LIETUVOS MATEMATIKOS RINKINYS
Lietuvos matematikų draugijos darbai, ser. B
53 t., 2012, 19–24

ISSN 0132-2818
www.mii.lt/LMR/

sistemos su periodinėmis kraštinėmis sąlygomis tyrimas

Aleksandras Krylovas[1], **Rima Kriauzienė**[2]

[1] *Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Fundamentinių mokslų fakultetas*
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius
[2] *Mykolo Romerio universitetas, Socialinės informatikos fakultetas*
Ateities g. 20, LT-08303 Vilnius
E. paštas: krylovas@mruni.lt, kriauziene@mruni.lt

Santrauka. Darbe nagrinėjama pirmos eilės diferencialinių lygčių silpnai netiesinė hiperbolinė sistema su kraštinėmis sąlygomis ir konstruojama ją atitinkanti suvidurkintų išilgai charakteristikų integralinių diferencialinių lygčių sistema. Darbo tikslas – nustatyti kada suvidurkintas kraštinis uždavinys turi klasikinį periodinį sprendinį.

Raktiniai žodžiai: asimptotinė analizė, bangų sąveika, hiperbolinės sistemos, kraštinės sąlygos, rezonansas, vidurkinimas.

1 Įvadas

Straipsnyje nagrinėjama pirmos eilės diferencialinių lygčių silpnai netiesinė hiperbolinė sistema ir konstruojama ją atitinkanti suvidurkintų išilgai charakteristikų integralinių diferencialinių lygčių sistema. Sistemos atsiranda iš praktinių uždavinių, konstruojant skysčio ar dujų dinamikos, tamprumo teorijos, plazmos fizikos ir kitų reiškinių matematinių modelių ilgųjų bangų asimptotiką. Uždaviniui su pradinėmis sąlygomis buvo skirta nemažai tyrimų [9], tačiau čia nagrinėjamas uždavinys su kraštinėmis sąlygomis beveik nėra ištirtas literatūroje. Atkreiptinas dėmesys į tai, kad kraštinės sąlygos, kai yra žinomas bangos profilis pradiniu laiko momentu ir žinoma generuojama banga esant erdvinio kintamojo kraštinei reikšmei, turi realias praktines interpretacijas. Paminėkime, pavyzdžiui, stūmoklio uždavinį [1, 8], kuriam būdingas smūginių bangų atsiradimas, tačiau šio tyrimo metodika nukreipta į bangų rezonansinės sąveikos modeliavimą. Šiame straipsnyje apsiribojame modeliniu uždaviniu, kai suvidurkintos sistemos dešinės pusės nepriklauso nuo dalinių išvestinių, t. y., nagrinėjame pusiau tiesinę sistemą, nes toks uždavinys, viena vertus, leidžia nesigilinti į būdingas kvazitiesinėms sistemoms subtilybes, o, antra vertus, jis reikalauja įveikti specifinius asimptotinio integravimo sunkumus. Darbo tikslas – nustatyti kada suvidurkintas kraštinis uždavinys turi klasikinį periodinį sprendinį. Tai yra pirmas žingsnis aukščiau minėtų realių reiškinių matematinių modelių asimptotiniams artiniams konstruoti.

2 Uždavinio formulavimas

Nagrinėsime pirmosios eilės silpnai netiesinę hiperbolinę diferencialinių lygčių dalinėmis išvestinėmis sistemą su kraštinėmis sąlygomis (vieną, kai $t = 0$, o kita – $x = 0$,

t. y., diferencialinės lygtys nagrinėjamos srityje $t \geqslant 0$, $x \geqslant 0$), kuri yra autorių nagrinėto [3] bangų sąveikos uždavinio modelinis atvejis:

$$\begin{cases} r_{1t}(t,x) + \lambda_1 r_{1x}(t,x) = \varepsilon f_1(t,x,r_1,r_2), \\ r_{2t}(t,x) - \lambda_2 r_{2x}(t,x) = \varepsilon f_2(t,x,r_1,r_2), \\ r_1(0,x) = \varphi(x), \quad r_1(t,0) = \psi(t), \\ r_2(0,x) = \chi(x), \quad t \geqslant 0,\ x \geqslant 0, \end{cases} \tag{1}$$

