

SERIE
 Memoria
de Ingenieros

Modelo matemático y dimensional
para el planeamiento óptimo
de industrias de procesos

Gabriel Poveda Ramos





Modelo matemático y dimensional
para el planeamiento óptimo
de industrias de procesos

Gabriel Poveda Ramos





SEGUNDO VOLUMEN DE LA SERIE

La serie *Memoria de Ingenieros* tiene el propósito de recuperar, preservar y divulgar escritos de investigadores matemáticos que, desde ámbitos distintos, contribuyeron al desarrollo nacional. La Colección honra esa presencia, ojalá imperecedera.

INSTITUTO TECNOLÓGICO METROPOLITANO
Institución Universitaria

MODELO MATEMÁTICO Y DIMENSIONAL PARA EL PLANEAMIENTO
ÓPTIMO DE INDUSTRIAS DE PROCESOS
© Gabriel Poveda Ramos
© Instituto Tecnológico Metropolitano

1a. Edición: diciembre de 2008

ISBN: 978-958-8351-53-7

Dirección Editorial
Fondo Editorial ITM

Editores de la serie
Jairo OSORIO GÓMEZ
Ana AGUDELO DE MARÍN

Diseño de imagen de la Colección
Leonardo SÁNCHEZ PEREA

Lectora de textos
Lucía Inés VALENCIA

Diagramación y montaje
L. Vieco e Hijas Ltda.

Impreso y hecho en Medellín, Colombia

Instituto Tecnológico Metropolitano
Calle 73 No. 76A 354
Tel.: (574) 440 51 00
Fax: 440 51 01
www.itm.edu.co
Medellín - Colombia

Una máquina puede hacer el trabajo de cincuenta
hombres corrientes. Pero no existe ninguna máquina que pueda
hacer el trabajo de un hombre extraordinario.

Elbert Green Hubbard

CONTENIDO

I.	INTRODUCCIÓN.....	11
II.	TIPOS DE INDUSTRIAS DE PROCESO ADAPTABLES A ESTE MODELO.....	15
III.	EL PROBLEMA.....	21
	1. Los activos fijos y la depreciación	22
	2. La generación de fondos.....	25
	3. Otros parámetros del proyecto.....	25
	4. La capacidad de la planta	27
	5. Las economías de escala y la Ley de Williams	30
	6. Precios de insumos, de productos y valor agregado.....	31
	7. La cuestión del tamaño de la planta	33
	8. Inversión en la planta	35
	9. La mano de obra y otros costos.....	37
	10. La utilidad contable futura	37
	11. Los criterios de factibilidad económica	39
	12. El valor agregado de los productos mutuamente asociados	45
	13. El programa de producción durante la vida útil con varios productos	46
	14. La utilidad esperable y el valor presente neto.....	52
	15. Capacidad óptima para un solo producto	53
	16. Las depreciaciones.....	59
	17. Tres tipos de crecimiento del mercado	60

18. Valor del salvamento de la planta	61
19. Optimización por valor presente neto de Z.....	63
20. Un caso simplificado pero importante.....	64
21. El caso más general	69
22. Unidades, magnitudes y dimensiones.....	71
23. Sensibilidades.....	75
24. Rentabilidad del proyecto con un producto	76
25. El criterio del mayor valor presente neto para tres productos	77
26. El criterio del máximo V.P.N. con un producto.....	82
27. El criterio de la TIR óptima con un producto.....	83
28. Práctica 1	89
29. Programa de vida de este proyecto.....	98
30. Práctica 2	105
31. El problema y el modelo (resumen).....	119
TABLA DE SÍMBOLOS	137
BIBLIOGRAFÍA	141
Bibliografía consultada pero sin referencias al tema	141
Libros citados	143

I. INTRODUCCIÓN

Este trabajo se hizo para llenar un vacío grande que en 2003 existía en las disciplinas que se llamaron “Evaluación de Proyectos de Inversión”, “Matemáticas Financieras” “Ingeniería Económica”, “Economía de la Empresa” y otras similares o conexas. Hablamos de la inexistencia de métodos que les permitiera, a quienes proyectaban una fábrica, calcular desde el comienzo del planteamiento del proyecto, la dimensión o tamaño óptimo de esa planta; y desde el punto de vista económico, escoger entre varias tecnologías la más adecuada para la futura instalación, sumado a otras características que dieran un mayor rendimiento económico¹.

La metodología que aquí se propone sirve para elegir entre varios productos posibles, tecnologías, ubicaciones y, en general, proyectos. También, para identificar fortalezas y debilidades de los proyectos a los que se aplique, y establecer estrategias y políticas necesarias en la operación.

La experiencia profesional de quien esto escribe, le ha demostrado que en Colombia los industriales y los proyectistas industriales han decidido sobre el tamaño de sus nuevas fábricas por uno de tres procedimientos, todos muy inadecuados: 1) limitando el tamaño del proyecto a lo que la capacidad financiera les permita; 2) construyendo el proyecto en dimensión mayor que los ya existentes, para dominar el mercado del producto; 3) mediante una conjetura intuitiva que parezca “razonable”. En la historia industrial de Colombia, estos procedimientos han resultado, en muchísimos casos, en dos tipos de fábricas, igualmente antieconómicas: unas que nacieron y trabajan con dimensiones subestimadas, produciendo a costos unitarios elevados y perdiendo mercado; y otras que nacieron con grandes dimensiones, que despilfarraron sumas cuantiosas, que mantienen gran parte de su capacidad ociosa, y costos por unidad de producto recargados por una componente financiera muy fuerte.

Mientras tanto, ni los libros de texto ni las revistas de las áreas académicas que se ocupan del planeamiento de plantas o de instalaciones industriales, mencionan el problema aludido ni –menos aún– presentan método alguno para resolverlo.

