

**Uma aplicação da abordagem da análise conjunta
de inadimplência (joint-default analysis - JDA)
em financiamentos**

Jorge Cláudio Cavalcante de Oliveira Lima
Ricardo Cunha da Costa
André Luiz de Souza Guimarães

<http://www.bndes.gov.br/bibliotecadigital>

Uma aplicação da Abordagem da Análise Conjunta de Inadimplência (Joint-Default Analysis – JDA) em financiamentos

Jorge Cláudio Cavalcante de Oliveira Lima
Ricardo Cunha da Costa
André Luiz de Souza Guimarães*

Resumo

O presente artigo apresenta a metodologia da análise conjunta de inadimplência, ou JDA (*joint-default analysis*), como alternativa às metodologias tradicionais em análise de crédito, tais como: elo mais fraco (*weakest link*) e substituição do crédito (*credit substitution*). O texto mostra que essas duas metodologias tradicionais são casos particulares da JDA. O artigo explica os princípios que fundamentam a JDA, incluindo como o uso dos conceitos de correlação e supor-

* Economista do BNDES e professor da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), engenheiro e administrador do BNDES, respectivamente. Este artigo é de exclusiva responsabilidade dos autores, não refletindo, necessariamente, a opinião do BNDES.

te pode aprimorar a avaliação de risco. Finalmente, o texto expõe aplicações potenciais da JDA que podem levar a estimativas mais precisas da probabilidade de inadimplência (*probability of default*), impactando: (i) precificação; (ii) limites de exposição; (iii) garantias mínimas necessárias; e (iv) provisão para perda por inadimplência.

Abstract

This article presents joint-default analysis (JDA) as an alternative to traditional methods for credit analysis, such as weakest link or credit substitution. The text shows that these two traditional methods are particular cases of JDA. The article explains the principles underlying JDA, including how concepts of correlation and support can improve risk assessment. Finally, the text outlines potential applications of JDA that might lead to better estimates of the probability of default, impacting: (i) pricing; (ii) exposure limits; (iii) minimum guarantees required; and (iv) provisions for expected losses.

Introdução

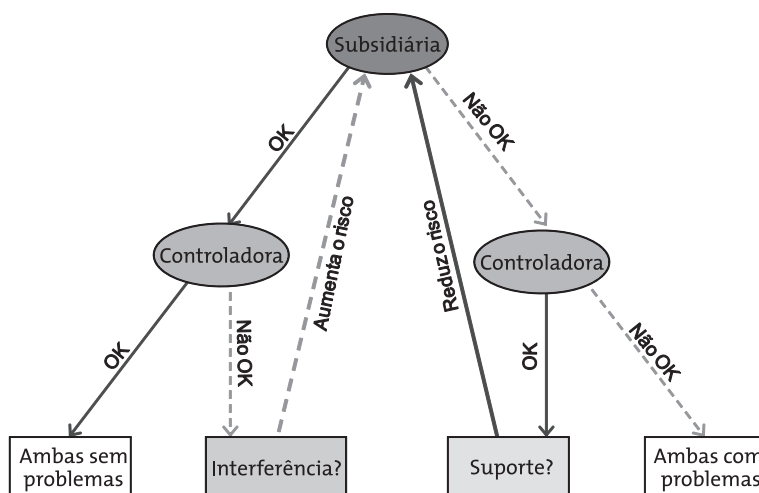
A maioria dos modelos usados na estimação do risco de crédito baseia-se em informações do devedor e dos mercados ou setores em que ele atua. Na prática, a realidade é muito mais complexa do que os modelos podem capturar. Há numerosas situações nas quais os interesses de diferentes agentes do mercado podem interferir na avaliação do risco de uma empresa, banco, ou governo regional.

Por exemplo, as relações entre subsidiárias e suas controladoras, governos locais e governos nacionais, ou entre grandes empresas e governos nacionais, muitas vezes adquirem contornos que vão além do risco estimado em uma análise individual da empresa, por melhor que seja a capacidade preditiva do modelo utilizado.

Apesar da diversidade dos exemplos que podem ser elencados, a situação pode ser resumida a um cenário com dois atores, sujeitos a riscos, independentes ou não, no qual, em virtude de interesses especiais, o segundo ator pode, em determinadas situações, afetar o primeiro (que é objeto da análise de risco) de forma positiva – socorrendo-o quando há dificuldades – ou negativa, agravando a situação do primeiro em decorrência de dificuldades enfrentadas pelo segundo.

A Figura 1 mostra quatro casos emblemáticos: (i) quando ambas as empresas, subsidiária e controladora, apresentam boa saúde financeira, os riscos de crédito são reduzidos (linhas cheias “ok”); (ii) se a subsidiária tem boa saúde financeira (linha cheia), mas sua controladora não, esta pode exercer algum tipo de influência negativa sobre a sua subsidiária, aumentando, assim, a percepção de risco do credor (linhas pontilhadas); (iii) se a subsidiária não dispõe de boa saúde financeira, mas a controladora é sólida financeiramente e tem algum compromisso na continuidade da atividade da subsidiária, na forma de suporte formal ou não, o risco de crédito deve ser inferior em relação a uma análise isolada da subsidiária; e (iv) quando ambas não apresentam boa saúde financeira, os riscos são amplificados.

Figura 1
Cenários de riscos de dois atores

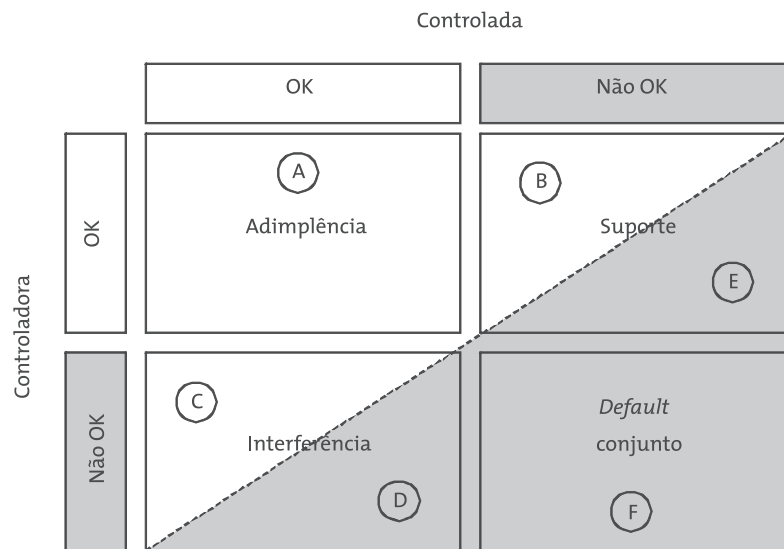


Fonte: Elaboração própria.

Os quatro cenários descritos na Figura 1 (adimplência total, suporte, interferência e *default* conjunto) também podem ser representados por meio do Diagrama 1. Note-se, neste diagrama, que a controladora, com boa classificação de risco (ok), pode ou não oferecer suporte para a sua controlada (subsidiária) e a controladora, com classificação de risco ruim (não ok) pode ou não interferir na atividade de sua controlada (subsidiária).

A seção acima da diagonal apresenta cenários de adimplência, com três casos: (a) controlada e controladoras saudáveis (ok); (b) controlada com problemas (não ok), mas controladora (ok) decide suportar a controlada e evitar a inadimplência; e (c) controlada saudável (ok) e controladora com problemas (não ok), mas não interfere na controlada.

Diagrama 1
Classificação de risco e probabilidade de inadimplência



Fonte: Elaboração própria.

Por sua vez, a seção abaixo da diagonal mostra cenários de inadimplência, com três casos: (d) controlada saudável (ok) e controladora com problemas (não ok) que interfere na controlada, causando a inadimplência; (e) controlada com problemas (não ok) e controladora saudável (ok), mas que decide não suportar a controlada; e (f) controladora e controladas com problemas (não ok), o que leva à inadimplência conjunta.

O presente artigo tem como objetivos expor a metodologia da análise conjunta de inadimplência como uma forma mais elaborada de tratar explicitamente as relações entre empresas e seu impacto na análise do risco de crédito e oferecer uma alternativa às metodologias tradicionais em análise de crédito, tais como a metodologia do elo mais fraco (*weakest link*) ou a da substituição de crédito (*credit substi-*

tution). Será visto ao longo do texto que essas duas metodologias são casos particulares da análise conjunta de inadimplência.

A análise conjunta de inadimplência parece ser bastante apropriada nos financiamentos de longo prazo quando há dois entes envolvidos, tais como: (i) o devedor e o garantidor; ou (ii) o devedor no exterior e o governo soberano no qual o devedor está sujeito às leis locais.

A estrutura do artigo está dividida em duas grandes seções. A primeira trata dos princípios que fundamentam a metodologia proposta. Introduzem-se os conceitos de correlação e de suporte para aprimorar a avaliação de risco. Há duas formas de fundamentar a metodologia, seja por meio de estatística clássica, seja por meio de estatística bayesiana.

Após as discussões teóricas, a segunda seção diz respeito às possibilidades de aplicação da análise conjunta de inadimplência. A probabilidade de inadimplência influencia, via classificação de risco: (i) a taxa de risco de crédito (precificação); (ii) o limite de exposição; (iii) as garantias mínimas necessárias; e (iv) a provisão para devedores duvidosos. A metodologia aqui apresentada visa ao aperfeiçoamento da estimativa de cálculo da probabilidade de inadimplência.

