



Aplicação do modelo SIR no estudo da transmissão da dengue no município de Gurupi, Tocantins

Laina Pires Rosa^{a*}, Pedro Alexandre Cruz^a

^a Universidade Federal do Tocantins, Brasil

* Autor correspondente (lainapires22@gmail.com)

INFO

Keywords

biomathematics
numerical methods
mathematical modeling
epidemiology
differential equations

Palavras-chaves

biomatemática
métodos numéricos
modelagem matemática
epidemiologia
equações diferenciais

ABSTRACT

Application of the SIR model in the study of dengue transmission in the municipality of Gurupi, Tocantins. Dengue, an acute febrile infectious disease that can kill, has become one of the biggest public health problems in Brazil. Because it does not yet have an effective vaccine, its epidemiological profile multiplies throughout the national territory, especially in the summer, where the *Aedes aegypti* mosquito vector of transmission of the disease finds environmental conditions favorable to its high reproduction. The objective of this study is to discuss and apply the SIR model (susceptible, infected and recovered) in the description of dengue transmission in the municipality of Gurupi-TO. Carrying out simulations in order to validate the model comparing with the actual data of dengue cases in the municipality, besides presenting changes made in some parameters whose there are no records. Numerical simulations were carried out using a Runge-Kutta method of 4th order implemented in C language, using some parameters of the literature, others were adjusted for validation of the model for the periods of 2006/2011, 2009/2013 and 2014/2016, which provided a better fit for all periods when compared to actual data.

RESUMO

A dengue, uma doença infecciosa febril aguda que pode matar, tornou-se um dos maiores problemas de saúde pública no Brasil. Por ainda não possuir uma vacina eficaz, seu quadro epidemiológico multiplica-se em todo território nacional, principalmente no verão, onde o mosquito *Aedes aegypti* vetor de transmissão da doença encontra condições ambientais favoráveis à sua alta reprodução. O objetivo desse estudo é discutir e aplicar o Modelo SIR (susceptíveis, infectados e recuperados) na descrição da transmissão da dengue no município de Gurupi-TO. Realizando simulações a fim de validar o modelo comparando com os dados reais de casos de dengue no município, além de apresentar alterações feitas em alguns parâmetros cujos esse não se tem registros. As simulações numéricas foram efetuadas via método de Runge-Kutta de 4ª ordem implementado em linguagem C, utilizando alguns parâmetros da literatura, outros foram ajustados para validação do modelo para os períodos de 2006/2011, 2009/2013 e 2014/2016 o que proporcionou um melhor ajuste para todos os períodos quando comparados com os dados reais.

INTRODUÇÃO

Apontada como um dos principais problemas de saúde pública do mundo, a dengue é considerada pela OMS a mais importante doença viral veiculada por mosquitos devido sua grande distribuição global. O vírus pode ser transmitido pelos mosquitos *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus*. O primeiro originário da África domesticou-se e adaptou-se ao ambiente urbano e hoje é o maior transmissor da doença nas Américas. Além disso, o *A. aegypti* também é responsável pela transmissão do zika vírus, que por sua vez pode causar microcefalia em recém-nascidos e a febre chikungunya (Freire et al., 2017).

No Brasil, a dengue é considerada um dos maiores desafios da saúde pública juntamente com a zika e chikungunya, estando presente em praticamente todos os 27 Estados da Federação e sendo responsável por cerca de 60% das notificações nas Américas, ocorrendo principalmente no primeiro semestre do ano em razão das temperaturas mais elevadas. Além disso, a disseminação da doença foi reforçada devido ao rápido crescimento populacional, o que acelerou o processo de urbanização, aumentando assim a dispersão do vetor, o mosquito *A. aegypti* (Câmara, 2007).

Segundo a Secretaria de Saúde do estado do Tocantins, no ano de 2014 foram notificados 9.560 casos de suspeita de dengue, sendo que destes, 3.249 foram confirmados. Já no ano de 2015 foram 16.824 casos notificados, confirmando-se 5.678 deste, resultando-se assim em um aumento de 74,7% neste período. Em 2019, o estado do Tocantins registrou um aumento de mais de 1.000% nos casos de dengue e lidera o ranking no país, segundo o Ministério da Saúde. Os casos suspeitos notificados no estado cresceram 1.369%, saltando de 210 para 3.085 casos.

Não é de hoje que utilizamos a matemática como uma ferramenta para interpretar vários fenômenos do nosso cotidiano. Cada experiência vivida, fez com que fossem construídos modelos que fazem uso da matemática como um instrumento em busca de soluções. Portanto, o estudo da matemática abrange quantidades, medidas, espaços, estruturas, variações, e, por meio de deduções rigorosas a partir de sentenças e definições, estabelece novos resultados, estando em grande processo evolutivo (Cruz et al., 2016). Um modelo matemático é definido como uma representação de um sistema real possível de mudanças e pode envolver várias ciências como a Matemática, a Biologia, Computação e Estatística (Bassanezi, 2002; Zill, 2001).

Com o passar dos anos pesquisadores observaram que doenças com elevado grau de mobilidade

e mortalidade eram bem mais controladas com medidas preventivas; esta observação contribuiu diretamente para os estudos de epidemias. Entretanto, não basta apenas a compreensão do mecanismo da doença, mas sim uma análise qualitativa e quantitativa do fenômeno para conter a doença.

