

Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan, dan Penerapan MIPA
Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta, 16 Mei 2009

DINAMIKA NONGRAVITASIONAL ORBIT KOMET

Muhammad Farchani Rosyid

E-mail : farchani@ugm.ac.id

Kelompok Riset Astrofisika, Kosmologi dan Fisika Matematika
Jurusan Fisika FMIPA Universitas Gadjah Mada
dan
Institut untuk Sains di Yogyakarta (I-Es-Ye)

Abstrak

Terbentuknya ekor pada sebuah komet mengakibatkan komet itu kehilangan massa. Hal-hal yang memengaruhi laju kehilangan massa komet telah didiskusikan. Laju kehilangan massa komet sebagai fungsi posisi telah dihitung sebagai penghampiran. Komet kemudian diperlakukan sebagai sistem terbuka. Berdasarkan anggapan bahwa prinsip aksi terkecil Hamilton sebagai prinsip yang paling mendasar, persamaan gerak komet diturunkan secara analitik. Telah ditunjukkan bahwa hukum kelestarian momentum sudut tetap berlaku namun tidak untuk hukum kedua Kepler.

Keywords : Komet, Dinamika, Astrofisika,

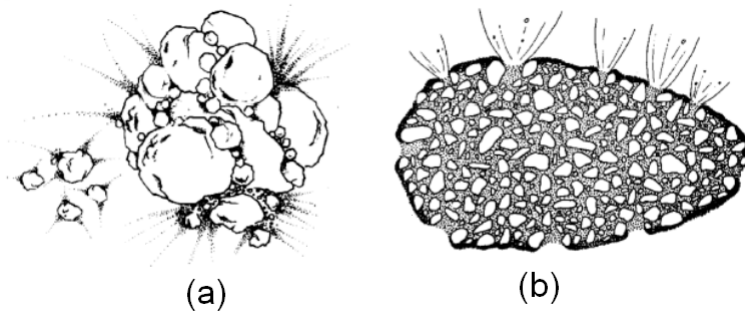
1. PENGANTAR

Istilah *komet* diberikan untuk menggambarkan astmosfer yang mengembang yang tersusun atas debu-debu dan gas-gas (baik yang netral maupun yang terionisasi) yang muncul di sekitar sebuah benda induk (disebut inti) yang berukuran cukup kecil dalam lintasan (orbit) eksentrik mengelilingi matahari. Dari astmosfer (disebut koma) yang mengembang di sekitar inti itu kemudian (oleh adanya angin dan tekanan radiasi matahari) terbentuk dua macam ekor, yakni ekor gas dan ekor debu, yang memanjang hingga 10^4 kilometer sampai 10^8 kilometer. Ukuran atmosfer maupun ekor komet berubah sepanjang lintasannya : semakin dekat dengan matahari semakin besar ukuran atmosfer maupun ekor komet. Bahkan koma dan ekor komet lenyap pada saat komet berada jauh dari matahari. Hal ini menunjukkan bahwa aktivitas komet (terbentuknya atmosfer dan ekor komet) terkait dengan keberadaan matahari.

Struktur komet telah dipelajari sejak lama melalui pemodelan. Model paling awal adalah *model onggokan pasir* (1948) yang mengatakan bahwa komet adalah sekumpulan debu-debu yang saling terikat secara lemah oleh gravitasi. Model ini serta merta ditolak karena beberapa alasan. Pertama, pengamatan menunjukkan keberadaan inti yang padat berukuran sangat kecil apabila dibandingkan dengan koma. Kedua, sekumpulan debu-debu yang saling terikat secara lemah semacam itu tentu akan tercerai berai ketika bergerak di sekitar titik perihelionnya. Model berikutnya adalah *model bola salju kotor* (1950) yang diajukan oleh Whipple. Menurut model ini, inti komet adalah bola es yang terisi oleh debu-debu meteorit di dalamnya. Inti komet memiliki porositas tinggi dan albedo rendah. Apabila inti komet mendekati matahari, radiasi matahari yang jatuh pada bola es tersebut menyebabkan bola es menyublim dengan membebaskan debu-debu yang tertanam dalam bola es sehingga terbentuklah koma yang tersusun atas gas-gas dan debu-debu. Model ini berhasil menjelaskan keberadaan koma dan ekor komet serta kebergantungan ukurannya pada jarak dari matahari. Model ini juga mampu menjelaskan penyimpangan gerakan komet dari gerak Kepleran (*Keplerian motion*) karena adanya gaya nongravitasional akibat pembebasan gas-gas dan debu-debu. Beberapa misi ruang angkasa tak berawak yang dikirim untuk mendekati (bahkan menabrak) komet menunjukkan perlunya perbaikan bagi model bola es kotor ini. Maka beberapa modelpun diusulkan sejak tahun 1985. Model *kumpulan puing-puing* diusulkan oleh Weismann pada tahun 1986. Menurut Weismann, inti komet tersusun atas bongkahan-

