force gravitationnelle exercée par la Terre est  $-m \frac{\mu_T}{r^3} \vec{r}$  où  $\mu_T$  est le paramètre

gravitationnel de la Terre et  $\vec{r}$  est le rayon vecteur dont l'origine est au centre de la Terre. La force de frottement dépend du régime d'écoulement de l'air autour du débris, l'écoulement est de type moléculaire libre lorsque le nombre de Knudsen est très grand devant un, généralement on considère la

condition  $Kn > 10$ , ( $Kn = \frac{\lambda}{L_c}$  où  $\lambda$  est le libre parcours moyen des particules de l'air et  $L_c$  la dimension caractéristique du débris). Dans ce cas, les particules qui entrent en collision avec le débris sont sans collision préalable.

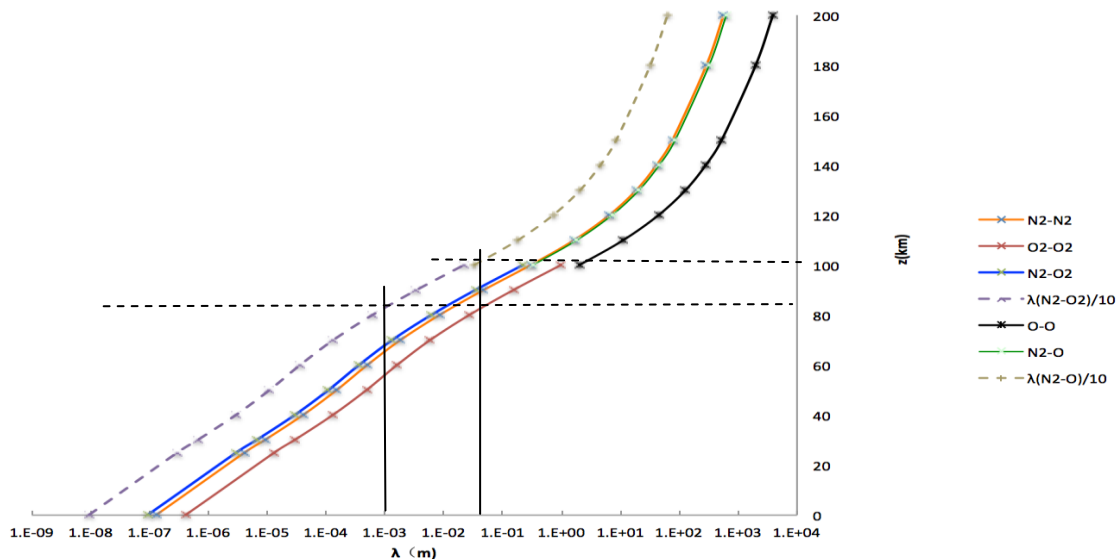


Fig.6 Libres parcours moyens en fonction de l'altitude jusqu'à 200 km

Pour un nombre de Knudsen compris entre  $10^{-1}$  et 10, le régime est de transition avec l'apparition d'un choc épais et d'un glissement thermique et cinétique pariétal, et enfin pour un nombre de Knudsen inférieur à  $10^3$  le régime est continu avec une onde de choc fine et une absence de glissement pariétal. La figure 6 montre les libres parcours moyens dans l'atmosphère composée principalement d'azote et d'oxygène moléculaire dans les mêmes proportions qu'au sol jusqu'à une altitude de 100 km, puis d'azote moléculaire et d'oxygène atomique entre 100 et 200 km. Cette figure montre que l'écoulement autour d'un débris de 1mm est moléculaire libre au dessus d'environ 85 km et au-dessus de 100 km pour un débris de 5cm.