čia ε – mažasis teigiamas parametras, f_1, f_2, φ, ψ, χ žinomos, tolydžiai diferencijuojamos pagal visus kintamuosius funkcijos. Šio kraštinio uždavinio (1) tiesioginio (t. y., skleidinio pagal mažojo parametro ε laipsnius) asimptotinio skleidinio

$$r_j(t,x;\varepsilon) = r_{j0}(t,x) + \varepsilon r_{j1}(t,x) + O(\varepsilon^2) \tag{2}$$

nariams r_{j0} turime formules, kurios yra nesutrikdytosios (1) sistemos (t. y., kai $\varepsilon = 0$) sprendinys

$$\begin{cases} r_{10}(t,x) = \begin{cases} \varphi(x-\lambda_1 t), & \text{kai } x \geqslant \lambda_1 t, \\ \psi\left(t - \dfrac{x}{\lambda_1}\right), & \text{kai } t \geqslant \dfrac{x}{\lambda_1}, \end{cases} \\ r_{20}(t,x) = \chi(x+\lambda_2 t). \end{cases} \tag{3}$$

o nariams r_{j1} rasti turime spręsti uždavinį:

$$\begin{cases} r_{11t} + \lambda_1 r_{11x} = \varepsilon f_1\big(t,x,r_{10}(t,x),r_{20}(t,x)\big), \\ r_{21t} - \lambda_2 r_{21x} = \varepsilon f_2\big(t,x,r_{10}(t,x),r_{20}(t,x)\big), \\ r_{j1}(0,x) = 0, \quad r_{j1}(t,0) = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Integruojame (4) lygtis pagal charakteristikas. Atkreipkime dėmesį į tai, kad funkcijos r_{21} pointegraliniams reiškiniams reikšti naudojamos (3) formulės, kuriose išskirti du atvejai. Tuomet:

$$r_{11}(t,x) = \int_0^t f_1\big(s, x-\lambda_1 t+\lambda_1 s, \varphi(x-\lambda_1 t), \chi\big(s, x-\lambda_1 t + (\lambda_1+\lambda_2)s\big)\big)\,ds,$$

kai $x \geqslant \lambda_1 t$,

$$r_{11}(t,x) = \frac{1}{\lambda_1}\int_0^x f_1\left(t - \frac{x}{\lambda_1} + \frac{r}{\lambda_1}, r, \psi\left(t - \frac{x}{\lambda_1}\right), \chi\left(r + \lambda_2\left(t - \frac{x}{\lambda_1} + \frac{x}{\lambda_1}\right)\right)\right)dr,$$

kai $t \geqslant \frac{x}{\lambda_1}$,

$$r_{21}(t,x) = \int_0^t f_2\big(s, x+\lambda_2 t+\lambda_2 s, \varphi\big(x+\lambda_2 t - (\lambda_1+\lambda_2)s\big), \chi(x+\lambda_2 t)\big)\,ds. \tag{5}$$

Pažymėkime (5) reikšmių vidurkius:

$$\langle f_j \rangle_1^t = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T f_1\big(s, x-\lambda_1 t+\lambda_1 s, \varphi(x-\lambda_1 t), \chi\big(s, x-\lambda_1 t+(\lambda_1+\lambda_2)s\big)\big)\,ds,$$

$$\langle f_j\rangle_1^x = \frac{1}{\lambda_1}\lim_{X\to\infty}\frac{1}{X}\int_0^X f_1\biggl(t-\frac{x}{\lambda_1}+\frac{r}{\lambda_1}, r, \psi\biggl(t-\frac{x}{\lambda_1}\biggr),$$
$$\chi\biggl(r+\lambda_2\biggl(t-\frac{x}{\lambda_1}+\frac{x}{\lambda_1}\biggr)\biggr)\biggr)\,dr,$$

$$\langle f_j\rangle_2^t = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T f_2\bigl(s, x+\lambda_2 t+\lambda_2 s, \varphi\bigl(x+\lambda_2 t-(\lambda_1+\lambda_2)s\bigr), \chi(x+\lambda_2 t)\bigr)\,ds.$$