bongkahan es yang mengumpul melalui proses tumbukan dengan kecepatan rendah. Proses akresi lemah semacam ini tidak mengakibatkan panas yang tinggi sehingga bongkahan-bongkahan es yang mengumpul itu tetap utuh. Ruang-ruang kosong yang terbentuk di antara bongkahan-bongkahan es itu sebagian terisi oleh debu-debu dan sebagian yang lain tetap kosong. Hal ini mengakibatkan rapat massa inti komet keseluruhan lebih rendah apabila dibandingkan dengan rapat massa agregat-agregat es penyusunnya. Model yang lain diusulkan oleh Gombosi dan Houppis pada tahun 1986. Menurut model ini, komet tersusun atas bongkahan-bongkahan batu keras yang memiliki porositas tinggi yang disatukan oleh matrik es dan debu-debu. Matriks es inilah yang akan mengalami evaporasi sambil melepaskan debu-debu apabila terkena radiasi matahari.

Secara keseluruhan, dari model-model yang telah diusulkan, tampak adanya kesepakatan bahwa terbentuknya koma berawal dari proses sublimasi es-es pada komet yang disebabkan oleh radiasi matahari yang jatuh pada komet. Sublimasi es-es ini berakibat pula pembebasan debu-debu meteorit yang tertanam dalam es-es itu. Akibatnya, koma (astmosfer) yang terbentuk tersusun atas gas dan debu-debu. Selanjutnya, oleh adanya tekanan radiasi matahari, debu-debu tersebut terdorong menjauhi matahari sehingga terbentuklah ekor debu. Ekor debu sedikit melengkung akibat kelembaman (inersia) partikel-partikel debu itu. Di samping itu, gas-gas dalam koma mengalami fotoionisasi. Oleh adanya angin matahari yang tersusun atas proton-proton dan



Gambar 1 Model Inti Komet : (a) Model *Kumpulan Puing-puing* Weismann, (b) Model Gombosi dan Houppis.

elektron-elektron, ion-ion gas dalam koma tersebut terbawa/terdorong menjauhi matahari sehingga terbentuklah ekor gas yang lurus. Terbentuknya koma dan ekor berakibat berkurangnya massa komet secara terus menerus. Jadi, komet kehilangan massanya selama mengorbit matahari.

Dalam artikel ini hendak dibicarakan berbagai faktor yang memengaruhi laju kehilangan massa yang dialami oleh komet sepanjang lintasannya. Pelepasan gas dan debu itu menimbulkan efek "roket" yang mengusik komet dari gerakan Keplerannya (gerak yang ditentukan oleh gaya gravitasi matahari). Terdapat saling kegayutan antara laju kehilangan massa dengan gerakan (kecepatan dan orbit) komet. Saling kegayutan itu hendak diselidiki. Dengan anggapan bahwa komet merupakan sistem mekanik terbuka dan anggapan bahwa prinsip aksi terkecil Hamilton sebagai prinsip yang paling mendasar, persamaan gerak komet hendak diturunkan secara analitik. Dari persamaan yang diperoleh hendak dipelajari perilaku-perilaku dinamika orbit komet.

2. LAJU KEHILANGAN MASSA PADA KOMET

Sebagaimana telah dijelaskan di depan, sebuah komet mengalami kehilangan massa akibat terbentuknya koma dan ekor. Terbentuknya koma disebabkan oleh radiasi matahari yang mengakibatkan sublimasi bongkahan-bongkahan es penyusun inti komet. Sublimasi es menyebabkan pelepasan debu-debu yang tertanam dalam es. Sementara, ekor komet terbentuk karena tekanan radiasi dan angin matahari membawa debu-debu dan ion-ion gas-gas meninggalkan koma. Oleh karena itu, wajar apabila laju sublimasi, pelepasan debu-debu, laju ionisasi gas-gas dalam koma, variasi tekanan radiasi, dan kecepatan angin matahari "dicurigai" sebagai faktor-faktor yang memengaruhi laju kehilangan massa komet.