Un ejemplo de lo que estamos exponiendo sería el caso de planear una nueva planta para producir cemento. En este caso, el problema que hemos descrito es el de estipular, por métodos rigurosos, la capacidad que ella debe tener en miles de toneladas de producto por día. Otro ejemplo es el de planificar una central termoeléctrica de gas natural en cuyo caso el problema de que hablamos consiste en determinar, antes de comprar el equipo, cuál debe ser su tamaño o capacidad en megavatios. Algo análogo ocurriría al proyectar plantas de ácido sulfúrico, ingenios azucareros, molinos de harina de trigo, una planta de urea, una destilería de alcohol, una de metanol, una de triplex, una refinería de petróleo, etcétera¹. Los métodos que aquí presentamos son especialmente adaptables al caso de proyectos de plantas de procesamiento de materiales por procesos químicos, metalúrgicos o térmicos. El autor ha desarrollado estos métodos para aplicarlos al planeamiento y erección de plantas de anhídrido ftálico, de malta, de sorbitol y otras en cuyos estudios ha participado como ingeniero consultor de industrias.

Estos métodos son aplicables cuando se trata, más sencillamente, de comprar una máquina cuando ella sólo puede trabajar como una fábrica o unidad de producción. Por ejemplo, comprar un telar plano, sin lanzadera, para producir o vender una cierta tela. Otro ejemplo: adquirir una forje-estampa mediana para producir herramientas manuales.

El modelo matemático que presentamos aquí no existe en la literatura técnica ni en la económica que se ocupa del planeamiento de plantas industriales. Ha sido creado y aplicado por el autor a raíz de su experiencia profesional, la cual lo ha llevado a participar en la formación de muchas nuevas empresas industriales en Colombia y en otros países, y en su planificación y evaluación

¹ Otros ejemplos serían los de proyectar plantas industriales nuevas de: extracción de aceites vegetales por solventes, trilladoras de café, amoníaco de gas natural, ácido nítrico, nitrato de amonio, cervecerías, jabonería por saponificación continua, polietileno (y, en general, polímeros de monómeros), madera prensada (chip board), tratamiento de aguas públicas, pasteurización de leche, ferroaleaciones, cianamida cálcica, locería fina, malterías, plantas de vidrio plano o de vidrio hueco, plantas de acabados textiles, cortimbres y muchas otras.

como proyectos y como empresas en funcionamiento. Este modelo, con su carácter fuerte de modelo teórico y matemático no pretende reemplazar del todo los métodos tradicionales de preparación y evaluación de proyectos, sino darles elementos para elevar su fundamentación y para formalizarlos más allá de su carácter pragmático y de sus procedimientos numéricos, con los que hoy se trabaja.

El presente trabajo se escribe con tres propósitos principales:

1. Darle una fundamentación matemática más rigurosa a los métodos usuales de identificar y de evaluar proyectos industriales, especialmente tratándose de industrias que se basan en un proceso de transformación química de materiales.
2. Llenar un vacío muy notorio que hay en la literatura correspondiente, en la cual no aparecen ni métodos ni modelos matemáticos aplicables a este tipo de trabajos, a pesar de la abundancia de libros y tratados sobre la disciplina llamada “Evaluación de Proyectos de Inversión”.
3. Abrirle un nuevo campo a las Matemáticas para emplearlas en una función muy útil, como la que desarrollamos aquí.

El problema específico de la determinación del tamaño óptimo es suficientemente importante y básico en la tarea de preparar y evaluar proyectos industriales para que merezca la relevancia que aquí se le da. De su solución dependen casi todos los demás aspectos fundamentales necesarios de analizar en esta clase de trabajos. En gran medida, de él depende el éxito o fracaso de un proyecto, en todos sus aspectos: financieros, comerciales, tecnológicos, sociales y ambientales, los cuales deben ser optimizados para hacerlo realidad en su conjunto y en su totalidad. Este trabajo aporta nuevos métodos y nuevos modelos para lograr este propósito en los proyectos industriales del futuro, en Colombia y el exterior.

El autor

II. TIPOS DE INDUSTRIAS DE PROCESO ADAPTABLES A ESTE MODELO

Tipo de industria	Productos	Insumos principales	Equipo medular	Observaciones
Maltería	Malta de cebada	Cebada en grano	Germinadores, horno	Hay varias en el país
Ingenio	Azúcar, miel, bagazo	Caña de azúcar	Evaporadores, centrifugas	Hay varios en el país, podrían surgir otros en el futuro
Cementeras	Cemento portland gris	Roca caliza, arcillas, yeso	Horno rotatorio	Hay varias en el país. Podrían surgir otras en el futuro
Cervecerías	Cervezas de varios tipos	Malta, lúpulo, botellas	Ollas de cocción, tanques uniproceso	Hay varias en el país. Podrían surgir otras pequeñas
Aceites vegetales	Aceites vegetales crudos o refinados	Semillas de oleaginosas, solventes	Extractor por solventes	Hay numerosas en el país
Destilería	Alcohol etílico	Melaza, levadura	Fermentadores, torre de destilación	Hay varias en el país. Pueden surgir otras para alcohol como combustible.
Carburos de calcio	Carburo de calcio	Roca caliza, electricidad	Horno eléctrico de arco	Hubo una en Nare. Hoy ya no hay. Deberían surgir una o dos nuevas en próximos años
Refinería de petróleo	Gasolina, ACPM y demás derivados del petróleo	Petróleo crudo	Torres y hornos de destilación. Unidades de cracking. Catalizadores	Hay dos principales y cuatro menores. En el futuro deben surgir otras.
Molino de trigo	Harina de trigo	Trigo en grano	Molino continuo	Hay varios en el país. Varios necesitan reemplazo por antigüedad.

Tipo de industria	Productos	Insumos principales	Equipo medular	Observaciones
Cloro-soda electrolítica	Soda cáustica, cloro, hidrógeno	Sal común. Electricidad	Celdas electrolíticas	Hay una el país. Deberían surgir otras para exportar
Planta Solvay de soda	Carbonato de sodio, soda cáustica, bicarbonato	Sal común. Roca caliza. Carbón	Torres de carbonatación. Reactor de soda	Hubo dos plantas. Hoy no hay ninguna. Debiera haber otras en el futuro
Planta de amoníaco (proceso de Haber)	Amoníaco gaseoso	Gas natural	Reactor de reformación y reactor de nitración	Hay una planta en Colombia (en Cartagena)
Planta de urea	Urea	Gas natural	Reactor de reformación y reactor de carbamato	En Colombia hay una planta en Barrancabermeja
Polimerizador de resinas	Polímero (Pe.: PVC, PET, PEDEB, etc.)	Monómero (Pe.: Cloruro de vinilo, etilen-tereftalato, etileno, etc.)	Polimerizador	En Colombia se producen varias resinas poliméricas
Acería eléctrica	Aceros	Chatarra de hierro y de acero	Horno eléctrico de arco, C.A. trifásica	Hay varios en Colombia: Tuta, Soacha, Cali, Manizales, Barranquilla
Trefilería	Alambres de acero y de otros metales	Alambrones de acero y de otros metales	Hileras y dados	Hay varias en Colombia
Planta potabilización de agua	Agua potable	Agua natural cruda	Tanques de tratamiento, filtros	En ciudades y poblaciones del país
Planta vidrio plano, proceso Fourcault	Vidrio plano	Cuarzo, caliza, carbonato de sodio denso	Horno de fusión del vidrio, máquinas de Fourcault	Hay una planta en Colombia, en Zipaquirá