Tada kiekviename iš (5) integralų galima išskirti periodinę ir neperiodinę (ji bus proprocinga t arba x) dalį ir (5) reiškinius pažymėję $r_{j1}=F_j$ galima perrašyti taip:

$$F_j = \langle f_j\rangle + [f_j], \quad \text{kai } j=1,2. \tag{6}$$

čia $[f_j]=F_j-\langle f_j\rangle$. Tuomet gauname $r_{j1}=F_j+t\langle f_j\rangle$, čia F_j yra funkcijų $\langle f_j\rangle$ integralas, apskaičiuojamas pagal (5) formules, funkcijos F_j periodinės ir todėl aprėžtos. Taigi, kai funkcijų vidurkiai $\langle f_j\rangle$ nėra lygūs nuliui, (2) skleidinys turės sekuliariuosius narius $\varepsilon t\langle f_j\rangle_j^t$ ir $\varepsilon x\langle f_1\rangle_1^x$.

3 Vidurkinimo schema

Tam, kad asimptotinis skleidinys būtų tolygiai tinkamas didelėje greitųjų kintamųjų atžvilgiu srityje $t,x\sim O(\varepsilon^{-1})$ būtina, kad jis neturėtų sekuliariųjų narių. Tuo tikslu taikome vidinio[1] vidurkinimo išilgai charakteristikų metodą [2, 5, 6].

Pažymėkime lėtuosius kintamuosius $\tau=\varepsilon t$, $\xi=\varepsilon x$ ir greituosius charakteristinius kintamuosius $y_1=x-\lambda_1 t$, $y_2=x+\lambda_2 t$, $z_1=t-\frac{x}{\lambda_1}$ ir taikydami dviejų mastelių metodą [7], gauname tokią suvidurkintą sistemą:

$$\begin{cases} \bar r_{1\tau}+\lambda_1\bar r_{1\xi} = \begin{cases}\langle f_1\rangle_1^t, & \text{kai } \xi\geqslant\lambda_1\tau,\\ \langle f_1\rangle_1^x, & \text{kai } \xi<\lambda_1\tau,\end{cases}\\ \bar r_{2\tau}-\lambda_2\bar r_{2\xi} = \langle f_2\rangle_2^t. \end{cases} \tag{7}$$

Vidurkinimo operatoriai apibrėžiami (5) formulėmis: kai $\xi\geqslant\lambda_1\tau$

$$\begin{aligned}&\bigl\langle f_1(t,x,\tau,\xi,\bar r_1,\bar r_2)\bigr\rangle_1^t\\ &\quad=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T f_1\bigl(s, y_1+\lambda_1 s, \tau,\xi,\bar r_1(\tau,\xi,y_1), \bar r_2\bigl(\tau,\xi,y_1+(\lambda_1+\lambda_2)s\bigr)\bigr)\,ds,\end{aligned}$$

$$\begin{cases}\bigl\langle f_2(t,x,\tau,\xi,\bar r_1,\bar r_2)\bigr\rangle_2^t\\ \quad=\lim\limits_{T\to\infty}\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T f_2\bigl(s,y_2-\lambda_2 s,\tau,\xi,\bar r_1\bigl(\tau,\xi,y_2-(\lambda_1+\lambda_2)s\bigr),\bar r_2(\tau,\xi,y_2)\bigr)\,ds,\\ \bigl\langle f_2(t,x,\tau,\xi,\bar r_1,\bar r_2)\bigr\rangle_2^t\\ \quad=\lim\limits_{T\to\infty}\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T f\biggl(s,y_2-\lambda_2 s,\tau,\xi,\bar r_1\biggl(\tau,\xi,-\frac{y_2}{\lambda_1}+\biggl(1+\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\biggr)s\biggr),\bar r_2(\tau,\xi,y_2)\biggr)\,ds,\end{cases} \tag{8}$$

[1] Vidurkinimas vadinamas vidiniu [4], todėl, kad (8) formulėse integruojamos dar nežinomos funkcijos $\bar r_1$, $\bar r_2$.

kai $\xi < \lambda_1\tau$

$$\big\langle f_1(t,x,\tau,\xi,\bar r_1,\bar r_2)\big\rangle_1^x$$
$$= \frac{1}{\lambda_1}\lim_{X\to\infty}\frac{1}{X}\int_0^X f\bigg(z_1+\frac{r}{\lambda_1},r,\tau,\xi,\bar r_1(\tau,\xi,z_1),\bar r_2\bigg(\tau,\xi,\lambda_2 z_1+r\bigg(1+\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\bigg)\bigg)\bigg)\,dr.$$

