

## Bronislovas Ketarauskas (1905–1978) – aukštosios matematikos vadovėlio išėivijoje autorius

Juozas BANIONIS (VPU)

el. paštas: j.banionis@vpu.lt

**Reziūmė.** Straipsnyje aptariamas vienintelis lietuvių išėivijoje, 1947 metais pasirodęs aukštosios matematikos vadovėlis – „Diferencialinio ir integralinio skaičiavimo pagrindai“ ir supažindinama su jo autoriumi matematiku Bronislovu Ketaraisku (1905–1978).

*Raktiniai žodžiai:* lietuvių išėivija, švietimas, diferencialinis ir integralinis skaičiavimas.

Vytauto Didžiojo universiteto (VDU) matematikos absolventų, pasireiškusių specialybės vadovėlių kūrime, gretose yra paminėtinas Bronislovas Ketarauskas (Bruno Ketarauskas, Aukštagirių Dvasia, Mauša). Praeitame šimtetyje įpusėjant ketvirtajam dešimtmečiui pasirodė jo „Diferencialinio ir integralinio skaičiavimo pagrindai“ (Kaunas, Spaudos fondas, 1934, 144 p.)<sup>1</sup>, kuriuos buvo lemta pakartotinai išleisti antrąja laida išėivijoje (Stade’s lietuvių stovyklos švietimo skyriaus leidinys, Stade/Elbe, 1947, 136 p.)<sup>2</sup>. Beje pastarasis leidinys žymi pirmosios lietuviškos knygos – M. Mažvydo „Katekizmo“ 400 metų sukaktį. Kaip prisimena pats autorius „daug vargo ir darbo reikėjo įdėti, kol ta knyga buvo atspausdinta. Toji vokiečių spaustuvė turėjo mažai matematinių ženklų, be to, iš visų spaustuvės darbininkų tik vienas teturėjo šioki toki supratimą apie matematiką, [...] o svarbiausia, kad reikėjo spausdinti iš rankraščio, rašyto ranka, o nemokantiems lietuvių kalbos to darbo buvo neįmanoma padaryti, reikėjo padėti perskaityti kiekvieną rankraščio puslapį“<sup>3</sup>.

B. Ketarauskas gimė 1905 m. liepos 17 d. Žemaitijoje – Raseinių apskrities Kražių valsčiaus Karklėnalių kaime. 1926 m., baigęs Telšių gimnaziją, pasirinko matematikos studijas tuolaik jauno Lietuvos universiteto Matematikos-gamtos fakultete. Vadovaujamas žybaus matematikos profesoriaus Otto T. Volko jis parašė diplominį darbą „Rezidiumo reikšmė integralams“<sup>4</sup>, kurį 1931 m. sėkmingai apgynęs įgijo diplomuoto matematiko vardą. Pagal tuo metu susiklosčiusią tradiciją nemažai matematikos ciklo studentų diplominį darbą atlikdavo jau įsidarbinę. B. Ketarauskas nuo 1930 m. pradėjo mokyti matematikos, fizikos dalykų Linkuvos gimnazijoje. Linkuvoje ir buvo rašomas,

<sup>1</sup>Ketarauskas B., Diferencialinio ir integralinio skaičiavimo pagrindai. Vadovėlis aukštesniosioms mokykloms, Kaunas, 1934, 144p.

<sup>2</sup>Ketarauskas B., Diferencialinio ir integralinio skaičiavimo pagrindai. Vadovėlis aukštesniosioms mokykloms, Stade/Elbe, 1947, 136p.

<sup>3</sup>Čivilnaitė-Ketarauskienė-Bajalienė S., Pro metų langus... Klaipėda, 2000, p. 124–125.

<sup>4</sup>Banionis J., Matematikos mokslo raida Lietuvoje 1920–1940 m., Vilnius, 1994, p. 73.

taisomas minimas vadovėlis, kaip autorius vadina „veikaliukas“<sup>5</sup>. Po keturių metų iki pat antrosios sovietų okupacijos (1934–1944) jis mokytojavo Raseinių gimnazijoje. Tarp daugybės Raseinių laikotarpio jo auklėtinių du iš jų tapo žymiais matematikais – prof. K. Grincevičius ir akad. J. Kubilius<sup>6</sup>.