De plus, on considérera la section droite A du débris (normalement à la trajectoire) sans préciser avoir besoin de préciser en détail sa forme et sans tenir compte d'un éventuel mouvement de rotation propre. La force de frottement peut s'exprimer de manière simple sous la forme suivante où  $C_d$  est le coefficient de traînée,  $n$  la densité de l'air ambiant et  $\vec{V}$  le vecteur vitesse du débris. La force de frottement est donc suivant une direction opposée à celle du vecteur vitesse,

$\vec{f}_{\text{frottement}} = -\frac{1}{2} C_d A n V \vec{V}$ . Il est donc nécessaire de disposer d'un modèle d'atmosphère donnant la

densité en fonction de l'altitude. Le modèle utilisé est celui de J.R. Wertz [8] qui introduit 28 couches superposées dont la dernière correspond à une altitude supérieure à 10 000km. Dans chaque couche, la

masse volumique ( $\text{kg.m}^{-3}$ ) est donnée par  $\rho = \rho_0 e^{-\frac{z-z_0}{H}}$  où  $z$  est l'altitude géodésique,  $H$  est un paramètre qui dépend de la couche considérée,  $\rho_0$  est la masse volumique en  $z_0$  (début de la couche). Ce modèle ne tient pas compte des variations journalières, saisonnières et de la position du point (latitude et longitude), il peut être utilisé en tenant compte de l'aplatissement de la Terre.

D'autres modèles peuvent être utilisés pour exprimer la force de frottement. Un modèle couramment utilisé est celui prenant en compte l'absorption des molécules de l'air et la rémission sous forme diffuse dans le cas d'une distribution maxwellienne des vitesses pour une plaque plane inclinée par

rapport à la vitesse, pour une sphère et pour un cylindre en régime moléculaire libre pour lequel les collisions en volume sont négligeables devant les collisions en surface [12, 13]). Le coefficient  $C_d$  de traînée sera pris constant au cours de la rentrée avec une valeur comprise entre 1,8 et 2,2.

La densité atmosphérique peut être aussi représentée par le modèle JACCHIA [15] pour une altitude supérieure à 115 km et par le modèle CIRA pour une altitude inférieure à 120 km.

La section droite  $A$  du débris est comptée normalement au vecteur vitesse. Elle est estimée à partir de la taille du débris en tenant compte d'un facteur correctif.

La dynamique du débris est donc décrite par l'équation  $\vec{\gamma} = -\frac{\mu_T}{r^3} \vec{r} - \frac{1}{2} \frac{C_d A}{m} n(r) V \vec{V}$ .

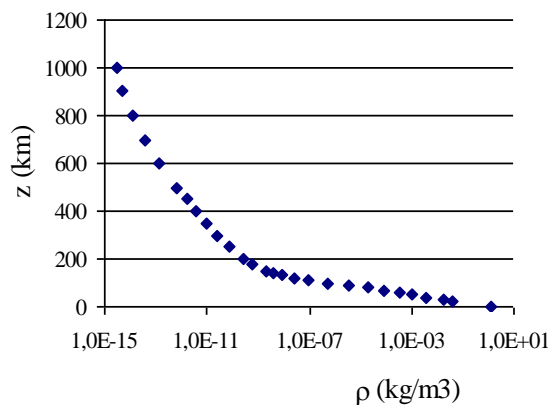


Figure 7. Masse volumique en fonction de l'altitude [11,12] à partir du modèle atmosphérique exponentiel de Wertz [8]

## 4. Méthode numérique

De nombreuses méthodes ont été proposées pour calculer la trajectoire d'un objet dans l'espace. La méthode retenue pour calculer la trajectoire des débris est celle de Runge-Kutta-Nystrom [15] et qui utilise les relations suivantes.

