

PEMILIHAN UJI TERBAIK NON-PARAMETRIK UNTUK DUA SAMPEL BEBAS MENGUNAKAN METODE SIMULASI

Sugiyanto

Jurusan Matematika UNS

Abstrak

Telah tersedia beberapa statistik uji non-parametrik, seperti uji Cramer-von Mises, uji Kolmogorov-Smirnov, uji Wilcoxon, uji peringkat baru yang dapat digunakan untuk menentukan apakah dua sampel bebas berasal dari populasi yang sama atau tidak. Secara analitik keempat uji tersebut tidak dapat dibandingkan, namun demikian dalam makalah ini secara simulasi dapat dibandingkan dalam rangka untuk mencari uji terbaik diantara uji-uji tersebut. Berdasarkan hasil simulasi menunjukkan bahwa uji peringkat baru mempunyai kepekaan tertinggi didalam menolak H_0 bila ternyata H_0 salah. Ini berarti uji peringkat baru merupakan uji terbaik diantara uji-uji tersebut.

Kata kunci: uji Cramer-von Mises, uji Kolmogorov-Smirnov, uji Wilcoxon, uji peringkat baru, simulasi.

PENDAHULUAN

Biosains adalah ilmu pengetahuan pada bidang biologi, farmasi, kesehatan, psikologi dan kedokteran. Dalam biosains, statistika digunakan sebagai alat untuk mempelajari atau memahami fenomena. Misalnya, statistika digunakan untuk melakukan analisis apakah obat-obatan menunjukkan efek yang berarti. Dengan kata lain, seringkali data berasal dari biosains dan data tersebut perlu dianalisis dengan suatu cara atau metode untuk menyelesaikan permasalahan yang muncul. Untuk itu digunakanlah statistika sebagai metode (Del Barrio, Cuesta-Albertos, and Matran, 2000). Untuk mengetahui penggunaan yang teliti pada ilmu statistik digunakan istilah biostatistik karena biostatistik dibutuhkan sebagai informasi ilmiah untuk pengambilan keputusan dalam mengidentifikasi dan meneliti suatu riset penelitian ataupun diagnosis. Suatu studi dan penelitian dapat menunjukkan bukti-bukti ilmiah hasil analisis biostatistik, yang berguna untuk memberikan informasi atau menyakinkan para peneliti tentang manfaat dari obyek yang diteliti. Oleh karena itu biostatistik dapat dipandang sebagai ilmu statistik terapan pada biosains.

Apabila prosedur pengujian dalam merancang suatu penelitian, menentukan metode analisis, membuat interpretasi dan kesimpulan hasil penelitian untuk penerapan yang lebih luas terutama dalam biosains tidak berdasarkan asumsi distribusi yang telah diketahui, maka digunakan uji nonparametrik.

Ada beberapa uji nonparametrik yang digunakan untuk melihat apakah kedua sample berasal dari populasi yang sama telah dikemukakan oleh para pakar statistika, yaitu Cramer dan von Mises (1931) yang terkenal dengan uji Cramer-von Mises, Kolmogorov dan Smirnov (1933) yang terkenal dengan uji Kolmogorov-Smirnov, Wilcoxon (1945) yang terkenal dengan uji Wilcoxon (Anderson and Darling 1952), dan Baumgartner dkk (1998) yang terkenal dengan uji peringkat baru. Namun demikian kepekaan menolak hipotesis null (H_0) apabila H_0 salah dari empat uji tersebut tidak sama. Hal ini menimbulkan kebingungan para praktisi statistika harus memilih uji yang mana di antara empat uji tersebut yang menghasilkan kepekaan tertinggi untuk menolak H_0 apabila H_0 salah.

PEMBAHASAN

Simulasi

Salah satu metode/cara yang sekarang ini sedang berkembang adalah metode simulasi dengan beralasan bahwa metode ini lebih luwes dan menyeluruh. Kemampuannya menjangkau hal-

hal yang lebih luas akan lebih jelas karena hanya membutuhkan asumsi yang lebih sedikit sehingga dapat digunakan untuk hal-hal yang lebih kompleks/rumit dibanding dengan metode analitik (Efron, 1999). Menurut Efron (1990), simulasi adalah teknik berdasarkan angka untuk menuntun suatu percobaan dalam komputer digital dengan melibatkan matematika dan model logika yang menggambarkan kelakuan dari manusia, proses atau sistem. Pada kasus perbandingan kuasa dari empat uji ini perlu dilakukan simulasi data untuk memperoleh kuasa uji yang lebih kuat. Hal itu dikarenakan segala ihwal observasi dari sistem yang dilakukan simulasi bisa mengarah ke pengertian yang lebih baik dan dapat memperoleh jawaban yang relevan.

