

Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA,  
Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta, 16 Mei 2009

## KAJIAN TEORETIS RELASI DISPERSI BAHAN BERINDEKS BIAS NEGATIF

**Juliasih Partini, Kamsul Abraha**  
Jurusan Fisika FMIPA UGM

### ABSTRAK

Tetapan dielektrik  $\epsilon$  dan permeabilitas  $\mu$  merupakan kuantitas karakteristik dasar yang mampu merefleksikan interaksi antara gelombang elektromagnetik dan bahan. Penjalaran gelombang elektromagnetik pada bahan dengan indeks bias negatif (*NIM, Negative Index Materials*) memunculkan beberapa sifat – sifat elektrodinamika yang berbeda dibandingkan dengan penjalarnya pada medium berindeks bias positif.

Dalam kajian ini dilakukan penelusuran secara teoritis perumusan relasi dispersi pada bahan berindeks bias negatif. Struktur dari susunan resonator cincin bercelah (*Split Ring Resonator, SRR*) dan susunan kawat logam tipis digunakan untuk merealisasikan bahan berindeks bias negatif. Dari relasi dispersinya, *SRR* memberikan kontribusi pada permeabilitas negatif sedangkan susunan kawat logam tipis memberikan kontribusi pada permitivitas negatif.

**Kata kunci** : dispersi, indeks bias negatif, permeabilitas, permivitas

### PENDAHULUAN

Teori elektromagnetik menjelaskan mekanisme dan sifat-sifat yang ditimbulkan dari interaksi cahaya (gelombang elektromagnetik) dengan bahan, berlandaskan pada persamaan Maxwell. Terdapat beberapa sifat baru yang muncul sebagai akibat interaksi antara gelombang elektromagnetik dengan bahan, yang ternyata telaahnya belum cukup memuaskan bila hanya menggunakan teori optika konvensional. Telah adanya penemuan material yang direayasa sehingga memiliki indeks bias negatif, membuat para fisikawan berlomba ingin meneliti lebih dalam tentang *NIM (Negative Index Materials)* dan mengaplikasikan material tersebut.

Kenyataan bahwa material tersebut baru bekerja pada ranah mikro inilah yang mendorong untuk dilakukan penelitian mengkaji bahan berindeks bias negatif sehingga dapat digunakan dalam ranah frekuensi yang lain. Kajian teoritis ini dilakukan dengan tujuan merumuskan secara teoritis relasi dispersi pada bahan berindeks bias negatif serta visualisasi relasi dispersi tersebut. Gelombang elektromagnetik yang merambat melalui *NIM* haruslah mengalami dispersi frekuensi, tetapi dengan nilai dielektrik  $\epsilon$  dan permeabilitas  $\mu$  yang negatif.

### DASAR TEORI

Dalam teori optika, laju cahaya di dalam medium seperti misalnya kaca, air, atau udara ditentukan oleh indeks bias  $n$ , yang didefinisikan sebagai perbandingan laju cahaya dalam ruang hampa terhadap laju tersebut dalam medium,

$$n = \frac{c}{v} \quad (1)$$

Sedangkan bila ditelaah berdasarkan persamaan Maxwell diperoleh indeks bias

$$n^2 = \epsilon\mu \quad (2)$$

dengan  $\epsilon$  adalah permivitas relatif bahan dan  $\mu$  adalah permeabilitas relatif bahan.

Pada material biasa,  $\epsilon$  dan  $\mu$  selalu bernilai positif, sehingga indeks bias pada material tersebut adalah

$$n = \sqrt{\epsilon\mu} \tag{3}$$

Walaupun, indeks bias dapat memiliki bagian kompleks, namun tak seorangpun yang mempertanyakan kemungkinan adanya indeks bias yang bernilai negatif. Di sisi lain, adanya sifat-sifat (*property*) yang unik pada bahan dengan indeks bias negatif (*NIM*) menarik para fisikawan untuk terus mencari misteri didalamnya.