Baigiantis antrajam pasauliniam karui, 1944 m. rudenį B. Ketarauskas drauge su būsima žmona Stase Čivilnaite pasitraukė per Klaipėdos kraštą, Prūsiją į Vokietijos gilumą. Po ilgų ir sunkių, metus trukusių klajonių jis apsistojo Šiaurės vakarinėje jos dalyje atsiradusioje karo pabėgėlių stovykloje ir įsitraukė į lietuvių švietimo veiklą. 1945 m. rudenį įsteigus Buxtenhudėje (šalia Hamburgo) Lietuvių progimnaziją jis buvo išrinktas vicedirektoriumi, o tų pačių metų lapkričio 15 d. tapo direktoriumi. Po metų, 1946 m. pavasarį pastaroji mokykla buvo sujungta su gimnazija Seedorfe, kur iki 1947 m. tęsė savo pedagoginę veiklą.<sup>7</sup> Po to dar kilnojant lietuvių pabėgėlių stovyklas po metus teko mokytojauti Dedelsdorfe bei Diepholze.

1949 m., kai didžiama lietuvių karo pabėgėlių ėmė sklaidytis po pasaulį, iš pradžių S. Čivilnaitė, o po to ir B. Ketarauskas pasirinko JAV. Ten jie ir įsikūrė Vakariniėje pakrantėje, Kalifornijoje – Los Andželo mieste. Gyvenimas svečioje šalyje pateikė naujus išbandymus: teko atsisakyti matematiko karjeros ir įsidarbinti Firestone gumos bendrovėje<sup>8</sup>. Nelengva tremtinio dalia ir darbas, susietas su chemijos pramone, paardė sveikatą ir nepraslinkus nė dešimtmečiui, 1957 m. savo laiškuose į Lietuvą skundžiasi, jog kamuoja ligos<sup>9</sup>.

Nepaisant patiriamų sunkumų, jis visam gyvenimui išsaugojo visuomeniškumą ir žingeidumą. Dar studijų metais Kaune pasižymėjo, kaip aktyvus akademinės ligonių kasos narys, besireiškiantis matematikų fizikų draugijoje studentas. Nuo prieskario pradėjęs skelbti mokslo populiarinimo straipsnius iš astronomijos, fizikos, geodezijos „Kosmose“, „Naujojoje Romuvoje“, „Vaire“, „Kultūroje“, tęsė publikacinę veiklą ir išėivijoje. Paminėtini jo straipsniai „Žingsniuose“, „Mūsų kalendoriuje“, „Dirvoje“, „Darbininke“, „Lietuviškoje enciklopedijoje“. Taip pat išėivijoje suredagavo astronomijos knygą „Svajonės apie žemę ir dangų“ (1948).

Be to ženklus B. Ketarausko straipsniai matematikos didaktikos klausimais. Jie buvo skelbti gausioje nepriklausomos Lietuvos pedagoginėje periodikoje: „Mokykla ir gyvenimas“, „Lietuvos mokykla“, „Gamta“, „Tautos mokykla“, o aptarti mūsų laikais pasirodžiusioje A. Ažubalio knygoje „Iš Lietuvos matematinio švietimo praeities“<sup>10</sup>.

B. Ketaruskui yra būdingas universalumas, kurį, matyt bus įdiegę to meto universitete dėščiusieji profesoriai, kurie pasižymėjo kaip enciklopedininkai. Jis taip pat prisipažįsta turįs platų interesų ratą: „Darbas kelia žmogaus savijautą ir ugdina patitenkinimą. Tik stebimės, kad nori susikoncentruoti į vieną sritį, nepakeliant akių į kitas mokslo sritis, kurios kartais alarmuojančiai lekia pirmyn“<sup>11</sup>.

<sup>5</sup>B. Ketarausko 1933-06-05 laiškas knygų leidybos komisijos sekretoriui Liudui Girai, LNB RS, F 7-358, L.1

<sup>6</sup>Ažubalis A., Iš Lietuvos matematinio švietimo praeities, Kaunas, 1997, p.62.

<sup>7</sup>Lietuvių švietimas Vokietijoje. Red. V.Luilevičius, Chicago, 1969, p. 287–296.

<sup>8</sup>JAV lietuviai. Biografijų žinynas, Vilnius, 1998, t.1, p. 486.

