

LAPORAN TAHUNAN HIBAH BERSAING



JUDUL:

**OPTIMISASI RUTE DISTRIBUSI *LIQUIFIED PETROLEUM GAS* (LPG)
DI KOTA YOGYAKARTA DENGAN MODEL *VEHICLE ROUTING PROBLEM* (VRP)
MELALUI PENDEKATAN *GOAL PROGRAMMING***

Tahun ke 1 dari rencana 2 tahun

Atmini Dhoruri, M.S./0010076006
Eminugroho Ratna Sari, M.Sc/0514048501
Dwi Lestari, M.Sc/ 0013058501

**Dibiayai oleh:
Direktorat Penelitian dan Pengabdian Masyarakat
Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi
Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Sesuai dengan Surat Perjanjian Pelaksanaan Penugasan Penelitian
Nomor: 035/APHB-BOPTN/UN34.21/2013, tanggal 18 Juni 2013**

**UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
LEMBAGA PENELITIAN DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT
NOVEMBER TAHUN 2013**

HALAMAN PENGESAHAN

Judul Kegiatan : Optimisasi Rute Distribusi Liquified Petroleum Gas (LPG) di Kota Yogyakarta dengan Model Vehicle Routing Problem (VRP) Melalui Pendekatan Goal Programming

Peneliti / Pelaksana
Nama Lengkap : ATMINI DHORURI
NIDN : 0010076006
Jabatan Fungsional :
Program Studi : Matematika
Nomor HP : 08122744139
Surel (e-mail) : atmini_uny@yahoo.co.id

Anggota Peneliti (1)
Nama Lengkap : EMINUGROHO RATNA SARI S.Si.,M.Sc.
NIDN : 0514048501
Perguruan Tinggi : UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

Anggota Peneliti (2)
Nama Lengkap : DWI LESTARI S.Si., M.Sc.
NIDN : 0013058501
Perguruan Tinggi : UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

Institusi Mitra (jika ada)
Nama Institusi Mitra :
Alamat :
Penanggung Jawab :
Tahun Pelaksanaan : Tahun ke 1 dari rencana 2 tahun
Biaya Tahun Berjalan : Rp. 40.000.000,00
Biaya Keseluruhan : Rp. 90.000.000,00

Mengetahui
Dekan FMIPA UNY



(Dr. Hartono)
NIP/NIK 196203291987021002

Yogyakarta, 26 - 11 - 2013,
Ketua Peneliti,

(ATMINI DHORURI)
NIP/NIK196007101986012001

Menyetujui,
Ketua LPPM UNY



(Prof. Dr. Anik Ghufro)
NIP/NIK 196211111988031001

RINGKASAN

Penelitian ini bertujuan untuk mengoptimasi rute distribusi gas LPG menggunakan *vehicle routing problem* (VRP) dengan metode *goal programming* yang penyelesaiannya dengan LINGO. Pada penelitian tahap awal, metode penelitian yang dilakukan untuk mencapai target adalah membentuk model *vehicle routing* yang optimal dengan mengembangkan metode *goal programming*, dan membuat prosedur pemrograman dengan LINGO untuk penyelesaian model. *Goal programming* memungkinkan untuk memperoleh hasil dengan tujuan lebih dari satu yang masing-masing tujuan saling bertentangan. Pada penelitian ini, ditentukan fungsi objektif mempunyai empat tujuan yaitu memaksimalkan kapasitas angkut kendaraan, meminimalkan total waktu pelayanan, meminimalkan biaya total untuk melayani pelanggan dan memaksimalkan jumlah pelanggan yang dilayani. Selanjutnya, dibuat bahasa pemrograman LINGO untuk penyelesaiannya. Untuk perubahan waktu maksimal penyelesaian rute, maka akan ada perubahan jumlah pelanggan yang dapat dilayani. Semakin sedikit waktu yang diberikan, maka semakin sedikit pula jumlah pelanggan yang dapat dilayani.

Kata kunci: *vehicle routing problem*, *goal programming*, LPG, LINGO.

PRAKATA

Alhamdulillah kami panjatkan puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga kami dapat menyelesaikan laporan penelitian dengan judul **“Optimisasi Rute Distribusi *Liquified Petroleum Gas* (LPG) Di Kota Yogyakarta dengan Model *Vehicle Routing Problem* (VRP) Melalui Pendekatan *Goal Programming*”** dengan baik.

Penelitian ini dilakukan dengan melibatkan tiga mahasiswa sebagai salah satu upaya untuk membantu mempercepat tugas akhir. Tak lupa kami ucapkan terimakasih kepada:

1. Direktorat Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat Dirjen Dikti Kemendikbud yang telah memberikan dana sehingga penelitian ini dapat berjalan dengan baik,
2. Rektor Universitas Negeri Yogyakarta
3. Lembaga penelitian Universitas Negeri Yogyakarta
4. Tim Peneliti atas kerjasama yang baik selama pelaksanaan penelitian.

Serta pihak yang tidak dapat kami sebutkan satu per satu. Kami menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam pembuatan laporan penelitian ini sehingga kami dengan sangat terbuka menerima saran dan kritik untuk kebaikan laporan ini.

Tim Peneliti

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
RINGKASAN.....	ii
PRAKATA.....	iii
DAFTAR ISI.....	iv
DAFTAR TABEL.....	v
DAFTAR GAMBAR.....	vi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
BAB II KAJIAN PUSTAKA.....	4
A. Distribusi Barang.....	4
B. <i>Vehicle Routing Problem</i>	4
C. <i>Goal Programming</i>	5
D. Model dan Penyelesaian <i>Goal Programming</i>	7
BAB III TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN.....	11
BAB IV METODE PENELITIAN	12
BAB V HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN.....	13
BAB VI RENCANA TAHAPAN BERIKUTNYA.....	23
BAB VII PENUTUP.....	24
A. Kesimpulan	24
B. Saran	24
DAFTAR PUSTAKA	25
LAMPIRAN – LAMPIRAN	
- Instrumen	
- Personalia Peneliti	
- Publikasi	

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Waktu Perjalanan antar Node	21
Tabel 2. Biaya Perjalanan antar Node	21
Tabel 3. Jumlah Permintaan dan Waktu Pelayanan untuk masing-masing Node	21
Tabel 4. Output	22

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Diagram *Fishbone*

12

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Hasil pemeriksaan kinerja Badan Pemeriksa Keuangan (BPK) terhadap konversi minyak tanah ke *Liquified Petroleum Gas* (LPG) oleh PT Pertamina (Persero) dinilai telah berhasil. Hasil pemeriksaan kinerja tersebut menunjukkan konversi minyak tanah ke LPG yang dilaksanakan tahun 2007-2012 telah dapat menghemat subsidi pemerintah senilai Rp20,99 triliun. Inilah keuntungan konversi minyak tanah ke LPG yang diperoleh pemerintah.

Keuntungan yang diperoleh masyarakat sebagai pemakai LPG, sesuai *tag line* Pertamina adalah “3 kali isinya 3 kali untungnya : lebih mudah dan hemat, lebih aman, dan lebih bersih”. Keuntungan pertama adalah lebih mudah dan hemat. Berdasarkan perhitungan Pertamina, jika sebuah rumah tangga menghabiskan satu liter minyak tanah setiap hari, maka dibandingkan dengan pemakaian LPG akan lebih hemat Rp 24.000,00 setiap bulannya. Keuntungan yang kedua adalah lebih aman. Pemakaian kompor gas lebih aman dari pada kompor minyak tanah karena resiko kompor minyak meledak lebih besar. Keuntungan yang ketiga adalah lebih bersih. Menurut laporan dari Kementerian Negara Lingkungan Hidup (2009), kandungan emisi gas karbon minyak tanah lebih besar dibanding LPG. Setiap pembakaran satu kilogram minyak tanah akan berpotensi menghasilkan emisi gas karbon sebesar 19,6 mg, sedangkan untuk pembakaran LPG satuan berat yang sama menghasilkan 17,2 mg. Menggunakan LPG, alat memasak juga akan lebih bersih.