Desta forma o uso de modelos matemáticos para controle de doenças aumenta a proximidade entre a teoria e a prática. Uma das características desta modelagem matemática corresponde ao uso de sistemas de EDOs não lineares, de várias variáveis, tais variáveis representam subpopulações na dinâmica epidemiológica. A utilização da modelagem considera o problema da doença do ponto de vista quantitativo, a fim de decidir sobre vacinações ou outros tipos de medidas imprescindíveis para sua contenção (De Barros, 2015). Em vista da grande importância do problema perante a sociedade, qualquer esforço no sentido de entender e dominar os processos epidêmicos é justificável.

Neste cenário, almejando compreender os mecanismos de transmissão da dengue, bem como entender e dominar seus processos epidêmicos, este trabalho, particularmente, objetivou discutir e aplicar o Modelo SIR (susceptível, infectado e recuperados), proposto originalmente por Kermack e McKendrick em 1927, na descrição da transmissão da dengue no município de Gurupi-TO de alto grau de incidência da doença, realizando simulações computacionais via integração numérica e comparando as previsões obtidas com o Modelo com dados reais.

MATERIAL E MÉTODOS

Local de estudo

Este estudo foi realizado no município de Gurupi, Tocantins. A origem do nome Gurupi vem do tupi-guarani que significa “Diamante Puro”, é conhecida como a capital da amizade, localizando-se ao sul do Tocantins a 214 km de Palmas capital do estado. Gurupi é considerada a terceira maior cidade do estado, tendo como principal fonte de renda a pecuária e a agricultura (Portal da Prefeitura, 2019). Após a realização da coleta de dados, simulações numéricas com o modelo SIR foram realizadas no Laboratório de Matemática e Química Computacional (LABMAQC) localizado na Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus de Gurupi.

Modelo SIR (susceptíveis, infectados e recuperados)

Este modelo, proposto por Kermack e McKendrick, em 1927, é bastante utilizado para a modelagem de transmissão de doenças infecciosas, como por exemplo a dengue e influenza A (H1N1). Tem por teoria que um indivíduo pode passar sucessivamente por estágios de suscetibilidade, infecção e recuperação e a imunidade é permanente, ou seja, dura a vida toda (Rocha, 2012).

Para este modelo a dinâmica da população é dividida em três classes:

- 1ª classe: indivíduos susceptíveis, ou seja, aqueles que ainda não adquiriram a doença;
- 2ª classe: indivíduos infectados, ou seja, aqueles que já tiveram contato com a doença e foram contaminados;
- 3ª classe: indivíduos removidos, ou seja, casos de cura e/ou óbitos.

O modelo SIR é dado pelo seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\beta IS \\ \frac{dI}{dt} &= \beta IS - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I \end{aligned} \tag{1}$$

Onde:

β é o coeficiente de transmissão que determina a taxa a que novas infecções surgem, como consequência do contato entre susceptíveis e infectados; e

γ a taxa de recuperação de indivíduos infectados.

O modelo SIR desconsidera fenômenos migratórios e nascimentos, desta forma a soma da população humana P_H , é dada por:

$$P_H = S_H + I_H + R_H \tag{2}$$

Onde:

S_H número de humanos susceptíveis;

I_H número de humanos infectados; e

R_H número de humanos removidos.

Como a população P_H é constante, derivando ambos os lados da equação (2) obtemos:

$$\frac{dS_H}{dt} + \frac{dI_H}{dt} + \frac{dR_H}{dt} = 0,$$

que está de acordo com o sistema (1).

Quando se trata da população de vetores transmissores P_v , consideramos apenas as seguintes classes: os susceptíveis (S_v) que são os mosquitos hospedeiros que podem estar na fase aquática ou adulta, e os infectantes (I_v), portadores do vírus e

capazes de transmiti-los, tendo levado em consideração o ciclo de vida curto, ou seja, sem possibilidade de recuperação, logo temos:

$$P_v = S_v + I_v \tag{3}$$

Considerando uma taxa de recrutamento fixa A e uma taxa de mortalidade *per capita* constante igual a μ_v , de forma que:

$$\frac{dP_v}{dt} = A - \mu_v P_v \tag{4}$$

e indica por b , as quantidades de picadas diárias por dia realizada pelo mosquito. Tendo em vista que esta quantidade pode variar de acordo com as condições climáticas, porém, o modelo considera b constante. Sabemos que além de humanos o mosquito transmissor da dengue pode realizar picadas em outros mamíferos, com isso definimos m como a quantidade de diferentes tipos de hospedeiros alternativos, de forma que, a probabilidade de um mosquito picar um humano em detrimento de outro mamífero disponível é dada por $P_H / (P_H + m)$, sendo $(P_H + m)$ o total de hospedeiros disponíveis para o vetor. Dessa maneira, as taxas de picadas em humanos por unidade de tempo, e de picadas por vetor por unidade de tempo são dadas por:

$$\frac{bP_v}{(P_H+m)} e \frac{bP_H}{(P_H+m)} \tag{5}$$

Definindo $\beta_h e \beta_v$ como as probabilidades de transmissão da doença em humanos a partir do vetor infectado (I_v e em vetores a partir de humanos infectados (I_H), as taxas de infecção por humanos e vetores susceptíveis são:

$$\frac{b\beta_h}{(P_H+m)} I_v e \frac{b\beta_v}{(P_H+m)} I_H \tag{6}$$

Definindo γ_h como a taxa de recuperação dos humanos, a interação entre humanos e vetores é dado pelo seguinte sistema de EDOs acopladas

$$\begin{aligned} \frac{dS_H}{dt} &= \mu_h P_H - \frac{\beta_h b}{P_H + m} S_H I_v - \mu_h S_H \\ \frac{dI_H}{dt} &= \frac{\beta_h b}{P_H + m} S_H I_v - (\mu_h + \gamma_h) I_H \\ \frac{dR_H}{dt} &= \gamma_h I_H - \mu_h R_H \\ \frac{dS_v}{dt} &= A - \frac{\beta_v b}{P_H + m} S_v I_H - \mu_v S_v \\ \frac{dI_v}{dt} &= \frac{\beta_v b}{P_H + m} S_v I_H - \mu_v I_v \end{aligned} \tag{7}$$