<sup>9</sup>B. Ketarausko 1957-11-28 laiškas giminaitei Marijonai Čivilnaitei, LNB RS F. 64–124.

<sup>10</sup>Ažubalis A., p.62–64.

<sup>11</sup>B. Ketarausko 1969-12-31 laiškas ...,LNB RS F.64-124.

Apskritai B. Ketarauskas labai vertino mokslo naudą. Jo žodžiais tariant, „Mokslas yra žmogui nepamainoma vertybė“.<sup>12</sup> Šios ir kitos matematiko mintys laiškuose užfiksuotos atskleidžia tolerantiškos, atviros asmenybės paveikslą.

B. Ketarauskas mirė eidamas 73-sius metus, 1978 m. gegužės 13 d., palaidotas Los Andžele, Calvary Mausoleum kapinėse.

Reikšmingiausias B. Ketarausko matematinis darbas – „Diferencialinio ir integralinio skaičiavimo pagrindai“, kuris 1947m. pakartotinai (pirmasis leidimas – 1934m. Kaune) pasirodė Vokietijoje. Tai bene vienintelis aukštosios matematikos vadovėlis išėivijoje. Parašytas pagal Lietuvos švietimo ministerijos programą aukštesniajai mokyklai su sustiprintu matematikos ir gamtos dėstymu. Tikėtina, kad autorius rėmėsi universiteto profesoriaus Z. Žemaičio analogišku kursu, kuris 1928m. išleistas kaip paskaitų konspektas. Nors vadovėlyje nuorodų į cituojamą literatūrą nėra pateikta.

Tiek pirmojo, tiek antrojo leidimų vadovėlio turinį sudaro dvi dalys. Pirmoji dalis apima 27 skyrelius, kuriuose dėstomas diferencialinis skaičiavimas. Pradžioje supažindinama su pastoviais ir kintamais dydžiais, funkcijos ir argumento sąvokomis. Tuomet aptarus „begalinės mažybės ir begalinės didybės“ sąvokas, įvedama riba, apibrėžiami ribų dėsniai (jų tarpe tradicinės ribos  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ ). Po to pateikiama funkcijų klasifikacija (išskirtos išreikštinės ir neišreikštinės, algebrinės ir transcendentinės, jų grafinis vaizdavimas, tolydumas bei tolydžių funkcijų savybės). Tada autorius, pažymėdamas, jog diferencialinio skaičiavimo pagrindus beveik vienu metu „nustatė“ du garsūs matematikai – I. Newtonas ir G. Leibnizas, ten pat apibrėžia išvestinę, kaip vieną svarbiausių sąvokų aukštojoje matematikoje. Pati išvestinės sąvoka įvedama, remiantis funkcijos ir argumento pokyčio („prieauglio“) santykio riba, kai argumento prieauglis artėja prie nulio. Po to nurodoma išvestinės geometrinė, mechaninė prasmė, apibrėžiamas diferencialas.

Paaiškinus diferencialo prasmę, supažindinama su dėsniais (sumos, skirtumo, sandaugos, trupmenos, sudėtinės funkcijos išvestinės). Tada prisilaikant nuoseklumo principo dėstoma konstantos („pastoviosios tiekybės“), atskirų funkcijų (t.y. argumento, atvirkštinės, laipsninės (sveiko, neigiamo, teigiamo, trupmeninio), logaritminės, rodiklinės, trigonometrinės, atvirkštinės trigonometrinės) išvestinės skaičiavimas. Visa diferencijavimo dalies teorinė medžiaga įtvirtinama atskiru skyreliu, kuriame nagrinėjami išvestinių ieškojimo konkretūs pratimai – nuo paprasčiausių iki sudėtingesnių (pavyzdžiui  $y = x^x$ )<sup>13</sup>.

Aptariant išvestinės taikymą autorius pabrėžia jos pasitarnavimą rašant kreivės liestinės („lietėjos“) ir normalės lygtis. Be to išvedamos pastarųjų lygčių išraiškos. Gilinant į funkcijų monotoniškumą (didėjimą, mažėjimą) iš pradžių pateikiama Rolle'o ir Lagrange'o teoremos, kurių pagalba surandami funkcijų ekstremumai. Atskiru skyreliu parodomas ekstremumų taikymas sprendžiant geometrinius uždavinius (pavyzdžiui, įrodoma, kad į apskritimą įbrėžtas iš keturkampių – kvadratas turi didžiausią plotą)<sup>14</sup>.