Seiring dengan suksesnya program konversi minyak tanah ke LPG yang digulirkan pemerintah serta melihat keuntungan yang didapat seperti itu, masyarakat sudah banyak yang beralih menggunakan LPG. Karena itu kebutuhan LPG juga semakin besar dari tahun ke tahun. PT Pertamina Persero sebagai perusahaan produsen dan distributor telah memaksimalkan distribusi LPG ke seluruh wilayah nusantara. Namun demikian, kelangkaan LPG terkadang masih terjadi di beberapa daerah. Hal ini terjadi karena beberapa alasan, misalnya terlambatnya *dropping* LPG ke SPBE, dan terjadinya peningkatan jumlah permintaan melebihi jumlah LPG yang didistribusikan. Kelangkaan LPG dapat mengganggu stabilitas ekonomi suatu daerah. Hal ini membuat masalah distribusi menjadi hal penting yang diperhatikan. Berdasarkan sudut pandang matematika, keadaan ini termasuk dalam *Vehicle Routing Problem* (VRP).

Penelitian-penelitian mengenai model VRP terus dilakukan untuk mendapatkan keakuratan hasil. Anil&Nidhi (2008) menggunakan model VRP untuk mendistribusikan tabung-tabung LPG ke beberapa pabrik dengan pendekatan logistik. Sementara Ayadi&Benadada (2010) menggunakan VRP untuk distribusi LPG dengan mempertimbangkan waktu, ongkos angkut dan jenis kendaraan. Penyelesaian VRP yang dilakukannya dengan algoritma genetik.

Ada beberapa hal yang harus diperhatikan dalam masalah distribusi yaitu berapa jumlah barang yang disalurkan, berapa ongkos distribusi yang harus dikeluarkan, bagaimana alur distribusinya, serta kapan harus mendistribusikan. Perusahaan berusaha memenuhi jumlah permintaan konsumen salah satunya dengan meningkatkan volume produksinya. Peningkatan tersebut tentunya akan diikuti dengan peningkatan kegiatan distribusi sehingga biaya distribusi bertambah. Beberapa tujuan tersebut berbeda atau bertentangan sehingga perlu metode yang dapat memberikan solusi optimal yang merupakan titik temu (*trade-off*). Salah satu metode yang dapat menyelesaikan masalah dengan tujuan yang banyak dan berbeda adalah *Goal programming*.

Goal programming merupakan perluasan dari program linear (*linear programming*) untuk mencapai tujuan atau sasaran yang diinginkan. Pendekatan dasar dari *goal programming* adalah untuk menetapkan suatu tujuan yang dinyatakan dengan angka tertentu untuk setiap tujuan, merumuskan suatu fungsi tujuan, dan kemudian mencari penyelesaian dengan meminimumkan jumlah (tertimbang) penyimpangan-penyimpangan dari fungsi tujuan (Hillier dan Lieberman,1990). Metode matematis ini menyelesaikan masalah menjadi optimal dengan tujuan lebih dari satu (*multi objective*). Secara matematis, pada metode ini variabel keputusan harus didefinisikan terlebih dahulu. Tujuan-tujuan yang diharapkan harus didispefifikasikan berdasar tingkat kepentingannya. Kemudian dicari solusi optimal yang meminimumkan total penyimpangan tujuan dari target yang ditentukan.

Berdasarkan uraian tersebut, metode *Goal programming* berpotensi untuk digunakan, karena mampu menyelesaikan masalah menjadi optimal dengan tujuan lebih dari satu (*multi objective*). Metode ini akan diterapkan dengan data dari perusahaan LPG di Kota Yogyakarta dan disimulasikan dengan bantuan program komputer LINGO.

B. Batasan dan Rumusan Masalah

Penelitian ini hanya akan membahas rute LPG di Kota Yogyakarta. Diasumsikan bahwa kendaraan pengangkut homogen sehingga jumlah LPG yang dapat dibawa sama, kecepatan kendaraan konstan, jumlah permintaan konstan, selalu tersedia kendaraan angkut dan pelanggan dapat dikunjungi satu kali dalam periode waktu yang ditetapkan.

Dirumuskan permasalahan dari penelitian ini yaitu

1. Bagaimana mengembangkan metode penyelesaian dalam pemodelan *vehicle routing problem* dengan keakuratan yang tinggi?
2. Bagaimana membuat program dengan LINGO untuk penyelesaian model?
3. Bagaimana mengaplikasikan metode yang dikembangkan untuk optimasi rute distribusi *Liquified Petroleum Gas* (LPG) di Kota Yogyakarta?

C. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk

1. Mengembangkan metode penyelesaian dalam pemodelan *vehicle routing problem* dengan keakuratan yang tinggi.
2. Membuat program dengan LINGO untuk penyelesaian model.
3. Mengaplikasikan metode yang dikembangkan untuk optimasi rute distribusi *Liquified Petroleum Gas* (LPG) di Kota Yogyakarta.

D. Rencana/Disain Pelaksanaan Penelitian

Studi literatur mencakup di dalamnya pengembangan model matematika. Sedangkan studi lapangan dilakukan untuk mendapatkan data dari Perusahaan gas LPG di Yogyakarta. Penelitian ini termasuk dalam penelitian penerapan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan mengumpulkan informasi baik dari buku atau jurnal yang berkaitan dengan metode *goal programming* dan menerapkannya untuk menentukan rute optimal distribusi gas LPG. Pada penelitian ini, yang akan dianalisa adalah data dari perusahaan gas LPG di Yogyakarta.

Adapun tahapan rincinya meliputi:

- a. Identifikasi masalah
- b. Pengumpulan data dan informasi yang relevan dengan masalah yang dihadapi
- c. Pembentukan asumsi dasar sebagai acuan untuk simplifikasi atau pembatasan masalah
- d. Formulasi masalah dengan deskripsi matematis
- e. Analisis untuk mencari solusi matematis
- f. Interpretasi solusi & validasi model.

Langkah-langkah tersebut dilakukan berulang-ulang untuk melakukan validasi model dan untuk memperoleh hasil yang realistis. Tahapan akhir adalah kesimpulan untuk pengambilan keputusan.

E. Hasil/Sasaran

Penelitian ini merupakan penelitian lanjutan dari penelitian sebelumnya yang diharapkan dapat menjadi langkah awal dalam menyusun model *vehicle routing problem* yang penyelesaiannya tidak hanya mempertimbangkan jarak. Hasil dari penelitian melalui *goal programming* diharapkan mampu memperbaiki rute distribusi LPG di Kota Yogyakarta. Secara ilmiah, hasil penelitian telah dipublikasikan pada seminar internasional, yaitu pada *2nd IndoMS International Conference on Mathematics and its Applications* pada tanggal 6 – 7 November 2013. Dipresentasikan sebanyak 2 makalah dengan judul

1. Solving Capacitated Vehicle Routing Problems with Time Windows by Goal Programming Approach
2. A Goal Programming Approach to Solve Vehicle Routing Problem Using LINGO

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Distribusi Barang

Kegiatan ekonomi secara sederhana dapat dibagi tiga kegiatan yaitu :

1. Produksi

Adalah segala kegiatan yang diarahkan untuk menciptakan / mempertinggi kegunaan (*utility*) suatu barang sehingga mampu memenuhi kebutuhan manusia.

2. Distribusi

Adalah penyaluran barang dari suatu tempat ke tempat lainnya atau dari produsen ke konsumennya untuk dimanfaatkan.

3. Konsinyasi

Adalah kegiatan untuk menghasilkan dan mengurangi nilai barang atau jasa.

Membeli atau menjual merupakan fungsi –fungsi pertukaran melalui usaha – usaha para penjual. Distribusi barang – barang secara fisik telah dilakukan dan kekuatan permintaan serta penawaran kerjasama untuk menentukan harga.

Distribusi adalah kegiatan menyalurkan barang-barang dan jasa-jasa dari produsen ke konsumen. Tujuan diadakannya distribusi adalah untuk meningkatkan daya guna tempat dan daya guna waktu.

Fungsi distribusi yaitu sebagai berikut:

1. Fungsi pokok: pembelian, penjualan, transportasi, pergudangan, dan menanggung resiko.
2. Fungsi tambahan: penyortiran, pengepakan dan penyampaian informasi.

Sasaran distribusi adalah untuk meningkatkan penjualan barang dan efisiensi usaha. Faktor-faktor yang mempengaruhi saluran distribusi adalah pasar, barang, perusahaan, dan kebiasaan pembeli.

Ada 3 sistem distribusi yang harus diketahui, yaitu:

1. Sistem distribusi langsung: produsen – konsumen (tanpa perantara).
2. Sistem semi tak langsung: produsen – perantara (milik produsen) – konsumen.
3. Sistem tak langsung: produsen – perantara (orang lain) – konsumen.

Dalam hal ini, PT.Pertamina sebagai perusahaan distribusi gas LPG ke agen LPG di wilayah Yogyakarta.