Tipo de industria	Productos	Insumos principales	Equipo medular	Observaciones
Planta de envases de vidrio	Envases de vidrio (vidrio hueco)	Cuarzo, caliza, carbonato de sodio denso	Horno de fusión de vidrio, máquina de soplado, ar-chas	Hay en Soacha, Bogotá y Medellín
Chocolatería	Chocolate en pasta	Cacao	Hornos de tostación y de fusión	Es una industria muy antigua en Colombia
Trilladora de café	Café trillado, en grano	Café con cáscara	Máquina trilladora	Es una industria muy antigua. Hay muchas trilladoras en el país
Liofilizadora de café	Café soluble liofilizado	Café trillado	Horno de tostación, marmitta de infusión, liofilizador	Hay una planta en Chinchiná (Caldas)
Coquería	Coque, alquitrán, amoníaco, benzoles, etc.	Hulla	Horno de coquización	En la Siderúrgica de Paz del Río
Siderúrgica integrada	Acero y/o acero	Mineral de hierro, coque, caliza	Alto horno, convertidores Bessemer, convertidores Thomas	Paz del Río y la de Zipaquirá son las únicas
Planta de anhídrido ftálico	Anhídrido ftálico	Orto-xileno	Cámaras de oxidación, columna de destilación	Hay una en Medellín y otra en Bogotá
Planta de sorbitol	Sorbitol	Glucosa	Hidrogenador	No existe en Colombia
Unidad hidrogenadora de aceites vegetales	Grasas hidrogenadas	Aceites vegetales refinados	Hidrogenador catalítico	Hay numerosas en el país
Planta productora de gases del aire	Oxígeno, nitrógeno, argón	Aire	Equipo licuefacción, torre de fraccionamiento	Hay varias en Colombia

Tipo de industria	Productos	Insumos principales	Equipo medular	Observaciones
Planta de ferrolecciones	Ferromanganeso, ferrosilicio, ferrosilicomanganeso	Chatarra de hierro o acero, mineral de manganeso, cuarzo, caliza	Horno eléctrico de arco sumergido, lingoteras, molinos	En Colombia no se produce Fe-Mn ni Fe-Si ni Fe-So-Mn. Se produce ferro-niquel a partir de mineral de Ni
Central termoeléctrica	Energía eléctrica	Carbón, gas natural, fuel-oil	Caldera de vapor, turbina de gas o de vapor, alternador	Hay varias en el país
Sub-estación eléctrica de alta o media tensión	Energía eléctrica	Energía eléctrica	Transformadores de potencia, tableros de control, equipos de corta-circuitos	Hay muchas. Otras muchas deberán instalarse en los próximos años
Forja-estampa pe-sada	Artículos de acero forjados	Acero en láminas, palanquilla, tochos, blooms, etc.	Máquina foja-estampa	No hay ninguna funcionando en el país
Planta de	Ácido sulfúrico	Azufre	Quemadores de azufre. Torre de absorción de	Hay 6 ó 7 en el país
Planta de pulpa química de celulosa	Pulpa química o semi-química	Madera o bagazo de caña	Digestor, planta de blanqueo	Hay unas 4 ó 5 en el país
Planta de ácido nítrico		Amoniaco	Reactor nitrificador	Hay 1 en Colombia
Jabonería	Jabones	Grasas o ácidos grasos, soda cáustica o	Saponificadores intermitente o continuo	Hay muchas en el país
Planta ácido benzoico		Tolueno	Reactor catalítico	Hay 1 en el país, en Bogotá

Tipo de industria	Productos	Insumos principales	Equipo medular	Observaciones
Locería con esmalte	Locería cerámica esmaltada. Baldosin cerámico esmaltado	Arcillas, feldespato, cuarzo	Horno de loceado. Horno de esmaltado	Varios en Colombia: Caldas (Antioquia); Mosquera, Sopó, etc.
Planta de dinamita	Dinamita	Nitroglicerina, tierra de infusorios	Reactor nitrificador	Hay 1 en Soacha (Cundinamarca)
Fábrica de papel	Papeles	Pulpa de celu-celulosa	Máquina Fourdrinier	Hay en Antioquia, Barranquilla, Pereira
Planta de nitrato de amonio explosivo		Ácido nítrico, amoniaco	Reactor nitrificador	No hay en Colombia
Planta de nylon textil	Filamento de fibra cortada de nylon	Caprolactama	Máquina de extrusión	Hoy en Girardota (Antioquia) y Barranquilla
Planta de caucho artificial	Caucho SBR ó caucho PBR	Benceno o butileno	Reactor de poli-condensación o de polimerización	No existe en Colombia
Planta de caprolactama	Caprolactama	Benceno y ácido sulfúrico	Reactor de síntesis	Está en Barranquilla
Planta de triplex	Madera laminada	Madera en troncos y resinas fenólicas	Máquina delaminadora y prensa	Hay tres en el país
Planta de carburo de calcio	Carburo de calcio	Calizas, coque, energía eléctrica	Horno eléctrico de arco	Hay una muy antigua en Puerto Nare
Planta de carburo de silicio	Carborundo	Arena, coque, aserrín	Horno de Acheson	No existe en Colombia

III. EL PROBLEMA

La situación que veremos es la siguiente²:

Se trata de planificar (primero) y de construir (después) una planta industrial a la cual llamaremos Z , para producir uno o varios productos, a partir de un conjunto conocido de materias primas o insumos. Se han hecho ya los estudios de mercado y de ellos se ha obtenido la información comercial siguiente:

- Se conocen los precios unitarios de los productos que se van a hacer, en sus respectivos mercados, con sus proyecciones numéricas hacia el futuro.
- Se conocen los precios unitarios de los insumos que se van a consumir, en sus respectivos mercados, hoy y –si fuere del caso– sus proyecciones al futuro. Estos precios y los de los productos se expresan en dinero por unidad de cantidad física del material de que se trate.
- Se dispone de los coeficientes técnicos de insumo –producto en el proceso que se va a realizar en la planta Z . Es decir, la cantidad física del insumo j -ésimo para producir una unidad física del producto i -ésimo. Para no complicar innecesariamente el problema y el álgebra del método, supondremos que son constantes, independientes de la cantidad de insumos y de la cantidad de producto- i . Además es la situación real en la gran mayoría de los proyectos industriales de que trataremos.
- Se tiene una proyección hacia el futuro, para los próximos años, del tamaño de la demanda accesible que la planta va a atender. Tal como lo saben todos

² Durante los años de desarrollo industrial en Colombia, a lo largo del siglo XX, esta situación se vivió en muchas industrias, corporaciones financieras, bancos de inversión, entidades de fomento industrial, etc.

los analistas industriales, ésta es una información vital para la viabilidad del proyecto. En general, no es fácil construir esta proyección, aún con buenos analistas de mercado, pero es absolutamente indispensable tenerla ya establecida, bien sea como una tabla estadística empírica o, si se puede, como una función predictiva del tiempo futuro. Sin tener dicha proyección, en general, el proyecto no es razonablemente viable. A la tabla o función que describe la cuantía física de este pronóstico de la demanda futura que va a ser accesible para Z se llamará $M(t)$, siendo la edad de la planta a partir del comienzo de su producción. El transcurso del tiempo histórico futuro, durante la vida de la planta Z se designará con “ t ” y se contará desde la fecha cuando ella comience a producir y a vender sus productos.

- El proyecto se planea para que dure operando por lo menos un período de tiempo que llamaremos T . En Colombia ha sido usual adoptar para T un horizonte de tiempo de veinte años (para proyectos grandes, digamos de más de 10 millones de dólares). Para pequeñas empresas es usual y es recomendable convenir, para T el tiempo futuro de cinco o diez años. En proyectos medianos es razonable convenir $T = 10$ años. Otra alternativa razonable es darle a T el valor durante el cual la planta Z va a ser completamente depreciada. Si se adopta este criterio, y tratándose de Colombia, se estipulará que T sea veinte años, por lo que se explicará más abajo al tratar de la depreciación. Se trata, en todo caso de una decisión autónoma del planificador industrial con el futuro gerente de Z .
- La planta se va a depreciar totalmente en forma lineal, en el lapso que comienza en $t = 0$, momento en el cual empieza a producir y a vender y que termina a los años que da la ley, hasta valor residual cero.

1. LOS ACTIVOS FIJOS Y LA DEPRECIACIÓN

Los activos fijos de un proyecto industrial, como el que se trata aquí, son de cuatro clases:

1. El valor de la tierra, que no es depreciable. Lo llamaremos W .
2. Las máquinas, equipos y vehículos pesados, cuyo valor en libros al comenzar a funcionar Z es K_q . Se deprecia linealmente en un plazo de 10 años ($T_q = 10$ años), hasta el valor cero en libros.

3. Los edificios y otras construcciones permanentes, cuya inversión inicial es K_e , y se deprecia linealmente, en los primeros veinte años, hasta el valor cero. Plazo de depreciación: $T_e = 20$ años. Como éste es el plazo de depreciación más largo que la ley prevé, por eso es que la duración de la vida útil del proyecto suele fijarse en veinte años. Si en el proyecto no hubiesen edificaciones propias depreciables, la vida útil puede acordarse a menos de veinte años.
4. Los muebles, equipos de oficina y vehículos menores, que valen K_m en $t = 0$, y se deprecian linealmente en cinco años ($T_m = 5$ años).

Además de lo anterior, los gastos preoperativos se amortizan a cero en los primeros cinco años ($T_p = 5$ años) de operación del proyecto, aunque ellos no sean un activo fijo, pero sí una inversión inicial. Se les llamará K_p . Todos estos valores iniciales quedan registrados en la contabilidad en el momento inicial de arranque de la planta ($t = 0$). Todo activo debe llegar en su valor en libros a cero, al final de su plazo de depreciación.

Llamemos g a la edad de los activos en el momento futuro t de la vida de Z ; y llamemos $D(g)$ al valor de la depreciación por unidad de tiempo. Entonces:

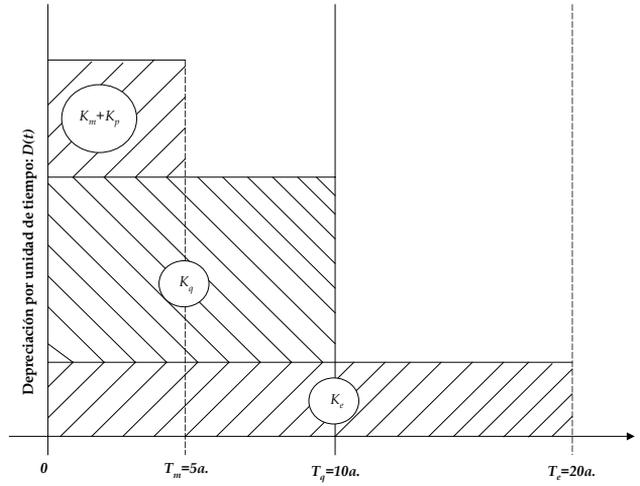
$$D(g) = \begin{cases} K_e/T_e + K_q/T_q + (K_m + K_p)/T_m, & \text{para } 0 < g < T_m = 5 \text{ años} \\ K_e/T_e + K_q/T_q, & \text{para } 5 \text{ años} = T_m < g < T_q = 10 \text{ años} \\ K_e/T_e, & \text{para } 10 \text{ años} = T_q < g < T_e = 20 \text{ años} \\ 0 & \text{para todo otro valor de } g \\ 0 & \text{para todo otro valor activo (como, por ejemplo, el capital de trabajo)} \end{cases}$$

En este proyecto todo se comprará nuevo o se construirá nuevo. Luego $g = t$. La función $D(t)$ es como se muestra en la figura siguiente.