Probabilidade conjunta de inadimplência: principais abordagens

A análise conjunta de inadimplência, do inglês, *joint-default analysis* (JDA), é um assunto que vem sendo discutido há muitos anos por especialistas em análise de risco de crédito [Moody's (1997, 1999)]. A JDA tem sido aplicada por agências classificadoras de risco, principalmente quando se trata de setores ou de empresas sensíveis a alguma forma de interferência, seja ela positiva ou negativa, do controlador.

A discussão partiu do pressuposto de que o desempenho de uma empresa individual está relacionado com a situação econômica do setor ao qual ela pertence, com a região geográfica onde a empresa

atua ou com a *performance* da economia. Se uma empresa-âncora estratégica para uma região reduz o seu ritmo de atividade, é provável que isso afete a economia local e as finanças de algumas empresas localizadas ao redor da empresa-âncora.

A JDA baseia-se nas situações em que a atividade de um ente interfere na atividade de outro, ou em que as atividades dos entes estão correlacionadas. Se há correlação ou interferência da atividade de um sobre o outro, isso pode afetar (melhorando ou deteriorando) a solvência de um dos entes. Então, a probabilidade de inadimplência de um ente pode provocar a inadimplência do outro, ou a inadimplência de um pode ser suportada pelo segundo. A JDA se aplica a:

- casos de obrigação conjunta como em emissões de títulos ou dívidas, cujo risco de inadimplência depende da capacidade de pagamento tanto do devedor original (ou primário) como de outro ente (secundário) que possa estar de alguma forma obrigado a honrar a dívida contraída pelo devedor primário; e
- situações em que o credor está exposto a mais de um risco, como as transações para as quais o governo soberano pode interferir no cumprimento de uma obrigação de um ente não soberano¹ e, assim, influenciar a percepção de risco do credor. Isso também é válido quando a matriz, sofrendo algum estresse em suas finanças, pode contaminar a situação financeira da filial.

Mas, quais seriam as formas pelas quais a análise tradicional de risco de crédito estima a probabilidade de inadimplência (*probability of default* – PD) envolvendo pelo menos dois entes? Podem-se destacar as seguintes:

- transações totalmente garantidas em que prevalece a melhor classificação de risco entre as duas partes (o devedor primário

¹ Nesse caso, dois riscos precisariam ser analisados pelo credor. O primeiro é o risco corporativo de o devedor não honrar pontualmente a sua dívida. O segundo é o risco de transferência e conversibilidade da moeda de um país em moeda forte.

e a parte secundária garantidora). Essa abordagem, conhecida como “*credit substitution*”, considera que a classificação do ente menos arriscado substitui a classificação do ente mais arriscado;

- transações parcialmente garantidas (suporte parcial). A classificação de risco da transação garantida parcialmente é fixada em um nível entre a classificação de risco do devedor primário e a classificação de risco da instituição fornecendo o suporte parcial; e
- transações sujeitas à influência do ente mais arriscado sobre o menos arriscado. A classificação de risco é fixada no nível mais baixo das duas classificações de risco. Essa abordagem é denominada *weakest link* (ou elo mais fraco).

Por essas três abordagens, a probabilidade de inadimplência de uma transação específica pode variar entre a probabilidade do ente mais arriscado (por exemplo, o devedor) até a probabilidade do ente menos arriscado (por exemplo, o garantidor). Se o suporte for parcial ($S < 100\%$), a probabilidade de inadimplência conjunta vai tender à probabilidade de inadimplência do devedor quanto menor for o grau de suporte na transação de crédito ou emissão.

A JDA é uma forma alternativa a essas abordagens tradicionais de estimativa de probabilidade de inadimplência. Parte-se do princípio de que a inadimplência só ocorrerá se ambos os entes (devedor e garantidor) não honrarem suas obrigações com o credor. Por isso, a probabilidade conjunta de inadimplência (JDA) pode ser inferior à probabilidade do ente menos arriscado, dependendo do grau de correlação entre os eventos de inadimplência dos entes.

Conforme ilustrado na Figura 2 a seguir, quando há suporte integral ($S = 100\%$) e as PDs dos entes forem independentes ($W = 0$),² a PD conjunta será a multiplicação das PDs dos entes [$P(A) \times P(B)$]. Esse

² O fator de correlação W será detalhado mais adiante.

seria o ponto de menor risco e, portanto, aquele em que se encontra a menor probabilidade de inadimplência, como pode ser constatado na Figura 2.

Todavia, se as PDs do devedor e do garantidor estão fortemente correlacionadas ($W = 1$), a PD conjunta estimada pela JDA se equivale à PD estimada pelo método de substituição de crédito (*credit substitution*). Nesse caso ($W = 1$ e $S = 100\%$), a PD conjunta é igual à PD do menos arriscado [$P(A)$].

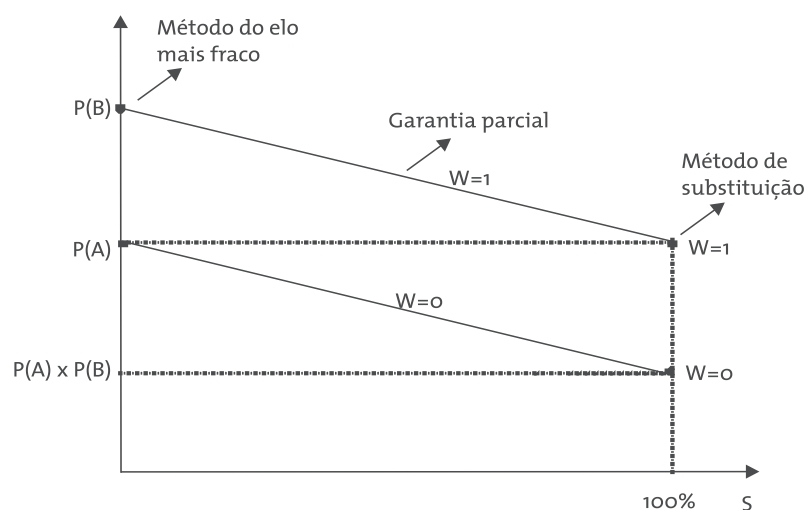
Quando o suporte é parcial ($S < 100\%$) e as PDs do devedor e do garantidor estão fortemente correlacionadas ($W = 1$), a PD conjunta varia entre a PD do ente menos arriscado [$P(A)$] e a PD do ente mais arriscado [$P(B)$]. O ponto máximo de probabilidade conjunta é $P(B)$ e, desse modo, estaria se igualando ao método do elo mais fraco (*weakest link*).

Então, generalizando, em função dos valores de S e de W , a PD pode variar entre a multiplicação das PDs individuais [$P(A) \times P(B)$] e a PD do ente mais arriscado [$P(B)$]. A Figura 2 apresenta a área contemplando as PDs que podem ser obtidas com as abordagens descritas anteriormente.

Observa-se, pela Figura 2, que as abordagens tradicionais pressupõem que ambos os entes estão fortemente correlacionados ($W = 1$). A JDA, porém, leva em consideração o grau de independência entre os dois eventos A e B . Se os eventos não são fortemente correlacionados ($W < 1$), a PD conjunta é inferior à PD estimada por um procedimento tradicional como o método de substituição de crédito ou o método do elo mais fraco.

Passa-se agora a uma análise estatística de correlação de inadimplência para esclarecer e fundamentar esses conceitos, por meio de ilustração gráfica e da demonstração algébrica das situações particulares de inadimplência conjunta. Primeiro, faz-se um desenvolvimento a partir da estatística básica, depois adota-se um enfoque baseado na estatística bayesiana.

Figura 2
 Probabilidades de inadimplência



Fonte: Elaboração própria.

Enfoque com base no conceito estatístico de correlação

O conceito de correlação é bastante difundido em finanças para se determinar o quanto diversificável é um risco de uma carteira de ações. Como os preços das ações podem variar em sentidos opostos, o risco diversificável de uma carteira de ações pode ser minimizado quando se obtém a máxima correlação negativa entre os pares de ações [Damodaran (2004)].

O conceito de correlação também pode ser utilizado para estimar a probabilidade conjunta de inadimplência,³ porém, o espaço amostral se restringe à faixa de correlação positiva. Exclui-se a possibilidade

³ Esse item foi desenvolvido com base em Lucas (1995).

de correlação negativa porque não se vislumbra a ocorrência de dois eventos em que o aumento da percepção de risco sobre um ente melhore a percepção de risco sobre outro.

Faz-se uma representação a partir de diagramas de Venn a fim de esclarecer as situações em que há uma obrigação conjunta ou em que há uma interferência de um ente sobre o outro. Na obrigação conjunta, calcula-se a probabilidade de ambos não cumprirem suas obrigações, segundo a Regra da Multiplicação em estatística [$P(A \text{ e } B)$], ou seja, pela interseção entre os dois conjuntos A e B . No caso da interferência, a probabilidade de um ente A interferir em um ente B é dada pela Regra da Adição em estatística [$P(A \text{ ou } B)$].