Considerando $R_H = 1 - I_H - S_H$ e $S_V = 1 - I_V$, podemos reduzir o sistema (7) em um sistema com três EDOs não lineares dado por:

$$\frac{dS_H}{dt} = \mu_h(1 - S_H) - \beta_h b \frac{A/\mu_v}{P_H+m} S_H I_V \quad (8)$$

$$\frac{dI_H}{dt} = \beta_h b \frac{A/\mu_v}{P_H+m} S_H I_V - (\mu_h + \gamma_h) I_H \quad (9)$$

$$\frac{dI_V}{dt} = \beta_v b \frac{P_H}{P_H+m} (1 - I|V) I_H - \mu_v I_V \quad (10)$$

válida no limite $P_V = \frac{A}{\mu_v}$.

A partir do estudo deste modelo foi escolhido o município de Gurupi que está localizado ao sul do estado do Tocantins, a 234 km de Palmas, capital do estado, e a 596 km de Brasília, no limite divisório de águas entra o rio Araguaia e Tocantins, às margens da BR-153. A cidade de Gurupi é considerada a terceira mais populosa cidade do estado, sendo o polo regional de toda a região sul possuindo como principais fontes de renda a pecuária e a agricultura. Atualmente a cidade de Gurupi possui aproximadamente 100.000 habitantes segundo a Prefeitura Municipal (Prefeitura Municipal de Gurupi, 2017).

Os dados numéricos foram obtidos a partir das simulações numéricas com o modelo SIR dado pelo sistema de EDOs (8-10). Essas equações foram implementadas na linguagem C e os resultados obtidos foram plotados nos *softwares* Gnuplot e Scilab.

Estes *softwares* são voltados para a área das ciências exatas e possui várias ferramentas de manipulação de dados, possibilitando assim a geração de gráficos em 2D e 3D.

Este estudo dividiu-se nas seguintes etapas: estudo sobre modelagem matemática, aplicações, identificação e análise do modelo, obtenção de dados, realização de simulações e ajuste do modelo e obtenção dos resultados, sendo tais etapas realizadas através da coleta de dados de casos de dengue obtidos pela Secretaria de Epidemias do município de Gurupi (TO), e da Secretaria de Saúde do Estado do Tocantins (Tabela 1). Para alguns parâmetros foram utilizados dados obtidos na literatura citada, conforme a tabela 2.

Tabela 1 - Quantidade de casos de dengue registrados no município de Gurupi (TO).

Ano	Quantidade de casos
2007	840
2008	202
2009	27
2010	494
2011	81
2012	-
2013	-
2014	1
2015	51
2016	131

Fonte: Secretaria de Epidemiologia do município

Tabela 2 - Valores dos parâmetros mencionados em literaturas.

Parâmetro	Unidade	Valor	Fonte
β_h	-	0,75	Esteva e Vargas
β_v	-	1	Newton e Reiter
γ_h	humanos/dia	0,143 a 0,263	Yang/Massad
μ_h	humanos/dia	4.57×10^{-5}	Esteva e Vargas
μ_v	vetor/dia	0,25	Esteva e Vargas
b	picada/dia	0,50	Esteva e Vargas

Fonte: Santos (2013)

Para a resolução numérica das equações 8, 9 e 10, utilizamos o método de Runge-Kutta de 4º ordem por ser um dos métodos mais populares e mais precisos para obter soluções aproximadas de EDOs e sistema de EDOs.

Desenvolveu-se o algoritmo numérico com o método de Runge-Kutta de 4º ordem o qual fora implementado na linguagem de programação C. Posteriormente foram realizadas diversas simulações numéricas, inicialmente para a validação do algoritmo computacional. Após a validação do algoritmo desenvolvido, buscamos realizar simulações

numéricas para um melhor entendimento do mecanismo da doença bem como analisar qualitativamente e quantitativamente o fenômeno para a determinação de condições de existência ou não para a contenção da doença.

Para realizar estas simulações, foram utilizados alguns parâmetros obtidos a partir da literatura, os quais são apresentados na tabela 3. As simulações computacionais foram aplicadas para população real do município de Gurupi (TO), objetivando obter uma validação para o método numérico desenvolvido.

Tabela 3 - Parâmetros ajustados para validação do modelo.

Parâmetros	Valores utilizados
β_H	0,75
β_V	1
γ_H	0,3428 dia ⁻¹
μ_V	0,25 dia ⁻¹
μ_H	4,57 x 10 ⁻⁵ dia ⁻¹
b	0,8 (dia.mosquito) ⁻¹

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os gráficos foram gerados no *software Gnuplot*, a partir de resultados numéricos obtidos pela simulação computacional do modelo SIR. As figuras 1,

2 e 3 apresentam a comparação dos resultados numéricos com os dados reais (casos de dengue registrados na Secretaria Municipal de Saúde) para o número de humanos infectados (I_H) na cidade de Gurupi.

