02/2011
ELÄKETURVAKESKUKSEN KÄSIKIRJOJA

Pääoma-arvokertoimet

Jaakko Aho ja Mikko Sankala

Eläketurvakeskus
PENSIONSSKYDDSCENTRALEN

02/2011
ELÄKETURVAKESKUKSEN KÄSIKIRJOJA

Pääoma-arvokertoimet

Jaakko Aho ja Mikko Sankala

Eläketurvakeskus
PENSIONSSKYDDSCENTRALEN

Eläketurvakeskus
00065 ELÄKETURVAKESKUS
Puhelin: 010 7511
Sähköposti: etunimi.sukunimi@etk.fi

Pensionsskyddscentralen
00065 PENSIONSSKYDDSCENTRALEN
Telefon: 010 7511
E-post: förnamn.efternamn@etk.fi

Finnish Centre for Pensions
FI-00065 ELÄKETURVAKESKUS, FINLAND
Telephone +358 10 7511
E-mail: firstname.surname@etk.fi

Waasa Graphics Oy
Vaasa 2011

ISBN 978-951-691-151-2 (nid.)
ISBN 978-951-691-152-9 (PDF)

ISSN-L 1795-9578
ISSN 1795-9578 (painettu)
ISSN 1798-7504 (verkkojulkaisu)

LUKIJALLE

Pääoma-arvokertoimet-käsikirjassa esitellään työeläkejärjestelmässä käytettyjä pääoma-arvokertoimia. Pääoma-arvokertoimia käytetään muun muassa vakuutusmaksujen ja vastuuvelan laskennassa.

Kohdan 1 johdannon jälkeen kohdissa 2 ja 3 esitellään pääoma-arvokertoimien laskentaan tarvittavat perusfunktiot sekä diskonttaus- ja kommutaatiofunktiot. Kohdasta 4 alkaen esitellään pääoma-arvokertoimien laskeminen eläkelajeittain. Mukana ovat vanhuus-, työkyvyttömyys- ja perhe-eläkkeet sekä hautausavustus. Kussakin kohdassa esitellään ensin vastaisten eli tulevaisuudessa mahdollisesti alkavien ja sitten alkaneiden eläkkeiden pääoma-arvokertoimet.

Kohdassa 8 on esimerkkejä pääoma-arvokertoimien käyttämisestä ja liitteeseen A on koottu esimerkeissä tarvittavia pääoma-arvokerrointaulukoita. Kattavampi kokoelma pääoma-arvokerrointaulukoista on koottu Eläketurvakeskuksen ylläpitämään tilastotietokantaan (http://tilastot.etk.fi).

Kirjassa on pyritty käyttämään vakiintuneita merkintätapoja. Ajan ja iän yksikkönä käytetään vuotta ja ellei erikseen mainita, niin x tarkoittaa henkilön ikää ja w eläkeikää. Poikkeukset ja muut merkinnät esitellään erikseen niitä käytettäessä.

Helsingissä lokakuussa 2011
Tekijät

SISÄLTÖ

1 Johdanto

Suomessa työnteko kartuttaa lakisääteistä työeläkettä. Eläkkeiden kustantamista varten työeläkelaitokset keräävät vakuutusmaksuja, joilla katetaan maksussa olevia eläkkeitä ja mahdollisesti varaudutaan tulevien eläkkeiden kustantamiseen. Erityisesti ennakkoon rahastoitavan maksun määrittämiseen ja vastuuvelan laskemiseen tarvitaan menetelmiä, jotka työeläkejärjestelmässä perustuvat henkivakuutusmatematiikkaan ja sen pääoma-arvokertoimiin.

Vuonna 1962 sosiaali- ja terveysministeriö vahvisti työntekijäin eläkelain mukaisen vakuutuksen laskuperustemallin [2], jossa määrättiin laskuperusteiden matemaattinen muoto. Laskuperustemallia rakennettaessa periaatteina oli, että se soveltuu likipitäen kaikkeen eläkevakuutukseen, että perustetasoa on mahdollisimman yksinkertaista tarkistaa ja että laskuperustemallista saadaan kaikki eläke- ja henkivakuutustoimintaan tarvittavat laskuperusteet määräämällä parametrit kulloinkin esiintyvää tarvetta vastaavasti.

Laskuperustemalli sisältää parametreina sekä yleisvakioita että erikoisvakioita. Yleisvakioiden arvojen on ajateltu olevan stabiileja tai sellaisia, että niiden muuttamiseen on tarvetta hyvin harvoin. Erikoisvakioiden arvojen muuttamiselle on arveltu olevan aihetta useammin ja arvojen on ajateltu riippuvan vakuutusmuodosta ja käyttötarkoituksesta. Tässä kirjassa käytetyt yleisvakiot on koottu kohtaan B.1 ja erikoisvakiot kohtaan B.2.

Laskuperustemallista saadaan eri käyttötarkoituksiin sopivat laskuperusteet antamalla mallissa esiintyville erikoisvakioille arvot. Kirjaa kirjoitettaessa ja kirjan esimerkeissä on käytetty työntekijän eläkelain (TyEL) mukaisen eläkevakuutuksen erityisperusteita [8] sekä työntekijäin eläkelain (TEL) mukaisen lisäeläkevakuutuksen ja työnantajan eläkevakuutuksen (TAE) erityisperusteita [6]. Lisäksi apuna on käytetty 1990-luvun vaihteessa kirjoitettua ohjetta, jota valmistelleessa työryhmässä oli edustajia eläkelaitoksista ja Eläketurvakeskuksesta.

2 Perusfunktiot

Tässä luvussa esitellään perusfunktioita, joita tarvitaan pääoma-arvokertoimia määrättäessä. Funktiot perustuvat Suomessa eläkevakuutuksessa yleisesti käytössä olevaan laskuperustemalliin, josta on kerrottu enemmän johdannossa. Perusfunktioiden avulla otetaan käyttöön tarvittavat todennäköisyydet ja korkoutuvuus.