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = \frac{h^2}{2} f(x_r, y_r, y_r') \\ k_2 = \frac{h^2}{2} f\left(x_{r+\frac{1}{2}}, y_r + \frac{h}{2} y_r' + \frac{1}{4} k_1, y_r' + \frac{1}{h} k_1\right) \\ k_3 = \frac{h^2}{2} f\left(x_{r+\frac{1}{2}}, y_r + \frac{h}{2} y_r' + \frac{1}{4} k_1, y_r' + \frac{1}{h} k_2\right) \\ k_4 = \frac{h^2}{2} f\left(x_{r+1}, y_r + h y_r' + k_3, y_r' + \frac{2}{h} k_3\right) \\ y_{r+1} = y_r + h y_r' + \frac{1}{3} (k_1 + k_2 + k_3) \\ y_{r+1}' = y_r' + \frac{1}{3h} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{array} \right.$$

Pour chaque pas d'intégration sur le temps cette méthode calcule quatre fois la valeur de l'intensité de la gravité. Les formules d'intégration sont les suivantes.

**Première boucle**

$$\begin{cases} k_{1x} = \frac{g_{Ax}}{2} dt^2 \\ k_{1y} = \frac{g_{Ay}}{2} dt^2 \\ k_{1z} = \frac{g_{Az}}{2} dt^2 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} g_{Ax} = -\frac{\mu \times x}{r^3} \\ g_{Ay} = -\frac{\mu \times y}{r^3} \\ g_{Az} = -\frac{\mu \times z}{r^3} \end{cases} \begin{cases} r_{1x} = r_x + \frac{v_x}{2} dt + \frac{k_{1x}}{4} \\ r_{1y} = r_y + \frac{v_y}{2} dt + \frac{k_{1y}}{4} \\ r_{1z} = r_z + \frac{v_z}{2} dt + \frac{k_{1z}}{4} \end{cases} \begin{cases} v_{1x} = v_x + \frac{k_{1x}}{dt} \\ v_{1y} = v_y + \frac{k_{1y}}{dt} \\ v_{1z} = v_z + \frac{k_{1z}}{dt} \end{cases}$$

**Seconde boucle**

$$\begin{cases} k_{2x} = \frac{g_{Bx}}{2} dt^2 \\ k_{2y} = \frac{g_{By}}{2} dt^2 \\ k_{2z} = \frac{g_{Bz}}{2} dt^2 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} g_{Bx} = -\frac{\mu \times x}{r^3} \\ g_{By} = -\frac{\mu \times y}{r^3} \\ g_{Bz} = -\frac{\mu \times z}{r^3} \end{cases} \begin{cases} r_{1x} = r_{2x} \\ r_{1y} = r_{2y} \\ r_{1z} = r_{2z} \end{cases} \begin{cases} v_{2x} = v_x + \frac{k_{2x}}{dt} \\ v_{2y} = v_y + \frac{k_{2y}}{dt} \\ v_{2z} = v_z + \frac{k_{2z}}{dt} \end{cases}$$

**Troisième boucle**

$$\begin{cases} k_{3x} = \frac{g_{Cx}}{2} dt^2 \\ k_{3y} = \frac{g_{Cy}}{2} dt^2 \\ k_{3z} = \frac{g_{Cz}}{2} dt^2 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} g_{Cx} = -\frac{\mu \times x}{r^3} \\ g_{Cy} = -\frac{\mu \times y}{r^3} \\ g_{Cz} = -\frac{\mu \times z}{r^3} \end{cases} \begin{cases} r_{3x} = r_x + (v_x \cdot dt) + k_{3x} \\ r_{3y} = r_y + (v_y \cdot dt) + k_{3y} \\ r_{3z} = r_z + (v_z \cdot dt) + k_{3z} \end{cases} \begin{cases} v_{3x} = v_x + \frac{(2 \times k_{3x})}{dt} \\ v_{3y} = v_y + \frac{(2 \times k_{3y})}{dt} \\ v_{3z} = v_z + \frac{(2 \times k_{3z})}{dt} \end{cases}$$