Na figura 1 é apresentado a comparação dos resultados numéricos (para os valores de humanos infectados (I_H)) com os dados oficiais de casos de dengue registrados na Secretaria Municipal de Saúde do município de Gurupi no período de 2006 a 2011. Além dos parâmetros já definidos na tabela 3, foram ajustados também alguns parâmetros do modelo, tais como, número de hospedeiros $m = 8.000$ e taxa de recrutamento do mosquito $A = 300.000$ vetores. Devido a tais dados não possuírem registros oficiais, as condições iniciais foram $S_{H0} = 0.02$, $I_{H0} = 10^{-7}$, $I_{V0} = 10^{-7}$, sendo a população total dada por $P_H = 72.000$ habitantes (IBGE, 2017).

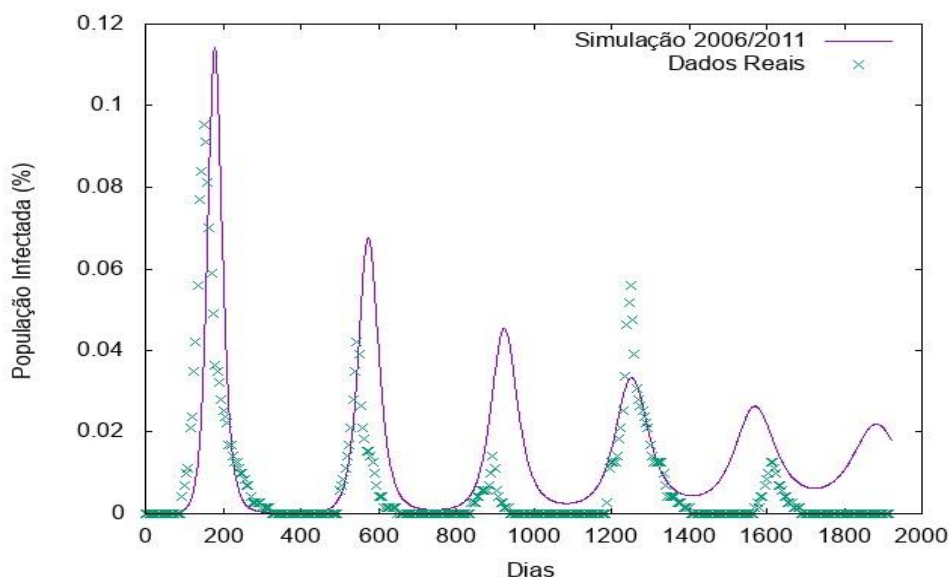


Figura 1 - Simulação no período de 2006/2011 x dados reais.

A figura 2 apresenta a comparação dos resultados numéricos (para os valores de humanos infectados (I_H)) com os dados reais de casos de dengue do município no período de 2009 a 2013 pela Secretaria Municipal de Saúde. Além dos parâmetros já definidos na Tabela 2, e considerando os mesmos valores para o parâmetro A e para condições iniciais citadas acima, fez-se necessário o ajuste do parâmetro $m = 5.000$ hospedeiros com a população total dada por $P_H = 78.000$ habitantes. A figura 3 apresenta a comparação dos resultados numéricos (para os valores de humanos infectados (I_H)) no município de Gurupi) com os dados reais de casos de dengue do município registrados no período de 2014 a 2016. Considerando os parâmetros já definidos na tabela 2, e as mesmas condições iniciais das demais simulações, ajustaram-se os parâmetros

$A = 250.000$ vetores, $m = 5.000$ hospedeiros, e população $P_H = 80.000$ habitantes (IBGE, 2017).

Observar-se nas figuras 1, 2 e 3 que o comportamento epidemiológico qualitativo dos dados é evidentemente capturado pelo modelo. Além disso, verifica-se que quanto maior a população total do município, melhor o comportamento entre o modelo e os dados reais. Isso se deve ao fato de que quanto menor a população de um município, mais significativa será a incidência ou não de um único caso. Ressalta-se que os dados reais são registrados pelo Centro de Zoonoses do município, podendo evidentemente não representar a realidade dos fatos, haja vista que tal procedimento está sujeito a não notificação de alguns casos, ou até mesmo, registros advindos da população de municípios vizinhos, gerando assim diferenças consideráveis.

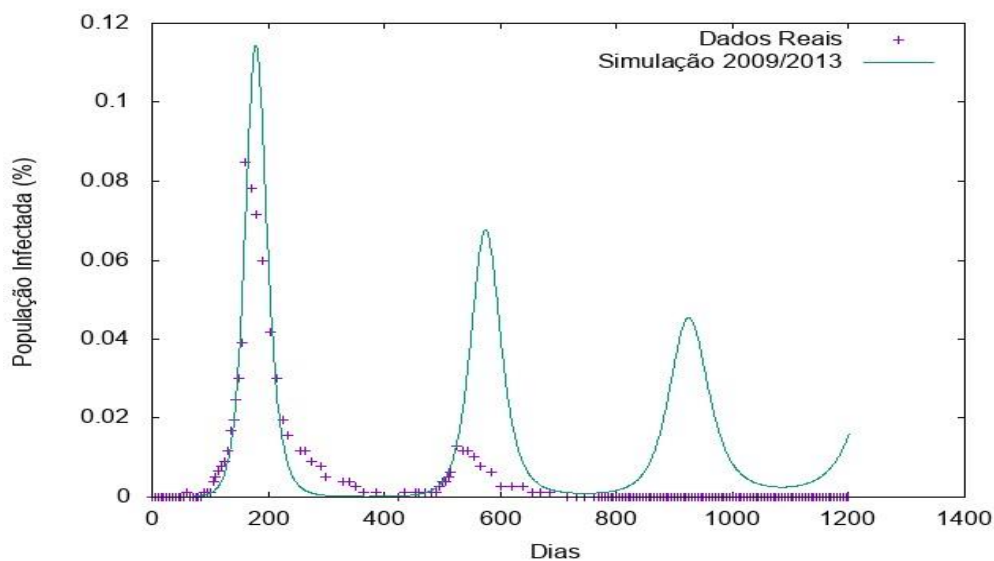


Figura 2 - Simulação no período de 2009/2013 x dados reais.