El monto de la inversión total, excluyendo el capital de trabajo y la tierra que no son depreciables y que se tratarán de otra manera es $K = K_e + K_q + K_m + K_p$. El coeficiente de depreciación promedio de \bar{d} sobre activos depreciables será calculado más abajo.

Las inversiones depreciables pueden también clasificarse en dos tipos: Las que dependen del tamaño del proyecto (que llamaremos $k_1(Q)$) y las que no dependen de este tamaño (que llamaremos k_2). Es decir:

$$K_e + K_q + K_m + K_p = K = K_1(Q) + K_2$$



También puede dividirse así los cuatro grupos de inversiones ya explicadas:

$$K_e = K_{e1}(Q) + K_{e2}$$

$$K_q = K_{q1}(Q) + K_{q2}$$

$$K_m = K_{m1}(Q) + K_{m2}$$

$$K_p = K_{p1}(Q) + K_{p2}$$

En el gráfico de más arriba se puede comprobar que:

$$\int_0^{T_m} D(t) \cdot dt = K_m + K_p + K_q/2 + K_e/4$$

$$\int_0^{T_q} D(t) \cdot dt = K_m + K_p + K_q + K_e/2$$

$$\int_0^{T_e} D(t) \cdot dt = K_m + K_p + K_q + K_e = K$$

El sumando $K_1(Q)$ es el que reúne las inversiones que dependen del tamaño del proyecto. Siempre contiene a casi todo K_q , que es la inversión en maquinaria, equipos y vehículos pesados; y muy frecuentemente incluye también a los edificios industriales. El sumando K_2 está formado por las inversiones que no dependen del tamaño del proyecto. Incluye, por lo general, los edificios administrativos, los gastos de preinversión, los muebles, los vehículos menores y las máquinas de oficina.

2. LA GENERACIÓN DE FONDOS

Cuando Z esté operando producirá un valor agregado por unidad de tiempo que llamamos $V(t)$ y unos gastos en dinero que llamaremos $G(t)$. La depreciación por unidad de tiempo es de $D(t)$. Entonces, la generación de fondos del proyecto, después de impuestos, será, según la definición usual y general de la práctica de la contabilidad:

$$(1-x)[V(t)-G(t)-D(t)]+D(t)=(1-x)[V(t)-G(t)]+x \cdot D(t)$$

Esta expresión es el punto de partida para los análisis que se harán más abajo sobre valor presente neto del proyecto.

Si los procesos de depreciación no duran todo la vida útil del proyecto (a la cual llamamos T), sino que duran un lapso $TD < T$, la generación de fondos por Z durante su vida entera será

$$(1-x)[V(t)-G(t)-D(t)]+D(t)=(1-x)[V(t)-G(t)]+x \cdot D(t)$$

en donde r es el costo a largo plazo del dinero, y, en consecuencia, e^{-rt} es el factor de descuento que pone valores futuros en valores presentes³. Más adelante volveremos sobre este punto.

3. OTROS PARÁMETROS DEL PROYECTO

La situación del problema considerado supone que se tengan presentes otras informaciones:

- El factor de depreciación $d(t)$ depende del tiempo, porque la composición de los activos va variando con el tiempo, a medida que se va complementando su depreciación.
- La tasa de interés bancaria es i . Se expresa como porcentaje anual o como fracción anual de la unidad (1.00).
- La cantidad física del producto h -ésimo que produzca Z por unidad de tiempo (día, mes o año) a la edad t se designará por $P_h(t)$. Por tanto, la cantidad que produzca durante el intervalo infinitesimal $(t, t + dt)$, será

$$P_h(t) \cdot dt$$

³ Recuérdese que si se tiene un valor financiero $w(0)$ en la fecha $t = 0$, y se le pone a capitalizar la tasa de interés r , acumulativa, y continuamente, dicho valor llegará a ser en una fecha futura $w(t) = w(0) e^{rt}$, de lo cual se sigue $w(0) = w(t) \cdot 3^{-rt}$

- La planta va a generar varios productos. Para ser concretos, y para ahorrar símbolos algebraicos y espacio de papel, convendremos en que serán cinco (5) productos: los tres primeros son cuantitativamente interdependientes, o sea que si $P_1(t)$ es la producción anual del producto-I en la fecha t , entonces será:

$$P_h(t) \cdot dt$$

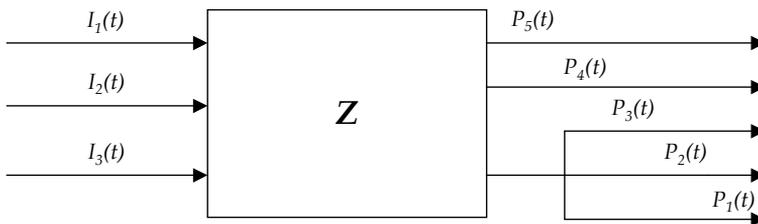
Producción anual del producto II: $P_2(t) = a_2^1 \cdot P_1(t)$, y

Producción anual de producto III: $P_3(t) = a_3^1 \cdot P_1(t)$

Este es el caso, por ejemplo, si se trata de una planta electrolítica de cloro y soda cáustica, a partir de sal común, en donde por razones electroquímicas, por cada 58.5 gramos de cloruro de sodio que se electrolizan, se obtiene 40 gramos de soda cáustica pura, más 35.5 gramos de cloro, más 1 gramo de hidrógeno.