Obrigação conjunta: regra da multiplicação

Para se estimar a PD conjunta de entes cujas inadimplências estão correlacionadas, é necessário recorrer a algumas fórmulas estatísticas de média, desvio-padrão, covariância e correlação para distribuição binomial relativas a dois eventos A e B . Os eventos de inadimplência de A ou de B assumem valores 0 (não há inadimplência) ou 1 (há inadimplência) e as esperanças $E(A)$ e $E(B)$ são iguais às PDs de A e de B , respectivamente.

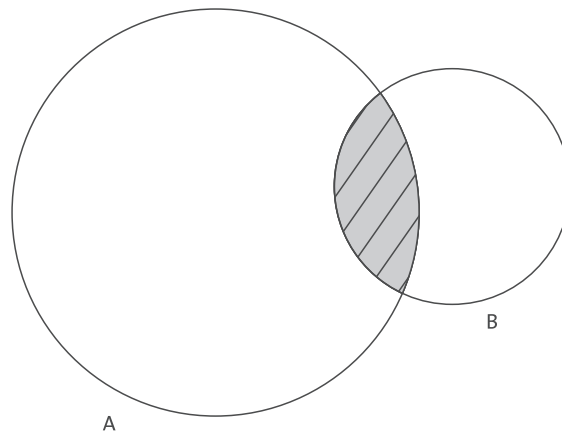
$$E(A) = P(A)$$

$$E(B) = P(B)$$

$$E(A \times B) = P(A \text{ e } B) = P(A \cap B)$$

Graficamente, pode-se representar a probabilidade de A e B não honrarem uma obrigação conjunta pela interseção dos conjuntos a seguir (área hachurada da figura), e o conjunto A representa a PD (*stand alone*) de A e o conjunto B a PD (*stand alone*) de B .

Figura 3
Obrigação conjunta



Fonte: Lucas (1995).

Para estimar a correlação entre os dois eventos A e B, é preciso calcular a covariância e os desvios-padrão conforme fórmula a seguir:

$$\text{Corr}(A, B) = \frac{\text{Cov}(A, B)}{SD(A) \times SD(B)} \quad (1)$$

O desvio-padrão de uma distribuição binomial sobre o evento inadimplência de A pode ser escrito da seguinte forma:

$$SD(A) = \sqrt{P(A) \times [1 - P(A)]} \quad (2)$$

A covariância de A e B é dada pela seguinte fórmula:

$$\text{Cov}(A, B) = P(A \times B) - P(A) \times P(B) \quad (3)$$

Substituindo as equações anteriormente citadas na fórmula de correlação, pode-se reescrevê-la da seguinte maneira:

$$Corr(A, B) = \frac{P(A \times B) - P(A) \times P(B)}{\sqrt{P(A) \times [1 - P(A)]} \times \sqrt{P(B) \times [1 - P(B)]}} \quad (4)$$

E a PD conjunta $P(A \text{ e } B)$ pode ser obtida a partir da equação (4) como segue:

$$P(A \text{ e } B) = Corr(A, B) \times \sqrt{P(A) \times [1 - P(A)]} \times \sqrt{P(B) \times [1 - P(B)]} + P(A) \times P(B) \quad (5)$$

Há algumas situações específicas interessantes para ilustrar. Primeiro, examina-se uma situação em que as PDs de A e de B são independentes. Note-se que a covariância e a correlação de eventos independentes são nulas. Nesse caso, a PD conjunta $P(A \text{ e } B)$ atinge seu ponto mínimo no espaço amostral em que trabalhamos, ou seja, em que se observam apenas correlações positivas. A PD conjunta de eventos independentes é escrita como segue:

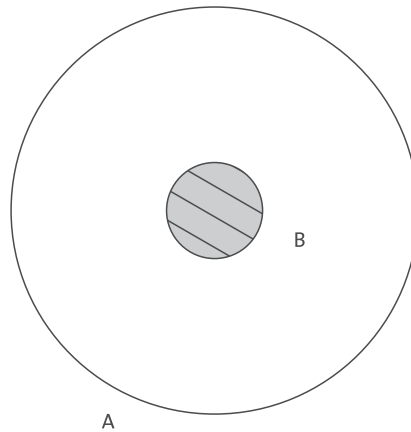
$$P(A \text{ e } B) = P(A) \times P(B) \quad (6)$$

No outro extremo, pode-se calcular a correlação máxima positiva substituindo a PD conjunta $P(A \text{ e } B)$ pelo mínimo entre $P(A)$ e $P(B)$.⁴ A correlação máxima positiva é um número inferior ou igual a 1.⁵ Graficamente, podemos ilustrar a correlação máxima, para $P(A) > P(B)$, da seguinte forma:

⁴ Isto é, $P(A \text{ e } B) = \min [P(A) ; P(B)]$ e $Corr_{MAX}(A, B) = [P(A) \times (1 - P(B))]^{1/2} \div [P(B) \times (1 - P(A))]^{1/2}$.

⁵ Para $Corr(A, B) = 1$, então $P(A) = P(B)$, isto é, as áreas dos círculos da Figura 4 seriam iguais e superpostas.

Figura 4
Correlação máxima positiva

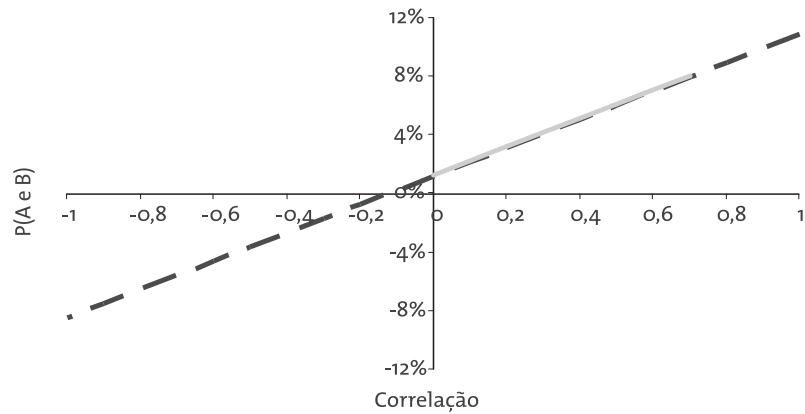


Fonte: Lucas (1995).

Por fim, podem-se representar os intervalos de variação da correlação e das PDs de uma forma diferente, por meio de um gráfico bidimensional, no qual o eixo da abscissa mede a correlação e o da ordenada mede a PDs. A correlação pode variar no intervalo $[-1;1]$, porém, no nosso caso específico de correlação positiva, o intervalo de correlação restringe-se a $[0;Corr_{MAX} \leq 1]$. A probabilidade conjunta de inadimplência $P(A \text{ e } B)$ varia no intervalo $\{P(A) \times P(B); \min [P(A); P(B)]\}$, o que pode ser confirmado na Figura 2, quando o suporte é integral ($S = 100\%$).

No intuito de facilitar o entendimento, suponha-se $P(A) = 8\%$ e $P(B) = 15\%$. Considerando os eventos independentes ($Corr = 0$), a $P(A \text{ e } B) = 1,2\%$. No outro extremo, quando a correlação é máxima ($Corr_{MAX} = 0,702$), $P(A \text{ e } B) = P(A) = 8\%$. A Figura 5 faz a representação gráfica dos intervalos de variação de PDs e correlação. A linha pontilhada contempla todas as situações teóricas de correlação variando no intervalo $[-1;1]$ e a linha contínua inclui todas as possibilidades para o exemplo em questão.

Figura 5
Correlação e probabilidade de inadimplência conjunta



Fonte: Elaboração própria.

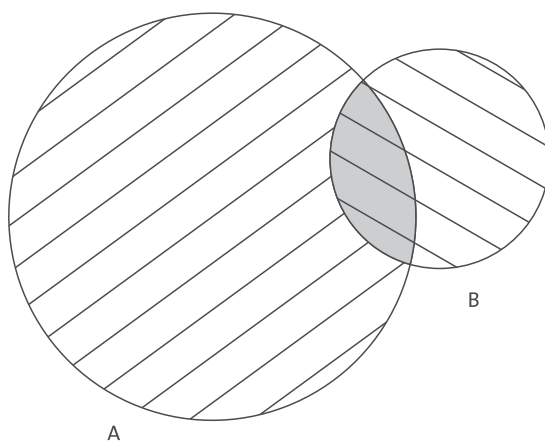
Interferência: regra da adição

Há situações em que o credor está exposto a mais de um tipo de risco. Isso quer dizer que, se um evento de inadimplência ocorrer, o outro evento de inadimplência também poderá ocorrer. A PD de pelo menos um evento resultar $P(A \cup B)$ é dada pela união das PDs individuais (*stand alone*).

$$P(A \cup B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ e } B) \quad (7)$$

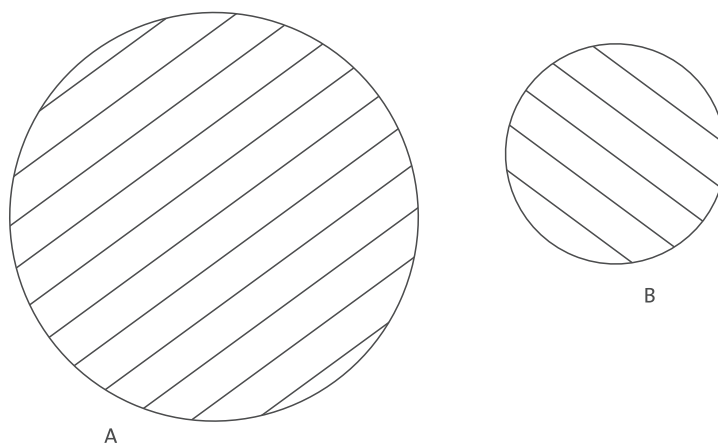
A probabilidade conjunta dada a interferência é determinada pela soma (e não pela multiplicação) de probabilidades. Pela figura a seguir, a probabilidade de pelo menos um evento acontecer é a soma das áreas hachuradas dos dois conjuntos A e B, menos a área da interseção entre os dois.

