

# Matematikos mokomųjų veiklų tinkamumo besimokančiajam rodikliai

Julija Kurilova<sup>1</sup>, Eugenijus Kurilovas<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> *Vilniaus universitetas, Matematikos ir informatikos institutas*

Akademijos g. 4, LT-08663 Vilnius

<sup>2</sup> *Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Fundamentinių mokslų fakultetas*

Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius

E. paštas: saragosa21@gmail.com, jevgenij.kurilov@mii.vu.lt

**Santrauka.** Straipsnio tikslas yra sukurti ir pristatyti originalų tikimybinį metodą kurti personalizuotas mokymosi veiklas ir modulius. Metodas yra grindžiamas mokomųjų komponentų tinkamumo besimokantiesiems vertinimu pagal jų mokymosi stilius. Straipsnyje naudojami Felder–Silverman mokymosi stilių modelis ir tyrinėjimais grįsto mokymosi metodas, tinkami matematikos mokymuisi. Tam, kad gauti tyrinėjimais grįsto mokymosi veiklų tinkamumo besimokančiųjų mokymosi stiliams skaitines reikšmes, tyrime yra taikomas ekspertinio vertinimo metodas, grįstas trapecijos neraiškiųjų skaičių teorija. Personalizuoti mokymosi moduliai turi būti sudaryti iš mokymosi komponentų (pvz., mokomųjų veiklų), kurie yra optimalūs (t. y., labiausiai tinkami) konkreitiems besimokantiesiems pagal jų mokymosi stilius. „Optimalūs“ reiškia „turintys aukščiausią tinkamumo rodiklį“. Straipsnyje šis originalus tikimybinis metodas yra taikomas tyrinėjimais grįsto mokymosi veiklų tikimybiniam tinkamumui konkreitiems besimokantiesiems nustatyti.

**Raktiniai žodžiai:** tyrinėjimais grįsto mokymosi veiklos, mokymosi stiliai, ekspertinis vertinimas, trapecijos neraiškieji skaičiai, tinkamumo rodiklis.

## 1 Įvadas

Mokomoji veikla šiame darbe yra suprantama, kaip bet kuri mokomojo proceso dalis, taikant tam tikrus mokomuosius metodus. Mokomosios veiklos vyksta tam tikroje mokymosi aplinkoje, naudojant tam tikrus mokomuosius objektus [6]. Mokomasis modulis (scenarijus) yra suprantamas kaip pedagoginė mokomųjų veiklų seka. Mokomąjį modulį sudaro mokomasis turinys (mokomieji objektai), taikomi mokymo ir mokymosi metodai ir veiklos bei mokomoji aplinka (dažnai – virtualioji mokymosi aplinka), kurioje vyksta mokomasis procesas [6]. Mokomųjų veiklų ir modulių kokybė yra suprantama kaip jų atitikimas konkrečių besimokančiųjų poreikiams. Straipsnyje naudojami Felder–Silverman mokymosi stilių (angl. Learning Styles, LS) modelis [3] ir tyrinėjimais grįsto mokymosi (angl. Inquiry-Based Learning, IBL) metodas [1], tinkami matematikos mokymuisi. Tam, kad gauti tyrinėjimais grįsto mokymosi veiklų tinkamumo besimokančiųjų mokymosi stiliams skaitines reikšmes [4], tyrime yra taikomas ekspertinio vertinimo metodas, grįstas trapecijos neraiškiųjų skaičių teorija [5, 7]. Personalizuoti mokymosi moduliai turi būti sudaryti iš mokymosi komponentų (pvz., mokomųjų objektų, metodų, veiklų, technologijų, aplinkų), kurie yra optimalūs