B. *Vehicle routing problem*

Menurut Fariborz Jolai (2008):

Vehicle Routing Problem (VRP) is a well known combinatorial optimization problem arising in transportation management and logistics. VRP involves the determination of a set of routes for a fleet of vehicles, starting and ending at a depot and serving a set of customers with known

demands. Each customer must be visited by one of these routes and all the customers must be assigned to vehicles such that the restrictions on the capacity of vehicles and the duration of a route are met. The objective of the problem is to minimize the total cost of the set of routes.

Vehicle Routing Problem adalah permasalahan bagaimana menentukan sebuah rute yang terdiri atas beberapa lokasi tujuan. Lokasi tujuan tersebut tersebar secara geografis dan memiliki jarak yang berbeda-beda. Akan disusun sebuah rute kunjungan kendaraan yang berawal dari depot dan akan berakhir di depot kembali. Tujuannya adalah untuk meminimumkan total jarak dari semua rute.

C. Goal Programming

Goal programming merupakan perluasan dari program linear (*linear programming*). *Goal programming* adalah salah satu metode matematis yang dipakai sebagai dasar mengambil keputusan untuk menganalisa dan mencari solusi optimal yang melibatkan banyak tujuan (*multi objektif*). Pendekatan dasar dari *goal programming* adalah untuk menetapkan suatu tujuan yang dinyatakan dengan angka tertentu untuk setiap tujuan, merumuskan suatu fungsi tujuan, dan kemudian mencari penyelesaian dengan meminimumkan jumlah (tertimbang) penyimpangan-penyimpangan dari fungsi tujuan (Hillier dan Lieberman,1990). Metode *Goal programming* digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi pada perencanaan produksi. Metode goal programming telah banyak diterapkan dalam penelitian-penelitian terdahulu sebagai solusi pemecahan masalah dalam pengambilan masalah multi tujuan.

Widandi Soetopo (1992) dalam Anis, dkk (2007), dalam jurnal “Penerapan Metode *Goal Programming* dalam Menyelesaikan Model Perencanaan pada Operasi Waduk”, menggunakan metode *goal programming* dalam mengoperasikan waduk untuk mengetahui titik-titik kebutuhan sebaik mungkin. Hasilnya adalah pola operasi waduk dalam bentuk lepasan air bulanan waduk dan volume awal waduk. Dari penelitian tersebut didapat bahwa kemampuan goal programming untuk memberikan level prioritas yang berbeda pada titik kebutuhan merupakan ciri tersendiri yang bisa dimanfaatkan.

Charles D & Timothy Simpson (2002), dalam paper “*Goal Programming Applications in Multidisciplinary Design Optimization*”, mendapatkan bahwa goal programming sangat cocok digunakan untuk masalah-masalah multi tujuan karena melalui variabel deviasinya, *goal programming* secara otomatis menangkap informasi tentang pencapaian relatif dari tujuan-tujuan yang ada. Oleh karena itu, solusi optimal yang diberikan dapat dibatasi pada solusi layak (*feasible*) yang mengabungkan ukuran-ukuran performansi yang diinginkan.

Boppana Chodary & Jannes Slomp (2002), dalam paper “*Production Planning Under Dynamic Product Environment : A Multi-objective Goal Programming Approach*”, memaparkan

bahwa goal programming dapat diterapkan secara efektif dalam perencanaan produksi, karena metode *goal programming* potensial untuk menyelesaikan aspek-aspek yang bertentangan antara elemen-elemen dalam perencanaan produksi, yaitu konsumen, produk, dan proses manufaktur.

Dari beberapa uraian di atas, *goal programming* merupakan metode yang tepat digunakan dalam pengambilan keputusan untuk mencapai tujuan-tujuan yang bertentangan di dalam batasan-batasan dalam kegiatan distribusi. Metode *goal programming* juga membantu memperoleh solusi optimal yang paling mendekati sasaran yang diinginkan. Beberapa tujuan yang dirumuskan dalam *Goal programming* meliputi: meminimumkan biaya total pelayanan customer, memaksimalkan banyaknya customer yang dilayani, meminimumkan total waktu tunggu, dan menghindari kelebihan kapasitas angkut kendaraan. Adapun tujuan akhir penelitian ini adalah meminimumkan total jarak dari semua rute ke pengecer gas LPG.

Selanjutnya, masalah *Goal programming* dapat dituliskan sebagai berikut, diberikan

$$\sum_{j=1}^n c_{jk} x_j = b_k$$

dengan

- x_1, x_2, \dots, x_n : variabel keputusan
- m : banyaknya tujuan yang dipertimbangkan
- c_{jk} : koefisien x_j pada fungsi objektif untuk setiap tujuan k .
- b_k : target untuk tujuan ke k .

dan $j = 1, 2, \dots, n$
 $k = 1, 2, \dots, m$.

Metode goal programming menyelesaikan masalah dengan meminimumkan penyimpangan-penyimpangan dari target. Karena ada beberapa target dan tidak mungkin semua target dapat terpenuhi, maka perlu dibentuk fungsi objektif baru secara menyeluruh dengan asumsi penyimpangan bisa negatif atau positif, yakni

$$\sum_{k=1}^m \left| \sum_{j=1}^n c_{jk} x_j - b_k \right|.$$

Persamaan di atas merupakan fungsi objektif *goal programming* yang terbatas pada penimpangan target. Jika penyimpangan target dituliskan sebagai d_k , maka secara umum, masalah goal programming dapat dituliskan sebagai berikut,

$$Z_{\min} = \sum_{k=1}^m (d_k^+ + d_k^-)$$

kendala:

$$\sum_{k=1}^m c_{jk} x_j - (d_k^+ - d_k^-) = b_k$$

$$\forall x_j, d_k^+, d_k^- \geq 0.$$

Dari rumusan di atas, setiap target dimasukkan dalam persamaan kendala yang melibatkan variabel deviasi d_k^+, d_k^- . Dalam *goal programming*, yang dinilai adalah deviasi tujuan, sasaran atau target dan bukan tingkat kegiatannya.

Ada 2 metode dalam menyelesaikan permasalahan *goal programming*. Kedua metode sama-sama menggabungkan tujuan yang banyak menjadi tujuan tunggal. Kedua metode tersebut adalah:

1. Metode *preemptive*
2. Metode *non-preemptive* (pembobotan)

Pada metode *preemptive*, pembuat keputusan harus membuat prioritas (rangking) terhadap tujuan yang ingin dicapai sesuai dengan tingkat kepentingan masing-masing tujuan.

Meminimumkan $G_i, i=1,2,\dots,n$

Fungsi Tujuan: Meminimumkan $G_i = p_i$ (prioritas tertinggi)

Meminimumkan $G_n = p_n$ (prioritas terendah).

Pada metode *non-preemptive*, masing-masing koefisien pada fungsi tujuan dapat diberikan bobot yang berbeda-beda sesuai dengan kepentingan. Misalkan dalam model *goal programming* terdapat n tujuan dan pada tujuan ke- i diberikan fungsi sebagai berikut:

Meminimumkan $G_i, i=1,2,\dots,n$. Bentuk kombinasi dari fungsi tujuan dengan metode pembobotan adalah:

Meminimumkan $Z = w_1 G_1 + w_2 G_2 + \dots + w_n G_n$.

D. Model dan Penyelesaian *Goal Programming*

Goal programming merupakan bentuk khusus atau pengembangan dari program linear, karena itu seluruh asumsi, notasi, formulasi model matematika, prosedur perumusan model dan penyelesaiannya tidak berbeda dengan program linear. Perbedaannya hanya pada munculnya sepasang variabel deviasi dalam fungsi tujuan dan fungsi kendala masalah *goal programming*.

Goal programming berusaha meminimumkan simpangan atau deviasi dalam berbagai tujuan yang ada. Artinya ruas kiri suatu persamaan kendala sebisa mungkin samadengan ruas kanannya. Terdapat dua tipe kendala dalam *goal programming* yaitu kendala tujuan dan kendala teknologi. Kendala teknologi adalah kendala yang berhubungan dengan kapasitas sumber dan kendala lain yang bukan terhadap tujuan. Sedangkan kendala tujuan mewakili atau menggambarkan objek tujuan yang dinyatakan sebagai urutan prioritas.

Menurut Hamdy A. Taha (2007 : 329) terdapat dua metode untuk menyelesaikan masalah goal programming yang tujuannya memiliki urutan prioritas, yaitu metode pembobotan (*weights method*) dan metode rangking (*preemptive method*). Kedua metode ini sama - sama menggabungkan fungsi tujuan yang ada menjadi satu. Pada dasarnya kedua metode ini berbeda karena secara prosedur penyelesaiannya berbeda. Tetapi tidak berarti salah satu metode lebih baik dari metode yang lain karena keduanya sama – sama dibuat untuk menyelesaikan tujuan dengan prioritas.