**Quatrième et dernière boucle :**

$$\begin{cases} k_{4x} = \frac{g_{Dx}}{2} dt^2 \\ k_{4y} = \frac{g_{Dy}}{2} dt^2 \\ k_{4z} = \frac{g_{Dz}}{2} dt^2 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} g_{Dx} = -\frac{\mu \times r_{3x}}{r^3} \\ g_{Dy} = -\frac{\mu \times r_{3y}}{r^3} \\ g_{Dz} = -\frac{\mu \times r_{3z}}{r^3} \end{cases} \begin{cases} r_x = r_x + (v_x \cdot dt) + \frac{(k_{1x} + k_{2x} + k_{3x})}{3} \\ r_y = r_y + (v_y \cdot dt) + \frac{(k_{1y} + k_{2y} + k_{3y})}{3} \\ r_z = r_z + (v_z \cdot dt) + \frac{(k_{1z} + k_{2z} + k_{3z})}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v_x + \frac{(k_{1x} + (2 \times k_{2x}) + (2 \times k_{3x}) + k_{4x})}{(3 \times dt)} \\ v_y = v_y + \frac{(k_{1y} + (2 \times k_{2y}) + (2 \times k_{3y}) + k_{4y})}{(3 \times dt)} \\ v_z = v_z + \frac{(k_{1z} + (2 \times k_{2z}) + (2 \times k_{3z}) + k_{4z})}{(3 \times dt)} \end{cases}$$

Cette méthode a été testée tout d'abord dans plusieurs cas de trajectoires circulaire ( $r = 6778,14$  km) et elliptique ( $e = 0,7$ ,  $a = 22630,363$  km) sur une durée d'une période T et sur une durée de 30 ans. Pour nous assurer de la précision du programme, nous avons fait le calcul sans effet perturbateur avec plusieurs pas de temps (de 0,01s à 2s) en calculant l'erreur  $\Delta r$  sur l'altitude et l'erreur  $\Delta d$  sur la distance par rapport au point de départ sur une durée  $n.T$ . Par exemple, pour une l'orbite circulaire, on obtient avec un pas sur le temps de 0,4s et au bout d'une année ( $t = nT \sim 1$  an)  $\Delta r = 2,3 \cdot 10^{-9}$  m,  $\Delta d = 4,71 \cdot 10^{-5}$  m et au bout de 100 ans ( $t = nT \sim 100$  ans),  $\Delta r = 1,55 \cdot 10^{-7}$  m,  $\Delta d = 0,131$  m. Pour, l'orbite



elliptique avec un pas sur le temps de 0,09s et au bout d'une année ( $t = nT \sim 1 \text{ an}$ ),  $\Delta r = 1,82 \cdot 10^{-09} \text{ m}$ ,  $\Delta d = 1,21 \cdot 10^{-04} \text{ m}$  et au bout de 100 ans ( $t = nT \sim 100 \text{ ans}$ ),  $\Delta r = -1,23 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ,  $\Delta d = 6,49 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ . L'algorithme RKN donne des résultats dont la précision est satisfaisante pour notre étude de nuage de débris. Nous allons donc ajouter progressivement les forces perturbatrices en commençant par la force de frottement sur l'air ambiant.

## 5. Résultats : Effet de la traînée atmosphérique

La figure 8 présente l'évolution de l'apogée et du périégée pour quelques débris obtenus par la collision des deux nanosatellites A et B en tenant compte du frottement sur les couches atmosphériques (modèle atmosphérique de Wertz, coefficient  $C_d$  de traînée constant).

A partir des vecteurs d'état des deux Cubesats, nous avons calculé le vecteur d'état de la collision. Ainsi, elle se produit au point ( $x = 3980,8 \text{ km}$ ,  $y = 5740 \text{ km}$ ,  $z = 433,641 \text{ km}$ ) à une vitesse dont les composantes sont celles de la vitesse moyenne de A et de B sont :  $V_x = -5,272 \text{ km/s}$ ,  $V_y = 2,728 \text{ km/s}$ ,  $V_z = 2,271 \text{ km/s}$ .