<sup>12</sup>B. Ketarausko 1960-12-05 laiškas ..., LNB RS F.64-124.

<sup>13</sup>Ketarauskas B., ..., 1947, p.59.

<sup>14</sup>Ibid, p. 97.

Antrojoje dalyje, turinčioje 16 skyrelių ir užimančioje likusį trečdalį vadovėlio, dėstomas integralinis skaičiavimas. Integravimas apibrėžiamas kaip veiksmas, kuriuo iš duoto funkcijos diferencialo ieškoma „pirmykščios funkcijos“, t.y. kaip atvirkščias veiksmas diferencijavimui. Įvedus integralo sąvoką, pateikiami pagrindiniai integravimo dėsniai (algebrinės sumos su pastoviais daugikliais integravimas) bei pagrindinės funkcijų integravimo formulės (būtent nulio, laipsninės, rodiklinės, trigonometrinės funkcijos). Po to supažindinama su pagrindiniais integravimo metodais (integravimas skaidymu, kintamųjų keitimo, integravimo dalimis (dalinio integravimo)). Be to atskiru skyreliu aptariama paprasčiausių „kvadratinų iracionalybių“ integravimas. Pateikus neapibrėžtinio integralo geometrinės ir mechaninės prasmės, pereinama prie apibrėžtinio integralo, kuris apibrėžiamas per dviejų neapibrėžtinių integralų skirtumą. Tokiu būdu, akcentuojama, kad apibrėžtinis integralas apima plotą, „aprežtą funkcija, reiškiančia kreivę, absčių ašimi ir dviem duotom ordinatom“<sup>15</sup>.

Tuomet pateikiami plotų skaičiavimo pavyzdžiai (skritulio, elipsės, hiperbolės bei parabolės nuopjovų). Be to išvedamos sukimosi kūno tūrio ir paviršiaus ploto, kreivių lankų ilgių ieškojimo formulės. Integravimo teorinė dalis baigiama parodant, kad apibrėžtinis integralas yra „begalinių mažybių sumos riba“. Įtvirtinimui pridėdama praktinė dalis, kurioje nagrinėjami įvairių integralų skaičiavimo bei taikymo geometrijoje, pavyzdžiai (tame tarpe išvedama rutulio tūrio formulė, randamas paraboloido nuopjovos paviršius)<sup>16</sup>.

Tokiu būdu, „Diferencialinio ir integralinio skaičiavimo pagrindai“ suteikia būtiniausias aukštosios matematikos žinias ir visiškai įmanoma, kad galėtų dabar pasitarnauti siekiantiems įgyti diferencialinio ir integralinio skaičiavimo pradmenis. Vadovėlyje vartojami terminai beveik atitinka šiandieninius, neskaitant kai kuriuos archaiškai skambančius, būdingus ketvirtajam dešimtmečiui: lietėja, abscisa, ordinata, tangensas, kotangensas, elipsis, koordinata, paraboloidas ir pan. Tam tikros „egzotikos“ vadovėliui suteikia dar vartojama autoriaus daiktavardžių dviskaita.

Be to lyginant antrąją laidą su pirmąja galima pastebėti nežymius pataisymus (daugiausia uždaviniuose) bei naujai perbraižytus iliustruojančius tekstą brėžinius.

#### SUMMARY

##### *J. Banionis. Bronislovas Ketarauskas (1905–1978) as the exile author of a textbook of higher mathematics*

B. Ketarauskas successfully finished mathematics studies at Vytautas Magnus University in 1931 and at the end of the World War II retreated to the West, where not only was he distinguished as a talented pedagogue, but in 1947 his „The Basics of Differential and Integral Calculus“ was published for the second time, too. This two-part textbook covered the main topical areas of higher mathematics, i.e., mathematical limits, derivatives, differentials, definite and indefinite integrals. The text in the book abounds in illustrative material. It enables the student to obtain essential knowledge in higher mathematics. Presumably, this textbook can also be useful in nowadays.

*Keywords:* Lithuanian exile, education, differential and integral calculation.

<sup>15</sup>Ibid, p. 111.

<sup>16</sup>Ibid, p. 132.