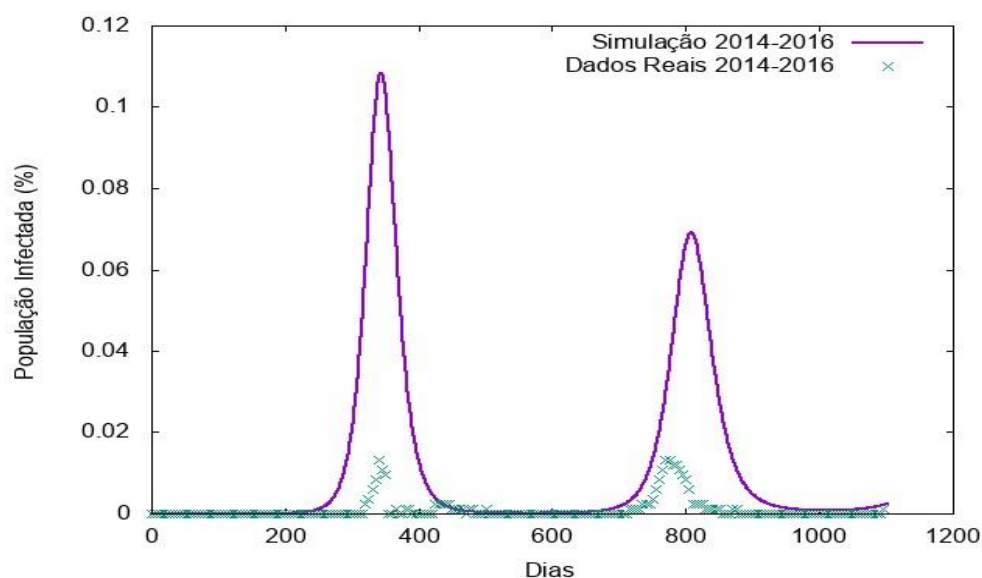


Figura 3 - Simulação no período de 2014/2016 x dados reais.

Outros fatores que explicam as diferenças entre os dados simulados e os dados reais apresentados nas figuras são a população, o clima e o controle dos vetores, sendo os dois primeiros considerados constantes pelo modelo. Além do mais, sabe-se que taxas de natalidade, mortalidade, fatores migratórios entre outros, tornam variáveis o quantitativo populacional, assim como para o clima, onde percebem-se diferenças de pluviosidade e temperatura a cada ano. Já para os vetores, devido a não realização do controle dos mesmos pelo município, estes tornam-se uma dificuldade a mais para prever o comportamento do modelo devido à incerteza do aumento ou não de sua população, bem como da eficácia ao seu combate.

Nota-se ainda, pelas figuras apresentadas, o efeito da sazonalidade da dengue. Isso ocorre devido sua maior incidência ser na metade final do

período de verão, pois os ovos do *A. aegypti* são depositados pela fêmea nos reservatórios de água que por sua vez são mais numerosos nesta época devido às chuvas de verão. Além disso, a falta de consciência da população para se evitar a produção de criadouros, aliado as condições ideais de temperatura e umidade, intensificam a atividade hematófaga do mosquito em relação aos mamíferos e, em especial, aos seres humanos. Além dos humanos infectados (I_H), é possível analisar a população de vetores infectados (I_V) responsáveis pela quantidade de casos simulados para determinado período, bem como os humanos susceptíveis (S_H) que são aqueles que estão expostos a adquirir a doença, sendo que não é possível compará-los com dados reais, devido a inexistência de dados e a dificuldade em mensurá-los.

Observa-se na Figura 4 que o mesmo efeito de sazonalidade para infecção dos vetores, dados estes obtidos através da simulação computacional realizada com os mesmos parâmetros da Figura 1, representa também os humanos susceptíveis capturada pelo modelo para o município. Portanto, fica