2.1 Korkoutuvuus

Pääoma-arvokertoimia laskettaessa käytetään jatkuvaa korkoutuvuutta

$$\delta = \ln(1+i),$$

missä i on käytettävä vuosikorko. Funktion käyttöä voidaan havainnollistaa lausekkeella

$$e^{-\int_x^t \delta \, \mathrm{d}s} = (1+i)^{-(t-x)},$$

joka kuvaa diskonttaustekijää tapauksessa, jossa x ikäisen henkilön tuleva iässä t tapahtuva maksusuorite korkoutetaan nykyhetkeen.

Korkoutuvuuden valinnassa huomioidaan vakuutuksessa tehtävä sijoitustoiminta ja mahdolliset etuuksiin tulevat tasokorotukset. Työntekijän eläkelain mukaisessa vakuutuksessa vuosikorko $i = 3,00$ %.

2.2 Kuolevuus

Iästä x riippuva kuolevuus

$$\mu_x = a_1 e^{a_2(x+b_2)},$$

missä a_1 ja a_2 ovat vakioita ja b_2 on henkilön kuolevuutta säätelevä parametri eli ikäsiirto. Funktion käyttöä voidaan havainnollistaa lausekkeella

$$e^{-\int_x^t \mu_s \, \mathrm{d}s},$$

joka kuvaa todennäköisyyttä, että x ikäinen henkilö on elossa iässä t, kun $x \leq t$.

Funktio μ_x perustuu Gompertz-kuolevuusmalliin (Pesonen ym. [3]) ja se soveltuu erityisesti vanhuus- ja perhe-eläkkeisiin. Lisäksi malli on teknisesti helposti hallittavissa. Esimerkiksi ikäsiirtoa b_2 käyttäen saadaan sukupolvien ja sukupuolten väliset erot huomioitua.

Työkyvyttömyyseläkkeiden pääoma-arvokertoimien laskennassa kuolevuudella on vähäisempi merkitys ja laskutekniikkaa on yksinkertaistettu käyttämällä vakiokuolevuutta a_4.

2.3 Työkyvyttömyys

Työkyvyttömyyseläkkeiden pääoma-arvokertoimien laskennassa käytetään niin sanottua Z-mallia (Tuomikoski ym. [4] ja Turtiainen ym. [5]). Siinä perusobjektina olevan Z-funktion integraali

$$\int_{u_1}^{u_2} z(x,u)\,\mathrm{d}u$$

antaa todennäköisyyden tapaukselle, että vastasyntynyt on elossa ajan x kuluttua ja on tällöin ollut yhdenjaksoisesti työkyvytön ajan, jonka pituus on välillä $[u_1, u_2]$.

Kun ψ on lyhin huomioonotettava työkyvyttömyyden kesto, niin arvoilla $x \geq u \geq \psi$

$$z(x,u) \quad = \quad \sum_{j=0}^{2} b_{3+j} a_{5+j} e^{b_{6+j} a_{8+j} x - a_{11+j} u}.$$

Työkyvyttömyyden keston alarajan ψ alapuolella funktiota ei määritellä, vaan tyydytään edellyttämään, että se toteuttaa ehdon

$$\int_0^x z(x,u)\,\mathrm{d}u \quad = \quad e^{-a_4 x}.$$

Z-funktio on sekoitus kolmesta eksponenttijakaumasta, joista summalausekkeen ensimmäinen termi vastaa lyhyitä, toinen pitkiä ja kolmas keskipitkiä työkyvyttömyyskestoja.

2.4 Avioisuus

Naimisissa olevien miesten suhteellinen määrä iän funktiona lasketaan kaavalla

$$n_x(M) \quad = \quad a_{34} e^{-a_{35}(\ln x - a_{36})^4} \left(1 + a_{37} e^{-(\frac{x-a_{38}}{10})^2}\right)$$

ja naimisissa olevien naisten suhteellinen määrä kaavalla

$$n_x(N) \quad = \quad a_{39} e^{-a_{40}(\ln x - a_{41})^4} \left(1 + a_{42} e^{-(\frac{x-a_{43}}{10})^2}\right).$$

2.5 Aviopuolisoiden ikäero

Keskimääräinen vaimon ikä miehen iän funktiona

$$y_x(M) \quad = \quad a_{44} x + a_{45}$$

ja keskimääräinen miehen ikä vaimon iän funktiona

$$y_x(N) \quad = \quad a_{46} x + a_{47}.$$

2.6 Alkavan lapseneläkkeen pääoma-arvo

Kun naisen ikä on x ja lapseneläkkeen pääteikä on w, niin naisen jälkeen maksettavan alkavan lapseneläkkeen pääoma-arvo on

$$\bar{Z}_x(w,N) \quad = \quad \begin{cases} a_{52}(x-17)^2 10^{-a_{53}(x-17)^2}, & \text{kun } w = 18 \text{ ja } 17 < x \leq a_{50} + w \\ a_{54}(x-17)^2 10^{-a_{55}(x-17)^2}, & \text{kun } w = 21 \text{ ja } 17 < x \leq a_{50} + w \\ a_{56}(x-17)^2 10^{-a_{57}(x-17)^2}, & \text{kun } w = 24 \text{ ja } 17 < x \leq a_{50} + w \\ 0, & \text{kun } x \leq 17 \text{ tai } x > a_{50} + w. \end{cases}$$

Funktion arvo kuvaa tuloa, jossa yhtenä tekijänä on todennäköisyys, että vakuutetun kuollessa iässä t vakuutukselle löytyy lapseneläkkeensaajia. Tulon toisena tekijänä on lapseneläkkeensaajille syntyneiden eläkkeiden sen hetkisten pääoma-arvojen summa. Kun naisen ikä on alle 18 tai yli $a_{50} + w$ vuotta, niin lapseneläkkeensaajien lukumäärän oletetaan olevan nolla.

Yleisvakioiden $a_{52}, \ldots, a_{57}$ arvoja eri korkokannoille on taulukoitu liitteessä B.1. Muita korkokantoja vastaavat lapseneläkkeen pääoma-arvot voidaan laskea taulukoituja korkokantoja vastaavista suureista $\bar{Z}_x$ lineaarisesti interpoloimalla.