Kajian pustaka yang menjadi acuan utama dalam penelitian ini adalah makalah dari Veselago (1968). Veselago memprediksikan kemungkinan adanya bahan dengan indeks bias negatif. Dalam makalah tersebut juga diungkapkan bahwa penjalaran gelombang elektromagnetik pada bahan dengan indeks bias negatif mempunyai sifat (*property*) yang berbeda dibanding dengan penjalaran pada bahan dengan indeks bias positif.

Persamaan Maxwell untuk gelombang planar yang menjalar pada suatu bahan isotropik (Veselago, 1968) :

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega\mu_0\mu\vec{H} \tag{4}$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = -\omega\epsilon_0\epsilon\vec{E} \tag{5}$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} \tag{6}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \tag{7}$$

Dari keempat persamaan Maxwell tersebut dapat disimpulkan bahwa apabila  $\epsilon$  dan  $\mu$  bernilai positif, maka  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  dan  $\vec{k}$  akan membentuk sistem aturan tangan kanan (*right-handed systems*) dari vektor ortogonalnya. Namun, bila  $\epsilon$  dan  $\mu$  bernilai negatif, maka vektor orthogonal yang dihasilkan membentuk sistem aturan tangan kiri (*left-handed systems*). (Inilah alasannya mengapa *NIM* terkadang disebut juga *Left Hand Material (LFM)*).

Vektor pointing  $\vec{S}$  selalu membentuk sistem tangan kanan dari perkalian vektor  $\vec{E}$  dan  $\vec{H}$ , seperti ditunjukkan oleh persamaan

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \tag{8}$$

Dalam hal ini,  $\epsilon$  dan  $\mu$  tidak bisa hanya salah satunya saja yang bernilai negatif. Apabila ini terjadi, maka persamaan (1) dan (2) akan saling kontradiktif. Konsekuensinya adalah tidak akan pernah terjadi perambatan gelombang elektromagnetik dalam media seperti itu.

Bila dalam suatu bahan,  $\epsilon$  dan  $\mu$  keduanya bernilai negatif, maka terjadi arah kecepatan fase  $\vec{v}_{ph}$  yang berkebalikan dengan arah vektor pointing  $\vec{S}$ . Kecepatan fase memiliki kemungkinan bernilai negatif karena ketidakbergantungannya terhadap arah perambatan energinya. Kenyataan dalam *NIM*, kecepatan fase dan vektor pointing berarah saling berkebalikan, perlu dikaji secara teoritis dengan lebih dalam.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Tetapan dielektrik  $\epsilon$  dan permeabilitas  $\mu$  merupakan kuantitas karakteristik dasar yang mampu merefleksikan interaksi antara gelombang elektromagnetik yang menjalar pada bahan tersebut. Penegasan yang muncul pada analisa vektor gelombangnya :

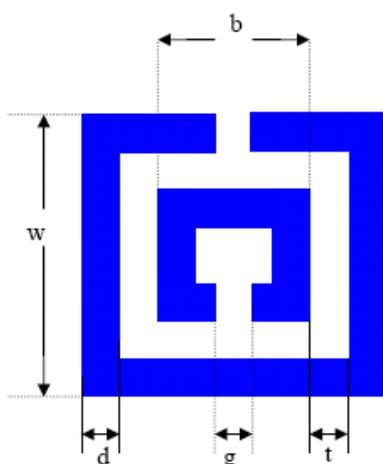
$$\vec{k} \cdot \vec{k} = \epsilon\mu \frac{\omega^2}{c^2} \tag{9}$$

Tetapan dielektrik menunjukkan polarisasi elektron, dipolar atau ion di dalam bahan ketika sebuah gelombang elektromagnetik merambat di dalam bahan tersebut. Indeks bias suatu bahan

bergantung pada frekuensi ( $\omega$ ) atau panjang gelombang ( $\lambda$ ) dari gelombang elektromagnetik. Sifat ini dikenal sebagai dispersi indeks bias atau dispersi tetapan dielektrik.

Suatu bahan dengan indeks bias negatif (*Negative Index Materials*) dapat direalisasikan dengan beberapa cara. Hal ini berkaitan dengan beberapa teori yang digunakan sebagai pendekatannya.