Pada metode pembobotan (*weights method*), masing-masing koefisien pada fungsi tujuan dapat diberikan bobot yang berbeda-beda sesuai dengan kepentingan. Misalkan dalam model *goal programming* terdapat n tujuan dan pada tujuan ke- i diberikan fungsi sebagai berikut:

Meminimumkan $G_i, i=1,2,\dots,n$.

Bentuk kombinasi dari fungsi tujuan dengan metode pembobotan adalah:

Meminimumkan $Z = w_1G_1 + w_2G_2 + \dots + w_nG_n$.

Pada metode rangking (*preemptive method*), pembuat keputusan harus membuat prioritas (rangking) terhadap tujuan yang ingin dicapai sesuai dengan tingkat kepentingan masing-masing tujuan.

Meminimumkan $G_i, i= 1,2,\dots,n$

Fungsi Tujuan: Meminimumkan $G_i = p_i$ (prioritas tertinggi)

Meminimumkan $G_n = p_n$ (prioritas terendah).

Bentuk umum goal programming adalah sebagai berikut

Meminimumkan $Z = \sum_{i=1}^m w_{ki} (d_i^- + d_i^+)$ untuk metode pembobotan

$$Z = \sum_{i=1}^m w_{ki} d_i^- + w_{ki} d_i^+$$

Meminimumkan $Z = \sum_{i=1}^m P_k (d_i^- + d_i^+)$ untuk metode rangking

$$Z = \sum_{i=1}^m P_k d_i^- + P_k d_i^+$$

Kendala Tujuan $\sum_{i=1}^m a_{ij}x_j + d_i^- + d_i^+ = b_i^+$

Untuk $i = 1, 2, \dots, m$

$j = 1, 2, \dots, n$

Kendala Teknologi $\sum_{j=1}^n g_jx_j \leq c_k$ atau $\sum_{j=1}^n g_jx_j \geq c_k$

Untuk $k = 1, 2, \dots, p$

$j = 1, 2, \dots, n$

Kendala Non Negatif $x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0^+$ (2.10)

$$d_i^- + d_i^+ = 0$$

dengan:

d_i^- : jumlah unit simpangan yang kekurangan (-) terhadap tujuan b_i

d_i^+ : jumlah unit simpangan yang kelebihan (+) terhadap tujuan b_i

- w_i^- : Bobot yang diberikan kepada suatu unit simpangan yang kekurangan terhadap tujuan b_i
- w_i^+ : Bobot yang diberikan kepada suatu unit simpangan yang kekurangan terhadap tujuan b_i
- a_{ij} : Koefisien teknologi fungsi kendala tujuan, yaitu yang berhubungan dengan tujuan peubah pengambilan keputusan (x_j)
- x_j : Peubah pengambilan keputusan
- b_i : Tujuan atau target yang ingin dicapai
- g_{kj} : Koefisien teknologi fungsi kendala struktural
- c_k : jumlah sumber daya k yang tersedia
- m : Banyaknya tujuan
- n : Banyaknya kendala teknologi

Model goal programming ini merupakan masalah pengoptimuman yang bertujuan untuk meminimumkan simpangan positif maupun simpangan negatif dari tujuan yang telah diterapkan. Berbagai tujuan yang ada diwakili oleh variabel simpangan yang berhubungan dengan tujuan tersebut.

Menurut Hamdy A. Taha (2007 : 329) metode pembobotan dan metode ranking sama - sama menggabungkan fungsi tujuan yang ada menjadi satu. Setelah fungsi tujuannya digabungkan menjadi satu maka model goal programming ini dapat dilihat sebagai masalah linear programming dengan variabel keputusan berupa variabel simpangan. Oleh sebab itu algoritma simpleks dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah ini. Algoritma simpleks juga menjamin persyaratan non negatif sehingga kendala non negatif goal programming terpenuhi.

Simpangan positif dan simpangan negatif tidak dapat terjadi secara sekaligus atau simultan. Maka salah satu dari variabel simpangan yang negatif atau yang positif sama dengan nol, atau kedua variabel simpangannya sama dengan nol yang artinya target memenuhi dengan sangat memuaskan karena tanpa ada simpangan.

Model goal programming metode pembobotan dapat dinyatakan dalam tabel simpleks sebagai berikut:

x	x_1	x_2	...	x_n	d_1^-	d_1^+	...	d_m^-	
	d_m^+								
	0	0	...	0	w_i^-	w_i^+	...	w_i^-	Σ
	w_i^+								w_i^-
	a_{11}	a_{11}	...	a_{11}	1	-1	...	0	b
	0								1

		$a_{21} \quad a_{11} \quad \dots \quad a_{11} \quad 0 \quad 0 \quad 0$ 0	b 2
		$\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$	\dots
		$a_{m1} \quad a_{m2} \quad \dots \quad a_{mm} \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 1$ -1	b m
	Z_j		
	$Z_j - c_j$		

Setelah model goal programming tersebut diselesaikan dengan metode simpleks maka diperoleh nilai dari variabel x_1 sampai x_n , yang membuat masalah menjadi optimal. Selain itu juga diperoleh nilai dari variabel – variabel simpangan yang diartikan sebagai seberapa menyimpang dari tujuan, tetapi simpangan yang diperoleh tetap yang paling minimal.

BAB III

TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN

A. Tujuan Penelitian

Penelitian Hibah Bersaing dengan judul : “Optimisasi Rute Distribusi *Liquified Petroleum Gas* (LPG) Di Kota Yogyakarta dengan Model *Vehicle Routing Problem* (VRP) Melalui Pendekatan *Goal Programming*” bertujuan untuk:

1. Mengembangkan metode penyelesaian dalam pemodelan *vehicle routing problem* dengan keakuratan yang tinggi.
2. Membuat program dengan LINGO untuk penyelesaian model.
3. Mengaplikasikan metode yang dikembangkan untuk optimasi rute distribusi *Liquified Petroleum Gas* (LPG) di Kota Yogyakarta.

B. Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat untuk mengatasi masalah distribusi LPG di Kota Yogyakarta. Masalah rute distribusi meliputi penentuan rute optimal distribusi LPG sehingga dikembangkan model *vehicle routing problem* (VRP). Selanjutnya, diperoleh model VRP menggunakan pendekatan Goal Programming. Untuk memudahkan komputasi digunakan program LINGO sehingga diperoleh bahasa pemrograman dengan LINGO untuk menyelesaikan model VRP dengan pendekatan Goal Programming. Hasil penelitian ini dapat digunakan untuk bahan referensi penelitian berikutnya.

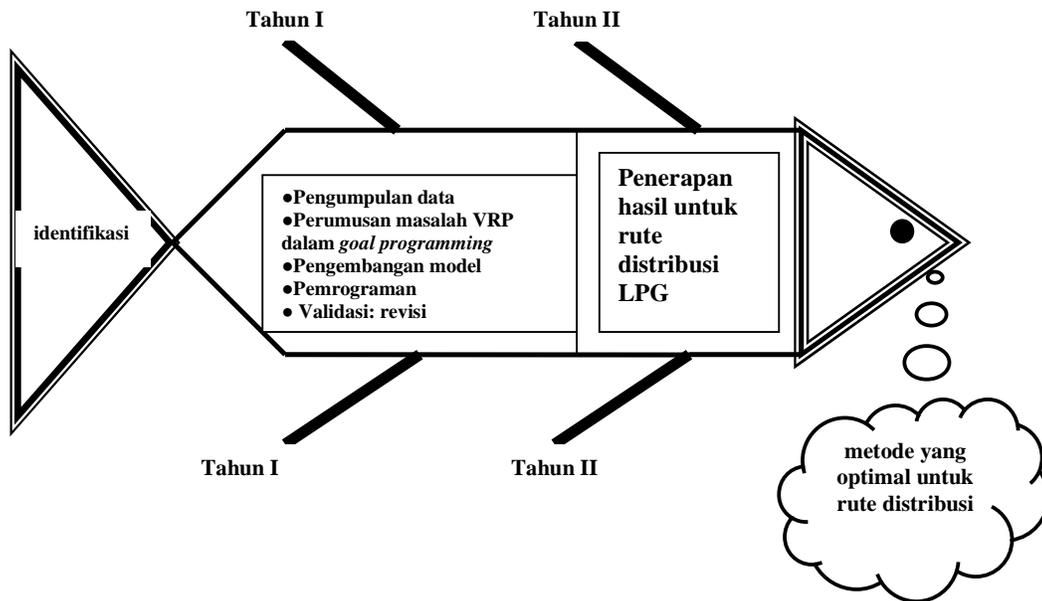
BAB IV METODE PENELITIAN

Studi literatur & studi lapangan. Studi ini dilakukan pada waktu awal penelitian. Studi literatur ini mencakup di dalamnya pengembangan model matematika. Sedangkan studi lapangan dilakukan untuk mendapatkan data dari Perusahaan gas LPG di Yogyakarta. Penelitian ini termasuk dalam penelitian penerapan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan mengumpulkan informasi baik dari buku atau jurnal yang berkaitan dengan metode *goal programming* dan menerapkannya untuk menentukan rute optimal distribusi gas LPG. Pada penelitian ini yang akan dianalisa adalah data dari perusahaan gas LPG di Yogyakarta.