Miehen jälkeen maksettavan alkavan lapseneläkkeen pääoma-arvo $\bar{Z}_x(w,M)$ saadaan verrannosta

$$\frac{\bar{Z}_x(w,M)}{n_x(M)} = \frac{\bar{Z}_{y_x(M)}(w,N)}{n_{y_x(M)}(N)}.$$

3 Diskonttaus- ja kommutaatiofunktiot

Diskonttaus- ja kommutaatiofunktiot ovat teknisiä apuvälineitä, joiden avulla voidaan laskea kuolevuuteen liittyviä pääoma-arvokertoimia.

3.1 Funktio D_x

Kun $x \geq 0$, niin funktio D_x määritellään siten, että

$$D_x = e^{-\int_0^x (\mu_t+\delta)\,\mathrm{d}t}.$$

Funktio kuvaa vastasyntyneen elossaolotodennäköisyyttä iässä x korolla syntymähetkelle diskonttattuna. Lausekkeesta nähdään korkoutuvuuden δ ja kuolevuuden μ tekninen samankaltaisuus. Kun integraali kirjoitetaan auki saadaan, että

$$D_x = e^{-\frac{\mu_x}{a_2}+\frac{\mu_0}{a_2}-\delta x}.$$

3.2 Funktio $\bar{N}_x$

Funktio $\bar{N}_x$ määritellään siten, että

$$\bar{N}_x = \int_x^\infty D_t\,\mathrm{d}t.$$

Funktio kuvaa vastasyntyneen iässä x alkavan elinikäisen yksikköeläkkeen korolla syntymähetkeen diskontattujen korvausten yhteenlaskettua odotusarvoa.

Integraalia voidaan approksimoida liitteen C mukaisesti Simpsonin $1/3$-säännön avulla siten, että kun x on välillä $[0,126]$ oleva parillinen kokonaisluku, niin

$$\bar{N}_x \approx \sum_{i=0}^{\frac{126-x}{2}} \frac{1}{3}\left(D_{x+2\cdot i} + 4\cdot D_{x+2\cdot i+1} + D_{x+2\cdot i+2}\right) + \frac{D_{129}+D_{128}}{2}$$

ja kun x on välillä $[1,127]$ oleva pariton kokonaisluku, niin

$$\bar{N}_x \approx \sum_{i=0}^{\frac{127-x}{2}} \frac{1}{3}\Big(D_{x+2\cdot i} + 4\cdot D_{x+2\cdot i+1} + D_{x+2\cdot i+2}\Big).$$

Lisäksi ikää $x = 128$ vastaa approksimaatio $\bar{N}_{128} \approx \frac{D_{129}+D_{128}}{2}$ ja kun $x \geq 129$, niin $\bar{N}_x \approx 0$.

3.3 Funktio $\bar{a}_x$

Funktio $\bar{a}_x$ muodostetaan funktioiden $\bar{N}_x$ ja D_x avulla siten, että

$$\bar{a}_x = \frac{\bar{N}_x}{D_x}.$$

Funktio kuvaa x ikäisen maksussa olevan elinikäisen yksikköeläkkeen tulevien korvausten odotusarvoa korolla diskontattuna nykyhetkeen.

3.4 Funktio $\bar{M}_x$

Funktio $\bar{M}_x$ määritellään siten, että

$$\bar{M}_x = \int_x^\infty D_t \mu_t \,\mathrm{d}t.$$

Funktio kuvaa vastasyntyneen iän x jälkeisen yksikön suuruisen hautausavustuksen korolla syntymähetkeen diskontattua odotusarvoa.

Derivoimalla funktiota D_x saadaan, että $D_x = -\int_x^\infty D_t' \,\mathrm{d}t = \int_x^\infty D_t(\mu_t + \delta)\,\mathrm{d}t$. Tällöin funktio $\bar{M}_x$ voidaan esittää muodossa

$$\bar{M}_x = D_x - \delta \bar{N}_x.$$

4 Vanhuuseläkkeiden pääoma-arvokertoimet

Vanhuuseläke voi olla joko elinikäinen, jolloin eläkettä maksetaan tietystä iästä aina vakuutetun kuolemaan saakka, tai määräaikainen, jolloin eläkettä maksetaan vain sovitulla ikävälillä vakuutetun ollessa elossa.

Vanhuuseläkkeiden pääoma-arvokertoimia tarvitaan varauduttaessa vastaisten ja alkaneiden vanhuuseläkkeiden tuleviin suorituksiin. Lisäksi vanhuuseläkkeen pääoma-arvokertoimia käytetään muun muassa eläkkeen määrän muuntamiseen tai määräämiseen, joista on esimerkit kohdissa 8.6 ja 8.7.

4.1 Vastaiset vanhuuseläkkeet

Vastaisella vanhuuseläkkeellä tarkoitetaan vanhuuseläkettä, joka ei ole vielä alkanut.

4.1.1 Vastainen elinikäinen vanhuuseläke

Kun x on henkilön ikä, w on eläkeikä ja kun $x < w$, niin vastaisen elinikäisen vanhuuseläkkeen pääoma-arvokerroin

$$\begin{aligned} \bar{A}^{V}_{x:w} &= \int_{w}^{\infty} e^{-\int_x^t \mu_s \, \mathrm{d}s} e^{-\int_x^t \delta \, \mathrm{d}s} \, \mathrm{d}t \\ &= \frac{1}{D_x} \int_{w}^{\infty} D_t \, \mathrm{d}t. \end{aligned}$$

Integraalin sisällä oleva ensimmäinen eksponenttifunktio kuvaa todennäköisyyttä, että henkilö on elossa iässä t ja toisella eksponenttifunktiolla diskontataan iässä t maksettava eläke laskentahetkeen. Jos $x \geq w$ niin oletetaan, että vastainen vanhuuseläke tulee heti maksettavaksi ja tällöin pääoma-arvokerroin lasketaan vastaavasti kuin yllä oleva, mutta integroitava väli on $[x, \infty)$.

Vastaisen elinikäisen vanhuuseläkkeen pääoma-arvokerroin voidaan esittää myös muodossa

$$\bar{A}^{V}_{x:w} = \begin{cases} \frac{\bar{N}_w}{D_x}, & \text{kun } x < w \\ \bar{a}_x, & \text{kun } x \geq w. \end{cases}$$

Tapauksessa $x \geq w$ eläkkeen määrää saatetaan muuttaa esimerkiksi siten, että etuuden pääoma-arvo säilyy. Muuntamisesta on esimerkki kohdassa 8.6.