Figura 6
Inadimplência conjunta dada uma interferência



Fonte: Lucas (1995).

Figura 7
Caso hipotético de correlação negativa entre eventos A e B



Fonte: Lucas (1995).

Há o caso hipotético em que não há interseção entre os conjuntos A e B, ou seja, $P(A \text{ e } B) = 0$. Contudo, para isso, a correlação teria de ser negativa (ver Figura 5). Como se está trabalhando apenas com correlação positiva, a PD conjunta $P(A \text{ e } B)$ mínima seria igual a $P(A) \times P(B)$.

Enfoque com base na estatística bayesiana

Uma outra possibilidade de se fazer uma JDA seria utilizando a estatística bayesiana.⁶ Emprega-se o conceito de probabilidade condicional e de correlação. Como a correlação varia no intervalo de $[0; Corr_{MAX} \leq I]$, adota-se o conceito de fator de correlação W, cujo intervalo varia $[0; 1]$, de forma a simplificar o entendimento, conforme ilustrado previamente na Figura 2.

Probabilidades condicionais no caso de obrigação conjunta

A probabilidade de inadimplência conjunta de dois entes depende:

- a) da probabilidade de um deles não honrar suas obrigações; e
- b) da probabilidade de o segundo ente não honrar suas obrigações, dado que o primeiro já inadimpliu.

Algebricamente, pode-se escrever a combinação para os eventos A e B como:

$$P(A \text{ e } B) = P(A | B) \times P(B) \quad (8)$$

Ou, de forma equivalente:

$$P(A \text{ e } B) = P(B | A) \times P(A) \quad (9)$$

⁶ A Moody's vem trabalhando no desenvolvimento do JDA sob o enfoque da estatística bayesiana e a tem aplicado na avaliação de entes públicos e instituições financeiras, cuja importância do suporte do controlador é decisiva para a credibilidade do ente controlado. Desde 2004, a Moody's tem publicado diversos artigos relacionados ao tema.

Definem-se A como o evento “o ente A não honra suas obrigações” e B como o evento “o ente B não honra suas obrigações”. Da mesma forma, “ A e B ” é o evento de inadimplência conjunta em que “ A e B ambos não honram as suas obrigações”.

As classificações de risco podem ser usadas para inferir diretamente a probabilidade individual de um dado ente inadimplir [$P(A)$ e $P(B)$]. Mas, para estimar as probabilidades condicionais $P(A | B)$ e $P(B | A)$, deve-se levar em conta, para ambos, a relação entre os fatores que explicam a inadimplência. As probabilidades – $P(A)$, $P(B)$, $P(A | B)$ e $P(B | A)$ – medem o risco de cada obrigação isolada, sem contar com nenhuma garantia. Ou seja, elas representam a probabilidade de alguém inadimplir na falta de suporte conjunto ou qualquer outra interferência.

Apesar de, em teoria, ser possível lidar com esse problema diretamente estimando as probabilidades condicionais de inadimplência descritas nas equações (8) e (9), pode ser mais intuitivo focar no produto da probabilidade de inadimplência condicional para o ente mais arriscado (pior *rating*) ou do ente garantido e a probabilidade incondicional de inadimplência para o ente menos arriscado (melhor *rating*) ou o ente garantidor.

Usando R para denotar o evento em que “o ente com pior classificação de risco inadimplir em suas obrigações” e B para denotar o evento em que “o ente com melhor classificação de risco inadimplir em suas obrigações”, pode-se reescrever (8) como:

$$P(R \text{ e } B) = P(R | B) \times P(B) \quad (10)$$

Podem-se imaginar situações nas quais a probabilidade condicional $P(R | B)$ atinge o seu máximo (i.e., 1) ou o seu mínimo [i.e. $P(R)$]. Para ilustrar esses casos extremos, seguindo os exemplos apresentados em Moody's (2004), com alguns ajustes, pode-se exemplificar:

- $P(R | B) = 1$. Suponha-se que a saúde financeira do tomador de recursos está ligada de forma crucial às operações de outro ente, que possui a melhor classificação de risco. Por exemplo, o risco de inadimplência de um distribuidor em um mercado competitivo dominado por um fornecedor único pode estar altamente correlacionado com a saúde financeira desse fornecedor. Em outras palavras, a probabilidade de inadimplência desse distribuidor, que é condicional à probabilidade de inadimplência do fornecedor com melhor classificação de risco – $P(R | B)$, é igual a 1. Nesse caso, os eventos R e B possuem fator de correlação (W) máxima. Esse é o cenário no qual a probabilidade de inadimplência conjunta $P(R \text{ e } B)$ é igual a $P(B)$. Ou seja, o *rating* aplicado a tal obrigação se igualaria ao *rating* do fornecedor de melhor *rating*, sem nenhuma contaminação de *ratings*, independentemente do *rating stand-alone* da empresa R .
- $P(R | B) = P(R)$. Suponha-se que um banco europeu com excelente classificação de risco tenha adquirido uma empresa do setor de agronegócios nos Estados Unidos da América com classificação de risco ruim. Mesmo que a empresa do agronegócio se defronte com dificuldades financeiras de seu próprio setor, a saúde financeira do banco pode continuar intacta, sem comprometer o cumprimento de suas obrigações como garantidor da empresa do agronegócio. Nesse cenário, a probabilidade condicional de uma inadimplência pela empresa de agronegócio, dada uma inadimplência pelo banco – i.e. , $P(R | B)$ – é simplesmente o risco de inadimplência *stand-alone* $P(R)$ do agronegócio. Isto é, os eventos B e R não são correlacionados e são independentes um do outro. Nesse caso, a probabilidade conjunta de inadimplência é o produto de suas probabilidades de inadimplência *stand-alone*, $P(L) \times P(R)$. O *rating* da obrigação conjuntamente suportada por tal relação é geralmente mais elevado do que o *rating* do ente garantidor B .

Na prática, o risco de inadimplência condicional do ente com pior classificação de risco, dada a inadimplência do ente com melhor classificação de risco, varia entre esses dois extremos, o de correlação máxima positiva, isto é, $P(R | B) = 1$, e o de correlação mínima positiva ($Corr = 0$) ou de independência, isto é, $[P(R | B) = P(R)]$.

Níveis intermediários de correlação

A Moody's utiliza o conceito de fator de correlação (W), apresentado anteriormente. Para facilitar o entendimento dos casos intermediários de correlação entre os dois eventos de inadimplência. Dado que W pode variar entre 0 e 1, pode-se exprimir a probabilidade conjunta de inadimplência entre R e B como:

$$P(ReB) = W \times P(ReB | W = 1) + (1 - W) \times P(ReB | W = 0) \quad (11)$$

Ou, de forma mais compacta:

$$P(ReB) = W \times P(B) + (1 - W) \times P(R) \times P(B) \quad (12)$$

Em outras palavras, uma vez determinados os *ratings stand-alone* (corporativos) para os dois entes, a tarefa de atribuir um *rating* para uma obrigação conjunta pode ser reduzida à atribuição de um fator de correlação W .

Observe-se que as fórmulas (11) e (12) levam em conta apenas a correlação entre a probabilidade de um ente não honrar suas obrigações, dado que o outro inadimpliu. Supõe-se, nesse caso, que o ente B ofereça suporte, contratual ou não, ao ente R em suas transações de crédito.⁷ Uma inadimplência no pagamento da obrigação ocorre somente quando ambas as empresas não honram suas obrigações.

⁷ O caso de suporte parcial será apresentado mais adiante.

Suponha-se, por exemplo, que uma dívida é de responsabilidade de uma empresa com classificação de risco BBB (pior risco – R) e uma empresa que garante a obrigação incondicionalmente e que possui classificação de risco A+ (melhor risco – B).⁸ Conforme mencionado anteriormente, esses *ratings* podem ser usados para se inferir a probabilidade de inadimplência em um dado horizonte de tempo. Pode-se, por exemplo, usar a Tabela 1, obtida de agências classificadoras de risco como a Moody's e a Standard & Poor's, para converter os *ratings* em probabilidades de inadimplência (e vice-versa).⁹

Com base na Tabela 1, obtêm-se $P(R) = 1,20\%$ e $P(B) = 0,19\%$. Defina-se um “fator de correlação médio” W igual a 50% (i.e., peso igual entre a situação de máxima correlação e completa independência). Substituindo-se esses valores em (12), tem-se:

$$P(R \text{ e } B) = W \times P(B) + (1-W) \times P(R) \times P(B) = \\ 0,5 \times 0,19\% + 0,5 \times 1,20\% \times 0,19\% = 0,10\%$$

Retornando à Tabela 1, nota-se que a probabilidade de inadimplência de 0,10% equipara-se ao *rating* de AA- e, portanto, tem-se uma elevação de um subnível, se comparada à abordagem tradicional de *credit substitution*, por meio da qual a entidade de melhor classificação de risco substitui integralmente a classificação da empresa de pior risco.