Suvidurkintos sistemos sprendinį konstruosime nuosekliųjų artinių metodu. Tarkime, kad funkcijos $\bar r_j^k(\tau,\xi,y_j,z_j)$ yra 2π periodinės pagal greituosius kintamuosius y_j ir z_j, o funkcijos f_j – pagal t ir x. Tada (7) suvidurkintos sistemos sprendinio egzistavimas įrodomas, naudojant nuosekliuosius artinius:

$$\begin{cases} \bar r_{1\tau}^{k+1}+\lambda_1\bar r_{1\xi}^{k+1} = \begin{cases} M_1^T\big[f_1\big(t,x,\tau,\xi,\bar r_1^k,\bar r_2^k\big)\big], & \text{kai } \xi\geqslant\lambda_1\tau,\\ M_1^X\big[f_1\big(t,x,\tau,\xi,\bar r_1^k,\bar r_2^k\big)\big], & \text{kai } \xi<\lambda_1\tau,\end{cases}\\ \bar r_{2\tau}^{k+1}-\lambda_2\bar r_{2\xi}^{k+1} = M_2^T\big[f_2(t,x,\tau,\xi,\bar r_1^k,\bar r_2^k)\big], \end{cases} \tag{9}$$

Pilnas įrodymas atliekamas pagal [9] metodiką, kurio dėl apribojimo straipsnio apimčiai nepateiksime.

Pažymėkime $r_j^0\equiv r_{j0}$, $f_j^0\equiv f_j(t,x,\tau,\xi,r_1^0,r_2^0)$ ir išskleiskime suvidurkintos sistemos dešines puses Furjė eilutėmis:

$$f_j^k(\tau,\xi,t,x,y_1,y_2) = \sum_{l_t,l_x,l_1,l_2} f_{jl_tl_xl_1l_2}^k(\tau,\xi)\exp^{\mathbf{i}(l_tt+l_xx+l_1y_1+l_2y_2)},$$

kai $\xi\geqslant\lambda_1\tau$, $j=1,2$,

$$f_j^k(\tau,\xi,t,x,z_1,y_2) = \sum_{l_t,l_x,l_1,l_2} f_{1l_tl_xl_1l_2}^k(\tau,\xi)\exp^{\mathbf{i}(l_tt+l_xx+l_1z_1+l_2y_2)},$$

kai $\xi<\lambda_1\tau$, $j=1,2$.
Tada funkcijų f_j^k vidurkinimo rezultatas:

$$M_1^T[f_1^k] = \sum_{\substack{l_t,l_x,l_1,l_2:\\ l_t+\lambda_1l_x+l_2(\lambda_1+\lambda_2)=0}} f_{1l_tl_xl_1l_2}^k(\tau,\xi)\exp^{\mathbf{i}(l_x+l_1+l_2)y_1},$$
$$M_1^X[f_1^k] = \sum_{\substack{l_t,l_x,l_1,l_2:\\ l_t\frac{1}{\lambda_1}+l_x+l_2\left(1+\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)=0}} f_{1l_tl_xl_1l_2}^k(\tau,\xi)\exp^{\mathbf{i}(l_t+l_1+\lambda_2l_2)z_1},$$
$$M_2^T[f_2^k] = \sum_{\substack{l_t,l_x,l_1,l_2:\\ l_t-\lambda_2l_x-l_2(\lambda_1+\lambda_2)=0}} f_{2l_tl_xl_1l_2}^k(\tau,\xi)\exp^{\mathbf{i}(l_x+l_1+l_2)y_2},$$
$$M_2^T[f_2^k] = \sum_{\substack{l_t,l_x,l_1,l_2:\\ l_t-\lambda_2l_x+l_2\left(1+\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)=0}} f_{2l_tl_xl_1l_2}^k(\tau,\xi)\exp^{\mathbf{i}(l_x+l_1-\frac{1}{\lambda_1}l_2)y_2},$$

čia l_1,l_2,l_3,l_4 yra sveikieji skaičiai. Remiantis vidurkinimo rezultatais, gauname Furjė eilučių koeficientų numerius, kurie turi tenkinti rezonanso sąlygas:

$$\begin{aligned} & l_t + \lambda_1 l_x + l_2(\lambda_1 + \lambda_2) = 0, \\ & l_t \frac{1}{\lambda_1} + l_x + l_2\left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) = 0, \\ & l_t - \lambda_2 l_x - l_2(\lambda_1 + \lambda_2) = 0, \\ & l_t - \lambda_2 l_x + l_2\left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) = 0. \end{aligned} \tag{10}$$