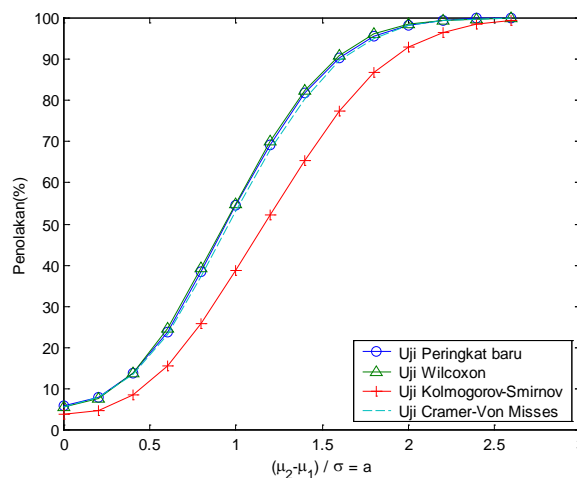
Simulasi dilakukan dengan cara membangun suatu sampel random, selanjutnya dilakukan pengulangan sebanyak mungkin sedemikian sehingga dengan pengulangan tersebut sudah bisa memberikan gambaran terhadap empat uji tersebut.

1. Probabilitas Penolakan H_0 dari Dua Sampel Bebas dengan Mean Berbeda dan Variansi Sama

Untuk melihat uji mana yang memberikan gambaran bahwa keempat uji tersebut mempunyai kepekaan yang berbeda terhadap penolakan H_0 bila ternyata H_0 salah, untuk itu dibangkitkan dua sampel random yang masing-masing berdistribusi normal dengan variansi 1 dan

mean berbeda ($N_{0,1}$ dan $N_{a,1}$). Persentase penolakan H_0 , yang merupakan fungsi dari $\frac{\mu_2 - \mu_1}{\sigma} = a$,

diperoleh dari 10^4 pasang sampel random yang masing-masing berukuran 10. Dari Gambar 1. terlihat bahwa, semakin besar perbedaan mean dari kedua sampel mengakibatkan persentase penolakan terhadap H_0 semakin tinggi dan uji peringkat baru memiliki persentase yang lebih tinggi pada setiap tahap simulasi (kecuali pada tahap awal). Hal ini menunjukkan bahwa kuasa dari uji peringkat baru lebih kuat daripada uji Cramer von Mises, uji Kolmogorov-Smirnov, dan uji Wilcoxon.

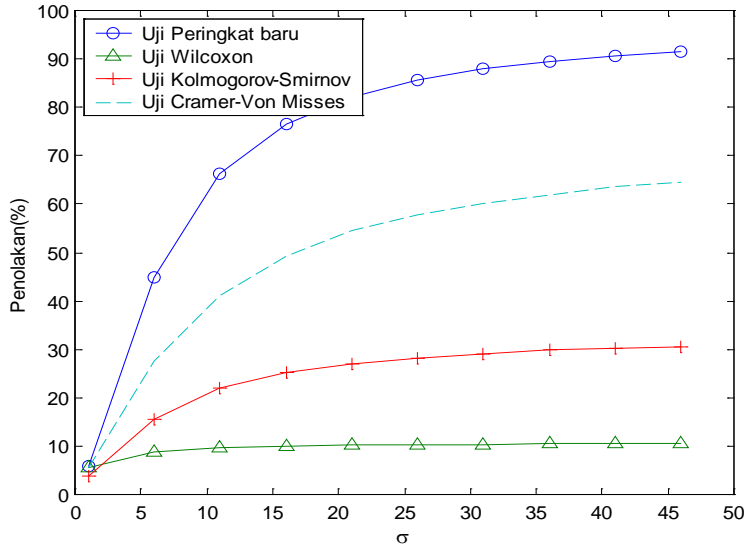


Gambar 1. Grafik penolakan H_0 dari dua sampel $N_{0,1}$ dan $N_{a,1}$

2. Probabilitas Penolakan H_0 dari Dua Sampel Bebas dengan Mean Sama dan Variansi Berbeda

Untuk melihat kepekaan penolakan H_0 bila ternyata H_0 salah dapat dilakukan dengan membandingkan keempat uji tersebut. Untuk itu, diambil dua sampel random yang masing-masing berdistribusi normal dengan mean nol dan variansi berbeda ($N_{0,1}$ dan N_{0,σ^2}). Probabilitas