Adapun tahapan rincinya meliputi:

- a. Identifikasi masalah
- b. Pengumpulan data dan informasi yang relevan dengan masalah yang dihadapi
- c. Pembentukan asumsi dasar sebagai acuan untuk simplifikasi atau pembatasan masalah
- d. Formulasi masalah dengan deskripsi matematis
- e. Analisis untuk mencari solusi matematis
- f. Interpretasi solusi & validasi model.

Langkah langkah diatas dilakukan berulang-ulang untuk melakukan validasi model dan untuk memperoleh hasil yang realistis. Tahapan akhir adalah kesimpulan untuk pengambilan keputusan.



Gambar 1. Diagram *Fishbone*

BAB V

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Model matematika penentuan rute distribusi LPG telah diperoleh berdasarkan kajian VRP

Model akan dibahas sebagai berikut.

a. Formulasi Masalah

Kemampuan *goal programming* untuk menyelesaikan masalah dengan adanya beberapa tujuan, yang masing-masing tujuan dapat saling bertentangan, maka VRP dalam penentuan rute distribusi LPG dapat diselesaikan menggunakan metode ini. Penentuan rute distribusi LPG dalam penelitian ini memperhatikan beberapa hal, yaitu (1) kapasitas angkut kendaraan, (2) waktu distribusi, (3) biaya distribusi, dan (4) jumlah pelanggan yang dapat terlayani.

Pemasaran LPG 3kg dimulai dari Filling Plant/SPPBE/SPPEK/SPBE yang selanjutnya disalurkan ke agen – agen. Agenlah yang bertugas mendistribusikan tabung – tabung LPG 3kg ke pangkalan – pangkalan yang dibawahinya menggunakan truk. Dengan demikian, untuk mempermudah penulisan, didefinisikan **pelanggan** untuk menyatakan pangkalan LPG. **Depot** untuk menyatakan agen LPG.

Rute yang diperoleh terbatas oleh beberapa kendala, antara lain:

1. Setiap pelanggan hanya dapat dikunjungi tepat satu kali
2. Setiap rute perjalanan berawal dan berakhir di depot
3. Untuk setiap kendaraan yang telah selesai mengunjungi pelanggan, akan langsung meninggalkan pelanggan tersebut (kekontinuan rute).
4. Tidak terdapat *subtour* pada rute yang dibentuk
5. Total biaya perjalanan tidak melebihi biaya maksimal yang ditetapkan
6. Total waktu distribusi tidak melebihi waktu maksimal yang ditetapkan.

Pada model ini, diasumsikan kapasitas kendaraan homogen, kecepatan kendaraan dalam melakukan perjalanan selalu konstan, jumlah permintaan konstan, selalu tersedia kendaraan angkut dan pelanggan dapat dikunjungi satu kali dalam periode waktu yang ditetapkan.

b. Model Matematika

Didefinisikan suatu graf $G(N', A)$ merupakan graf berarah yang merepresentasikan jaringan distribusi. Himpunan $N = \{1, 2, \dots, n\}$ adalah himpunan simpul-simpul yang mewakili tiap lokasi pelanggan. $N' = \{0, 1, 2, \dots, n, n + 1\}$ merupakan himpunan yang anggotanya adalah simpul 0 untuk menyatakan depot, simpul-simpul yang menyatakan tiap lokasi pelanggan, dan simpul $n + 1$ untuk menyatakan depot semu dari depot 0. Sedangkan $A = \{(i, j): i, j \in N'\}$ adalah himpunan garis berarah yang menghubungkan dua simpul. Hal ini merepresentasikan ruas jalan yang menghubungkan antara dua pelanggan atau depot dengan pelanggan.

Selanjutnya, didefinisikan q_i adalah jumlah permintaan pelanggan i , s_i adalah waktu pelayanan pelanggan i , t_{ij} adalah waktu perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j , c_{ij} adalah biaya perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j , dan Q adalah kapasitas angkut kendaraan. Himpunan rute perjalanan kendaraan didefinisikan $R = \{1, 2, \dots, k\}$. TR_k adalah total waktu distribusi pada rute k , B_k adalah total biaya perjalanan rute k , UC adalah biaya perjalanan maksimal yang ditetapkan, UT adalah waktu perjalanan maksimal yang ditetapkan.

Berikut merupakan beberapa variabel yang digunakan:

a. Variabel Keputusan

- 1) Variabel keputusan x_{ij}^k untuk menyatakan ada tidaknya perjalanan dari simpul i ke j dalam rute k .

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{jika terdapat perjalanan kendaraan dari } i \text{ ke } j \text{ pada rute } k \\ 0, & \text{jika tidak ada perjalanan kendaraan dari } i \text{ ke } j \text{ pada rute } k \end{cases} \quad (3.1)$$

- 2) Variabel y_i^k untuk menyatakan dikunjungi atau tidak simpul i pada rute k .

$$y_i^k = \begin{cases} 1, & \text{jika simpul } i \text{ dikunjungi pada rute } k \\ 0, & \text{jika simpul } i \text{ tidak dikunjungi pada rute } k \end{cases} \quad (3.2)$$

- 3) Variabel yang berhubungan dengan waktu pelayanan.

w_i^k adalah waktu mulai pelayanan simpul i pada rute k

b. Variabel Simpangan

Pada penelitian ini, dibahas untuk empat tujuan. Tujuan yang pertama adalah memaksimalkan kapasitas angkut kendaraan, dengan kata lain kapasitas kendaraan yang dimiliki harus dimaksimalkan untuk memenuhi kebutuhan pelanggan disetiap rutenya. Dibentuk variabel simpangan negatif pada setiap rute perjalanan untuk menampung simpangan berupa kekurangan muatan dari kapasitas kendaraan yang dimiliki,

$$\sum_{k \in R} d_{1k}^- = \text{variabel simpangan negatif dari tujuan pertama.}$$

Tujuan kedua adalah meminimumkan total waktu pelayanan. Dibentuk variabel simpangan positif dari tujuan kedua untuk menampung simpangan berupa waktu yang melebihi waktu distribusi yang ditetapkan,

$$d_2^+ = \text{variabel simpangan positif dari tujuan kedua}$$

Tujuan yang ketiga adalah meminimumkan total biaya distribusi. Simpangan yang tidak diharapkan adalah biaya totalnya melebihi dari biaya perjalanan yang disediakan. Variabel simpangan yang dibutuhkan adalah simpangan positif yaitu berupa biaya yang melebihi biaya total perjalanan. Dibentuklah variabel simpangan positif dari tujuan ketiga untuk menampung simpangan melebihi biaya total pelayanan, katakan

$$d_3^+ = \text{variabel simpangan positif dari tujuan ketiga.}$$

Tujuan keempat adalah memaksimalkan banyaknya pelanggan yang dilayani. Simpangan yang kemungkinan terjadi adalah jumlah dari pelanggan yang dilayani kurang dari target yang diinginkan. Simpangan ini berupa jumlah pelanggan yang tidak dapat terlayani. Didefinisikan,

$$d_{4i}^- = \begin{cases} 0, & \text{jika pelanggan } i \text{ dapat terlayani} \\ 1, & \text{jika pelanggan } i \text{ tidak dapat terlayani.} \end{cases}$$

Sehingga simpangan yang berupa jumlah pelanggan yang tidak dapat terlayani dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\sum_{i \in A} d_{4i}^- = \text{variabel simpangan negatif dari tujuan keempat.}$$

Setelah semua variabel didefinisikan, berikut dibentuk model matematika VRP yang dirumuskan dalam bentuk *goal programming*.

a. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan dari *goal programming* adalah meminimumkan simpangan atau meminimumkan jumlah semua variabel simpangan yang ada. Penelitian ini menggunakan metode pembobotan, katakan setiap variabel simpangan diberi bobot ω_i . Dirumuskan fungsi tujuan yang meminimumkan variabel simpangan dari tujuan satu sampai empat sebagai berikut.