- Los otros dos productos, el cuarto y el quinto, son tecnológica y cuantitativamente independientes entre sí y con respecto a los tres primeros.
- La planta va a consumir varios insumos. Para ser concretos, y sin perder generalidad, digamos que son tres y sus respectivos gastos o caudales de consumo, por unidad de tiempo, se indicarán con $I_1(t)$, $I_2(t)$ y $I_3(t)$.
- Considerando los riesgos técnicos, económicos y de otros tipos que pueden en el futuro hacer fracasar a Z , llamemos

$E(t)$ = probabilidad de que Z siga trabajando normalmente a la edad t



Esta función es conocida y usada en la Teoría de Renovación y Reposición de Máquinas y se le llama “función de supervivencia”. En la literatura de esta disciplina⁴ se demuestra que:

⁴ Ver el libro de Kapur y Lambert que se cita en la bibliografía.

$$E(t) = 1 - \int_0^t \phi(u) \cdot du$$

en donde $\phi(u) \cdot du$ es la probabilidad de que Z fracase en el intervalo $(u, u + du)$ a su edad u . Varios libros de Teoría de Probabilidad⁵ indican que un buen ajuste para $\phi(u)$ es la distribución de Poisson, en cuyo caso es

$$E(t) = (1/\lambda) e^{-\lambda t}$$

En otros casos, son recomendables la función de supervivencia lineal decreciente o la función Weibull. En este documento trabajaremos con la de Poisson porque es la recomendable en muchos casos, para ser más concretos, y por ser algebraicamente más sencilla de manejar.

- Un ejemplo específico de Z , como se acaba de describir, sería una planta que produzca soda cáustica electrolítica (Producto 1) y, por serles inherentes tecnológicamente a ella, que produzca también cloro gaseoso (Producto 2) e hidrógeno (Producto 3). Que, además, produzca carbonato de sodio (Producto 4) por proceso Solvay y carbonato de calcio precipitado (Producto 5). Estos dos últimos son independientes entre ellos en su producción, y ambos son independientes con los tres primeros. Dicha planta consumiría tres ingredientes necesarios y casi suficientes: energía eléctrica, roca caliza y sal común.

4. LA CAPACIDAD DE LA PLANTA

A la capacidad que se le dé a Z (es decir, a su tamaño) se le llamará Q . A la capacidad de producción de una planta industrial se le expresa, según su (o sus) producto(s) de varias maneras:

- a. Si su producto es uno solo (p.e. una cervecería), Q es la máxima cantidad de aquel que pueda producir en un año, o en un día, o en otra unidad de tiempo calendario. También se puede expresar así cuando los productos son cuantitativamente dependientes, en cuyo caso la capacidad será la máxima cantidad que pueda producirse por año (u otra unidad de tiempo) del producto principal (p.e. la soda cáustica en una planta electrolítica de cloro y soda).
- b. Si las producciones de los productos son cuantitativamente independientes, pero ellas ocupan una parte de la capacidad de Z , la capacidad o ta-

⁵ Ver el libro de Feller, en la bibliografía.

maño de ésta se especificará indicando las cantidades diarias (o anuales) que ella podría producir de cada producto, si no hiciera ninguno de los demás. Ejemplo: en una planta de horno eléctrico para producir ferromanganeso, ferroníquel y ferrosilicio, la capacidad la dan las tres cantidades a plena carga, y no fabricando ninguna de las otras dos. En casos como éste la capacidad o tamaño se suele especificar indicando el tamaño físico (o eléctrico, o mecánico, o hidráulico, etc.) de la máquina que trabaja para las tres (o más) producciones, como es la potencia eléctrica del horno donde se producen las tres ferroaleaciones del ejemplo.

- c. Si todos los productos requieren de un mismo insumo y éste es muy importante, la capacidad o tamaño Q puede especificarse indicando el consumo anual máximo posible cuando Z esté trabajando a máxima capacidad. Este es el caso, por ejemplo, cuando todos los productos requieren un consumo elevado de energía eléctrica (como en una planta para fabricar ferroaleaciones), en cuyo caso la capacidad de Z se puede dar en mega-vatios-hora por año, o simplemente en megavatios de potencia eléctrica a plena capacidad. Otro ejemplo, la capacidad de una planta embotelladora de bebidas gaseosas se puede expresar en litros de agua por segundo (porque todas las gaseosas que produzca llevan agua). Y por ejemplo, la capacidad de una planta que produzca amoníaco, ácido nítrico y urea, puede expresarse en millones de pies cúbicos normales de gas natural por día, ya que el gas es insumo que se requiere en gran cantidad para cada uno de los tres productos.

En este documento se verá como este concepto de capacidad de planta desempeña un papel predominante en el análisis económico de la misma.

Si la planta Z que estamos dando como ejemplo, se dedicase a fabricar el producto I , a plena capacidad, sin producir nada del producto IV ni del producto V (que son independientes del producto I), al caudal de producción del primero se le designará por $P_1^0(t)$. Forzosamente también se producirán los caudales $P_2^0(t)$ y $P_3^0(t)$ de los productos II y III , que son asociados con el primero. Como ya se dijo, especificar a $P_1^0(t)$ es una manera de especificar acá la capacidad o tamaño Q de la planta. Es obvio que, en este caso, las producciones máximas posibles serán:

$$P_2^0(t) = a_2^1 \cdot P_1^0(t) \quad , \quad P_3^0(t) = a_3^1 \cdot P_1^0(t)$$

- Si Z en el futuro produjese únicamente el producto IV , el máximo caudal de éste que podría hacer al día (o al año) sería P_4^0 . Y si produjese única-

mente el producto V, el máximo caudal que rendiría sería P_5^0 . Estipular que la capacidad de producción de Z, produciendo estos tres productos es Q , significa, técnicamente, que:

$$P_1(t)/P_1^0 + P_4(t)/P_4^0 + P_5(t)/P_5^0 \leq 1$$

- Como supuesto particular de este modelo, admitiremos que las proyecciones numéricas o algebraicas $M_h(t)$ que hemos encontrado en el mercado y que pronostican el comportamiento futuro de la demanda accesible de cada producto h-ésimo, son crecientes hacia el futuro. Si todas o varias fueran decrecientes o estáticas nadie invertiría en el proyecto. La experiencia del autor y de muchos planificadores industriales en Colombia es que estas funciones suelen crecer con el tiempo en forma geométrica (o sea, exponencial). Es decir, que suelen ser susceptibles de representarse por funciones de la forma:

$$M(t) = C_0 e^{C_1 t} \Leftrightarrow \log M(t) = \log C_0 + C_1 \cdot t^6$$

donde C_0 y C_1 son constantes positivas que se determinan empíricamente y que serán específicas de cada producto, de cada mercado y de cada época. En este caso:

$$\tau = (1/C_1) \ln (Q/C_0)$$

siendo τ la edad de Z en que llega a quedar saturada.