A ces conditions initiales, nous ajoutons à la vitesse les composantes de l'incrément de vitesse du à la collision. Nous allons étudier la trajectoire ainsi que les éléments orbitaux des débris suivants choisis comme exemples :

Numéro du débris	Taille caractéristique $L_c$ (m)	Masse (kg)	Section A ( $\text{m}^2$ )	Incrément de vitesse (km/s)
1	0,001	1,46608E-06	7,85E-07	0,784
2	0,005	1,83E-04	1,96E-05	0,549
3	0,01	1,47E-03	7,85E-05	0,457
4	0,02	7,04E-03	3,14E-04	0,373
5	0,03	1,76E-02	7,06E-04	0,329
6	0,04	3,37E-02	1,25E-03	0,299
7	0,05	5,58E-02	1,96E-03	0,277

Table 2. Données d'entrée des quatre débris étudiés

Les incréments de vitesse des débris ont été décomposés de manière aléatoire via une fonction disponible sur Matlab.

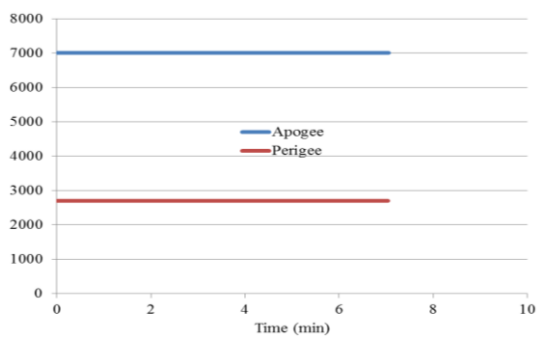
Numéro du débris	$L_c$ (m)	Incrément de vitesse (km/s)	$\Delta V_x$ (km/s)	$\Delta V_y$ (km/s)	$\Delta V_z$ (km/s)
1	0,001	0,784	0,766	-0,08	-0,145
2	0,005	0,549	0,441	0,012	0,327
3	0,01	0,457	-0,035	-0,452	0,06
4	0,02	0,3737	0,18	-0,109	-0,308
5	0,03	0,329	-0,161	0,279	0,0657
6	0,04	0,299	-0,207	-0,179	-0,12
7	0,05	0,277	0,084	-0,062	0,257

Table 3. Valeurs des composantes des incréments de vitesses

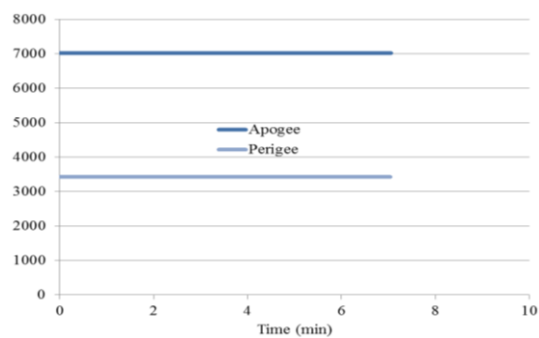
Les débris retombent sur Terre à différents moments :

- le débris 1 arrive sur Terre au bout de 7min39s,
- le débris 2 au bout de 8min11s,
- le débris 3 au bout de 5min40s,
- le débris 4 au bout de 6min47s,
- le débris 5 au bout de 8min43s,
- le débris 6 au bout de 6min16s,
- le débris 7 au bout de 7min20s.

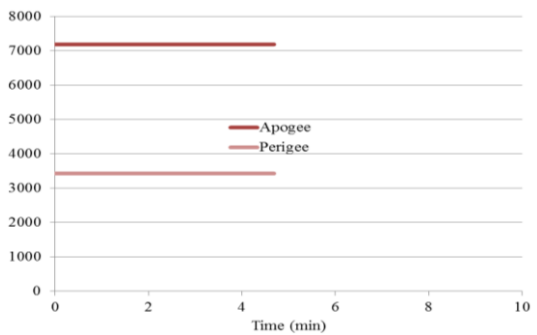
Les temps de rentrée sont très voisins pour ces sept débris. Il est à noter que le frottement sur les couches atmosphériques entraîne un échauffement du débris et produit dans la plupart des rentrées sa destruction avant son arrivée à la surface de la Terre.