Nuoseklių̨jų artinių (9) funkcijos yra 2π periodinės pagal greituosius kintamuosius, kai egzistuoja sąlyga $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$. Šis atvejis $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ gali atrodyti kaip specifinis, tačiau jis būdingas taikymams. Pavyzdžiui, akustikoje koeficientų λ_1, λ_2 prasmė yra garso greitis, o bangos juda į skirtingas puses tuo pačiu greičiu. Taigi pakeitus greičio dimensiją, galime gauti $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$.

4 Pavyzdys

Panagrinėkime (1) uždavinio pavyzdį, kai $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, o funkcijos f_1, f_2 yra tiesinės tokio pavidalo $f_1 = a(x)r_2$, $f_2 = b(x)r_1$, a ir b yra periodinės su periodu 2π funkcijos. Tada atitinkama suvidurkinta sistema (7) turi tokį pavidalą:

$$\begin{cases} r_{1\tau} + \lambda_1 r_{1\xi} = \begin{cases} \langle a(x)r_2 \rangle, & \text{kai } \xi \geqslant \lambda_1\tau, \\ \langle a(x)r_2 \rangle, & \text{kai } \xi < \lambda_1\tau, \end{cases} \\ r_{2\tau} - \lambda_2 r_{2\xi} = \langle b(x)r_1 \rangle. \end{cases} \tag{11}$$

Tarkime, kad

$$\begin{aligned} a(x) &= a_0 + a_{1c}\cos(x) + a_{1s}\sin(x) + a_{2c}\cos(x) + a_{2s}\sin(x) + \cdots, \\ b(x) &= b_0 + b_{1c}\cos(x) + b_{1s}\sin(x) + b_{2c}\cos(x) + b_{2s}\sin(x) + \cdots. \end{aligned}$$

Tada (11) sistemos sprendinio ieškome tokiu pavidalu $r_j = r_{j0} + r_{j1s}\sin(x) + r_{j1c}\cos(x) + \cdots$, čia r_{j0}, r_{j1} yra τ ir ξ funkcijos, funkcijoms r_{j0} rasti sprendžiame (11) sistemą su dešine puse $a_0 r_{20}$ ir $b_0 r_{10}$ atitinkamai. Funkcijoms r_{j1s} ir r_{j1c} rasti, sprendžiame diferencialinių lygčių sistemą

$$\begin{cases} \dfrac{\partial r_{11c}}{\partial\tau} + \dfrac{\partial r_{11c}}{\partial\xi} = \dfrac{1}{2}a_{2c}r_{21c}(\tau,\xi) + \dfrac{1}{2}a_{2s}r_{21s}(\tau,\xi), \\ \dfrac{\partial r_{11s}}{\partial\tau} + \dfrac{\partial r_{11s}}{\partial\xi} = \dfrac{1}{2}a_{2s}r_{21c}(\tau,\xi) - \dfrac{1}{2}a_{2c}r_{21s}(\tau,\xi), \\ \dfrac{\partial r_{21s}}{\partial\tau} - \dfrac{\partial r_{21s}}{\partial\xi} = -\dfrac{1}{2}b_{2c}r_{11s}(\tau,\xi) + \dfrac{1}{2}b_{2s}r_{11c}(\tau,\xi), \\ \dfrac{\partial r_{21c}}{\partial\tau} - \dfrac{\partial r_{21c}}{\partial\xi} = \dfrac{1}{2}b_{2c}r_{11c}(\tau,\xi) + \dfrac{1}{2}b_{2s}r_{11s}(\tau,\xi), \quad \xi \geqslant \lambda_1\tau. \end{cases} \tag{12}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial r_{11c}}{\partial\tau} + \dfrac{\partial r_{11c}}{\partial\xi} = \dfrac{1}{2}a_{2c}r_{21c}(\tau,\xi) + \dfrac{1}{2}a_{2s}r_{21s}(\tau,\xi), \\ \dfrac{\partial r_{11s}}{\partial\tau} + \dfrac{\partial r_{11s}}{\partial\xi} = \dfrac{1}{2}a_{2s}r_{21c}(\tau,\xi) - \dfrac{1}{2}a_{2c}r_{21s}(\tau,\xi), \\ \dfrac{\partial r_{21c}}{\partial\tau} - \dfrac{\partial r_{21c}}{\partial\xi} = \dfrac{1}{2}b_{2c}r_{11c}(\tau,\xi) - \dfrac{1}{2}b_{2s}r_{11s}(\tau,\xi), \\ \dfrac{\partial r_{21s}}{\partial\tau} - \dfrac{\partial r_{21s}}{\partial\xi} = \dfrac{1}{2}b_{2s}r_{11c}(\tau,\xi) + \dfrac{1}{2}b_{2c}r_{11s}(\tau,\xi), \quad \xi < \lambda_1\tau, \end{cases} \tag{13}$$