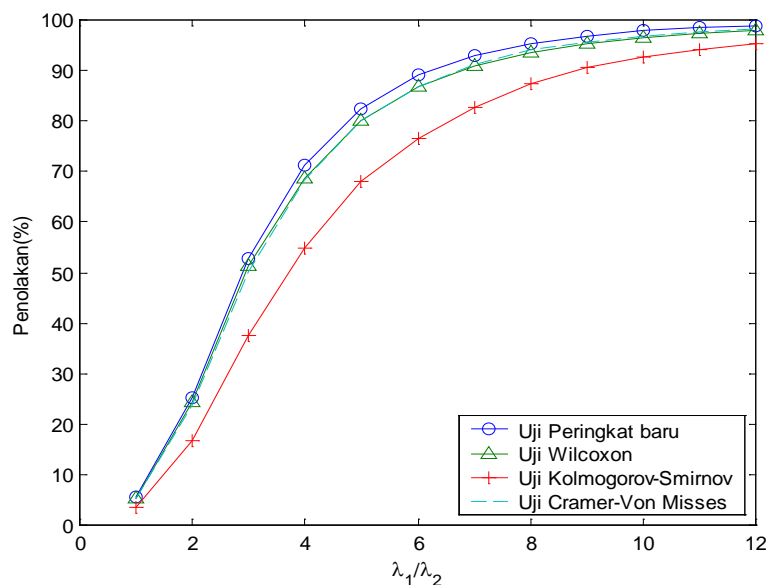
penolakan H_0 , yang merupakan fungsi dari σ , diperoleh dari 10^4 pasang sampel random yang masing-masing berukuran 10. Dari Gambar 2. terlihat bahwa, semakin besar perbedaan variansi dari kedua sampel mengakibatkan persentase penolakan terhadap H_0 semakin tinggi dan uji peringkat baru memiliki persentase yang lebih tinggi pada setiap tahap simulasi (kecuali pada tahap awal). Hal ini berarti kuasa dari uji peringkat baru lebih kuat daripada uji Cramer von Mises, uji Kolmogorov-Smirnov, dan uji Wilcoxon.



Gambar 2. Grafik penolakan H_0 dari dua sampel $N_{0,1}$ dan N_{0,σ^2}

3. Probabilitas Penolakan H_0 dari Dua Sampel Bebas dengan Mean Berbeda.

Untuk membandingkan kepekaan terhadap penolakan H_0 bila ternyata H_0 salah dapat dilakukan juga dengan cara mengambil dua sampel random yang masing-masing berdistribusi eksponensial dengan mean $\lambda_1=1$ dan $\lambda_2=\mu$. Probabilitas penolakan, yang merupakan fungsi dari $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$, diperoleh dari 10^4 pasang sampel random yang masing-masing berukuran 10. Dari Gambar 4.4 terlihat bahwa, semakin besar perbandingan mean dari kedua sampel mengakibatkan persentase penolakan terhadap H_0 semakin tinggi dan uji peringkat baru memiliki persentase yang lebih tinggi pada setiap tahap simulasi (kecuali pada tahap awal). Hal ini berarti kuasa dari uji peringkat baru lebih kuat daripada uji Cramer von Mises, uji Kolmogorov-Smirnov, dan uji Wilcoxon.