Antes de que la planta se cope en su capacidad Q , la producción $P_h(t)$ de cada producto (de los que son independientes entre ellos), será igual a la demanda de ese producto h-ésimo en el mercado. Es decir, que mientras la planta Z trabaje con capacidad holgada se tendrá que:

$$P_h(t) = M_h(t)$$

para los tres productos I, IV y V. Cuando la planta se cope, cada una de estas producciones detiene su crecimiento y, como veremos más abajo, en ocasiones puede comenzar a mermar.

⁶ Un gráfico en papel doble logarítmico de esta clase de funciones produce una línea recta. Más abajo, en el numeral 32 se ampliará este punto.

5. LAS ECONOMÍAS DE ESCALA Y LA LEY DE WILLIAMS

En el mundo de la industria se sabe, por la experiencia común, empírica, que, en general, y mientras la capacidad sea aprovechada al máximo, es más económico producir en grandes escalas y en plantas grandes, que en pequeñas escalas y en plantas menores. Esta experiencia habla de dos aspectos de la producción industrial: 1) Que si un producto X se fabrica en escalas de miles de toneladas diarias, su costo de fabricación por tonelada es menor que si se le fabrica en escalas de cientos de toneladas diarias, y aquél es mucho menor aún que si se le fabrica en escalas de decenas de toneladas diarias. Además: 2) que si se tiene una planta para producir a X de tamaño Q y que cuesta K millones de dólares, si se le compara con otra planta mayor, que produzca el mismo producto, con igual tecnología, y que tenga capacidad Q' y que cuesta K' millones de dólares, se comprueba, obviamente que:

$$K' > K \text{ porque } Q' > Q$$

pero (lo que no es tan obvio), la realidad práctica en la vida industrial es que relación aritmética de sus costos es menor que la relación aritmética de sus capacidades, es decir que:

$$K' / K < Q' / Q$$

o sea, también que

$$K' / Q' < K / Q$$

la relación de costo/tamaño es menor para las plantas mayores que para las menores. De modo que si ambas se utilizan a plena capacidad la relación inversión/producción es menor en la más grande que en la pequeña

$$K' / P < K / P$$

Estas realidades son hechos empíricos de validez casi universal, que se presentan en innumerables situaciones prácticas y reales, y que los libros de Microeconomía llama “el principio de las economías de escala”. Este último aspecto del principio de las economías de escala es el que más interesa en este trabajo.

En 1947, en Estados Unidos fue formulada una “ley” empírica que representa bien lo que se acaba de decir. Se llama la Ley de Williams o Ley de los dos tercios, y se refiere a la economía y a los mercados donde se compran y se venden grandes máquinas y fábricas enteras. Según esta ley, si se trata de un cierto tipo de máquinas, o de aparatos, o de fábricas enteras de diferen-

tes tamaños o capacidades, la relación cuantitativa que da el costo de inversión según el tamaño es la ecuación empírica

$$K_i = A Q^\alpha$$

en donde:

- K_i : valor o costo de inversión de una unidad (grande, pequeña o mediana), cuyo tamaño es Q ;
- A : una constante empírica que depende de la naturaleza técnica de la planta para la cual se está pidiendo cotizaciones. Así por ejemplo, la A tiene un cierto valor para cervecías de distintos tamaños, otro valor para plantas de alcohol (sean grandes o pequeñas), otro valor específico para alternadores trifásicos, etc.
- α : es un número real positivo pero menor que 1.00, que también es específico del tipo de fábrica o de máquina de que se trata.

En la práctica se ha encontrado que casi para ningún bien o activo el número es menor de 0.5, y que para un gran número de bienes de capital su valor específico es cercano al número $2/3 = 0.667$. De ahí que a este hecho se le llame también ley “de los dos tercios”. La experiencia profesional de este autor, trabajando como consultor de industrias durante cuarenta y cinco años le ha indicado que un gran número de tipos distintos de plantas industriales obedecen a esta “ley de Williams”. Así ocurre para plantas de cemento de distintos tamaños, para malterías (grandes o pequeñas), para torres de destilación fraccionada y continua, para forjas metalúrgicas (grandes, medianas y livianas), para plantas de vidrio prensado, para hornos eléctricos metalúrgicos de distintas potencias, etc., etc.

6. PRECIOS DE INSUMOS, DE PRODUCTOS Y VALOR AGREGADO

Usemos la siguiente nomenclatura, refiriéndonos al ejemplo de la planta Z con cinco productos que venimos considerando:

- $-p_1, p_2, \dots, p_5$: precios unitarios de los respectivos productos, a la puerta de salida de la fábrica, netos, exentos de descuentos, de comisiones a vendedores, de regalías a terceros, de costo financiero de cartera y de otros gastos ex-fábrica que puedan gravarlos.
- $-q_1, q_2, q_3$: precios unitarios de los respectivos insumos, a la puerta de llegada a la fábrica, incluyendo aranceles, seguros, fletes y de-

más cargos ex-fábrica que los graven. Estos precios unitarios y los de los productos conviene expresarlos en moneda dura (p.e. en dólares constantes) por unidad de cantidad física (sean toneladas, o metros cúbicos, o galones, etc.).

En la vida real, al planificador industrial se le presentan dos situaciones:

1. Cuando los precios (en moneda dura) no presentan perspectivas de cambiar en el futuro. Entonces se les tratará como constantes en el tiempo:

$$\partial p_h / \partial t = 0 \quad \text{y} \quad \partial q_j / \partial t = 0$$

2. Cuando los precios (en moneda dura) presentan perspectivas de aumentar o rebajar en el futuro. Entonces deberá formularse un pronóstico para ellos, obtenido por estudios de mercado, y traducir el pronóstico en tablas numéricas de proyecciones o en fórmulas algebraicas del tipo $P_h = P_h(t)$, $q_j = q_j(t)$. Así se les tratará en los análisis que vienen más abajo.

Para no complicar innecesariamente la nomenclatura, de aquí en adelante se manejarán los precios como constantes en el tiempo. Si la realidad no fuese así, bastará tener presente que los precios se tratarán como funciones del tiempo “ t ”, en lo que sigue.