(t. y., labiausiai tinkami) konkretiems besimokantiesiems pagal jų mokymosi stilius. „Optimalūs“ reiškia „turintys aukščiausią tinkamumo rodiklį“. Ekspertinis kokybės vertinimas šiame straipsnyje yra suprantamas kaip daugiakriterinis kokybės vertinimas, kurio tikslas yra atrinkti geriausią alternatyvą, remiantis ekspertų vertinimo skaičiais rezultatais [5, 6]. Darbas yra skirtas pristatyti tikimybinį metodą kurti personalizuotas mokymosi veiklas ir modulius. Šis metodas yra grindžiamas mokomųjų komponentų tinkamumo besimokantiesiems vertinimu pagal jų mokymosi stilius, taikant ekspertinio kokybės vertinimo metodą, grįstą trapecijos neraiškiųjų skaičių teorija [5, 7]. Straipsnį sudaro įvadas (1 skyrius), tyrimo metodika (2 skyrius), Felder–Silverman mokymosi stilių modelio ir tyrinėjimais grįsto mokymosi veiklų aprašymas (3 skyrius), mokomųjų veiklų tinkamumo besimokantiesiems rodiklio nustatymo metodas (4 skyrius) ir išvados (5 skyrius).

## 2 Literatūros analizė

Mokomieji komponentai gali būti kokybiški pagal vieną ar grupę kokybės kriterijų, ir visiškai nekokybiški – pagal kitus kriterijus. Tuomet tampa visiškai neaišku, kuri mokomųjų scenarijų alternatyva yra kokybiškesnė lyginant su kita. Todėl mokomųjų komponentų kokybės vertinimas yra tipiškas atvejis, kai turime naudoti daugiakriterių sprendimų analizės (angl. MCDA – Multiple Criteria Decision Analysis) teoriją. Tam, kad sudaryti objektyvią mokomųjų veiklų ir/ar modulių alternatyvų eilę pagal jų kokybę (t. y., pagal jų tinkamumo konkrečių besimokančiųjų poreikiams lygmenį), šiame darbe yra naudojama mokomosios programinės įrangos kokybės vertinimo metodologija [5, 6]. Taikomi ekspertiniai kokybės vertinimo metodai, grįsti pvz. trapecijos neraiškiųjų skaičių teorija [5, 7]. Straipsnyje naudojami Felder–Silverman mokymosi stilių modelis [3], Soloman–Felder mokymosi stilių rodiklių klausimynas [8], tyrinėjimais grįsto mokymosi (IBL) metodas [1, 4], o taip pat tikimybinis mokymosi stilių modelis [2].

## 3 Felder–Silverman mokymosi stilių modelis ir tyrinėjimais grįsto mokymosi veiklos

Felder–Silverman mokymosi stilių modelį [3] sudaro besimokančiųjų preferencijos mokymosi stiliams pagal 4 dimensijas:

- (1) Pagal informacijos tipą: *loginiai mąstytojai* (angl. Sensory, SEN) – konkretūs, praktiški, orientuoti į faktus ir atlikimo metodiką; *intuityvūs mąstytojai* (angl. Intuitive, INT) – konceptualūs, imlūs naujovėms, orientuoti į faktus ir ką jie reiškia.
- (2) Pagal sensorinį (jutimo) kanalą: *vizualai* (angl. Visual, VIS) – teikia pirmenybę vaizdiniam mokomosios medžiagos pristatymui, pvz. paveiksliukams, diagramoms; *verbalikai* (angl. Verbal, VER) – teikia pirmenybę rašytiniams ir žodiniams paaiškinimams.
- (3) Pagal informacijos apdorojimą: *aktyvistai* (angl. Active, ACT) – geriau išmoksta išbandydami mokomąją medžiagą, dirbdami su kitais; *reflektoriai (mąstytojai)* (angl. Reflective, REF) – geriau išmoksta apmąstydami mokomąją medžiagą, dirbdami vieni.

- (4) Pagal supratimą: *nuoseklūs* (angl. Sequential, SEQ) – nuoseklūs, tvarkingi, mokosi smulkiais žingsniais; *globaliai mąstantys* (angl. Global, GLO) – holistiški, sisteminiai mąstytojai, geriau mokosi dideliais šuoliais.