kuri turi būti papildoma atitinkamomis kraštinėmis sąlygomis (1).

Pastebėkime, kad gautoji sistema (12)–(13) yra baigtinė, nes uždavinys yra tiesinis. Bendruoju atveju, gautume begalinę diferencialinių lygčių sistemą. Uždavinys (12)–(13) nepriklauso nuo mažojo parametro ε ir sprendžiamas kompaktinėje srityje $[0;\tau_0]\times[0;\xi_0]$, todėl jis nebeturi asimptotinio integravimo problemų ir jį galima spręsti skaitiniais metodais. Atvejai, kai $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq 1$ yra tolimesnių tyrimų objektas.

5 Išvados

Taigi straipsnyje parodyta, kad svarbiu taikymams atveju $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ nagrinėjamas (1) kraštinis uždavinys turi tolygiai tinkamą srityje $(t,x) \in [0, O(\varepsilon^{-1})] \times [0, O(\varepsilon^{-1})]$ asimpotinį sprendinį, kuris yra suvidurkintos sistemos (9) sprendinys.

Literatūra

[1] R. Fazio and G. Russo. Central schemes and second order boundary conditions for 1D interface and piston problems in Lagrangian coordinates. *Commun. Comput. Phys.*, **8**(4):797–822, 2010.

[2] A. Krylovas and R. Čiegis. Review of numerical asymptotic averaging for weakly nonlinear hyperbolic waves. *Math. Mod. Anal.*, **9**(3):209–222, 2004.

[3] A. Krylovas ir R. Kriauzienė. Skysčio judėjimo elastingame vamzdyje matematinio modelio asimptotinė analizė. *Liet. mat. rink. LMD darbai*, **52**:34–38, 2011.

[4] A. Krylov. Interior averaging of first-order partial differential systems. *Math. Mod. Anal.*, **46**(6):112–113, 1986. Translated from Mat. Zametki **46**(6):112–113, (1989) (in Russian)

[5] A.V. Krylov. A method of investigating weakly nonlinear interaction between one-dimensional waves. *J. Appl. Math. Mech*, **51**(6):716–722, 1989.

[6] A. Krylovas, O. Lavcel-Budko and P. Miškinis. Asymptotic solution of the mathematical model of nonlinear oscillations of absolutely elastic inextensible weightless string. *Nonl. Anal. Mod. Cont.*, **15**(3):307–323, 2010.

[7] A. H. Nayfeh. *Introduction to Perturbation Techniques.* Wiley-Interscience, NY, 1981.

[8] A. Novikovs, H. Ockendon and J. R. Ockendon. Numerical solutions of the unsteady Fanno model for compressible pipe flow. *J. Fluid Mech.*, **579**:493–507, 2007.

[9] B.L. Rozdestvenskii and N.N. Janenko. *Systems of Quasilinear Equations and Their Applications to Gas Dynamics.* Translated from the Russian by J.R. Schulenberger, 2nd ed., American Mathematical Society, Providence RI, 1983.

SUMMARY

The research of semi-linear hyperbolic system of averaged equations with periodic boundary conditions

A. Krylovas, R. Kriauzienė

In this paper weakly non-linear hyperbolic system of the first order differential equations with boundary conditions is studied. The averaged system of integro-differential equations along the characteristics is contructed. The aim of this paper is to get the conditions for the existence of classic solution to mentioned averaged problem.

Keywords: Asymptotical analysis, averaging, interaction of waves, boundary condition, resonance, the systems of hyperbolic equations.