4.1.2 Vastainen määräaikainen vanhuuseläke

Vastaisen määräaikaisen vanhuuseläkkeen pääoma-arvokerroin muodostetaan kahdesta elinikäisestä vanhuuseläkkeestä erotuksella. Tämä vastaa vastaisen elinikäisen vanhuuseläkkeen pääoma-arvokertoimen integroimisvälin muuttamista siten, että integroidaan eläkkeen alkamisiästä päättymisikään saakka.

Kun x on henkilön ikä, w_1 on määräaikaisen vanhuuseläkkeen alkamisen tavoiteikä ja w_2 on määräaikaisen vanhuuseläkkeen päättymisikä, niin vastaisen määräaikaisen vanhuuseläkkeen pääoma-arvokerroin

$$\bar{A}^{V}_{x:[w_1,w_2]} = \begin{cases} \frac{\bar{N}_{w_1}}{D_x} - \frac{\bar{N}_{w_2}}{D_x}, & \text{kun } x < w_1 \\ \bar{a}_x - \frac{\bar{N}_{w_2}}{D_x}, & \text{kun } w_1 \leq x \leq w_2. \end{cases}$$

4.2 Alkaneet vanhuuseläkkeet

Alkaneella vanhuuseläkkeellä tarkoitetaan vanhuuseläkettä, joka on jo maksussa.

4.2.1 Alkanut elinikäinen vanhuuseläke

Alkanut elinikäinen vanhuuseläke muodostetaan kuten vastainen elinikäinen vanhuuseläke.

Kun x on henkilön ikä, niin alkaneen elinikäisen vanhuuseläkkeen pääoma-arvokerroin

$$\bar{A}^{VA}_{x} = \bar{a}_x.$$

Pääoma-arvokertoimet saadaan myös todennäköisyysteorian avulla odotusarvoina. Tällöin kertoimille on mahdollista johtaa varianssit, joiden avulla voidaan laskea luottamusvälit. Esimerkiksi alkaneen elinikäisen vanhuuseläkkeen tapauksessa odotusarvolle $\mathrm{E}(S)$ ja varianssille $\mathrm{Var}(S)$ saadaan (Karpoja [1]) lausekkeet

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(S) &= \bar{a}_x, \\ \mathrm{Var}(S) &= \int_x^\infty 2\frac{1-e^{-\delta(t-x)}}{\delta} e^{-\int_x^t \mu_s\,\mathrm{d}s} e^{-\int_x^t \delta\,\mathrm{d}s}\,\mathrm{d}t - (\bar{a}_x)^2, \end{aligned}$$

missä S on sopiva satunnaismuuttuja.

4.2.2 Alkanut määräaikainen vanhuuseläke

Alkanut määräaikainen vanhuuseläke muodostetaan kuten vastainen määräaikainen vanhuuseläke.

Kun x on henkilön ikä ja w on määräaikaisen vanhuuseläkkeen päättymisikä, niin alkaneen määräaikaisen vanhuuseläkkeen pääoma-arvokerroin

$$\bar{A}^{VA}_{x:w} = \bar{a}_x - \frac{\bar{N}_w}{D_x}.$$

5 Työkyvyttömyyseläkkeiden pääoma-arvokertoimet

Työkyvyttömyyseläkkeiden pääoma-arvokertoimia tarvitaan varauduttaessa vastaisten ja alkaneiden työkyvyttömyyseläkkeiden tuleviin suorituksiin.

5.1 Vastainen työkyvyttömyyseläke

Vastaisella työkyvyttömyyseläkkeellä tarkoitetaan työkyvyttömyyseläkettä, joka ei ole vielä alkanut.

Kun x on henkilön ikä, w on vanhuuseläkeikä ja $x < w$, niin vastaisen työkyvyttömyyseläkkeen pääoma-arvokerroin

$$ {}_{(\psi)}\bar{A}^{I}_{x:w} = \int_{x+\psi}^{w} \int_{\psi}^{t-x} \frac{z(t,u)}{e^{-a_4 x}} \, \mathrm{d}u \, e^{-\int_x^t \delta \, \mathrm{d}s} \, \mathrm{d}t, $$

missä sisemmässä integraalissa oleva osamäärä kuvaa todennäköisyyttä, että henkilö on iässä t ollut työkyvytön ajan u ja ulommassa integraalissa olevalla eksponenttifunktiolla diskontataan iässä t maksettavat välin $[\psi, t-x]$ kestoiset eläkkeet laskentahetkeen. Alle ajan ψ kestäviä työkyvyttömyyksiä ei huomioida.

Kun pääoma-arvokertoimen lauseke integroidaan, saadaan

$$ {}_{(\psi)}\bar{A}^{I}_{x:w} = \sum_{j=0}^{2} b_{3+j} D_j(x) \Big(C_j(w-x)[B_j(\psi) - B_j(w-x)] - \frac{1}{c_j}[E_j(\psi) - E_j(w-x)] \Big), $$

missä

$$
\begin{aligned}
c_j &= b_{6+j}a_{8+j} - \delta, \\
d_j &= a_{11+j} - c_j, \\
B_j(s) &= \frac{a_{5+j}}{a_{11+j}} e^{-a_{11+j}s}, \\
C_j(s) &= \frac{1}{c_j} e^{c_j s}, \\
D_j(s) &= e^{(c_j+\delta+a_4)s}, \\
E_j(s) &= \frac{a_{5+j}}{d_j} e^{-d_j s}.
\end{aligned}
$$

Kun $x \geq w$, niin määritellään että ${}_{(\psi)}\bar{A}^{I}_{x:w} = 0$.

5.2 Alkanut työkyvyttömyyseläke

Alkaneella työkyvyttömyyseläkkeellä tarkoitetaan työkyvyttömyyseläkettä, joka on jo maksussa.