Pagal [1, 4], tyrinėjimais grįsto mokymosi (IBL) veiklos yra šios:

- A1: *Nukreipimas ir klausimų formulavimas*. Besimokantieji sudominami tema ir iškelta problema. Idealiu atveju jiems patiems kyla klausimai.
- A2: *Hipotezės kėlimas ir formulavimas*. Ryšių tarp kintamųjų nusakymas. Hipotezės formulavimas daugumai besimokančiųjų yra sudėtingas procesas.
- A3: *Planavimas*. Siauriausia prasme apima, eksperimento hipotezei patikrinti, planavimą ir reikiamų priemonių pasirinkimą. Plačiausia prasme apima viso mokymosi proceso planavimą.
- A4: *Tyrimas*. Empiriniams tyrinėjimais grįsto mokymosi aspektas, apimantis eksperimento informacijos ir duomenų rinkimo priemonių naudojimą, duomenų apdorojimą.
- A5: *Duomenų analizavimas ir interpretavimas*. Tai empirinių tvirtinimų ir argumentų pagrindas. Prasmės atskleidimas iš surinktų duomenų ir naujų žinių formavimas.
- A6: *Modelio aiškinimas ir kūrimas*. Tai yra pagrindinis mokslinis aspektas. Moksle modeliai naudojami, nes besimokantieji turi išmokti aiškinti, kurti, testuoti, svarstyti ir naudoti išorinius modelius savo vidinėms mintims išreikšti.
- A7: *Apibendrinimas ir įvertinimas*. Besimokantieji formuluoja tyrinėjimo rezultatus.
- A8: *Bendravimas ir dalijimasis*. Apima tyrinėjimais grįsto mokymosi bendradarbiavimo elementus, pradedant nuo tyrinėjimo tikslo ir baigiant rezultatų pateikimu.
- A9: *Prognozavimas*. Besimokantieji pateikia savo prognozes apie tyrimo dinamiškumą. Gali būti ir neužbaigtas tyrinėjimo procesas, kai padaroma tam tikra išvada.
- A10: *Ryšių atradimas*. Apima nurodymus, kuriuos besimokantieji atlikę tyrimą gauna rezultata (ką stebėti ir kokius duomenis rinkti).

#### 4 Mokomųjų veiklų tinkamumo besimokantiesiems rodiklio nustatymo metodas

Pagal [2], mokymosi stiliai turi tikimybinę prigimtį. Todėl besimokančiųjų mokymosi stilius (LS) galima apibrėžti tikimybinėmis kombinacijomis taip, kad besimokančiųjų mokymosi stiliai pagal Felder–Silverman modelį [3] būtų saugomi besimokančiojo modelyje kaip intervalo  $[0, 1]$  tikimybinės reikšmės pagal 1 apibrėžimą:

**1 apibrėžimas.**  $LS = (PR_{SEN} = x; PR_{INT} = 1 - x), (PR_{VIS} = y; PR_{VER} = 1 - y), (PR_{ACT} = z; PR_{REF} = 1 - z), (PR_{SEQ} = v), (PR_{GLO} = 1 - v)$ , kur:

$PR_{SEN}$  yra besimokančiojo tikimybinė preferencija *loginių mąstytojų* (SEN) mokymosi stiliui;

$PR_{INT}$  yra besimokančiojo tikimybinė preferencija *intuityvių mąstytojų* (INT) mokymosi stiliui;

$PR_{VIS}$  yra besimokančiojo tikimybinė preferencija *vizualiniam* (VIS) mokymosi stiliui;

$PR_{VER}$  yra besimokančiojo tikimybinė preferencija *verbaliniam* (VER) mokymosi stiliui;

$PR_{ACT}$  yra besimokančiojo tikimybinė preferencija *aktyviam* (ACT) mokymosi stiliui;  $PR_{REF}$  yra besimokančiojo tikimybinė preferencija *reflektorių* (maštytojų) (REF) mokymosi stiliui; ir

$PR_{SEQ}$  yra besimokančiojo tikimybinė preferencija *nuosekliųjų* (SEQ) mokymosi stiliui;

$PR_{GLO}$  yra besimokančiojo tikimybinė preferencija *globaliai maštančių* (GLO) mokymosi stiliui.