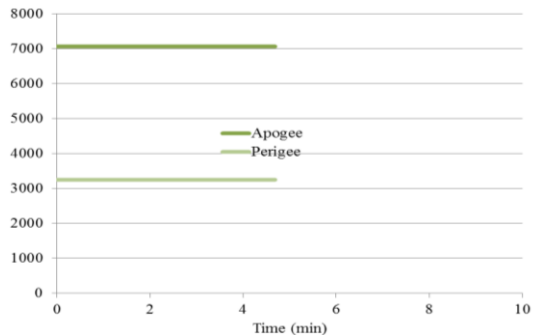
Débris 1



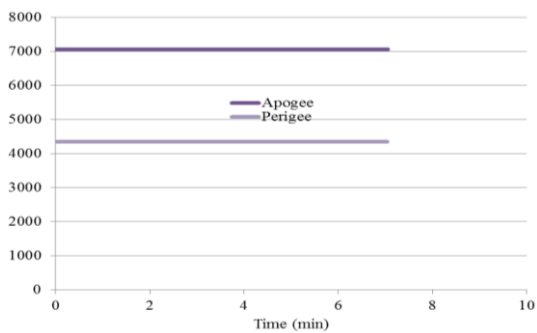
Débris 2



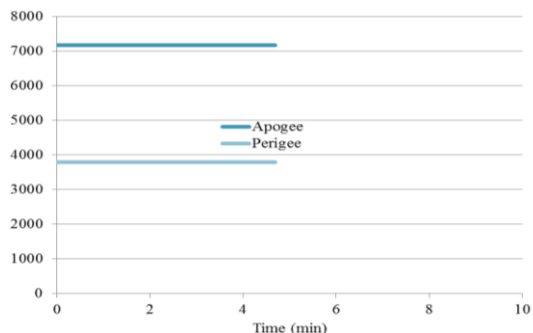
Débris 3



Débris 4



Débris 5



Débris 6

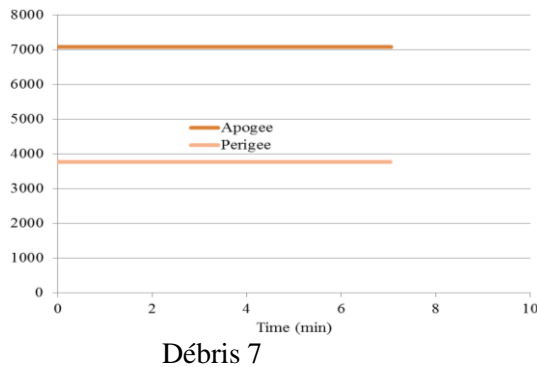


Figure 8. Apogée et périgée des débris

Ces résultats seront ultérieurement comparés avec ceux générés par un logiciel de l'Agence Spatiale Française (CNES). Le logiciel STELA (Semi-analytic Tool for End of Life Analysis software) est un propagateur d'orbite semi-analytique. Ce logiciel a été développé dans le cadre de la Loi sur les Opérations Spatiales (LOS) qui a pour but de limiter et stabiliser la population des débris en obligeant les opérateurs à faire rentrer sur Terre leur objet dans un délai de 25 ans au maximum. Le logiciel STELA permet ainsi de déterminer si l'objet étudié respecte ou non cette règle.