Kun x on työkyvyttömyyseläkkeellä olevan henkilön ikä, w on vanhuuseläkeikä ja kun työkyvyttömyys on jatkunut yhdenjaksoisena iästä v lähtien, niin alkaneen työkyvyttömyyseläkkeen pääoma-arvokerroin

$$
\bar{A}^{IA}_{(v)+(x-v):w} = \int_x^w \frac{z(t,t-v)}{z(x,x-v)} e^{-\int_x^t \delta \, \mathrm{d}s} \, \mathrm{d}t,
$$

missä integraalin sisällä oleva osamäärä kuvaa todennäköisyyttä, että henkilö on edelleen työkyvytön iässä t ja eksponenttifunktiolla diskontataan iässä t maksettava eläke laskentahetkeen.

Kun pääoma-arvokertoimen lauseke integroidaan, saadaan

$$
\bar{A}^{IA}_{(v)+(x-v):w} = \frac{\sum_{j=0}^{2} b_{3+j} A_j(v) [E_j(x) - E_j(w)]}{\sum_{j=0}^{2} b_{3+j} d_j A_j(v) E_j(x)},
$$

missä

$$\begin{aligned} c_j &= b_{6+j}a_{8+j} - \delta, \\ d_j &= a_{11+j} - c_j, \\ A_j(s) &= e^{a_{11+j}s}, \\ E_j(s) &= \frac{a_{5+j}}{d_j} e^{-d_j s}. \end{aligned}$$

Alkaneen työkyvyttömyyseläkkeen pääoma-arvokertoimelle käytetään usein myös merkintää $\bar{a}^{\overline{ii|i}}_{(v)+(x-v):w}$.

6 Perhe-eläkkeiden pääoma-arvokertoimet

Perhe-eläkkeellä voidaan tarjota taloudellista turvaa vakuutetun leskelle, lapsille tai sekä leskelle että lapsille vakuutetun menehtyessä.

Perhe-eläkkeiden pääoma-arvokertoimia tarvitaan varauduttaessa vastaisten ja alkaneiden perhe-eläkkeiden tuleviin suorituksiin. Vakuutettujen joukosta riippuen varautuminen voi olla joko puolikollektiivista, jolloin vakuutusmaksuja peritään vain naimisissa olevilta, tai täyskollektiivista, jolloin vakuutusmaksuja peritään kaikilta.

6.1 Vastaisten perhe-eläkkeiden pääoma-arvokertoimet

Vastaisella perhe-eläkkeellä tarkoitetaan perhe-eläkettä, joka ei ole vielä alkanut. Pääoma-arvokerroin saadaan kaavasta

$$\begin{aligned}\bar{A}_x^P &= \int_x^\infty e^{-\int_x^t \mu_s \,\mathrm{d}s} \mu_t F(t) e^{-\int_x^t \delta \,\mathrm{d}s} \,\mathrm{d}t \\ &= \frac{1}{D_x} \int_x^\infty D_t \mu_t F(t) \,\mathrm{d}t\end{aligned}$$

missä x on edunjättäjän ikä laskentahetkellä ja tekijä $e^{-\int_x^t \mu_s \,\mathrm{d}s} \mu_t \,\mathrm{d}t$ kuvaa todennäköisyyttä, että edunjättäjä kuolee iässä t. Funktio $F(t)$ on tulo, jossa yhtenä tekijänä on todennäköisyys, että vakuutetun kuollessa iässä t vakuutukselle löytyy edunsaajia. Tulon toisena tekijänä on edunsaajille syntyneiden eläkkeiden sen hetkisten pääoma-arvojen summa. Viimeisellä eksponenttifunktiolla diskontataan syntyneen perhe-eläkkeen pääoma-arvo laskentahetkeen.

Seuraavassa merkinnällä $J \in \{M, N\}$ tarkoitetaan edunjättäjän sukupuolta siten, että M tarkoittaa miespuolista ja N naispuolista edunjättäjää. Lisäksi kaavoissa esiintyy funktio $\bar{a}_x$, jonka sisään luvun x paikalle on sijoitettu aviopuolisoiden ikäeroa kuvaava funktio $y_x(J)$ eli funktio $y_x(M)$, jos edunjättäjänä on mies, ja funktio $y_x(N)$, jos edunjättäjänä on nainen. Mikäli $y_x(J)$ ei ole kokonaisluku, niin $\bar{a}_{y_x(J)}$ on interpoloitava lineaarisesti siten, että

$$\begin{aligned}\bar{a}_{y_x(J)} &= \bar{a}_{\lceil y_x(J)\rceil}(y_x(J)-\lfloor y_x(J)\rfloor)\\ &+ \bar{a}_{\lfloor y_x(J)\rfloor}(\lceil y_x(J)\rceil - y_x(J)).\end{aligned}$$

Merkinnällä $\lceil y_x(J)\rceil$ tarkoitetaan pienintä kokonaislukua, joka on suurempi tai yhtä suuri kuin $y_x(J)$ ja merkinnällä $\lfloor y_x(J)\rfloor$ tarkoitetaan suurinta kokonaislukua, joka on pienempi tai yhtä suuri kuin $y_x(J)$.

6.1.1 Vastainen leskeneläke

Vastaisen leskeneläkkeen tapauksessa funktio

$$F(t) = n_t(J)\bar{a}_{y_t(J)}$$

ja pääoma-arvokerroin

$$\bar{A}_x^{P_{leski}} = \frac{1}{D_x}\int_x^{\infty} D_t\mu_t n_t(J)\bar{a}_{y_t(J)}\,\mathrm{d}t.$$

Merkitään, että $f(t) = D_t\mu_t n_t(J)\bar{a}_{y_t(J)}$. Integraalia voidaan approksimoida liitteen C mukaisesti Simpsonin 1/3-säännön avulla siten, että kun x on välillä $[0,126]$ oleva parillinen kokonaisluku, niin

$$\begin{aligned}\bar{A}_x^{P_{leski}} &\approx \frac{1}{D_x}\Bigg(\sum_{i=0}^{\frac{126-x}{2}}\frac{1}{3}\Big(f(x+2\cdot i)+4\cdot f(x+2\cdot i+1)+f(x+2\cdot i+2)\Big)\\ &\quad+\frac{f(129)+f(128)}{2}\Bigg)\end{aligned}$$

ja kun ikä x on välillä $[1,127]$ oleva pariton kokonaisluku, niin

$$\bar{A}_x^{P_{leski}} \approx \frac{1}{D_x}\Bigg(\sum_{i=0}^{\frac{127-x}{2}}\frac{1}{3}\Big(f(x+2\cdot i)+4\cdot f(x+2\cdot i+1)+f(x+2\cdot i+2)\Big)\Bigg).$$

Lisäksi ikää $x = 128$ vastaa approksimaatio $\bar{A}_{128}^{P_{leski}} \approx \frac{f(129)+f(128)}{2}$ ja kun $x \geq 129$, niin $\bar{A}_x^{P_{leski}} \approx 0$.