Atitinkamai,  $PR_{SEN} + PR_{INT} = 1$ ;  $PR_{VIS} + PR_{VER} = 1$ ;  $PR_{ACT} + PR_{REF} = 1$ ;  $PR_{SEQ} + PR_{GLO} = 1$ . Tikimybių skaičiavimus galima atlikti remiantis (1) lygybe:

$$PR_i = \frac{A_i}{11}. \quad (1)$$

Klausimyną [8] sudaro 44 klausimai, po 11 kiekvienai dimensijai. Pavyzdžiui, jei besimokantysis atsakė į 7 klausimus taip, kaip tinka *loginių maštytojų* (SEN) stiliui ir, atitinkamai, į 4 klausimus – kaip tinka *intuityvių maštytojų* (INT) stiliui, tai  $PR_{SEN} = \frac{7}{11} = 0.64$ , o  $PR_{INT} = \frac{4}{11} = 0.36$ , ir taip toliau pagal kiekvieną [3] modelio dimensiją.

*Mokymosi stiliai:*

Pagal informacijos tipą:

$$\begin{aligned} SEN &= 0.64, \\ INT &= 0.36. \end{aligned}$$

Pagal sensorinį (jutimo) kanalą:

$$\begin{aligned} VIS &= 0.82, \\ VER &= 0.18, \end{aligned}$$

Pagal informacijos apdorojimą:

$$\begin{aligned} ACT &= 0.73, \\ REF &= 0.27. \end{aligned}$$

Pagal supratimą:

$$\begin{aligned} SEQ &= 0.45, \\ GLO &= 0.55. \end{aligned}$$

IBL mokymosi veiklų tinkamumo mokymosi stiliams tyrime [4] yra atliktas ekspertinis tinkamumo vertinimas, o tinkamumo reikšmės yra išreikštos trapecijos neraisiaisiais skaičiais iš intervalo  $[0, 1]$ .

Jei besimokančiojo mokymosi stilių tikimybinės reikšmės padauginti iš IBL veiklų tinkamumo reikšmių, pagal [4] gausim IBL veiklų tinkamumo konkrečiam besimokančiajam tikimybinius rodiklius. Pavyzdžiui, pagal besimokančiojo preferenciją *aktyviam* mokymosi stiliui gausim IBL veiklos tinkamumo besimokančiajam rodiklį:

$$PRV_{ACT} = PR_{ACT} \times V_{ACT}, \quad (2)$$

kur  $PRV_{ACT}$  yra tam tikros IBL veiklos tinkamumo rodiklis konkrečiam besimokančiajam pagal jo preferenciją *aktyviam* mokymosi stiliui,  $PR_{ACT}$  yra besimokančiojo tikimybinė preferencijos *aktyviam* mokymosi stiliui reikšmė (pvz. 0.73), o  $V_{ACT}$  yra šios IBL veiklos tinkamumo *aktyviam* mokymosi stiliui reikšmė pagal [4].

Pritaikius (2) lygybę kiekvienai IBL veiklai pagal [4], gausim pilną IBL veiklų atitikimą konkrečiam besimokančiajam pagal visas jo mokymosi stilių dimensijas. Tokiu būdu, galima lengvai paskaičiuoti visus tinkamumo rodiklius PRV, rodančius visų IBL veiklų tinkamumą visiems besimokantiesiems pagal visų 4 dimensijų tikimybinius mokymosi stilių duomenis besimokančiųjų modeliuose.

Visais atvejais šio tinkamumo rodiklio reikšmė pateks į intervalą [0, 1]. Taip, pagal (2) lygybę,

$$\begin{aligned} PRV_{ACT} &= 0.73 * 0.86 = 0.63 && \text{IBL veiklai A1.1 (pagal [4]),} \\ PRV_{GLO} &= 0.55 * 0.79 = 0.43 && \text{IBL veiklai A2.1 (pagal [4]),} \\ PRV_{VIS} &= 0.82 * 0.88 = 0.72 && \text{IBL veiklai A3.2 (pagal [4]),} \\ PR_{INT} &= 0.36 * 0.86 = 0.31 && \text{IBL veiklai A4.1 (pagal [4]), ir t.t.} \end{aligned}$$

Kuo aukštesnis yra tinkamumo rodiklis PRV, tuo aukštesnis yra IBL veiklos tinkamumo lygis konkrečiam besimokančiajam, ir atvirkščiai.