Berdasarkan model resonansi, Smith, dkk (2002) merekayasa untuk pertama kali suatu struktur yang terdiri dari susunan resonator cincin bercelah (*Split Ring Resonator, SRR*) dan susunan kawat tipis. Dalam susunan *SRR* tersebut (Gambar 1) muncul respon magnetik resonansi dengan gelombang elektromagnetik, dengan vektor medan magnetik  $\vec{H}$  parallel terhadap sumbu *SRR*.



Gambar 1. Unit *SRR*

Secara teoretis, dari susunan tersebut jika  $B = \mu_0 H_0$  maka akan diperoleh permeabilitas efektif (Anantha, 2005)

$$\mu_{eff}(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{(\omega^2 - \omega_{m0}^2 + i\omega\gamma)} \quad (10)$$

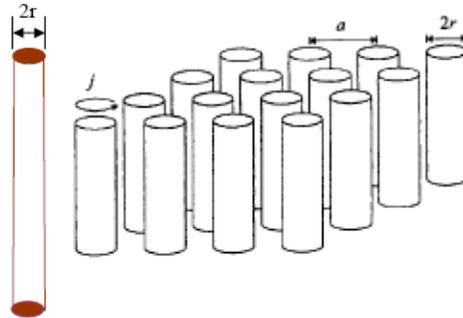
$\omega_{m0}$  adalah frekuensi resonansi magnetik, yang dapat dijabarkan menjadi

$$(2\pi\omega_0) = \frac{3L_x c^2}{\pi \ln\left(\frac{2t}{d}\right) b^3} \quad (11)$$

dengan  $F$  adalah fraksi pengisi resonator cincin bercelah (*SRR*),  $\gamma$  adalah faktor redaman  $\left(2\pi\gamma = \frac{2L_x\rho}{b\mu_0}\right)$ ,  $\rho$  adalah resistivitas logam yang digunakan,  $L_x$  adalah ukuran panjang (dalam arah sumbu  $x$ ),  $c$  adalah kecepatan gelombang cahaya,  $t$ ,  $d$ ,  $b$  adalah parameter resonator cincin, dan  $\omega$  adalah frekuensi operasional yang digunakan.

Dari ungkapan persamaan (15) dapat dipahami bahwa bagian real  $\mu_{eff}$  akan memberikan nilai negatif jika interval  $\Delta\omega$  di sekitar frekuensi resonansinya. Jika bahan dengan permeabilitas negatif ini dikombinasikan dengan bahan lain yang memiliki bagian real bernilai negatif, maka akan dihasilkan suatu struktur yang mempunyai indeks bias negatif.

Suatu susunan kawat metalik tipis yang berguna sebagai filter gelombang elektromagnetik terpolarisasi parallel dengan kawat, ditunjukkan pada gambar 2. Susunan tersebut dapat digunakan sebagai bahan yang mempunyai permitivitas negatif, dengan pendekatan sebagai suatu plasmon. Dari dimensi susunan kawatnya, ungkapan pada frekuensi plasmon (gas elektron pada konduktor yang dapat dipandang sebagai plasma) dituliskan dalam :



**Gambar 2.** Susunan kawat tipis

$$\omega_p^2 = \frac{c^2}{2\pi a^2 \ln\left(\frac{a}{r}\right)} \quad (12)$$

Sesuai dengan model dielektrik klasik yang paling sederhana, yakni model Drude-Lorenz, maka susunan tersebut akan memberikan permitivitas efektif :

$$\epsilon_{eff}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_{e0}^2 + i\gamma\omega} \quad (13)$$

dengan  $\gamma$  adalah faktor redaman,  $\omega_{e0}$  adalah frekuensi resonansi elektrik,  $\omega$  adalah frekuensi operasional yang digunakan dan  $\omega_p$  adalah frekuensi plasmon. Signifikansi dari medium kawat tipis ini adalah bahwa permitivitas negatif hanya akan ditentukan oleh frekuensi plasmonnya karena redaman yang muncul relatif rendah.

Persamaan (10) dan (13) memberikan ungkapan bahwa pada suatu frekuensi operasional ( $\omega$ ) tertentu, apabila  $\omega < \omega_p$  dan  $\omega > \omega_0$  maka akan diperoleh  $\epsilon(\omega) < 0$  dan  $\mu(\omega) < 0$ . Dengan mengkombinasikan susunan kawat logam tipis dan *SRR* membentuk suatu konfigurasi bahan metamaterial, diperoleh suatu bahan baru dengan  $\mu$  dan  $\epsilon$  bernilai negatif.