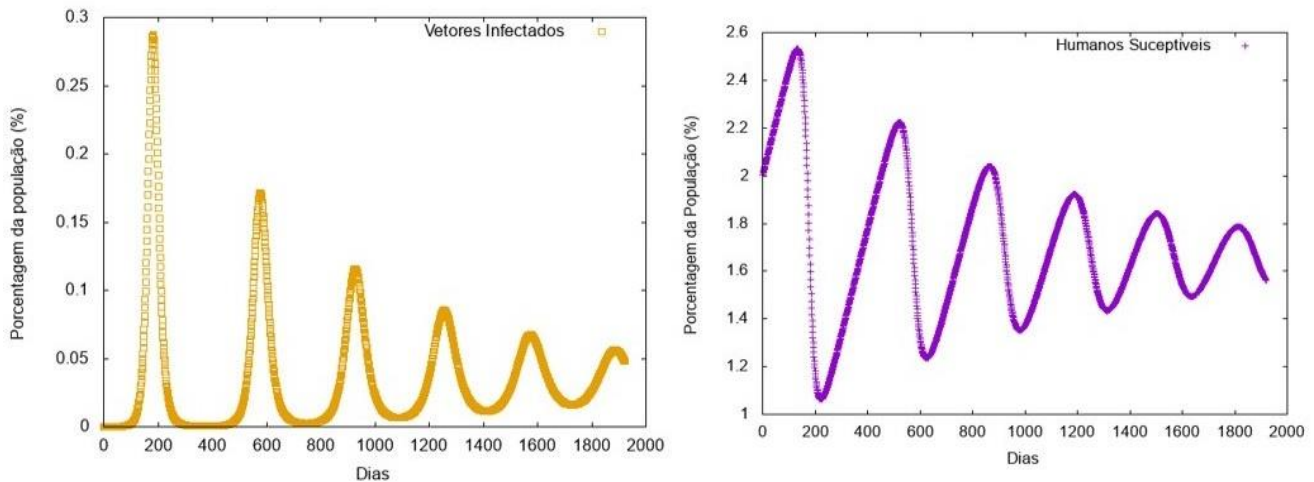


Figura 4 - Representação dos vetores infectados e humanos susceptíveis período de 2006-2011.

Ao longo de todo nosso estudo percebeu-se que, a cada ano, o governo municipal aumentou as ações de combate ao mosquito transmissor da dengue, o que nos sugere que, a cada ano, está ocorrendo variações nos valores de alguns parâmetros. Além disso, efeitos de sazonalidade nos ciclos de reprodução do mosquito e transmissão da doença também sugerem a possibilidade de variação dos parâmetros.

Dentre todos os parâmetros apresentados pelo modelo, selecionamos dois parâmetros para estudo, consideramos variações em:

- A – índice de recrutamento do mosquito;
- b – taxa de picadas dos mosquitos por dia;

O período escolhido para aplicar as modificações propostas ao modelo foi o período de 2006-2011. Para verificar se houve um melhor ajuste após as modificações nos parâmetros, utilizamos como base de comparação o erro quadrático médio do número de humanos infectados, dado pela fórmula:

$$E^2 = \sum_{i=0}^N \frac{[I_{Hr}(t_i) - I_{Hn}(t_i)]^2}{N} \quad (11)$$

onde, E^2 é o erro quadrado médio obtido variando t do instante inicial t_0 até o final t_f em intervalos de 1 ano, I_{Hr} é o número de humanos infectados obtidos através dos dados reais num instante t , I_{Hn} é o número de humanos infectados numéricos obtidos através do modelo no mesmo instante t (Heinz, 2011).

claro que a utilização de modelos matemáticos no processo de controle do dengue aumenta a proximidade entre a teoria e a prática, mostrando claramente a necessidade de desenvolvimento de novas tecnologias para o controle de epidemias.

Utilizando valor constante em toda a simulação para as variáveis $b = 0,8$ picadas por dia e $A = 300.000$ mosquitos por dia, encontramos um erro relativamente baixo, o qual está dentro do padrão como consta em literatura. O erro quadrático médio foi de

$$E = 0,013713$$

Taxa recrutamento mosquito

A população do mosquito cresce considerando A fixo. Com aumento das chuvas e calor no verão, ocorre um favorecimento a proliferação do mosquito *A. aegypti*. O aumento da temperatura, pluviosidade e umidade são as principais condições para o aumento do número de criadouros e consequentemente o desenvolvimento do vetor. Segundo Keating (2001) a temperatura e a pluviosidade afetam a sobrevivência, a reprodução, as mudanças na sua distribuição e a densidade destes.

Estes fatores climáticos têm mostrado associação com casos de dengue, pois a incidência sazonal da doença coincide com o verão, período com maior ocorrência de chuvas. Diante destes fatos, realizaram-se simulações computacionais alterando a quantidade da taxa de recrutamento A , porém ainda se considerou A fixo em toda simulação.

Para identificarmos se houve um melhor resultado (ajuste) após modificações no parâmetro A , utilizamos novamente a equação (11) e calcular o

valor do erro quadrático médio do número de humanos infectados.

Para $A = 300.000$, $A = 400.000$, $A = 500.000$ e $A = 600.000$ foram obtidos $E = 0,013713$; $E = 0,020025$; $E = 0,025907$; $E = 0,028334$, respectivamente. Verificou-se que para $A = 300.000$, o valor do erro médio quadrático foi o menor valor, fornecendo um melhor ajuste aos dados simulados do modelo.

Para a modificação do parâmetro A , observou que o mesmo varia de acordo com as condições climáticas. No verão por apresentar baixas temperaturas e alta capacidade de chuva, tem-se um maior valor para A , e o inverno, que tem temperaturas mais elevadas, tem o menor valor para A . Podemos observar a variação temporal deste parâmetro na figura 5.

