

Liet. mat. rink. LMD darbai, 48/49, 2008, 196–199

# Vilniaus universiteto finansų modeliavimas

Rimantas EIDUKEVIČIUS (VU), Feliksas IVANAUSKAS (VU, MII),  
Aleksas PIKTURNA (VU)

el. paštas: rimantas.eidukevicius@mif.vu.lt, feliksas.ivanauskas@mif.vu.lt, aleksas.pikturna@cr.vu.lt

**Reziumė.** Pasiūlytas Vilniaus universiteto funkcionavimo matematinis modelis. Jį sudaro trys diskretaus laiko lygtys, aprašančios universiteto biudžetą, dėstytojų ir studentų dinamiką. Šio modelio sprendinių nestabilumo pašalinimui reikalingas išorinis poveikis.

**Raktiniai žodžiai:** diskretaus laiko modeliai, paprastos diferencialinės lygtys, parametrų įverčiai.

## 1. Įvadas

Darbe siūlomas determinuotas diskretaus laiko VU finansų matematinis modelis. Jis pagrįstas studentų ir dėstytojų skaičių ir biudžeto sąveika laike, kurio žingsnis yra vieneri metai. Universiteto biudžetas planuojamas metams pagal fiksuotą metodiką, kuri atsispindi siūlomame modelyje.

Tobulinant valstybės valdymą keitėsi įstatymai, biudžeto struktūra ir jo sudarymo taisyklės. Todėl duomenų yra tik nuo 1998 iki 2007 metų (imtinai). Todėl, nors biudžeto struktūra sudėtinga, jis aprašomas tik viena lygtimi. Analogiškai sudėtingos studentų ir dėstytojų populiacijos aprašomos atitinkamai apibendrintų studentų ir apibendrintų dėstytojų kiekių kintamaisiais.

## 2. Žinomi modeliai

Matematiniai modeliai naudojami tirti du svarbius universitetų finansinės veiklos aspektus:

- lėšų paskirstymas tarp aukštųjų mokyklų padalinių, mokslinės veiklos skatinimas,
- finansų ir kitų rodiklių sąveika ir kitimas laike bei universitetų įtaka regiono ekonominei veiklai.

Trumpai aprašysime tris ankstesnius tokių tyrimų pavyzdžius. Pateiksime tik svarbiausias idėjas ir apibrėšime tik pagrindinius modelių kintamuosius bei parametrus.

### 2.1. Statinis modelis

Darbuose [1,2,4] modeliuojami viso Vilniaus universiteto biudžeto lėšų skirstymas bei atskirai šių svarbiausių aukštosios mokyklos veiklos sričių finansavimas: mokslo ir studijų. Ieškoma optimalaus lėšų paskirstymo panaudojant *Data envelopment analysis* metodą.

## 2.2. Diskretaus laiko modeliai

Stanfordo universiteto biudžeto modelis ([3]) buvo sukurtas po patirtų finansinių sunkumų 1973 metais.

- Biudžeto balansas (teigiamos  $V_t$  reikšmės atitinka biudžeto deficitą)

$$B_t = I_t + pE_t + V_t,$$

- biudžetas ( $t$  – laikas)

$$B_t = (1 + r + f)B_{t-1} + hpD_{t-1},$$

- pajamos (*income*)

$$I_t = (1 + t)I_{t-1},$$

- anksčiau gautų dovanų (*endowment*) rinkos vertė

$$E_t = (1 + \rho - p)E_t + D_t,$$

- naujos dovanos

$$D_t = (1 + \delta)D_{t-1}.$$

Mažosiomis raidėmis žymimi teigiami parametrai. Dinaminė pusiausvyra suprantama kaip nulinis deficitas. Rastos sąlygos tokios būsenos stabilumui bei jos nestabilumo sritys.

## 2.3. Tolydaus laiko modelis

Paprastų diferencialinių lygčių sistema darbe [5] aprašo produktyvių profesorių, sėkmingų studentų sąveiką bei jų įtaką regiono ekonomikai, kuri atstovaujama darbo vietų skaičiumi.

- „Aktyvių“ (*productive*) profesorių skaičius

$$\frac{dP}{dt} = c_0 \left( \frac{c_1(I_G - E_T) + c_2F}{E_p} + c_3S - c_4(S_T - S) \right) \left( \frac{P}{P_T} \right) (P_T - P),$$