## 6. Conclusion

Il a été montré que la méthode de Runge-Kutta-Nystrom était une méthode simple et bien adaptée aux calculs de trajectoires des débris. Un exemple a été présenté pour la collision entre deux nanosatellites situés tous deux en orbite basse. L'étude sera poursuivie en recherchant l'évolution du nuage de débris sur une durée de plusieurs années, en introduisant l'effet de l'aplatissement de la Terre (terme  $J_2$  de perturbation en première approximation), les effets gravitationnels perturbateurs de la Lune et du Soleil et la pression radiative du Soleil. Il sera aussi possible d'introduire un modèle d'atmosphère plus complexe tenant compte des saisons et de la localisation des débris dans l'espace.

## Références

- [1] Ch. Lardier, Destruction orbitale involontaire, Air et Cosmos n°2160, 20 février 2009
- [2] J.-C. Liou, N.L. Johnson, Characterization of the cataloged Fengyun-1C fragments and their long-term effect on the LEO environment, *Advances in Space Research*, Volume 43, Issue 9, Pages 1407–1415, 1 May 2009
- [3] D. J. Kessler, et al., *Orbital Debris Environment for Spacecraft Designed to Operate in Low Earth Orbit*, NASA TM 100 471, Johnson Space Center, Houston, TX, 1989
- [4] S.-Y. Su, D.J. Kessler, Contribution of explosion and future collision fragments to the orbital debris environment, *Advances in Space Research*, Volume 5, Issue 2, 1985, Pages 25–34
- [5] United States Air Force Scientific Advisory Board, *Report on Space Surveillance, Asteroids and Comets, and Space Debris*, SAB-TR-96-04, Volume I: Space Surveillance June 1997
- [6] M. Swartwout, The First One Hundred CubeSats: A Statistical Look: *JoSS*, Vol. 2, No. 2, Pages 213-233, 2013
- [7] N.L. Johnson, P.H. Krisko, J.C. Liou and P.D. Anz-Meador, NASA's New Breakup Model of EVOLVE 4.0, *Advances in Space Research*, Vol. 28, N° 9, Pages 1377-1384, 2001
- [8] D.A. Vallado, Wayne D. McClain, *Fundamentals of Astrodynamics and Applications* Springer Science & Business Media, 958 pages, 30 juin 2001

- [9] A.E. Roy, *Orbital Motion*, Fourth Edition, CRC Press, 544 Pages, 31 déc. 2004
- [10] M. Rossi, Upgrade of the Semi-Deterministic Model to study the long term evolution of the space debris”, Final report, ESA/ESOC Contract No. 15857/01/D/HK(SC)
- [11] R. C. Reynolds, Review of current activities to model and measure the orbital debris environment in low earth orbit, *Advances in Space Research*, Volume 10, Issues 3–4, Pages 359–371, 1990
- [12] A. Rossi, A. Cordelli, C. Pardini, L. Anselmo, P. Farinella, Modelling the space debris evolution: two new computer codes, *Advances in the Astronautical Sciences*, Spaceflight Mechanics, 1995
- [13] S.-Y. Su, The velocity distribution of collisional fragments and its effect on future space debris environment, *Advances in Space Research*, Vol. 10, No. 3-4, Pages 389-392, 1990
- [14] H. Fraysse, V. Morand, C. Le Févre, F. Deleflie, S. Waillez, A. Lamy, Th. Martin, E. Perrot, Long term orbit propagation techniques developed in the frame of the French space act, 5<sup>th</sup> IPASS Conference: A Safer Space for a Safer World, Versailles, France, 17-19 Oct. 2011
- [14] R. Biancale, Les forces perturbatrices, Ecole de Géodésie Spatiale, Forcalquier, France, 2-6 Septembre 2002
- [15] L. Collatz, *The Numerical Treatment of Differential Equations*, Third Edition
- [16] LOI n° 2008-518 du 3 juin 2008 relative aux opérations spatiales
- [17] D.S. Mc Knight, Determination of breakup initial conditions, *J. Spacecraft*, Vol. 28, N° 4