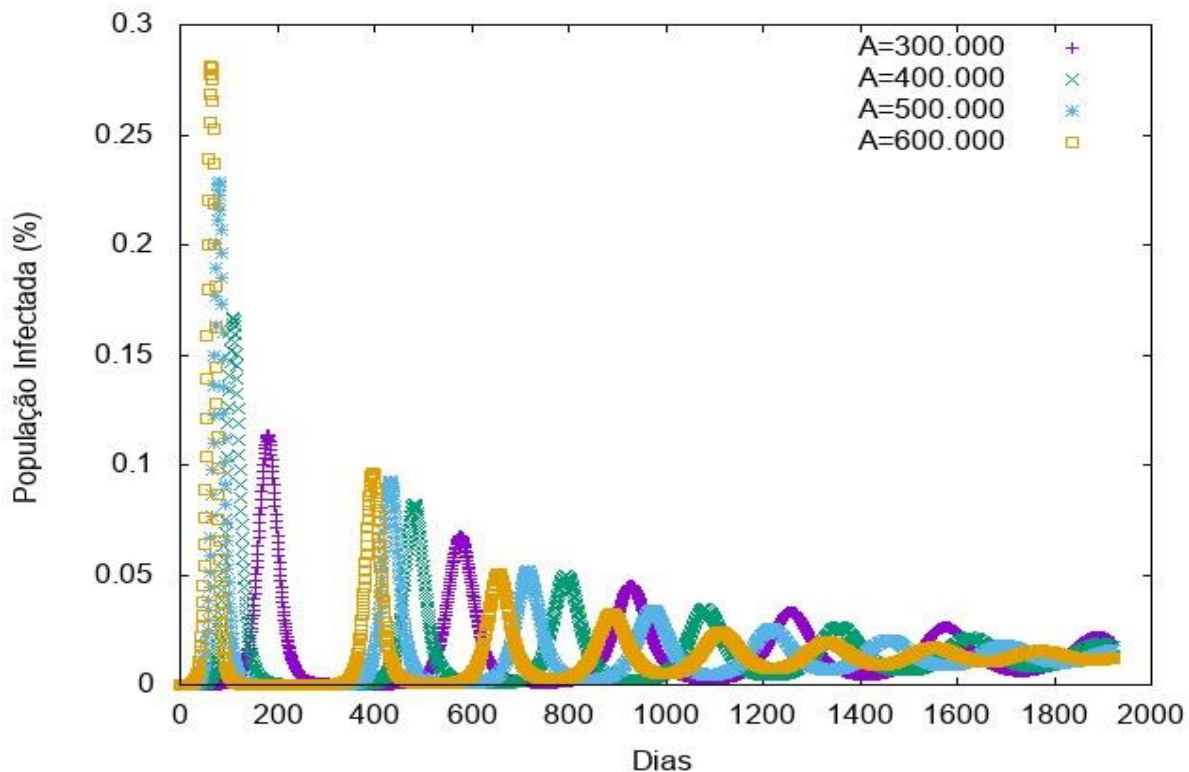


Figura 5 - Variação do índice de recrutamento do vetor.

Taxa de picadas do mosquito.

Quando se fala em dengue, geralmente a primeira imagem que nos ocorre é a do mosquito *A. aegypti*. Entretanto, para que a dengue ocorra, são necessários: o vírus que causa a doença, o mosquito que transmite o vírus e um humano susceptível. Para que a transmissão da doença aconteça, é preciso que o vetor esteja infectado e infectivo.

O mosquito fêmea se torna infectado quando suga o sangue de alguém doente e assim o mosquito terá o vírus em seu estômago. Após 10 e 12 dias o vírus se multiplica e invade suas glândulas salivares, neste momento, o mosquito fêmea se torna infectivo e poderá transmitir o vírus a outra pessoa.

A quantidade de picadas realizadas pelo mosquito por dia varia dependendo das condições climáticas. Em nosso trabalho este parâmetro é representado por b e é constante durante a simulação.

Baseado nestes dados realizamos algumas simulações para procurar entender o comportamento de b .

Para $b = 0.7$, $b = 0.8$, $b = 0.9$ e $b = 1.0$, foram obtidos $E = 0,020111$; $E = 0,013713$; $E = 0,017160$ e $E = 0,024714$ respectivamente. Verificou-se que para $b = 0.8$, o valor de E foi o menor possível, fornecendo um melhor ajuste dos dados simulados pelo modelo.

Os valores de b , variam de acordo com as características climáticas e se comporta da mesma forma que o parâmetro A . Pode-se observar na figura 6, que quando se tem um baixo valor de b demora-se um maior tempo para que o vetor atinja seu alvo, e quando este valor é aumentado o vetor alcança o alvo com uma maior frequência, ou seja, consequentemente terá um maior número de hospedeiros susceptíveis.