Aumentando-se o valor de W para 75%, isto é, uma elevada correlação, a probabilidade conjunta de inadimplência aumenta para 0,14%, o que é próximo ao *rating* A+ na Tabela 1. Por outro lado, se a correlação W fosse igual a 25%, correspondendo a um cenário de

⁸ Ver Moody's (2004).

⁹ As PDs referem-se, portanto, a uma escala de referência de classificação de risco tomadas como referência sob a qual os bancos estabelecem um mapeamento entre a classificação de risco e a respectiva probabilidade de inadimplência. Conforme visto anteriormente, as PDs estão disponíveis pelas principais agências de classificação de risco e esse mapeamento deverá ser internamente validado e calibrado de acordo com a metodologia de *rating*.

baixa correlação, a probabilidade conjunta de inadimplência seria de 0,05%, equivalente a um *rating* AA.

Tabela 1
Rating e probabilidade de inadimplência

<i>Rating</i>	Probabilidade (%)
AAA	0,00
AA+	0,02
AA	0,05
AA-	0,10
A+	0,19
A	0,35
A-	0,54
BBB+	0,83
BBB	1,20
BBB-	2,38
BB+	4,20
BB	6,80
BB-	9,79
B+	13,85
B	18,13
B-	24,04

Fonte: Moody's (2004), com adaptação da escala Moody's para a escala BNDES.

Variando-se o fator de correlação W , chega-se a PDs diferentes, o que leva a concluir que a JDA proporciona ao analista uma percepção diferenciada do risco de inadimplência de uma transação. Pela JDA, a PD é dada em função da correlação entre os entes envolvidos na transação, ao passo que nas abordagens tradicionais de *credit substitution* e *weakest link*, a PD é um valor fixo, independentemente da correlação entre os entes.¹⁰

¹⁰ Na verdade, supõe-se fator de correlação máximo ($W = 1$). Isso pode ser constatado na Figura 2.

Inclusão do suporte

Passa-se às transações com garantias ou suporte parcial. Imagine-se uma empresa que contraia uma dívida para a qual o suporte de um terceiro é oferecido. O analista de crédito observa, contudo, que esse suporte não é total, seja por ser considerado frágil, seja por não cobrir o valor total da transação no prazo total estabelecido, entre outros motivos. Tem-se os seguintes exemplos de suporte:

- Garantia plena: são acordos legalmente autoaplicáveis (*binding*) que sobrevivem à insolvência da subsidiária (devedor) e obrigam ao garantidor a fazer pagamentos se a subsidiária não o fizer. Quando há um contrato que garanta, de forma incondicional, irrevogável e irretroatável, o pagamento imediato ao credor na totalidade do débito antes do período de cura da inadimplência, pode-se considerar o suporte como integral ($S=I$).
- Garantia parcial: acordos aplicáveis quando o ente garantidor fornece suporte limitado para a entidade suportada. Não requerem que a controladora faça pagamentos na totalidade dos débitos nem de forma pontual nas datas de prestações, se a subsidiária não o fizer. Por exemplo, muitos contratos de suporte não são a solução para inadimplências, e as questões relacionadas à autoaplicabilidade legal e a pontualidade dos pagamentos a serem feitos pelo controlador variam de acordo para acordo e em função da jurisdição também. Exemplos de formas mais robustas de suporte ($S^{\textcircled{R}} I$) incluem acordos de Patrimônio Líquido Mínimo (necessidade de aporte eventual), acordos operacionais e cláusulas que constituem uma reserva para fazer frente ao serviço da dívida. Formas mais frágeis ($S^{\textcircled{0}}$), que normalmente não compreendem medidas quantificáveis de apoio, incluem cartas de conforto (*comfort-letters*) e obrigações morais. As formas mais fracas

de suporte são afirmações verbais de intenção de fornecer suporte financeiro e afirmações verbais relacionadas à importância estratégica de uma subsidiária.

Tal como realizado para o fator de correlação, há dois casos extremos que são interessantes apresentar para facilitar o entendimento do suporte parcial. O primeiro se refere ao caso em que o emissor (ou a empresa que contraiu uma dívida) não detém qualquer suporte externo. A probabilidade de este evento ocorrer é igual a $P(R)$, ou seja, é simplesmente a probabilidade de a empresa de pior classificação de risco venha a inadimplir ela própria (*weakest link*).

No segundo caso, quando há suporte total (ou direito de regresso), ou seja, quando devedor e fornecedor do suporte estão obrigados a honrar as suas obrigações, a probabilidade de inadimplência é $P(R e B)$, tal como descrito na equação (12).

O grau de suporte pode ser representado por uma probabilidade e , portanto, pode variar entre 0 e 1. A probabilidade de inadimplência conjunta, dado o suporte, varia entre $P(R)$ e $P(R e B)$. Algebricamente, podemos escrever a probabilidade conjunta como:

$$P(R e B | S) = (1 - S) \times P(R) + S \times P(R e B) \quad (13)$$

Na equação (13), o parâmetro que desempenha papel de peso é o fator S , que representa o grau de suporte. Observe-se que, no caso de suporte total (i.e., $S = 100\%$), a probabilidade conjunta é $P(R e B)$ e no caso de inexistência de qualquer suporte (i.e., $S = 0\%$), a probabilidade de inadimplência é igual à probabilidade *stand-alone* do devedor $P(R)$, ou seja, a probabilidade do elo mais fraco (*weakest link*).

Considere-se a situação anterior com uma correlação W de 50%. Vale lembrar que a probabilidade conjunta de inadimplência foi calculada como sendo 0,10% equivalente à classificação de risco AA-. Ao assumir-se que a probabilidade de suporte do controlador é também

fixada a um nível de 50% (sugerindo que a probabilidade de uma entidade com boa classificação de risco estender o seu suporte é igual à do lançamento de uma moeda), a probabilidade de inadimplência implícita que deriva da equação (13) é igual a:

$$P(R e B | S) = (1 - S) \times P(R) + S \times P(R e B) = \\ 0,5 \times 1,20\% + 0,5 \times 0,10\% = 0,65\%$$

O resultado corresponde aproximadamente a uma classificação de risco A-. Considerando correlação e suporte, a probabilidade de inadimplência situa-se entre a PD (*stand-alone*) da empresa mais arriscada, que é 1,20% (BBB), e a probabilidade conjunta de inadimplência que é 0,10% (AA-). Aumentar o suporte para 90% gera uma probabilidade implícita de inadimplência de 0,21%, o que corresponde aproximadamente a uma classificação de risco A+. Reduzir o grau de suporte para 30% gera uma probabilidade implícita de inadimplência de 0,87%, ou seja, uma classificação de risco aproximada BBB+.

A abordagem para a classificação de risco de subsidiárias não garantidas deve começar com a determinação das classificações de risco individuais (*stand-alone*) da controladora e da subsidiária. Na sequência, deve-se estabelecer a probabilidade de a controladora fornecer suporte financeiro para a subsidiária durante períodos de dificuldade.

A probabilidade do suporte tem duas componentes: *vontade* e *capacidade* de fornecer suporte. A vontade de fornecer suporte envolve considerações de reputação, estratégia, integração operacional, bem como o retorno marginal no investimento prospectivo requerido. A capacidade de suporte está baseada na própria classificação de risco da controladora, na correlação entre as condições financeiras da controladora e da controlada, na magnitude dos investimentos e o tempo de retorno esperado destes. É factível realizar rebaixamento de classificação de risco *stand-alone* da controladora para refletir o suporte financeiro esperado pela frágil controlada ou, então, uma

forte controlada pode influenciar positivamente a classificação de risco *stand-alone* da controladora.

Todavia, há uma certa dificuldade em quantificar o comprometimento da controladora – considerando o papel estratégico das subsidiárias, na falta de instrumentos legais e formais de suporte e garantia – para se concederem classificações de risco mais generosas. Várias inadimplências, nos últimos anos, estão relacionadas a decisões inesperadas por parte da controladora de não fornecer suporte às subsidiárias, o que ilustra a fragilidade de instrumentos como uma carta de conforto (*comfort-letter*) ou afirmações verbais que não representam um compromisso obrigatório (*binding*) legalmente (*enforceable*) de fornecer suporte. Mas também é verdade que, se a subsidiária enfrenta dificuldades e ela é “estratégica”, é possível que haja suporte da controladora, ainda que não formalizado.

No caso de uma subsidiária arriscada, frágil financeiramente (*financially weak subsidiaries with high risk and limited histories*),¹¹ com necessidade de frequentes aportes da controladora, porém com histórico limitado de suporte, e quando não há garantia ou mecanismo de suporte formal da controladora, a classificação de risco da subsidiária vai tender à sua classificação *stand-alone* ($S = 0\%$).

Para avaliar a classificação de risco de subsidiárias de baixo risco (*established subsidiaries with lower risk profiles*), bem estabelecidas e cujas operações são críticas às da controladora, para a qual o investimento incremental vai ao encontro do objetivo da controladora, deveriam ser levados em conta vários fatores, como o registro do histórico financeiro da subsidiária e da relação de apoio da controladora à controlada. Assim, se poderia melhorar a classificação de risco *stand-alone* da subsidiária em alguns subníveis após a revisão desses fatores.