El valor agregado por unidad de tiempo (mes, año u otra), a la edad t de la futura planta será, por definición:

$$V(t) = \sum_{h=1}^5 p_h \cdot P_h - \sum_{j=1}^3 q_j \cdot I_j(t) \quad (\text{con } t \geq 0)$$

en donde estamos aceptando, como hipótesis básica y muy razonable, que las producciones y los consumos responden exactamente a las demandas de los mercados $M_h(t)$ o al estado de saturación de Z , y que, por lo tanto no habrá acumulaciones de inventarios de producto terminado ni de materia prima. Si se trata de un producto que es independiente de los demás, el valor agregado por unidad de producto es:

$$v_h = p_h - \sum_j q_j (I_j / P_h)$$

en donde el sub-índe j se refiere a los insumos que, según la tecnología del proceso propio de la planta Z , se requieren para producir al producto i -ésimo en cuestión. En estas condiciones el coeficiente I_i/P_i se llama “coeficiente

BIBLIOGRAFÍA

Esta bibliografía se compone de dos partes: una, donde recitan numerosos libros en que pensó que pudiera estar tratada la materia de este artículo pero que, después de consultarla, no se encontró nada al respecto. Y otra parte, donde se indican algunos libros que contienen algunas pocas y cortas referencias a algunos puntos parciales y menores de este documento.

Bibliografía consultada, pero sin referencias al tema

Accounting Review. Society of American Accountants. New York. Varios números

Allen, R.G.D. Economía Matemática. 2 ed. Madrid: Aguilar, 1967, 931 p.

Arboleda Benjamín. Ingeniería Económica: Métodos para el Análisis de Alternativas de Inversión. Medellín: Asociación de Ingenieros Industriales de la Universidad de Antioquia, 1980. 502 p.

Baca Urbina, Gabriel. Evaluación de Proyectos. 3 ed. Bogotá: Mc. Graw-Hill, 1997. 339 p.

Battersby, Albert. Planificación y Programación de Proyectos Complejos. 2 ed. Barcelona: Ariel, 1973. 431 p.

Behrens, W. y P. M. Hawranek. Manual para la Preparación de Estudios de Viabilidad Industrial. 1994. 400 p.

Blank, Leland y Anthony J. Jacquín. Ingeniería Económica. México: Mc. Graw-Hill, 1996. 546 p.

Canadá, John T., William P. Sullivan y John A. White. Análisis de la Inversión de Capital para Ingeniería y Administración. 2 ed. Bogotá: Prentice Hall Hispanoamericana, 1997. 566 p.

- Castro Rodríguez, Raúl y Karen Marie Mokate. Evaluación Económica y Social de Proyectos de Inversión. Bogotá: Uniandes. 1998. 424 p.
- Corrons Prieto, Luis. Técnicas de Ingeniería y Tecnología de la Producción. Bilbao: Ediciones Deusto, 1979. 435 p.
- Creues Solé, Antonio. Fiabilidad y Seguridad de Procesos Industriales. Barcelona: Boixereu Editores, 1991. 124 p.
- Chouler, Jacques. Las Técnicas Matemáticas en la Empresa. Bilbao: Ediciones Deusto, 1968. 485 p.
- Departamento Nacional de Planeación. Manual Metodológico para la Identificación y Evaluación de Estudios de Preinversión. Bogotá: Banco de la República, 1994. 5 p.
- Grant, Eugen L., Ireson Grant y Richard Leavenworth. Principios de Ingeniería Económica. México: Editorial CECSA, 1984. 710 p.
- Industrial Engineering. Mc. Graw-Hill Co. New York: Varios números
- Infante Villarreal, Arturo. Evaluación Económica de Proyectos de Inversión. 3 ed. Cali: Banco Popular, 1977. 236 p.
- King, Charles. César. Evaluación Integrada de Proyectos de Inversión. Medellín: 2000, 518 p.
- ONUDI. Manual para la Preparación de Estudios de Viabilidad Industrial. ONUDI. Nueva York: La Institución, 1978. 268 p.
- Park, Chan J. y Gunther P. Sharp-Bette. Advanced Engineering Economics. New York: John Wiley and Sons, 1970. 740 p.
- Riggs, James L. Modelos de Decisión Económica para Ingenieros y Gerentes de Empresa. Madrid: Alianza Editorial, 1973. 508 p.
- Romero, C. Modelos Económicos en la Empresa. Bilbao: Ediciones Deusto, 1977.
- Sapag Chain, Nassir y Reynaldo Sapag Chain. Preparación de Proyectos. 4 ed. Bogotá: Mc. Graw-Hill, 2000. 439 p.
- Scientific Management. American Management Association. New York: Varios números.
- Taylor, George A. Ingeniería Económica. México: Limusa, 1978. 556 p.

- Thuessen, H.G.; Fabricky, W. J. y Thuessen, G.J. Ingeniería Económica: Edición Revisada del Proyecto de Ingeniería. Bogotá: Prentice-Hall, 1981. 592 p.
- Tyler, Chaplin. Chemical Engineering Economics. New York: Mc. Graw-Hill Co, 1948. 321 p.
- Varela, Rodrigo. Evaluación Económica de Inversiones. Cali: Editorial Norma, 1993. 776 p.

Libros citados

- Bridgeman, P. Dimensional Analysis. New Haven and London. Yale University Press. 1931.
- Federici, Carlo. El Álgebra de las Magnitudes. Manuscrito en impresión. Fondo Editorial ITM. Bogotá.
- Feller, William. An Introduction to Probability Theory and its Applications. Vol. one. New York: John Wiley and Sons, 1950. 419 p.
- Kapur, K.C. y L.R., Lamberson. Reliability in Engineering Design. New York: John Wiley and Sons, 1977. 586 p.
- Langhaar, H. Analyse Dimensionell et Théorie des Maquettes. (Traducción al francés del original inglés Dimensional Analysis and Theory of Models, del mismo autor. 1961, por C. Charcoset). París: Dunod, 1956.
- William, R. Jr. The Six Thenths Factor. Chemical Engineering. Vol. 54.



*Modelo matemático y dimensional para el planeamiento
óptimo de industrias de procesos*

se terminó de imprimir en diciembre de 2008.

SEGUNDO VOLUMEN DE LA SERIE