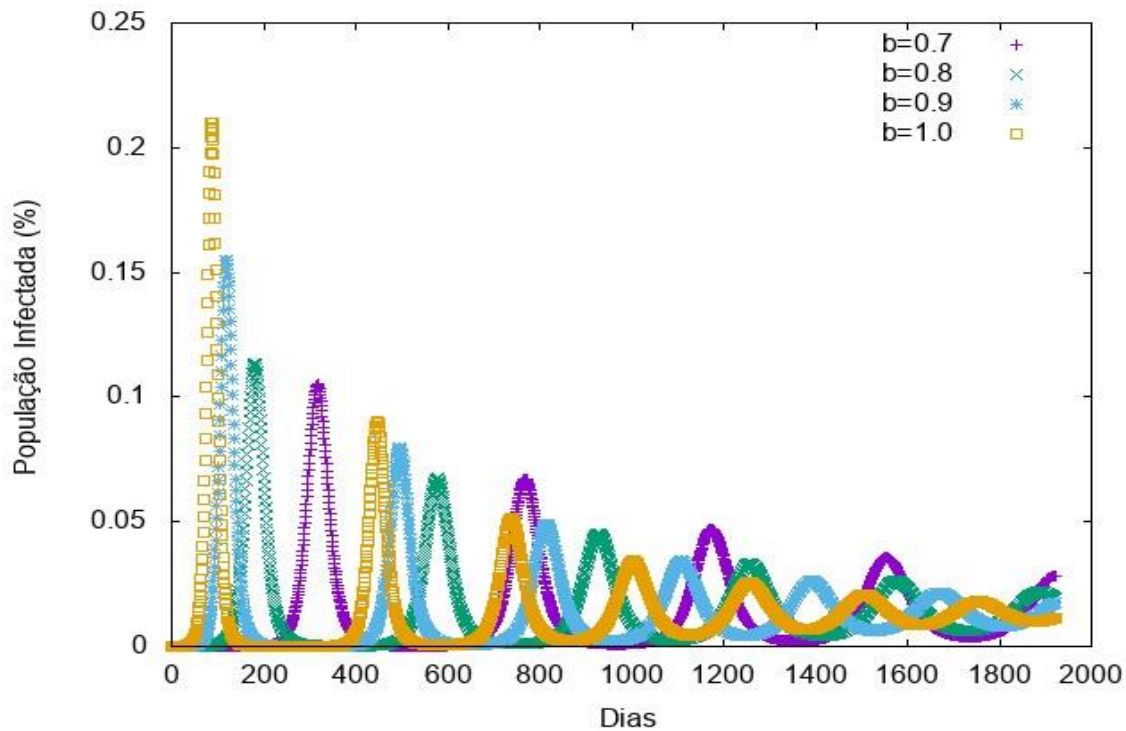


Figura 6 - Variação da quantidade de picada por dia do vetor.

CONCLUSÕES

Simulações computacionais foram realizadas utilizando o modelo SIR proposto por Kermack e McKendrick e os resultados numéricos obtidos foram comparados com os dados oficiais cedidos pela Secretaria Municipal de Saúde do município de Gurupi. Para a integração numérica das equações do modelo aplicou-se o método de Runge-Kutta de 4ª ordem e o comportamento qualitativo dos dados foram descritos de forma satisfatória pelo modelo. O modelo utilizado neste trabalho possui uma grande quantidade de parâmetros, entretanto não leva em conta por exemplo fatores de migração e variações das taxas de natalidade e mortalidade. Possíveis melhorias entre os resultados numéricos e os dados oficiais encontram-se atualmente em análise pelos pesquisadores através de uma possível generalização do modelo.

A partir dos resultados obtidos conclui-se que para todos os períodos analisados a maior incidência de casos de dengue ocorrem no final do verão, onde para o estado é o período com maior incidências de chuvas. As condições climáticas atreladas às precipitações atmosféricas e temperaturas elevadas mostram relação positiva com a transmissão de dengue. Entendendo esse processo poderá propiciar

maior entendimento sobre a dinâmica da transmissão e, conseqüentemente, contribuir para o seu controle.

Acreditamos que este estudo possa contribuir para a compreensão de algumas aplicações de modelos matemáticos, bem como as ideias iniciais e problemas encontrados em cada um deles. Percebemos a importância do uso de equações diferenciais na tentativa de formular ou descrever certos fenômenos em termos matemáticos. O método de integração numérica de Runge-Kutta transformado em algoritmo computacional possibilita simular sistemas nas mais diversas condições, fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender melhor o fenômeno.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BASSANEZI, R.C. Ensino aprendizagem com modelagem matemática. São Paulo: Editora Contexto, 2002.
- BRASIL, Ministério da Saúde. Portal da saúde. Disponível em: <<http://portalsaude.saude.gov.br/index.php/o-ministerio/principal/secretarias/svs/dengue>> Acesso em: 12 de Agosto de 2017.
- BRASIL, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Contagem da População 2010. Disponível em: <<http://cod.ibge.gov.br/2VXOL>> Acesso em: 15 agosto 2017.

- CÂMARA, F.P.; THEOPHILO, R.L.G.; SANTOS, G.T.; PEREIRA, S.R.F.G.; CÂMARA, D.C.P. et al. Estudo retrospectivo (histórico) da dengue no Brasil: características regionais e dinâmicas. *Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical*, v.40, n.2, p.192-196, 2007.
- CRUZ, P.A.; ROSA, L.P.; CRUZ, L.C.C. A utilização de modelos matemáticos para análise de parâmetros populacionais da cidade de Gurupi. *Revista Cereus, Gurupi-TO*, v.8, n.1, p.33-45, 2016.
- DE BARROS, A.M.R. Modelos matemáticos de equações diferenciais ordinárias aplicados à epidemiologia. *Revista de Ciências Exatas e Tecnologia*, v.2, n.2, p.62-67, 2015.
- FREIRE, M.G.M.; DIAS, V.M.; NETO, A.F.S.; SANTOS, C.M.; SILVA, A.T.M.F. Zero Aedes: Fora Dengue, Fora Zika, Fora Chikungunya. *Revista Perspectiva Online: Biológicas & Saúde*, v.7, n.24, p.23-31, 2017.
- HEINZ, S. *Mathematical modeling*. New York: Springer, 2011.
- KEATING, J. An investigation into the cyclical incidence of dengue fever. *Elsevier, Social Science Medicine*, n.53, p.1587-1597, 2001.
- KERMACK, W.O.; McKENDRICK, A.G. A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, v.115, p.700-721, 1927.
- PORTAL DA PREFEITURA MUNICIPAL DE GURUPI. História do município. Disponível em: <<http://www.gurupi.to.gov.br/?page=dados-municipio>>. Acesso em: 13 agosto de 2019.
- ROCHA, D.I.C. Modelos matemáticos aplicados à epidemiologia. 2012. 124f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Métodos Quantitativos em Economia e Gestão, Matemática e Informática - Faculdade de Economia Universidade do Porto.
- SANTOS, D.A. Modelagem de Transmissão de dengue e problemas ambientais similares via sistemas de equações diferenciais ordinárias. 2013. 103f. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, Campus Itapetinga.
- ZILL, D.G. *Equações diferenciais*. v.2, 3ª edição, São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.