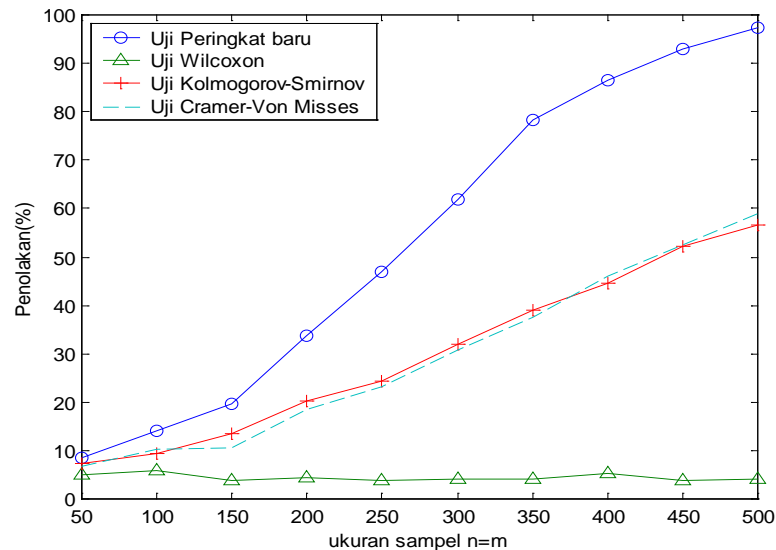


Gambar 3. Grafik penolakan H_0 dari dua sampel $Exp(\lambda_1)$ dan $Exp(\lambda_2)$

4. Probabilitas Penolakan H_0 dari Dua Sampel Bebas dengan Ukuran Sampel Berubah-Ubah

Perbandingan kuasa uji dari empat uji dapat juga dilakukan dengan cara mengambil dua sampel random yang masing-masing berdistribusi normal dengan mean nol, variansi 1/12 dan uniform pada interval $[-0.5,0.5]$. Probabilitas penolakan H_0 diperoleh dari 10^3 pasang sampel

random dengan ukuran sampel berbeda dari setiap tahap simulasi. Dari Gambar 4.5 terlihat bahwa, semakin besar kedua sampel mengakibatkan persentase penolakan terhadap H_0 semakin tinggi dan uji peringkat baru memiliki persentase yang lebih tinggi daripada uji Kolmogorov-Smirnov. Hal ini berarti kuasa dari uji peringkat baru lebih kuat daripada uji Cramer von Mises, uji Kolmogorov-Smirnov, dan uji Wilcoxon.



Gambar 4 Grafik penolakan H_0 dari dua sampel $Unif(-0.5,0.5)$ dan $N_{0,1/12}$

KESIMPULAN

Atas dasar pembahasan tersebut dapat diambil kesimpulan dan saran sebagai berikut: Secara analitis empat uji tersebut tidak dapat dibandingkan, hal ini terjadi karena keempat uji tersebut mempunyai metode yang berbeda. Namun demikian secara simulasi dapat ditunjukkan bahwa uji peringkat baru mempunyai kepekaan tertinggi terhadap penolakan H_0 bila ternyata H_0 salah dibandingkan dengan uji Cramer von Mises, uji Kolmogorov-Smirnov, dan uji Wilcoxon. Hal ini terjadi karena didalam uji peringkat baru tiap langkah menyertakan sistem yang bersangkutan. Namun demikian penelitian ini masih terbatas pada masalah statistik non-parametrik sehingga memungkinkan bagi peneliti yang tertarik dapat mengembangkan kedalam masalah statistik parametrik. Disamping itu hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai rambu-rambu untuk memilih uji non-parametrik mana yang harus dipilih.

DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, T.W. and Darling, D.A. (1952). *Asymptotic theory of certain goodness of fit criteria based on stochastic processes. Annals of Mathematical Statistics.* **23**, 193-212.
- Baumgartner, W., Wei β , P. and Schindler, H. (1998). *A nonparametric test for the general two-sample problem. Biometric.* **54**, 1129-1135.
- Del Barrio, E. Cuesta-Albertos, J.A., and Matran, C. (2000). *Contribution of empirical and quantile processes to the asymptotic theory of goodness of fit test. Sociedad de Estadística e Investigación Operativa Test.* **9**, 1-96.
- Efron, B. (1990). *More efficient bootstrap computations. J. Amer. Statist. Assoc.* **85**, 79-89.
- _____. (1999). *The UNIVARIATE Procedure: Statistical Computations.* SAS Institute Inc., Cary, NC, USA. <http://www.okstate.edu/sas/v7/sashtml/books/pguide/zte-comp.htm>