Laju Sublimasi

Sumber energi untuk terjadinya sublimasi adalah radiasi matahari yang jatuh pada permukaan komet yang menghadap ke matahari. Jadi, laju sublimasi bergantung pada intensitas radiasi (fluks energi) matahari pada permukaan komet itu dan *albedo Bond* (A) komet itu. Albedo Bond adalah nisbah radiasi matahari yang dipantulkan ke segala arah oleh permukaan komet terhadap radiasi total yang jatuh pada permukaan itu. Terdapat kesetimbangan energi antara energi sumber (radiasi yang jatuh pada permukaan inti komet) dan energi lepas yang terdiri dari radiasi termal inframerah, energi sublimasi, dan energi yang disebarkan ke seluruh inti melalui konduksi (Fernandes, 2005). Apabila komet yang ditinjau dianggap berbentuk bulat sempurna dengan jari-jari R_N , maka kesetimbangan yang dimaksud di atas dapat ditulis sebagai

$$(1 - A) \frac{F_* e^{-\tau}}{r^2} \pi R_N^2 = 2\pi R_N^2 (1 - A_{IR}) \sigma T^4 + \frac{QL_S}{N_A} + 2\pi R_N^2 \kappa(T) \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0}, \quad (1)$$

dengan $(1 - A)$ adalah fraksi radiasi yang diserap oleh komet, A_{IR} adalah albedo Bond sinar inframerah, F_* adalah tetapan matahari yang besarnya $3,16 \times 10^{-2} \text{ kal.cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, r adalah jarak komet dari matahari dinyatakan dalam satuan astronomis, σ tetapan Boltzmann, Q adalah laju sublimasi total dinyatakan dengan molekul perdetik, L_S adalah bahang laten sublimasi tiap mol, $\kappa(T)$ adalah konduktifitas termal bahan komet, dan τ adalah kedalaman optis koma. Laju sublimasi Q diperoleh sebagai jawaban bagi persamaan (1).

Pelepasan Debu-debu

Laju pelepasan massa debu-debu bergantung pada efisiensi hamburan karena tekanan radiasi (Q_{pr}) menurut (Fulle, 2006)

$$\dot{m}_d = \frac{\pi}{6} k C_{pr} Q_{pr} \int_0^\infty \frac{\Phi(t, 1 - \mu)}{1 - \mu} d(1 - \mu), \quad (2)$$

dengan C_{pr} adalah tetapan yang nilainya $1,19 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^{-2}$, k suatu tetapan tak bersatuan yang berkaitan dengan fluks foton, Φ fungsi distribusi dan $1 - \mu$ adalah parameter yang didefinisikan oleh

$$1 - \mu = \frac{C_{pr} Q_{pr}}{\rho_d d},$$

dengan ρ_d rapat massa debu dan d diameter butiran debu. Karena keberadaan tetapan k , maka laju kehilangan massa karena pelepasan debu-debu berbanding terbalik dengan kuadrat jarak dari matahari.

Laju Ionisasi Gas-gas Dalam Koma

Gas-gas yang terbebaskan oleh sublimasi selanjutnya akan terionisasi oleh radiasi matahari. Ion-ion yang terbentuk tersebut terbawa oleh angin matahari (plasma yang disemburkan dari interior matahari) menjauh ke arah radial hingga terlepas dari gravitasi inti komet. Oleh karena itu laju kehilangan massa komet juga bergantung pada laju produksi ion gas-gas dalam koma akibat proses fotoionisasi. Laju rapat fotoionisasi gas-gas dalam koma diberikan oleh (Gombosi dkk., 1997)

$$\dot{n}_n = \frac{Q}{4\pi\lambda r_c^2} \exp\left(-\frac{r_c}{\lambda}\right)$$

dengan Q adalah laju sublimasi, r_c jarak dari inti komet, dan λ adalah skala panjang ionisasi. Dari laju rapat ionisasi ini diperoleh laju rapat kehilangan massa komet karena terbentuknya ekor ion sebagai

$$\dot{\rho}_{ion} = \frac{m_c Q}{4\pi\lambda r_c^2} \exp\left(-\frac{r_c}{\lambda}\right), \quad (3)$$

dengan m_c adalah massa rerata molekul/ion.