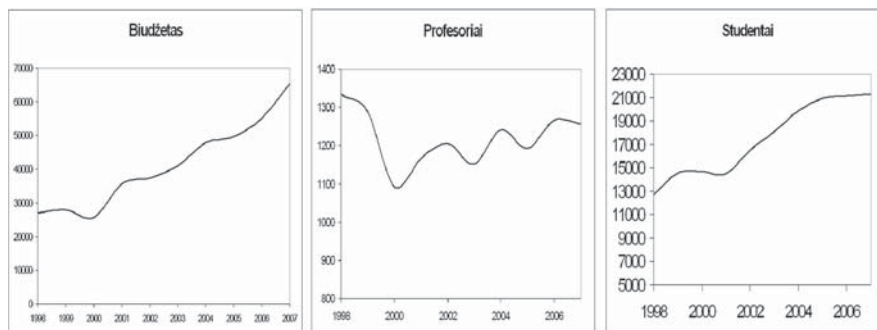
- įstojusių ir pažangių (*successful students enrolled at the university at time t*) studentų skaičius

$$\frac{dS}{dt} = d_0(d_1P - d_2(P_T - P)) \left( \frac{S}{S_T} \right) (S_T - S),$$

- darbo vietų skaičius (*number of industrial positions in the region at time t*)

$$\frac{dH}{dt} = e_0H \left( 1 - \frac{H}{H_T} \right) \left( e_1 \frac{\beta P - P_T}{P_T} + e_2 \frac{\gamma S - S_T}{S_T} \right).$$

Daug dėmesio autoriai skiria valstybinio finansavimo įtakai ištirti.



1 pav. Biudžeto, dėstytojų ir studentų dinamika 1998–2007 metais.

### 3. Pasiūlytas modelis

Buvo iširta keletas modelių. Kokybiškai jų sprendiniai panašūs, dalis parametru sudėtingesniuose modeliuose statistiškai reikšmingai nesiskyrė nuo nulio. Pateiksime galutinį modelio variantą.

Nedidelis duomenų kiekis sąlygojo modelio parinkimą. Į jį įeina:

- studentai  

$$st(k) := st(k-1) + d0 * st(k-1) * (1 - st(k-1)/smax) * \alpha * pr(k-1),$$
- profesoriai  

$$pr(k) := pr(k-1) + pr(k-1) * (1 - (pr(k-1)/(bd(k-1)/vdu))) * (c1 * (bd(k-1) - bd(k-2))/vdu + c2 * st(k-1)),$$
- biudžetas  

$$bd(k) := 2.500 * st(k-2) + 3 * (st(k-1) + d0 * st(k-1) * (1 - st(k-1)/smax) * \alpha * pr(k-1)) + 1.500 * \alpha * pr(k-2).$$

Biudžeto lygtis atitinka pagrindines jo sudarymo taisykles, išoriniai kintamieji  $smax$  ir  $vdu$  atitinkamai aprašo fiziškai galimą maksimalų studentų skaičių bei vidutinį atlyginimą.

Turimus duomenus pateikiame grafiškai (1 pav.).

Šio modelio su rasta parametru įverčiais sprendiniai paprastai yra nestabilūs. Pavyzdžiui, biudžetas laikui bėgant net tampa neigiamu.

### 4. Išvados

Keliuose iširtuose modeliuose biudžeto struktūra buvo fiksuota, keitėsi studentų ir profesorių tarpusavio sąveika ir jų ryšys su biudžetu.

Tirtuose atvejuose po ilgesnio laiko gaunami neigiami sprendiniai. Tokio rezultato galimos priežastys:

- nestabilus, besikeičiantis universitetų finansavimas (keitėsi lėšų skirstymo universitetams metodikos ir buvo taikomos gludrinimo mechanizmas),
- į modelį įeina tik pagrindinės universiteto finansavimo komponentės.

### Literatūra

1. D. Celov, A. Pikturna, F. Ivanauskas, Vilniaus universiteto mokslo finansavimo matematinis modelis, *Informacijos mokslai: mokslo darbai*, **24**, 9–21 (2003).
2. V. Jurkus, F. Ivanauskas, A. Pikturna, VU studijų proceso finansų valdymo kompiuterinis modeliavimas, *Liet. mat. rink.*, **46**, 361–365 (2006).
3. W.F. Massy, A dynamic equilibrium model for university budget planning, *Management Science*, **23**(3), 248–256 (1976).
4. A. Pikturna, F. Ivanauskas, B. Lapcun, Vilniaus universiteto biudžeto lėšų paskirstymo modeliavimas, *Liet. mat. rink.*, **42**(spec. nr.), 147 (2002).
5. L.G. de Pillis, E.G. de Pillis, *A Mathematical Framework for Understanding Continuum Effects of Budget Fluctuations on a University*, Argonne National Laboratory, Preprint ANL/MCS-P806-0400 (2000).

### SUMMARY

**R. Eidukevičius, F. Ivanauskas, A. Pikturna. Modelling of finances of Vilnius University**

The dynamics of Vilnius university budget, professors and students is presented. The model consists of three discrete time equations. The parameters were estimated and the solutions exhibit nonstable behavior what suggests necessity of external intervention.

*Keywords:* discrete time models, ordinary differential equations, estimators of parameters.