Meminimumkan

$$Z = \omega_1 \sum_{k \in R} d_{1k}^- + \omega_2 d_2^+ + \omega_3 d_3^+ + \omega_4 \sum_{i \in A} d_{4i}^- . \quad (3.3)$$

b. Kendala Tujuan

Kendala tujuan *goal programming* merupakan kendala yang berhubungan langsung dengan tujuan yang ditetapkan, sehingga dalam model ini terdapat empat kendala tujuan

1) Memaksimalkan kapasitas angkut kendaraan

Kapasitas kendaraan pada rute k adalah jumlah alokasi/kebutuhan setiap pelanggan pada rute k harus kurang dari kapasitas angkut kendaraan. Kapasitas kendaraan yang ada harus dimaksimalkan untuk memenuhi kebutuhan tiap pelanggan, atau diusahakan total kebutuhan simpul pada k sama dengan kapasitas kendaraan, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut

$$\sum_{i \in N} q_i y_i^k = Q , \quad \forall k \in R. \quad (3.4)$$

Akan tetapi jumlah alokasi tiap simpul pada suatu rute belum tentu sama dengan kapasitas angkut kendaraan, karena alokasi tiap simpul beragam. Oleh karena itu, perlu variabel simpangan negatif untuk menampung simpangan pada kejadian total kebutuhan simpul pada rute k kurang dari kapasitas angkut kendaraan. Ruas kiri persamaan (3.4) perlu ditambahkan variabel simpangan negatif dari tujuan pertama (d_1^-), sehingga diperoleh

$$\sum_{i \in N} q_i y_i^k + d_{1k}^- = Q , \quad \forall k \in R. \quad (3.5)$$

2) Meminimumkan total waktu distribusi

Didefinisikan waktu distribusi pada rute k adalah jumlah total waktu yang dibutuhkan untuk melayani setiap simpul pada rute k , ditambah total waktu perjalanan kendaraan antar simpul pada rute k . Waktu distribusi pada rute k dinotasikan TR_k . TR_k dapat dituliskan sebagai berikut,

$$TR_k = \sum_{i \in 0 \cup N} \sum_{j \in N \cup n+1} t_{ij} x_{ij}^k + \sum_{i \in N} s_i y_i^k, \forall k \in R. \quad (3.6)$$

Tujuan kedua adalah meminimumkan total waktu distribusi, sehingga didefinisikan persamaan (3.7) untuk menjamin total waktu distribusi minimal sebagai berikut.

$$\sum_{k \in R} TR_k - d_{4k}^- = 0 \quad (3.7)$$

Berdasarkan persamaan (3.7), d_{4k}^- juga merupakan total waktu distribusi. Sehingga persamaan (3.7) dapat menjamin total waktu distribusi minimal, karena dalam persamaan (3.3) variabel simpangan d_{4k}^- akan diminimalkan.

3) Meminimumkan biaya total distribusi

Biaya distribusi pada suatu rute k adalah jumlahan dari biaya distribusi (c_{ij}) dari satu pelanggan (i) ke pelanggan lain (j) yang ada pada rute k . Sebelumnya x_{ij}^k telah didefinisikan pada persamaan (3.1), bernilai satu jika terdapat perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j pada rute k dan nol jika tidak ada perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j pada rute k , sehingga jika c_{ij} dikali x_{ij}^k akan bernilai c_{ij} jika terdapat pelanggan dari pelanggan i ke pelanggan j dan nol jika tidak ada perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j . Biaya distribusi rute k dapat dituliskan,

$$B_k = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot x_{ij}^k, \quad \forall k \in R. \quad (3.8)$$

Tujuan ketiga adalah meminimumkan biaya perjalanan. Didefinisikan persamaan (3.9) untuk menjamin total biaya distribusi minimal.

$$\left(\sum_{k \in R} B_k \right) - d_3^+ = 0, \quad (3.9)$$

Berdasarkan persamaan (3.9), d_3^+ juga merupakan total biaya distribusi. Sehingga persamaan (3.9) dapat menjamin total biaya distribusi minimal, karena dalam persamaan (3.3) variabel d_3^+ akan diminimalkan.

4) Memaksimumkan banyaknya pelanggan yang dilayani

Jika satu pelanggan dapat dilayani, artinya pelanggan tersebut dilalui oleh salah satu rute kendaraan yang ada. Sebaliknya jika satu pelanggan tidak dapat dilayani, artinya tidak ada rute yang melewati pelanggan tersebut. Berdasarkan persamaan (3.2), y_i^k didefinisikan bernilai satu jika pelanggan i dilalui/terlayani pada rute k dan nol jika pelanggan i tidak dilalui/terlayani pada rute k , dengan $k \in R, R = \{1, 2, \dots, r\}$, sehingga jika simpul i dapat terlayani pada rute k maka jumlahan dari

variabel y_i^k sama dengan satu, dan jika simpul i tidak dapat terlayani pada rute k maka jumlahan dari variabel y_i^k sama dengan nol. Jadi,

$$\sum_{k \in R} y_i^k = \begin{cases} 1, & \text{jika pelanggan } i \text{ dapat terlayani} \\ 0, & \text{jika pelanggan } i \text{ tidak dapat terlayani.} \end{cases} \quad (3.10)$$

Fungsi tujuan keempat adalah memaksimalkan banyaknya pelanggan yang dilayani. Artinya setiap pelanggan yang ada diharapkan dapat terlayani. Simpangan dari tujuan keempat ini adalah jumlah pelanggan yang tidak terlayani.

Jadi,

$$\sum_{k \in R} y_i^k + d_{4i}^- = 1, \quad \forall i \in N, \quad (3.11)$$

atau

$$y_i^1 + y_i^2 + y_i^3 + \dots + y_i^k + \dots + y_i^r + d_{4i}^- = 1.$$

Persamaan (3.11) mengharuskan ruas kanan sama dengan satu, ini artinya salah satu dari y_i^k atau d_{4i}^- sama dengan satu. Jika salah satu dari y_i^k sama dengan satu artinya pelanggan i dapat terlayani atau jika d_{4i}^- sama dengan satu artinya pelanggan i tidak dapat terlayani. Dengan kata lain persamaan (3.11) menjamin bahwa setiap pelanggan dikunjungi tepat satu kali jika memang dapat terlayani pada rute k .

c. Kendala Struktural

Berdasarkan formulasi masalah yang telah didefinisikan, berikut akan dibentuk model matematika yang mempresentasikan setiap kendala-kendala yang ada.

1) Setiap pelanggan hanya dapat dikunjungi tepat satu kali

Hal ini dapat dijamin dengan, jika setiap pelanggan dapat terlayani maka terdapat perjalanan untuk mengunjungi pelanggan tersebut pada salah satu rute yang ada. Jika pelanggan i dapat terlayani pada rute k ($y_i^k = 1$), maka harus terdapat perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan yang lain pada rute k , misalkan pelanggan j ($x_{ij}^k = 1$). Jika pelanggan i tidak dapat terlayani pada rute k ($y_i^k = 0$), maka tidak terdapat perjalanan dari i ke pelanggan yang lain pada rute k , misalkan pelanggan j ($x_{ij}^k = 0$).

Dirumuskan masalah ini sebagai berikut,

$$\sum_{j \in N'} x_{ij}^k = y_i^k, \quad \forall i \in N', k \in R, \quad (3.12)$$

atau

$$x_{i1}^k + x_{i2}^k + x_{i3}^k + \dots + x_{in+1}^k = y_i^k.$$

2) Setiap rute perjalanan kendaraan berawal dan berakhir di depot

Jika setiap rute perjalanan kendaraan berawal dari depot, maka dipastikan terdapat perjalanan dari depot menuju salah satu pelanggan pada setiap rute. Dirumuskan persamaan kendala (3.13) yang menjamin setiap rute perjalanan berawal dari depot sebagai berikut,

$$\sum_{j \in N} x_{0j}^k = 1, \quad \forall k \in R \quad (3.13)$$

atau

$$x_{01}^k + x_{02}^k + x_{03}^k + \dots + x_{0n}^k = 1.$$

Persamaan (3.13) menjamin terdapat nilai x_{0i}^k yang bernilai satu, artinya terdapat perjalanan dari simpul 0 (depot) ke salah satu pelanggan pada rute k , misal pelanggan j . Jika setiap rute perjalanan kendaraan berakhir di depot maka terdapat perjalanan menuju depot pada setiap rute. Sehingga diperoleh

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1}^k = 1, \quad \forall k \in R \quad (3.14)$$

atau

$$x_{1,n+1}^k + x_{2,n+1}^k + x_{3,n+1}^k + \dots + x_{n,n+1}^k = 1.$$

Persamaan (3.14) menjamin terdapat nilai $x_{i,n+1}^k$ yang bernilai satu, artinya terdapat perjalanan dari simpul i ke simpul $n + 1$ (depot) pada rute k atau untuk setiap rute pasti berakhir di depot.