Variasi Tekanan Radiasi

Tekanan radiasi berbanding lurus dengan fluks radiasi. Sementara fluks radiasi berbanding terbalik dengan kuadrat jarak dari matahari. Pada jarak r dari matahari fluks radiasi matahari diberikan oleh $F(r) = F_*/r^2$, dengan F_* adalah tetapan matahari. Tekanan radiasi pada jarak r dari matahari diberikan oleh

$$p_R(r) = \frac{F(r)}{c} = \frac{F_*}{cr^2}, \quad (4)$$

dengan c cepat rambat cahaya dalam ruang hampa.

3. DINAMIKA NONGRAVITASIIONAL ORBIT KOMET

Berbagai persamaan gerak dalam fisika¹ dapat diturunkan melalui prinsip variasi (kalkulus variasi). Dalam mekanika klasik, prinsip variasi maujud dalam prinsip aksi terkecil Hamilton yang memberi gambaran tentang gerak sistem mekanis *monogenis*, yakni sistem mekanis yang gaya-gayanya (kecuali gaya-gaya kendala) diperoleh sebagai gradien suatu potensial diperumum yang merupakan fungsi koordinat umum, kecepatan, dan waktu. Mengingat peranan prinsip variasi dalam berbagai cabang fisika, maka masuk akal apabila kita mendudukkannya sebagai hal yang paling mendasar. Dalam studi ini, persamaan dinamika orbit komet hendak diturunkan dari prinsip variasi.

Secara umum kaidah mendasar dalam kalkulus variasi ditermaktub dalam teorema berikut (Jost dan Li-Jost, 1998) :

Teorema : *Andaikan $F \in C^2([a, b] \times \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d, \mathbb{R})$ dan $u \in C^2([a, b], \mathbb{R}^d)$ adalah fungsi yang didefinisikan pada interval $[a, b]$ dan bernilai di \mathbb{R}^d dengan $u(a) = u_1$ dan $u(b) = u_1$. Jika fungsi u menjadikan integral*

$$I(u) = \int_a^b F(t, u(t), \dot{u}(t)) dt$$

bernilai minimum, maka berlaku

$$\frac{d}{dt} F_{u_\alpha} (t, u, \dot{u}) - F_{u_\alpha} (t, u, \dot{u}) = 0, \quad (5)$$

untuk $\alpha = 1, 2, \dots, d$.

Dalam prinsip aksi terkecil Hamilton, fungsi F diperankan oleh fungsi Lagrangean L . Secara umum, fungsi Lagrangean untuk komet dalam tata koordinat kulit bola diberikan oleh

$$L(t, r, \theta, \phi, \phi_R, \theta_R, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\phi}_R, \dot{\theta}_R) = \frac{1}{2} m(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) + \frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot \vec{I} \cdot \vec{\omega} + \frac{GM_* m}{r}, \quad (6)$$

¹ Persamaan gerak dalam meknika klasik, persamaan medan klasik, persamaan medan Einstein, prinsip Fermat, dll. dapat diturunkan melalui prinsip variasi.

dengan sudut ϕ_R dan θ_R terkait dengan derajat kebebasan rotasi komet, $\bar{\omega}$ kecepatan sudut rotasi komet dan \bar{I} tensor kelembaman komet. Berbeda dari tinjauan-tinjauan yang telah dilakukan sebelumnya, dalam penelitian ini massa komet merupakan fungsi waktu, $m = m(t)$. Mengingat ukuran komet sangat kecil jika dibandingkan dengan ukuran orbitnya, maka demi penyederhanaan masalah, suku kedua Lagrangean dapat diabaikan. Akibatnya, komet dapat diperlakukan sebagai partikel titik. Bahwa potensial yang terlibat adalah potensial terpusat membawa akibat adanya kesetangkupan (simetri) yang menguasai gerakan komet, yakni kelestarian pusa sudut orbital komet. Jadi, lintasan komet berada pada bidang datar. Jika sebagai bidang-xy dipilih bidang edar komet itu dan sumbu-z positif dipilih searah dengan vektor pusa sudut, maka sudut θ dalam Lagrangean di atas lenyap. Oleh karena itu, kita dapatkan

$$L(t, r, \phi, \dot{r}, \dot{\phi}) = \frac{1}{2} m(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2) + \frac{GM_* m}{r}. \quad (7)$$