¹¹ Conforme ilustrado em Moody's (2003).

Probabilidades condicionais no caso de interferência

Retome-se o caso em que a inadimplência de um ente leva à inadimplência de outro. Essa pode ser a situação de uma filial que é contaminada pela condição financeira desfavorável da matriz ou de um governo soberano que pode impor alguma restrição de conversão ou transferência de sua moeda. Note-se que o credor está exposto a dois tipos de risco:

- 1) o risco de o devedor não honrar as suas obrigações, independentemente da situação financeira da matriz ou do governo ao qual o devedor está diretamente ligado; e
- 2) o risco de a matriz (ou o governo), em um contexto econômico-financeiro adverso, interferir na capacidade de pagamento da subsidiária.

Para equacionar esse risco conjunto, utiliza-se a regra da adição em estatística. Tal como definido anteriormente, denominam-se R o evento de inadimplência do ente mais arriscado e B o menos arriscado. Agora, supõe-se a possibilidade de ocorrer um evento de interferência I . Portanto, se há uma interferência de R sobre B , então a percepção de risco conjunto de um credor é maior do que o risco individual de B (*stand alone*). O problema pode ser equacionado da seguinte forma:

$$P(R \text{ ou } B | I) = P(B) + P(ReI) - P(ReBeI) \quad (14)$$

No caso bastante específico, no qual a interferência I é independente de R e de B , a fórmula de probabilidade conjunta, dada a interferência é:

$$P(R \text{ ou } B | I) = P(B) + P(R) \times P(I) - P(ReB) \times P(I) \quad (15)$$

Quando há interferência governamental, importa destacar que, nos últimos anos, a maior parte dos governos que decretaram moratória não restringiu a conversão e transferência de moeda. Quando restrin-

giam, preferiam fazer imposições seletivas, livrando muitas vezes aqueles que precisavam honrar o pagamento do serviço da dívida contraída no exterior.

Assim sendo, é aceitável supor que uma moratória possa afetar apenas parcialmente a probabilidade de um ente não soberano não honrar as suas obrigações no exterior. Suponha-se que os eventos R e B estejam relacionados e que R possa sofrer interferência parcial de governo no qual R está circunscrito em caso de moratória M . Sendo $P(C)$ a probabilidade de a moratória contaminar a capacidade de R honrar suas dívidas e sendo os eventos M e R independentes, tem-se:

$$P(R \text{ ou } B | M, C) = P(B) + P(R) \times P(M) \times P(C) - P(R \text{ e } B) \times P(M) \times P(C) \quad (16)$$

Nesse exemplo, o ente menos arriscado B sofre uma interferência indireta de uma moratória, pois ele está relacionado com o ente R e este está sujeito ao impacto parcial de M . Graficamente, pode-se representar o cenário de risco conjunto descrito anteriormente pela união da probabilidade de inadimplência de B com a de R dado M e C . Para simplificar o diagrama, denomina-se de G o evento em que o governo decreta moratória e contamina o ente R .¹²

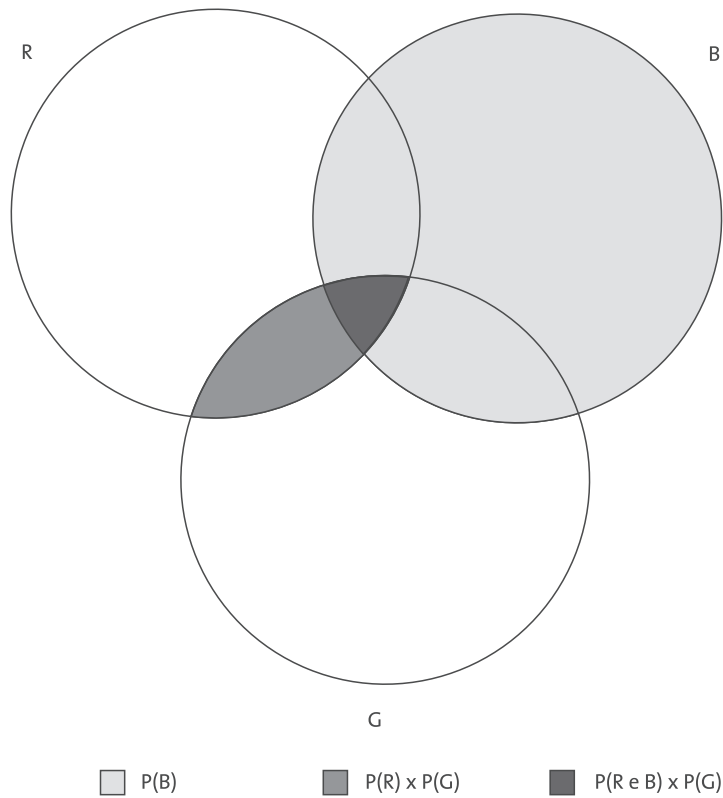
Note-se que $P(R \text{ ou } B | M, C)$ é a soma das áreas hachuradas do diagrama da Figura 8, lembrando que $P(G) = P(M) \times P(C)$. Isso quer dizer que, dada a interferência, a probabilidade de inadimplência de B aumenta de $P(B)$ para $P(R \text{ ou } B | M, C)$, conforme Figura 8 e equação (16).

Em outras palavras, a interferência está associada a uma piora da inadimplência de um ente se este for analisado isoladamente. Portanto, a interferência implica limitação da habilidade do devedor em honrar sua obrigação.¹³

¹² A simplificação decorre do fato que $P(G) = P(M) \times P(C)$.

¹³ Nota-se que o suporte, ao contrário, tende a reduzir a probabilidade do evento inadimplência quando não se analisa a questão da obrigação conjunta.

Figura 8
Diagrama de Venn representando a interferência de um governo



Fonte: Elaboração própria.

Como exemplo de interferência, tome-se uma controladora cuja classificação de risco é pior do que a controlada. Desse modo, ainda que houvesse o suporte por parte da controladora, não parece razoável supor que a probabilidade de inadimplência conjunta seja menor do que a probabilidade de inadimplência da controlada (*stand alone*) ou ainda, numa perspectiva menos conservadora, não parece razoável supor que a probabilidade de inadimplência da controlada seja muito

diferente da probabilidade de inadimplência da controladora. Portanto, nesses casos é possível que se tenha que impor alguma limitação ao uso do JDA à PD da controladora ou permitir no máximo um ou dois subníveis de discrepância. Nesse caso, a noção de interferência parece fazer mais sentido do que a utilização da noção de suporte, ainda que exista o suporte.

Possibilidades de utilização da abordagem de JDA

Para delimitar o escopo de utilização da JDA, é importante, primeiramente, definir o que vem a ser risco de crédito. O conceito de risco de crédito é relativamente bem estabelecido na literatura. No entanto, adotou-se a definição elaborada pelo Banco Central do Brasil na Resolução 3.721/2009, que diz:

O risco de crédito é definido como a possibilidade de ocorrência de perdas associadas ao não cumprimento pelo tomador ou contraparte de suas respectivas obrigações financeiras nos termos pactuados, à desvalorização de contrato de crédito decorrente da deterioração na classificação de risco do tomador, à redução de ganhos ou remunerações, às vantagens concedidas na renegociação e aos custos de recuperação.

A definição de risco de crédito compreende, entre outros:

I – o risco de crédito da contraparte, entendido como a possibilidade de não cumprimento, por determinada contraparte, de obrigações relativas à liquidação de operações que envolvam a negociação de ativos financeiros, incluindo aquelas relativas à liquidação de instrumentos financeiros derivativos;

II – o risco país, entendido como a possibilidade de perdas associadas ao não cumprimento de obrigações financeiras nos termos pactuados por tomador ou contraparte localizada fora do País, em decorrência de ações realizadas pelo governo do país onde está localizado o tomador ou contraparte, e o risco de transferência, entendido como a possibilidade de ocorrência de entraves na conversão cambial dos valores recebidos;

III – a possibilidade de ocorrência de desembolsos para honrar avais, fianças, coobrigações, compromissos de crédito ou outras operações de natureza semelhante;

IV – a possibilidade de perdas associadas ao não cumprimento de obrigações financeiras nos termos pactuados por parte intermediadora ou conveniente de operações de crédito.

Portanto, a partir dessa definição de risco de crédito, pode-se determinar a utilização potencial da abordagem JDA. Em grandes linhas, a abordagem JDA pode ser inicialmente utilizada para fins de precificação e estabelecimento do *spread* de risco associado a uma determinada empresa, grupo econômico ou operação.

Outra possibilidade de utilização da abordagem de JDA é no que se refere ao estabelecimento de limites de exposição a uma determinada empresa ou grupo econômico.

Pode-se utilizar a abordagem de JDA para fins de estabelecimento da estrutura de garantias e/ou a dispensa de garantias. Além disso, a JDA pode ser útil para estimar-se a provisão para devedores duvidosos.