3) Untuk setiap kendaraan yang telah selesai mengunjungi pelanggan, akan langsung meninggalkan pelanggan tersebut (kekontinuan rute)

Jika kendaraan angkut mengunjungi pelanggan i pada rute k , maka kendaraan itu juga harus meninggalkan pelanggan i ,

$$\sum_{i \in 0 \cup N} x_{ir}^k - \sum_{j \in N \cup n+1} x_{rj}^k = 0 \quad \forall r \in N, \forall k \in R \quad (3.15)$$

atau

$$x_{0r}^k + x_{1r}^k + x_{2r}^k + \dots + x_{n+r}^k - (x_{r1}^k + x_{r2}^k + x_{r3}^k + \dots + x_{r(n+1)}^k) = 0.$$

Persamaan (3.15) mengharuskan ruas kanan sama dengan nol, maka ruas kiri juga sama dengan nol.

Persamaan (3.15) menjamin jika nilai dari variabel x_{ir}^k sama dengan satu, maka nilai dari variabel x_{rj}^k juga sama dengan satu. Artinya, jika terdapat perjalanan dari i ke r pasti terdapat perjalanan dari r ke j .

4) Tidak terdapat *subtour* pada rute yang dibuat

Persamaan (3.16) hanya menjamin jika terdapat perjalanan menuju suatu simpul, maka terdapat perjalanan meninggalkan simpul tersebut, tetapi belum menjamin bahwa perjalanan yang terbentuk membentuk suatu rute tunggal (tidak terdapat *subtour*). Rute yang terbentuk dapat menjadi suatu rute tunggal, dapat dijamin dengan menggunakan waktu mulai pelayanan setiap simpul. Jika terdapat perjalanan dari simpul i ke j , maka waktu mulai pelayanan simpul j harus kurang sama dengan waktu mulai pelayanan simpul i ditambah lama pelayanan simpul i ditambah lama perjalanan dari i ke j . Didefinisikan persamaan (3.17) untuk menjamin hal tersebut.

$$w_i^k + s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}^k) \leq w_j^k, \quad \forall i, j \in N', \forall k \in R, \quad (3.16)$$

dengan w_i^k adalah waktu mulai pelayanan simpul i dan M adalah bilangan yang cukup besar. Jika terdapat perjalanan dari i ke j , maka $x_{ij}^k = 1$, maka persamaan (3.16) menjadi,

$$w_i^k + s_i + t_{ij} \leq w_j^k, \quad \forall i, j \in N', \forall k \in R$$

Artinya bahwa persamaan (3.16) menjamin jika terdapat perjalanan dari simpul i ke j , maka waktu mulai pelayanan simpul j pasti kurang dari samadengan waktu mulai pelayanan simpul i ditambah lama pelayanan simpul i ditambah lama perjalanan dari i ke j .

5) Total biaya perjalanan kurang dari biaya maksimal yang ditetapkan

Biaya total perjalanan harus kurang dari biaya perjalanan maksimal yang ditetapkan. Biaya total perjalanan diperoleh dengan menjumlahkan biaya perjalanan pada setiap rute,

$$\sum_{k \in R} B_k \leq UC, \quad (3.17)$$

6) Total waktu distribusi kurang dari waktu maksimal yang ditetapkan

Waktu total perjalanan harus kurang dari waktu perjalanan maksimal yang ditetapkan. Total waktu distribusi diperoleh dengan menjumlahkan waktu distribusi pada setiap rute,

$$\sum_{k \in R} TR_k \leq UT. \quad (3.18)$$

d. Kendala Non Negatif

Semua variabel dalam model *goal programming* adalah bilangan non negatif, sehingga perlu didefinisikan persamaan (3.19) untuk menjamin hal tersebut.

$$w_i^k, d_1^+, d_{2i}^-, d_3^+, d_{4i}^- \geq 0. \quad (3.19)$$

Persamaan (3.3) – (3.19) merupakan model matematika penentuan rute distribusi LPG berdasarkan VRP yang penyelesaiannya menggunakan *goal programming*.

B. Penyelesaian model menggunakan program LINGO

Tahapan ini dimulai dengan membuat bahasa pemrograman dengan LINGO. Yaitu mengubah bahasa matematika dari Persamaan (3.3) – (3.19) ke dalam bahasa LINGO untuk menyelesaikan permasalahan. Oleh karena permasalahan dalam penelitian ini akan diterapkan untuk optimasi distribusi LPG di Kota Yogyakarta, maka akan dilakukan input data untuk lima pelanggan terlebih dahulu. Depot untuk menyatakan agen LPG, sedangkan pangkalan akan dinotasikan dengan N1, ..., N5. Berikut diberikan Table 1, Tabel 2 dan Tabel 3, berturut-turut, untuk waktu perjalanan antar node, biaya perjalanan antar node, jumlah permintaan untuk masing-masing node dan waktu pelayanan masing-masing node. Kendaraan pengangkut dapat maksimal dapat membawa 560 tabung gas. Sedangkan maksimal waktu distribusi yang ditetapkan oleh agen adalah 6 jam per minggu, dan biaya distribusi maksimal adalah Rp 3.000,00 per minggu.

Table 1. Waktu perjalanan antar node (menit)

	Depot	N1	N2	N3	N4	N5
Depot	0	2	3	3	5	3
N1	2	0	1	4	5	4
N2	3	1	0	5	6	5
N3	5	4	5	0	5	5
N4	5	6	7	3	0	5
N5	3	7	8	6	7	0

Table 2. Biaya perjalanan antar node (x Rp 1000,00)

	Depot	N1	N2	N3	N4	N5
Depot	0	0.27	0.3	0.41	0.54	0.38
N1	0.25	0	0.06	0.48	0.67	0.48
N2	0.28	0.06	0	0.45	0.70	0.51
N3	0.45	0.41	0.45	0	0.54	0.41
N4	0.54	0.67	0.70	0.35	0	0.51
N5	0.67	0.77	0.80	0.64	0.57	0

Table 3. Jumlah Permintaan dan waktu pelayanan untuk masing-masing node

Customer	N1	N2	N3	N4	N5
Demand (units)	70	420	80	120	240
Service time (minutes)	23	140	27	40	80