Šis metodas yra taikytinas visiems mokymosi komponentams, ne tik mokymosi veikloms. Tokiu būdu, personalizuoti mokymosi moduliai turi būti sudaryti iš mokymosi komponentų, kurie yra optimalūs (t.y., pasižymi aukščiausiais tinkamumo rodikliais) konkretiems besimokantiesiems pagal jų mokymosi stilius.

## 5 Išvados

Atlikto tyrimo rezultatai rodo, kad taikant neraiškiųjų skaičių teorija grįstą eksperimentinio vertinimo metodą, yra lengva apskaičiuoti visų mokomųjų komponentų (pvz., mokomųjų objektų, metodų, veiklų, technologijų, aplinkų) tinkamumo konkretiems besimokantiesiems rodiklius. Personalizuoti mokymosi moduliai turi būti sudaryti iš mokymosi komponentų, kurie yra optimalūs (t.y., turi aukščiausius tinkamumo rodiklius) konkretiems besimokantiesiems pagal jų mokymosi stilius. Mokymosi kokybė ir efektyvumas tiesiogiai priklauso nuo lygio, kuriuo optimalūs personalizuoti mokymosi moduliai yra kuriami ir taikomi realioje pedagoginėje praktikoje, o mokymosi modulių kokybė, t.y. „optimalumo“ besimokantiesiems lygis, turi būti nustatomas pagal mokymosi modulių komponentų tinkamumo besimokantiesiems rodiklius.

## Literatūra

- [1] T. Bell, D. Urhahne, S. Schanze and Ploetzner R. Collaborative inquiry learning: models, tools and challenges. *Int. J. Sci. Educ.*, **32**(3):349–377, 2010.
- [2] F.A. Dorca, L.V. Lima, M.A. Fernandes and C.R. Lopes. A stochastic approach for automatic and dynamic modeling of students; learning styles in adaptive educational systems. *Informatics in Education*, **11**(2):191–212, 2012.
- [3] R.M. Felder and L.K. Silverman. Learning and teaching styles in engineering education. *Eng. Educ.*, **78**(7):674–681, 1988.

- [4] E. Jasute, S. Kubilinskiene, A. Juskeviciene and Kurilovas E. Personalised learning methods and activities for computer engineering education. *Int. J. Eng. Educ.*, **32**(3):1078–1086, 2016.
- [5] E. Kurilovas and S. Serikoviene. New MCEQLS TFN method for evaluating quality and reusability of learning objects. *Tech. Econ. Devel. Econ.*, **19**(4):706–723, 2013.
- [6] E. Kurilovas and I. Zilinskiene. New MCEQLS AHP method for evaluating quality of learning scenarios. *Tech. Econ. Devel. Econ.*, **19**(1):78–92, 2013.
- [7] H.Z. Ounaies, Y. Jamoussi and H.H. Ben Ghezala. Evaluation framework based on fuzzy measured method in adaptive learning system. *Themes Sci. Tech. Educ.*, **1**(1):49–58, 2009.
- [8] B.A. Soloman and R.M. Felder. Index of learning styles questionnaire. Available from Internet: <http://www.engr.ncsu.edu/learningstyles/ilsweb.html>.

## SUMMARY

### **Index of mathematics learning activities suitability to learners**

*J. Kurilova, E. Kurilovas*

The paper aims to present an original probabilistic method to creating personalised learning activities and units. The method is based on evaluating learning components suitability to students needs according to their learning styles. In the paper, Felder–Silverman Learning Styles Model and Inquiry Based Learning method suitable to learn Math are used. Expert evaluation method based on Trapezoidal Fuzzy Numbers theory is applied in the research to obtain numerical values of suitability of IBL activities to students learning styles. Personalised learning units should consist of learning components (i.e. learning activities) that are optimal (i.e. the most suitable) to particular students according to their learning styles. Optimal means having the highest suitability index. In the paper, this original probabilistic method is applied to establish probabilistic suitability of IBL activities to particular students.

*Keywords:* inquiry-based learning activities, learning styles, expert evaluation, Trapezoidal Fuzzy Numbers, suitability index.