Teorema di atas membawa kita pada sistem persamaan gerak komet berikut

$$m\ddot{r} + \dot{m}\dot{r} - mr\dot{\phi}^2 + \frac{GM_* m}{r^2} = 0, \quad (8a)$$

$$\frac{d}{dt}(mr^2\dot{\phi}) = 0. \quad (8b)$$

Persamaan (8a) menunjukkan adanya tambahan gaya nongravitasi karena pelepasan massa oleh komet (efek recoil). Persamaan (8b) menunjukkan bahwa pusa sudut orbital komet lestari sepanjang perjalanan komet. Tetapi, hal ini bukan berarti bahwa hukum Kepler kedua terpenuhi, sebab dari persamaan (8b) kita dapatkan

$$\frac{d\dot{A}}{dt} = -\frac{\dot{m}}{m} \dot{A}, \quad (9)$$

dengan $\dot{A} = r^2 \dot{\phi} / 2$ adalah laju luasan yang disapu oleh vektor posisi komet relatif terhadap matahari. Persamaan (9) memiliki jawaban $\dot{A} = \beta / m$, dengan β suatu tetapan positif. Jadi, laju luasan yang disapu oleh vektor posisi komet bertambah tinggi apabila massa komet berkurang. Sistem persamaan (8) menentukan orbit komet sekaligus kebergantungan massa komet itu pada waktu.

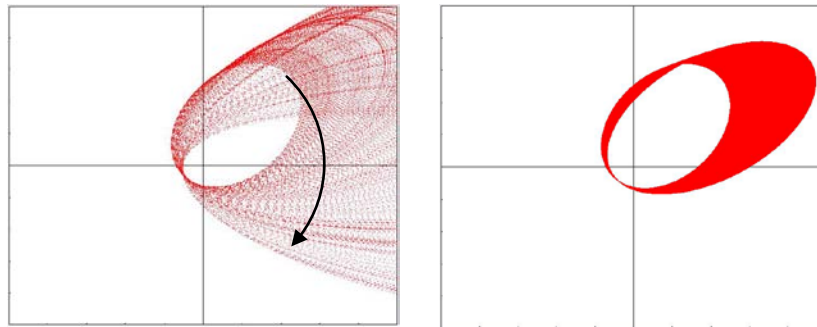
Berdasarkan diskusi pada Bagian 2, dapat diperkirakan bahwa laju pelepasan massa (perubahan massa) komet hanya bergantung pada jarak radial dari matahari, yakni bahwa $\dot{m} = f(r) < 0$, maka persamaan (8) dapat ditulis sebagai

$$m\ddot{r} + f(r)\dot{r} - mr\dot{\phi}^2 + \frac{GM_* m}{r^2} = 0 \quad (10a)$$

$$f(r)r^2\dot{\phi} + 2mr\dot{r}\dot{\phi} + mr^2\ddot{\phi} = 0. \quad (10b)$$

Sebagai studi awal telah dicoba secara komputasional untuk menyelesaikan sistem persamaan (10) tersebut untuk $f(r) = -\alpha/r^2$, dengan α suatu tetapan positif. Studi ini mengabaikan komplikasi akibat tidak isotropisnya pelepasan massa dan komplikasi yang ditimbulkan oleh kenyataan bahwa inti komet mengalami gerak rotasi. Hasil perhitungan secara komputasional diperlihatkan dalam Gambar 2 (Wahyuni, 2009) dengan α diambil 1. Tampak dari gambar itu, orbit komet mengalami

perubahan baik bentuk, ukuran, maupun orientasi. Orbit komet berupa spiral eliptik berarah keluar dengan orientasi berubah sesuai arah anak panah.



Gambar 2 Penyelesaian pers.(7) untuk $f(r) = -1/r^2$

4. PUSTAKA

- M. Fulle, 2006, Motion of Cometary Dust, dalam M. C. Festou, H. U. Keller, and H. A. Weaver (eds.), *Comets II*, University of Arizona Press, Tucson, 745 pp., p.565- 575.
- T.I. Gombosi, K.C. Hansen, D.L. deZeeuw, dan M. R. Combi, MHD Simulation of Comets: the Plasma Environment of Comet Hale–Bopp, *Earth, Moon and Planets* **79**: 179–207, 1997.
- J. Jost dan X. Li-Jost, 1998, *Calculus of Variations*, Cambridge University Press, Cambridge, hal. 6.
- S. Wahyuni, 2009, komunikasi privat.