Como pôde ser visto, as possibilidades de uso da abordagem são bastante vastas, cabendo parcimônia e bom senso em sua utilização, requerendo, muitas vezes, a percepção do analista de crédito na correta especificação dos riscos envolvidos. Na prática, há certa dificuldade, muitas vezes de se estabelecer o grau de correlação, dependência, interferência e suporte, pela ausência de métricas bem estabelecidas e objetivas. A elaboração de um gabarito que permitisse identificar os graus atribuíveis a cada situação a ser analisada, poderia ser uma forma de se aplicar o método de análise de probabilidade conjunta.¹⁴

JDA e a precificação

A perda esperada (*expected loss* – EL), em termos percentuais, pode ser escrita como a equação (17) a seguir:

$$EL(\%) = PD \times LGD \quad (17)$$

¹⁴ Esse tema transcende o escopo da proposta deste artigo, mas pode ser proposto em um trabalho futuro.

A primeira componente está relacionada à probabilidade de inadimplência (*probability of default* – PD). Essa, por sua vez, se ancora em um procedimento que se chama de classificação de risco. A classificação de risco equivale a avaliar a capacidade de pagamento de um cliente. Tanto uma análise quantitativa (baseada em indicadores econômico-financeiros e contábeis) como uma qualitativa são aplicadas. A capacidade de julgamento e a experiência do analista também são elementos importantes. As agências classificadoras de risco disponibilizam as classificações de risco para emissões de companhias abertas.

O processo de atribuição de uma probabilidade de inadimplência para uma classificação de risco é chamado de calibração. O produto final de calibração das probabilidades de inadimplência para o *rating* R , é chamado de mapeamento. Isso fará com que para cada *rating* R , uma certa probabilidade de inadimplência, PD, será atribuída.

A tarefa de se atribuir uma probabilidade de inadimplência para cada transação ou cliente na carteira de um banco não é tarefa fácil. As abordagens mais frequentemente empregadas são:

- calibração de PDs a partir de dados de mercado ; e
- calibração de PDs a partir de *ratings*;

A calibração das probabilidades de inadimplência dos dados de mercado é baseada nos *spreads* de risco de produtos comercializados como títulos de empresa (disponíveis em bases públicas com uma certa defasagem temporal).¹⁵

Já quando as probabilidades de inadimplência são associadas com *ratings*, a abordagem se baseia nos *ratings* atribuídos por agências classificadoras de risco como a Moody's, Standard & Poor's ou Fitch ou ainda por metodologias próprias do credor aos clientes.

¹⁵ Outra possibilidade seria a utilização do produto KMV, que fornece as frequências esperadas de inadimplência (EDF).

A perda dada a inadimplência (*loss given default* – LGD) de uma transação pode ser quantificada, *grosso modo*, como “1 menos a taxa de recuperação”, i.e., a LGD quantifica a parcela de uma perda que o credor realmente não conseguiu recuperar em caso de inadimplência. A estimação de tais perdas não é direta porque as taxas de recuperação dependem de muitos fatores, como a qualidade da garantia (ações, títulos, hipoteca etc.) e da senioridade da dívida do banco em relação a outros credores.¹⁶ De fato, a LGD é um termo-chave que determina a perda esperada (EL). Verificamos então um potencial impacto da abordagem da JDA, pois ela não afeta a PD *per se*. em função dos suportes oferecidos ou de interferências possíveis de um terceiro ente, a LGD poderá ser alterada. Para se configurar a perda de uma inadimplência, porém, vários eventos precisam acontecer. Quando há mais de um ente envolvido em uma obrigação, para que se configure a perda, um outro evento de inadimplência tem que ocorrer. A LGD, com a aplicação da abordagem de JDA tende a ser mais baixa, quando há suporte de terceiro, reduzindo a perda esperada.

JDA e os limites de exposição

O Acordo de Basileia, em uma de suas publicações iniciais, explicitou regras prudenciais a serem seguidas pelas instituições financeiras. Uma de suas principais é a *Core Principles* [BIS (1997)], que estabeleceu exposição máxima de 25% do patrimônio de uma instituição financeira em relação a uma dada empresa. Essa publicação do BIS levou à edição da Resolução 2.844 do Banco Central e espelhou essa regra prudencial. Todavia, essa resolução limitou a exposição a um dado devedor, uma vez que sua inadimplência poderia vir a comprometer o patrimônio líquido da instituição financeira. Mas, tratando-se de uma obrigação conjunta (com suporte), ainda que o devedor

¹⁶ A rigor, em termos técnicos, esses elementos vão determinar a severidade da perda em caso de inadimplência.

inadimplisse, a perda só se consubstanciaria se o suporte (dependendo do suporte) não “curasse” a inadimplência. Naturalmente, nessa hipótese, se admitiria maior exposição (*exposure at default* – EAD) a um dado devedor, pois, além da *performance* do devedor, conta-se com garantias adicionais, de tal forma que a perda esperada poderia manter-se em um mesmo nível, ainda que a exposição fosse maior.

Algebricamente, poderia ser argumentado o seguinte:

$$EL(\$) = PD \times LGD \times EAD \quad (18)$$

onde a diferença entre (17) e (18) é que (17) calcula a perda esperada em termos percentuais e (18) a calcula em termos monetários. Com a obrigação conjunta, a PD do devedor não se altera, mas como já visto antes a LGD tende a diminuir, pois o credor terá mais acesso a recursos para reaver seu crédito. Portanto, para a mesma perda esperada (\$), é possível ter maior exposição, de tal forma que o incremento em uma componente anula o incremento na outra:

$$EL(\$) = PD \times LGD \downarrow \times EAD \uparrow$$

É útil mencionar que a obrigação conjunta, no caso de suporte, afeta tanto a precificação como os limites de exposição, até mesmo em situações usuais como a prestação de fiança solidária, a fiança de terceiros ou a fiança proporcional (aí inclusa uma fiança parcial do controlador). Na fiança solidária, há o suporte integral ou de 100%, pois o credor pode cobrar a dívida inteiramente do devedor, inteiramente do fiador ou dos dois ao mesmo tempo, ficando à escolha do credor. No caso de a dívida ser cobrada inteiramente, o fiador não pode alegar que o devedor deva ser instado a pagar ante a recusa deste, se o fiador solidário honrar o pagamento. Se isso ocorrer, a responsabilidade seria subsidiária, e não solidária, à do fiador pela dívida do devedor. Em ambas as situações, tanto de responsabilidade solidária como de subsidiária, o fiador é corresponsável pela dívida do devedor. O primeiro tem o direito a reaver tudo o que gastou pelo fato de o segundo não ter honrado o compromisso com o credor.

Na fiança de terceiros, ter-se uma responsabilidade subsidiária. Mas, o interessante nesse tipo de fiança é que ela tende a ser mais efetiva quanto menor for a relação com o setor de atividade do devedor e do fiador, proporcionando uma diversificação efetiva do risco. A redução no risco ensejando a menor precificação e um maior limite de exposição dependerá do percentual de fiança que estará sendo oferecido pela entidade.

Um exemplo notável é o de uma fiança parcial ou proporcional, em especial o de fiança parcial do controlador. Muitas instituições requerem a fiança pessoal do controlador não havendo nenhum meio termo. Por exemplo, imaginem que o controlador é estrangeiro e que ofereça uma fiança de 40% do valor do crédito. Naturalmente, a precificação e o limite de exposição não serão os mesmos que uma fiança de 100% do controlador, mas certamente o risco em uma situação em que se conta com uma obrigação de suporte de 40% do valor do crédito enseja um risco menor do que quando não se tem nenhum tipo de suporte. Portanto, a fiança parcial do controlador também tem um rebate na precificação, reduzindo-a, assim como ensejando um maior limite de exposição ao risco.

JDA e a dispensa de garantias

Várias instituições financeiras estabelecem requisitos quanto às garantias para suas operações de financiamento. A preocupação nesse caso é sempre o de se limitar ao mínimo a perda. A fiança pessoal visa reduzir a probabilidade de inadimplência enquanto a garantia real visa reduzir a LGD de ambas, tendo impacto sobre a perda esperada. Entretanto, muitas vezes faltam instrumentos adequados para disciplinar a dispensa de garantias. A partir de que níveis ou faixas de risco podem-se dispensar as garantias?

O JDA pode ser um instrumento para balizar essa dispensa. Nesse caso, caberia à instituição financeira fixar um nível de perda esperada

abaixo do qual estaria disposta a conviver. Nesse sentido e conhecidas as probabilidades de inadimplência por faixa de risco como explicitado na Tabela 1, poderiam ser adicionadas estimativas de LGD para ilustrar a questão da dispensa de garantias. Para tal exercício, serão usados dados relativos a aeronaves produzidas pela Embraer, para as quais há dados de instituições especializadas chamadas de *appraisers* e que permitem a construção da Tabela 2.