Pääoma-arvokerrointa laskettaessa funktioissa D_x ja μ_x käytetään edunjättäjän ikäsiirtoa ja funktiossa $\bar{a}_{y_t(J)}$ edunsaajan ikäsiirtoa.

Mikäli vakuutusmaksuja on kerätty vain naimisissa olevilta henkilöiltä, käytetään edellisestä poiketen funktiota

$$F(t) = \bar{a}_{y_t(J)}.$$

6.1.2 Vastainen lapseneläke

Vastaisen lapseneläkkeen tapauksessa funktio

$$F(t) = \bar{Z}_t(w,J)$$

ja pääoma-arvokerroin

$$\bar{A}_{x:w}^{P_{lapsi}} = \frac{1}{D_x}\int_x^{\infty} D_t\mu_t\bar{Z}_t(w,J)\,\mathrm{d}t.$$

Integraalia voidaan approksimoida Simpsonin $1/3$-säännön avulla, kuten leskeneläkkeen tapauksessa kohdassa 6.1.1. Tällöin funktio $f(t) = D_t\mu_t\bar{Z}_t(w,J)$.

Pääoma-arvokerrointa laskettaessa funktioissa D_x ja μ_x käytetään edunjättäjän ikäsiirtoa.

Mikäli vakuutusmaksuja on kerätty vain naimisissa olevilta henkilöiltä, käytetään edellisestä poiketen funktiota

$$F(t) = \frac{\bar{Z}_t(w,J)}{n_t(J)}.$$

6.1.3 Vastainen täyskollektiivinen perhe-eläke

Vastaisen täyskollektiivisen perhe-eläkkeen tapauksessa funktio

$$F(t) = f\cdot n_t(J)\bar{a}_{y_t(J)} + \bar{Z}_t(w,J),$$

eli funktio on summa vastaisen leskeneläkkeen ja vastaisen lapseneläkkeen tapauksista. Parametrin f avulla voidaan ottaa huomioon lasten vaikutus leskeneläkkeen määrään. Liitteen A taulukoissa $f = 0,99$.

Vastaisen täyskollektiivisen perhe-eläkkeen pääoma-arvokerroin

$$
{}_{(f)}\bar{A}^{P_1}_{x:w} = \frac{1}{D_x}\int_x^{\infty} D_t\mu_t \Big(f \cdot n_t(J)\bar{a}_{y_t(J)} + \bar{Z}_t(w,J) \Big) \, \mathrm{d}t,
$$

jota voidaan approksimoida Simpsonin 1/3-säännön avulla, kuten leskeneläkkeen tapauksessa kohdassa 6.1.1. Tällöin funktio $f(t) = D_t\mu_t \Big(f \cdot n_t(J)\bar{a}_{y_t(J)} + \bar{Z}_t(w,J) \Big)$. Ikäsiirtoja käytetään kuten vastaisen leskeneläkkeen tapauksessa kohdassa 6.1.1.

6.1.4 Vastainen puolikollektiivinen perhe-eläke

Vastaisen puolikollektiivisen perhe-eläkkeen tapauksessa vakuutusmaksuja kerätään vain naimisssa olevilta henkilöiltä. Tällöin pääoma-arvokerroin

$$
{}_{(f)}\bar{A}^{P_{1/2}}_{x:w} = \begin{cases} f \cdot (\bar{a}_{x-3} - \bar{a}_{x,x-3}) + \frac{1}{D_x}\int_x^{\infty} D_t\mu_t \frac{\bar{Z}_t(w,M)}{n_t(M)} \, \mathrm{d}t, & \text{kun edunjättänä on mies} \\ f \cdot (\bar{a}_{x+3} - \bar{a}_{x+3,x}) + \frac{1}{D_x}\int_x^{\infty} D_t\mu_t \frac{\bar{Z}_t(w,N)}{n_t(N)} \, \mathrm{d}t, & \text{kun edunjättänä on nainen.} \end{cases}
$$

Pääoma-arvokerroin lasketaan kahden termin summana, joista ensimmäinen vastaa lesken ja jälkimmäinen lasten osuutta. Lesken osuudessa on oletettu, että aviovaimo on kolme vuotta miestään nuorempi. Parametrin f avulla voidaan ottaa huomioon lasten vaikutus leskeneläkkeen määrässä. Liitteen A taulukoissa $f = 0,99$. Merkintä $\bar{a}_{x_1,x_2}$ tarkoittaa yhteiskuolevuudella

$$
\mu_y = \mu_{x_1} + \mu_{x_2}
$$

laskettua alkaneen eläkkeen pääoma-arvoa eli yhteisiän

$$
y = x_1 + \frac{1}{a_2}\ln(1 + e^{-a_2(x_1 - x_2)})
$$

$(x_1 \geq x_2)$ mukaista funktion $\bar{a}_y$ arvoa.

Puolikollektiivisen perhe-eläkkeen pääoma-arvokertoimen jälkimmäistä termiä voidaan approksimoida Simpsonin 1/3-säännön avulla, kuten leskeneläkkeen tapauksessa kohdassa 6.1.1. Tällöin funktio $f(t) = D_t\mu_t \frac{\bar{Z}_t(w,J)}{n_t(J)}$.