Adapun bahasa pemrograman dengan LINGO dapat dilihat pada gambar berikut

```

MODEL:
    SETS:
        N/N0,N1,N2,N3,N4,N5,N6/:q,s,v,h,d2;
        R/R1..R2/:B,TR,d4;
        E(N,R):Y,W;
        D(N,N,R):X;
        A(N,N):c,t;
    ENDSSETS
    DATA:
        U = 56;
        UC = 3;
        UT = 6;
        q = 0 7 42 8 12 24 0;
        s = 0 23 140 27 40 80 0;
        c =
            !0;      !1;      !2;      !3;      !4;      !5;      !10;
            !0;      0.      0.27    0.30    0.41    0.54    0.38    0.
            !1;      0.25    0.      0.06    0.48    0.67    0.48    0.27
            !2;      0.28    0.06    0.      0.45    0.70    0.51    0.30
            !3;      0.45    0.41    0.45    0.      0.54    0.41    0.41
            !4;      0.54    0.67    0.70    0.35    0.      0.51    0.54
            !5;      0.67    0.77    0.80    0.64    0.57    0.      0.38
            !10;     0.      0.27    0.30    0.41    0.54    0.38    0. ;
        t =
            !0;      !1;      !2;      !3;      !4;      !5;      !10;
            !0;      0      2      3      3      5      3      0
            !1;      2      0      1      4      5      4      2
            !2;      3      1      0      5      6      5      3
            !3;      5      4      5      0      5      5      5
            !4;      5      6      7      3      0      5      5
            !5;      3      7      8      6      7      0      3
            !10;     0      2      3      3      5      3      0 ;
        v = 0 1 1 2 1 1 0;
        h = 0 1 1 2 1 1 0;
    ENDDATA
    min = d1 + @sum(N(I)|I#NE#1 #AND# I#NE#7:d2) + d3 + @SUM(R(K):d4);
    @FOR(R(K):@SUM(N(I):q(I)*Y(I,K))+d4(K)=U);
    @FOR(R(K):(@SUM(A(I,J):t(I,J)*X(I,J,K))+@SUM(N(I):s(I)*Y(I,K)))/60=TR);
    @SUM(R(K):TR)<=UT;
    @SUM(R(K):TR)-d3=0;
    @FOR (R(K):B=@SUM(A(I,J):c(I,J)*X(I,J,K)));
    @SUM(R(K):B)<=UC;
    @SUM(R(K):B)-d1=0;
    @FOR(R(K):@FOR(N(I):@SUM(N(J):X(I,J,K))=Y(I,K)));
    @FOR(N(I)|I#NE#1 #AND# I#NE#8:@SUM(R(K):Y(I,K))+d2=1);
    @FOR(R(K):@SUM(A(I,J)|J#EQ#7:X(I,J,K))=1);
    @FOR(R(K):@SUM(A(I,J)|I#EQ#1:X(I,J,K))=1);
    @FOR(R(K):@FOR(N(I):@SUM(N(J)|I#NE#1 #AND# I#NE#7:X(I,J,K))-@SUM(N(J)|I#NE#7 #AND# I#NE#1:X(J,I,K))=0));
    @FOR(R(K):@FOR(N(I):@FOR(N(J):(W(I,K)+S(I))+t(I,J))-10000*(1-X(I,J,K))<=W(J,K)));
    @FOR(N(I):@FOR(R(K): v*Y(I,K) <= W(I,K)));
    @FOR(N(I):@FOR(R(K): W(I,K) <= h*Y(I,K)));
    @FOR(D(I,J,K):@BIN(X));
    @FOR(R(K):@BIN(Y));
    @FOR(N(I):@BIN(d2));
    END

```

Berdasarkan *running* program, maka diperoleh output sebagai berikut

Table 4. Output

Rute	Total Biaya Distribusi	Total Waktu Distribusi (jam)	Total LPG
N0-N2-N1-N6	Rp 610,00	2.82	490
N0-N4-N3-N5-N6	Rp 1.970,00	2.77	440
Jumlah	Rp 2.580,00	5.59	930

Dari Tabel 4, tampak bahwa semua pelanggan dapat terlayani. Jika maksimal waktu pelayanan yang semula 6 jam per minggu dikurangi sehingga menjadi 5 jam per minggu, mengakibatkan hanya akan ada 4 pelanggan yang dapat terlayani. Jika 4 jam per minggu, maka hanya akan ada 2 pelanggan yang dapat terlayani.

BAB VI

RENCANA TAHUN BERIKUTNYA

Pada tahun berikutnya Tim peneliti berencana mengaplikasikan metode yang dikembangkan untuk optimasi rute distribusi *Liquified Petroleum Gas* (LPG) di Kota Yogyakarta. Aplikasi berdasarkan data yang diperoleh dari perusahaan *Liquified Petroleum Gas* (LPG) di Kota Yogyakarta. Data diperoleh dengan mengajukan instrumen permohonan data untuk penelitian. Adapun data yang diperoleh dalam penelitian ini meliputi: banyaknya pangkalan sebagai node, waktu perjalanan antar node, biaya perjalanan antar node, dan waktu pelayanan setiap node. Setelah diperoleh rute optimal berdasarkan data tersebut, akan dilakukan analisis sensitivitas model dengan mengubah nilai kendala/batasan fungsi tujuan. Selanjutnya akan dibuat bahasa pemrograman dengan LINGO.

BAB VII

KESIMPULAN DAN SARAN

A. KESIMPULAN

Pada penelitian ini solusi optimal masalah distribusi LPG diperoleh dengan memodelkan ke dalam bentuk masalah Goal Programming. Model Goal Programming yang terbentuk mempunyai empat tujuan yaitu memaksimalkan kapasitas angkut kendaraan, meminimalkan total waktu pelayanan, meminimalkan biaya total untuk melayani pelanggan dan memaksimalkan jumlah pelanggan yang dilayani. Berdasarkan data yang diambil dari agen LPG, dibuat bahasa pemrograman LINGO untuk mendapatkan solusi optimal rute distribusi LPG. Setelah running program, jika maksimal waktu pelayanan yang semula 6 jam per minggu dikurangi sehingga menjadi 5 jam per minggu, mengakibatkan hanya akan ada 4 pelanggan yang dapat terlayani. Jika 4 jam per minggu, maka hanya akan ada 2 pelanggan yang dapat terlayani.

Untuk perubahan waktu maksimal penyelesaian rute, maka akan ada perubahan jumlah pelanggan yang dapat dilayani. Semakin sedikit waktu yang diberikan, maka semakin sedikit pula jumlah pelanggan yang dapat dilayani.

B. SARAN

Disarankan untuk penelitian selanjutnya menggunakan metode lain untuk menyelesaikan model, atau menggunakan software optimasi yang lain, misalnya AMPL, GLPK.

DAFTAR PUSTAKA

- Anil, B., and Nidhi M. B. *A simulation model using rule based logistics: Case study at an LPG cylinder distribution plant. Proceedings of International Conference on digital factory. ICDF 2008* pp 1114 – 1118
- Anis,dkk, 2007. *Optimasi Perencanaan Produksi dengan Metode Goal Programming*. Jurnal Ilmiah Teknik Industri. Vol. 5 No. 3 April 2007, hal 133 - 143.
- Ayadi, R. and Benadada, Y., 2010. “A Genetic Algorithm for a heterogeneous fleet Multi-trip Vehicle Routing Problem.” *International Conference on e-Commence in Developing*
- Azi N., Gendreau M., Potvin J. 2006. *An exact algorithm for a single-vehicle routing problem with time windows and multiple routes; European Journal of Operational Research*; Article in press
- Belfiore, P., Hugo Tsugunobu, Yoshida Yoshizaki. 2008. *Scatter Search for Vehicle Routing Problem with Time Windows and Split Deliveries. Journal Compilation*. I-Tech Education and Publishing KG, Vienna, Austria.
- Calvete H.I., Gale C., Oliveros M.J. 2007. Valverde B.S., *A goal programming approach to vehicle routing problems with soft time windows; European Journal of Operational Research* 177; 1720-1733
- Charles, D. dan Simpson, T. 2002. *Goal Programming Application in Multidisciplinary Design Optimization* (<http://www.dtic.mil/ndia/2001sbac/simpson>).
- Chodary, B. dan Slomp, J. 2002. *Production Planning Under Dynamic Product Environment: A Multi-objective Goal Programming Approach* (<http://www.ub.rug.nl/eldoc/som/a/02A12/02A12.pdf>).
- David G, dkk. 1981. *Management Science An Introduction*.USA: McGraw Hill Company.
- Fariborz Jolai and Mehdi Aghdaghi. (2008). *A Goal Programming Model for Single Vehicle Routing Problem with Multiple Routes* . Journal of Industrial and Systems Engineering Vol. 2, No. 2, pp 154-163, Summer 2008.
- Hashimoto H., Ibaraki T., Imahori S., Yagiura M. (2006), *The vehicle routing problem with flexible time windows and traveling times; Discrete Applied Mathematics* 154; 1364-1383
- Hillier, F. dan Lieberman, G. 1994. *Pengantar Riset Operasi*. Jilid 1 Edisi Kelima, Jakarta: Erlangga.
- Hong S.C., Park Y.B. 1999. *A Heuristic for bi-objective vehicle routing with time window constraints. International Journal of Production Economics* 62; 249-258
- Maulyani D., dkk. 2009. *Emisi Gas Rumah Kaca dalam Angka*. Kementrian Negara Lingkungan Hidup Republik Indonesia.
- Ombuki B., Ross B.J., Hanshar F. 2006. *Multi-Objective Genetic Algorithms for Vehicle Routing Problem with Time Windows; Applied Intelligence* 24; 17–30
- Taha, Hamdy. 2007. *Operation Research 8th ed*. An Introduction. USA: Pearson Prentice hall.

Tam, V., and K.T. Ma. 2008. *An Effective Search Framework Combining Meta-Heuristics to Solve the Vehicle Routing Problems with Time Windows*. *Journal Compilation*. I-Tech Education and Publishing KG, Vienna, Austria.