Como se vê na Tabela 2, a LGD de 5% para o nível de risco corporativo BBB- equivaleria a uma LGD de 10% com um risco corporativo AA. Ou seja:

$$PD_{AA} \cdot LGD_{10\%} = PD_{BBB-} \cdot LGD_{5\%}$$

Tabela 2
Spreads em pontos de base para um dado prazo fixo

LGD	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%
AAA	6,00	12	18	24	30	35,9	41,9	47,8	53,7
AA	9,90	19,8	29,7	39,6	49,4	59,2	68,9	78,7	88,4
A	12,00	23,9	35,8	47,6	59,4	71,1	82,9	94,5	106,2
BBB+	14,20	28,3	42,4	56,5	70,5	84,4	98,3	112,2	126
BBB	16,60	33,2	49,7	66,1	82,5	98,8	115	131,2	147,3
BBB-	19,20	38,4	57,4	76,4	95,3	114,2	132,9	151,6	170,2
BB+	22,20	44,3	66,2	88,1	109,9	131,6	153,3	174,8	196,2
BB	26,20	52,2	78,2	104	129,7	155,3	180,8	206,1	231,4
BB-	30,70	61,3	91,7	122	152,1	182,1	211,9	241,6	271,2
B+	34,30	68,5	102,5	136,2	169,8	203,2	236,5	269,5	302,4
B	38,00	75,7	113,2	150,4	187,4	224,2	260,8	297,2	333,3
B-	42,40	84,4	126,2	167,6	208,7	249,6	290,1	330,4	370,4
CCC	46,30	92,2	137,6	182,7	227,3	271,6	315,6	359,2	402,5
CC	50,70	100,8	150,4	199,5	248,1	296,2	343,9	391,1	437,9
C	58,30	115,8	172,4	228,3	283,5	338	391,9	445,2	497,9

Fonte: Elaboração própria.

Portanto, uma empresa com *rating* BBB- e uma LGD de 10%, aumentaria sua garantia real, reduzindo sua LGD ($LGD = 1 - \text{Taxa de Recuperação}$)¹⁷ para 5%, com um *spread* de risco de 19,20 pontos de base. Isso equivale a um *rating* de AA na tabela de LGD de 10%. Portanto, uma empresa BBB- ao trazer mais garantias reais poderia obter um *upgrade* de quatro subníveis (de BBB- para AA).

Assim sendo, com base na abordagem de JDA, pode-se estipular uma LGD de 20% e uma probabilidade média de inadimplência equivalente a BBB-, com uma perda esperada de 0,764%, por exemplo. Nesse caso, percorreria-se cada uma das colunas para os diferentes LGDs e para as diferentes faixas de risco para ver qual seria o requerimento de garantia real ou pessoal. Assim, para um AA, o credor estaria disposto a admitir uma LGD de 40% (0,787% é o mais próximo do nível aceitável de perda esperada), aumentando em 20% a LGD, pois na prática, o credor não vai requerer os 130% de garantia real usuais do BNDES, mas sim um percentual menor (maior LGD), por exemplo. Para um A, o nível de LGD seria da ordem de 35%. E assim por diante.

JDA e o nível de provisão

A Resolução 2.682/99 do Banco Central estipula nove faixas de risco em que são estabelecidos os percentuais mínimos de provisão, que variam de 0%, no caso de um devedor classificado como AA, até o percentual de 100%, quando a classificação de risco é H. A provisão serve para cobrir a perda esperada e, desse modo, estar associada não só à probabilidade de inadimplência (PD), mas também à estrutura de garantias que poderão significar menor perda esperada, se ocorrer uma inadimplência (LGD).¹⁸

¹⁷ Maior percentual de garantia real aumenta, *ceteris paribus*, a taxa de recuperação e reduz a LGD.

¹⁸ A Resolução 3.490, de 29 de agosto de 2007, estabelece o Patrimônio de Referência Exigido (PRE), que corresponde ao requerimento de capital aplicável às instituições financeiras para cobertura de suas perdas não esperadas. O valor do capital requerido corresponde à soma das parcelas relativas aos diferentes determinantes de risco (crédito, mercado e operacional).

Assim, a abordagem de JDA também poderá ter um impacto sobre o nível de provisão que uma instituição financeira deverá registrar em seu balanço de forma a cobrir uma perda esperada. Isso é reconhecido no artigo 2º, inciso I, da referida resolução, no qual se reconhece que a classificação da operação no nível de risco correspondente deverá contemplar aspectos em relação aos seus devedores enfatizando a situação econômico-financeira, grau de endividamento, capacidade de geração de resultados, fluxo de caixa etc.

A classificação da operação no nível de risco correspondente é de responsabilidade da instituição detentora do crédito e deve ser efetuada com base em critérios consistentes e verificáveis, amparada por informações internas e externas, contemplando, pelo menos, os seguintes aspectos:

I – em relação ao devedor e seus garantidores:

- a) situação econômico-financeira;
- b) grau de endividamento;
- c) capacidade de geração de resultados;
- d) fluxo de caixa;
- e) administração e qualidade de controles;
- f) pontualidade e atrasos nos pagamentos;
- g) contingências;
- h) setor de atividade econômica;
- i) limite de crédito;

II – em relação à operação:

- a) a natureza e a finalidade da transação;
- b) características das garantias, particularmente quanto à suficiência e liquidez;
- c) valor.

No entanto, essa resolução também reconhece que as garantias podem exercer um papel importante na redução da perda esperada e, no mesmo artigo 2º, inciso II, enfatiza a necessidade de se analisarem as características da garantia.

Deve-se proceder à análise do risco do devedor, como preconiza a Resolução 2.682/99 em seu artigo 2º, inciso I, mas se pode aplicar o conceito de JDA para determinar o nível de suporte com vistas a classificar o risco com base na perda esperada efetiva, podendo a classificação de risco ser diferente da classificação do devedor, como admite artigo 3º da referida resolução.

Conclusão

A estimação do risco de crédito é uma das principais tarefas de uma instituição financeira em razão de seu impacto quanto à precificação, garantias, limites, provisão etc. Grande parte dos modelos de risco de crédito se baseia em informações sobre a capacidade e a disposição do devedor em honrar suas obrigações. Na prática, contudo, os modelos deixam de capturar várias relações que se estabelecem entre devedores e outras entidades que podem interferir na avaliação do risco de uma empresa, banco, ou governo regional.

Viu-se que as relações entre subsidiárias e suas controladoras, governos locais e governos nacionais, ou entre grandes empresas e governos nacionais, muitas vezes assumem contornos que vão além do risco estimado em uma análise isolada da empresa (*stand alone*), por melhor que seja a capacidade preditiva do modelo utilizado. Portanto, parece razoável adotar uma metodologia que incorpore na métrica da estimativa do risco de crédito essa componente de relação entre o devedor e outros agentes.

A metodologia de análise da inadimplência conjunta, ou simplesmente JDA (*joint-default analysis*), propõe o arcabouço para um tratamento mais rigoroso dessa questão. O presente artigo introduziu a metodologia JDA, suas diferentes configurações e seus potenciais usos.

A JDA requer uma análise mais completa dos entes envolvidos, pois necessita de informações tanto do devedor como do garantidor;

ou então do governo soberano sob o qual o devedor está submetido. Além das informações requeridas pelos métodos tradicionais de análise de risco de crédito, a JDA depende de informações sobre a correlação entre os dois entes envolvidos na operação de crédito, bem como depende de definição de parâmetros sobre grau de suporte ou de interferência.

Esses parâmetros precisam ser definidos para que a JDA possa ser posta em prática. A Moddy's, por exemplo, desenvolveu ferramentas com alguns parâmetros para o setor financeiro e para financiamentos ou captações sob a influência de governos. Esses parâmetros podem ser ajustados para o caso de financiamentos corporativos para os diversos segmentos da economia.

Em um trabalho futuro, seria interessante apresentar estudos de casos aplicando a JDA *vis-à-vis* as metodologias tradicionais para se verificar quais seriam as diferenças. Para isso, é necessário determinar parâmetros que definirão os fatores de correlação e os graus de suporte. O trabalho da Moddy's oferece bons subsídios para esse trabalho futuro de pôr em prática a JDA.

Referências

BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL. *Resolução 2.844*, de 29 de junho de 2001.

BCBS – BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION. *Core principles for effective banking supervision*. Basel, set. 1997.

BIS – BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS. *Core principles for effective banking supervision*. Set. 1997.

DAMODARAN, A. *Investment fables*. Nova York: Prentice Hall, 2004.

LUCAS, D. Default correlation and credit analysis. *Journal of Fixed Income*, 9(4): 76–87, 1995.

MOODY'S. *Moody's approach to jointly supported obligations*. Nova York, nov. 1997.

_____. *How Moody's evaluates support mechanisms provided by parents, affiliates or other related entities*. Nova York, dez. 1999.

_____. *Rating non-guaranteed subsidiaries: credit considerations in assigning subsidiary ratings in the absence of legally binding parent support*. Nova York, dez. 2003.

_____. *Proposal to incorporate Joint-Default Analysis into Moody's rating methodologies*. Nova York, dez. 2004.

_____. *Piercing the country ceiling: an update*. Nova York, jan. 2005.

_____. *Incorporation of joint-default analysis into Moody's Corporate, financial and government rating methodologies*. Nova York, fev. 2005.

_____. *The application of joint-default analysis to government related issuers*. Nova York, abr. 2005.

_____. *Default correlation among non-financial corporate affiliates*. Nova York, jun. 2005.

_____. *Proposta para incorporar a Análise de Default-Conjunto na Metodologia de Ratings Bancários da Moody's*. Nova York, abr. 2006.

_____. *Incorporation of joint-default analysis into Moody's bank ratings: a refined methodology*. Nova York, mar. 2007.

_____. *The application of joint default analysis to regional and local governments*. Nova York, dez. 2008.

_____. *Government-related issuers: methodology update*. Nova York, jul. 2010.