Funktioissa D_x ja μ_x käytetään edunjättäjän ikäsiirtoa ja funktiossa $\bar{a}_{x\pm 3}$ edunsaajan ikäsiirtoa. Yhteiskuolevuuden kertoimessa $\bar{a}_{x_1,x_2}$ ikäsiirrot voidaan liitteen D mukaan huomioidaan jo suureissa x_1 ja x_2 ennen yhteisiän y laskemista. Mikäli ikäsiirroilla korjattu yhteisikä y menee negatiiviseksi, niin silloin asetetaan, että $y = 0$. Jos y on positiivinen, mutta ei ole kokonaisluku, niin arvo $\bar{a}_y$ lasketaan lineaarisesti interpoloimalla kuten on esitetty kohdassa 6.1.

6.2 Alkaneiden perhe-eläkkeiden pääoma-arvokertoimet

Alkaneella perhe-eläkkeellä tarkoitetaan eläkettä, jossa edunjättäjä on kuollut ja eläke on maksussa edunsaajille. Useamman edunsaajan tapauksessa eläke jaetaan edunsaajien kesken laissa tai vakuutusehdoissa määrättyjen sääntöjen mukaisesti (ks. esim. TyEL 85 § ja 86 § [9]).

6.2.1 Alkanut leskeneläke

Kun x on lesken ikä, niin alkaneen leskeneläkkeen pääoma-arvokerroin

$$\bar{A}_x^{PA_{leski}} = \bar{a}_x.$$

6.2.2 Alkanut lapseneläke

Kun x on lapsen ikä, w on lapseneläkkeen pääteikä ja $x < w$, niin alkaneen lapseneläkkeen pääoma-arvokerroin

$$\begin{aligned} \bar{A}_{x:w}^{PA_{lapsi}} &= \int_x^w e^{-\int_x^t 0\,\mathrm{d}s} e^{-\int_x^t \delta\,\mathrm{d}s}\,\mathrm{d}t \\ &= \frac{1 - e^{-\delta(w-x)}}{\delta}. \end{aligned}$$

Kyseistä pääoma-arvokerrointa kutsutaan myös aikakoroksi ja sille voidaan käyttää merkintää $\bar{a}_{\overline{w-x|}}$. Aikakorko vastaa määräaikaisen vanhuuseläkkeen pääoma-arvokerrointa vakiokuolevuudella $\mu_x = 0$.

Alkaneen lapseneläkkeen pääoma-arvokertoimen laskennassa voidaan käyttää myös työkyvyttömyyden kohdalla esiintynyttä vakiokuolevuutta $\mu_x = a_4$. Tällöin pääoma-arvokerroin

$$\bar{A}_{x:w}^{PA_{lapsi}} = \frac{1 - e^{-(a_4+\delta)(w-x)}}{a_4 + \delta}.$$

6.2.3 Alkanut perhe-eläke

Useamman edunsaajan tapauksessa alkaneen perhe-eläkkeen pääoma-arvo lasketaan käyttäen apuna perhe-eläkkeen perusteena olevaa vuosieläkettä E^P. Tämä vuosieläke määrätään edunsaajista riippumatta siten, että se vastaa suuruudeltaan lesken ja kahden lapsen saamaa yhteenlaskettua etuutta.

Kun edunsaajina on leski ja vähintään kaksi lasta, x on lesken ikä, x_1 ($< w$) on nuorimman lapsen ikä ja x_2 ($< w$) toiseksi nuorimman lapsen ikä, niin alkaneen perhe-eläkkeen pääoma-arvo saadaan lausekkeesta

$$E^P \left(C_0 \bar{A}_x^{PA_{leski}} + C_1 \bar{A}_{x_1:w}^{PA_{lapsi}} + C_2 \bar{A}_{x_2:w}^{PA_{lapsi}} \right),$$

missä C_0 vastaa luvattua lesken osuutta eläkkeestä E^P ja C_1 sekä C_2 lasten osuuksia.

Edellä esitettyä laskentatapaa voidaan soveltaa myös muissa tapauksissa. Näin tehtynä, esimerkiksi lesken tai yhden lapsen tapauksessa päädytään samoihin pääoma-arvoihin kun aiemmin kappaleissa 6.2.1 ja 6.2.2.

7 Hautausavustuksen pääoma-arvokertoimet

Hautausavustus on korvaus, joka maksetaan omaisille, mikäli vakuutettu menehtyy vakuutuksen ollessa voimassa.

Kun x on henkilön ikä ja w on määräaikaisen vakuutuksen päättymisikä, niin hautausavustuksen pääoma-arvokerroin

$$
\begin{aligned}
\bar{A}^K_{x:w} &= \int_x^w e^{-\int_x^t \mu_s \, \mathrm{d}s} \mu_t e^{-\int_x^t \delta \, \mathrm{d}s} \, \mathrm{d}t \\
&= \frac{1}{D_x} \int_x^w D_t \mu_t \, \mathrm{d}t.
\end{aligned}
$$

Tekijä $e^{-\int_x^t \mu_s \, \mathrm{d}s} \mu_t \, \mathrm{d}t$ kuvaa todennäköisyyttä, että edunjättäjä kuolee iässä t. Jälkimmäisellä eksponenttifunktiolla diskontataan iässä t suoritettava hautausavustus laskentahetkeen.

Hautausavustuksen pääoma-arvokerroin voidaan esittää myös muodossa

$$
\bar{A}^K_{x:w} = \frac{\bar{M}_x - \bar{M}_w}{D_x}.
$$

Jos sopimus hautausavustuksesta on elinikäinen, niin hautausavustuksen pääoma-arvokerroin

$$
\bar{A}^K_x = \frac{\bar{M}_x}{D_x}.
$$

8 Esimerkit

Tähän lukuun on koottu laskuesimerkkejä pääoma-arvokertoimien käyttämisestä. Suurin osa esimerkeistä liittyy eläkevastuun laskentaan. Vastuulla arvioidaan niitä kustannuksia, joita luvatut etuudet tulevat vakuutuksen tarjoajalle aiheuttamaan. Luvun loppuun on kerätty muutamia muita pääoma-arvoihin liittyviä tilanteita.

Esimerkeissä vastuut on laskettu vuoden lopun tasolle ja henkilöiden syntymäpäivien on oletettu olevan keskellä vuotta. Pääoma-arvokertoimet on interpoloitu lineaarisesti kohdan A taulukoista ja diskonttaus- ja kommutaatiolukuihin tehtävä ikäsiirto b_2 tehdään liitteen D mukaisesti. Tekniikka on yleisesti käytössä työeläkejärjestelmässä, ja se mahdollistaa suurien tietomäärien tehokkaan laskennan. Työkyvyttömyyseläkkeiden kohdalla numeerista integrointia ei tarvita, joten esimerkit on laskettu suoraan ilman taulukoita.