Persamaan indeks bias suatu bahan yang bergantung pada frekuensi ( $\omega$ ) atau panjang gelombang ( $\lambda$ ) dari gelombang elektromagnetik yang dilewatkan menunjukkan sifat dispersi indeks bias. Dengan mengasumsikan  $F\omega = \omega_p$  dan memiliki faktor redaman yang sama, maka kedua persamaan tadi dapat disubstitusikan ke dalam persamaan indeks bias, yakni

$$\begin{aligned} n(\omega) &= \sqrt{\epsilon(\omega)\mu(\omega)} \\ &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\gamma\omega} \end{aligned} \quad (14)$$

Jika kita gunakan suatu struktur bahan dengan nilai  $\omega_p = 2\sqrt{2}\pi \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$  dan  $\gamma = 10^8 \text{ s}^{-1}$  maka akan untuk frekuensi sumber sekitar 10 GHz, diperoleh indeks bias  $n = -1 - 0,0032 i$ . Dari nilai negatif yang dimiliki oleh permeabilitas bahan dan permitivitas bahan, kita juga dapat menuliskan kembali dalam persamaan indeks biasnya dengan bentuk yang lebih sederhana, yakni

$$n = \sqrt{-|\varepsilon| \times -|\mu|} = -\sqrt{\varepsilon\mu} \quad (15)$$

Tanda negatif pada suku terakhir persamaan tersebut terkait dengan konsep impedansi yang dibawa oleh gelombangnya. Hal tersebut menjelaskan bahwa penjalaran gelombang elektromagnetik pada medium dengan indeks bias negatif (*NIM, Negative Indeks Material*) akan memiliki sifat-sifat (*property*) yang berbeda dibandingkan dengan penjalaran pada medium berindeks bias positif. Kajian tersebut dapat digunakan untuk memprediksi adanya perubahan prinsip-prinsip dasar elektrodinamika dalam NIM, seperti efek Doppler, efek Cherenkov, dan hukum Snellius.

#### A. KESIMPULAN

1. Tetapan dielektrik  $\varepsilon$  dan permeabilitas  $\mu$  merupakan kuantitas karakteristik dasar dalam merefleksikan interaksi antara bahan dengan gelombang elektromagnetik yang menjalar pada bahan tersebut.
2. Struktur dari susunan resonator cincin bercelah (*Split Ring Resonator, SRR*) dan susunan kawat tipis digunakan untuk merealisasikan bahan berindeks bias negatif, dengan persamaan permeabilitas dan permitivitas adalah

$$\mu_{eff}(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{(\omega^2 - \omega_{m0}^2 + i\omega\gamma)} \quad \text{dan} \quad \varepsilon_{eff}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_{e0}^2 + i\gamma\omega} .$$

3. Resonator cincin (*SRR*) memberikan kontribusi pada permeabilitas negatif sedangkan susunan kawat tipis memberikan kontribusi pada permitivitas negatif.

#### B. DAFTAR PUSTAKA

- Anantha Ramakrishna, A., 2005, Physics of Negative Refractive Index Materials, *Rep. Prog. Phys.* 68, 449 - 521.
- Pendry, JB, Smith, DR, 2003. Comment on "Wave Refraction in Negative Index Media : Always Positive and Very Inhomogeneous, *Physical Review Letters*, 90 (2).
- Smith D.R, Schultz S, Markos P.S, dan Soukoulis c, 2002, Design and Measurement of Anisotropic Metamaterial that Exhibit Negative Refraction, *IEICE Trans Electron*, vol E87 C .
- Veselago V.G, 1968, The Electrodynamics of substances with Simultaneously Negative Values of  $\varepsilon$  and  $\mu$ , *Soviet Physics Upekhi*, Volume 10, Number 10, 509 – 513.
- Veselago V., dan Braginsky, L., 2006, Negative Refractive Index Materials, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, Vol 3, 1 – 30.