Esimerkeissä käytetyt ikäsiirrot on koottu liitteeseen B.2. Termillä vakuutusmaksuvastuu tarkoitetaan vastaisiin eläkkeisiin liittyvää vastuuta ja termillä korvausvastuu alkaneisiin eläkkeisiin liittyvää vastuuta.

8.1 Vanhuuseläkevastuun laskeminen

Vanhuuseläkkeiden pääoma-arvoja laskettaessa esimerkeissä on käytetty työntekijän eläkelain mukaisia ikäsiirtoja. Käytetyt ikäsiirrot on koottu liitteeseen B.2.

8.1.1 Vastaiset vanhuuseläkkeet

8.1.1.1 Vastainen elinikäinen vanhuuseläke

Lasketaan vastaisen elinikäisen vanhuuseläkkeen vakuutusmaksuvastuu 50-vuotiaalle miehelle hetkellä 31.12.2010, kun eläkeikä $w = 65$, käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$ ja luvattu vanhuuseläke on 12 000 euroa vuodessa.

Mies on syntynyt vuonna 1960, joten ikäsiirto $b_2 = -3$. Vastaisen vanhuuseläkkeen pääoma-arvokerroin on $\frac{\bar{N}_w}{D_x}$, koska $x < w$. Kun ikäsiirto huomioidaan, saadaan pääoma-arvokerrointaulukosta, että $\bar{N}_{62} = 2,1110011$, $D_{47} = 0,24296505$ ja

$D_{48} = 0,23528098$. Tällöin vakuutusmaksuvastuu on

$$\begin{aligned} 12\,000 \cdot \bar{A}^{V}_{50+\frac{1}{2}:65} € &= 12\,000 \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{\bar{N}_{62}}{D_{47}} + \frac{\bar{N}_{62}}{D_{48}} \right) € \\ &\approx 12\,000 \cdot 8,83038 € \\ &\approx 105\,965 €. \end{aligned}$$

8.1.1.2 Vastainen määräaikainen vanhuuseläke

Lasketaan vastaisen määräaikaisen vanhuuseläkkeen vakuutusmaksuvastuu 52-vuotiaalle miehelle hetkellä 31.12.2010, kun määräaikaisen eläkkeen alkamisikä $w_1 = 60$, päättymisikä $w_2 = 65$, käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$ ja luvattu määräaikainen vanhuuseläke on 12 000 euroa vuodessa.

Mies on syntynyt vuonna 1958, joten ikäsiirto $b_2 = -2$. Vastaisen määräaikaisen vanhuuseläkkeen pääoma-arvokerroin on $\frac{\bar{N}_{w_1}}{D_x} - \frac{\bar{N}_{w_2}}{D_x}$, koska $x < w_1$. Kun ikäsiirto huomioidaan, saadaan pääoma-arvokerrointaulukosta, että $\bar{N}_{58} = 2,7325974$, $\bar{N}_{63} = 1,9701294$, $D_{50} = 0,22045856$ ja $D_{51} = 0,21330485$. Tällöin vakuutusmaksuvastuu on

$$\begin{aligned} 12\,000 \cdot \bar{A}^{V}_{52+\frac{1}{2}:[60,65]} € &= 12\,000 \cdot 0,5 \cdot \left(\left(\frac{\bar{N}_{58}}{D_{50}} + \frac{\bar{N}_{58}}{D_{51}} \right) - \left(\frac{\bar{N}_{63}}{D_{50}} + \frac{\bar{N}_{63}}{D_{51}} \right) \right) € \\ &\approx 12\,000 \cdot 3,51655 € \\ &\approx 42\,199 €. \end{aligned}$$

8.1.2 Alkaneet vanhuuseläkkeet

8.1.2.1 Alkanut elinikäinen vanhuuseläke

Lasketaan alkaneen elinikäisen vanhuuseläkkeen korvausvastuu 70-vuotiaalle naiselle hetkellä 31.12.2010, kun käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$ ja maksettu vanhuuseläke on 12 000 euroa vuodessa.

Nainen on syntynyt vuonna 1940, joten ikäsiirto $b_2 = -8$. Kun ikäsiirto huomioidaan, saadaan pääoma-arvokerrointaulukosta, että $\bar{a}_{62} = 14,68873$ ja $\bar{a}_{63} =$

$14,27196$. Tällöin korvausvastuu on

$$\begin{aligned} 12\,000 \cdot \bar{A}^{VA}_{70+\frac{1}{2}} \,€ &= 12\,000 \cdot 0,5 \cdot \Big(\bar{a}_{62} + \bar{a}_{63}\Big) \,€ \\ &\approx 12\,000 \cdot 14,48035 \,€ \\ &\approx 173\,764 \,€. \end{aligned}$$

8.1.2.2 Alkanut määräaikainen vanhuuseläke

Lasketaan alkaneen määräaikaisen vanhuuseläkkeen korvausvastuu 63-vuotiaalle naiselle hetkellä 31.12.2010, kun määräaikaisen eläkkeen päättymisikä $w = 65$, käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$ ja maksettu määräaikainen vanhuuseläke on 12 000 euroa vuodessa.

Nainen on syntynyt vuonna 1947, joten ikäsiirto $b_2 = -8$. Kun ikäsiirto huomioidaan, saadaan pääoma-arvokerrointaulukosta, että $\bar{a}_{55} = 17,51943$, $\bar{a}_{56} = 17,12698$, $\bar{N}_{57} = 2,9030230$, $D_{55} = 0,18623292$ ja $D_{56} = 0,17981457$. Tällöin korvausvastuu on

$$\begin{aligned} 12\,000 \cdot \bar{A}^{VA}_{63+\frac{1}{2}:65} \,€ &= 12\,000 \cdot 0,5 \cdot \left((\bar{a}_{55} + \bar{a}_{56}) - \left(\frac{\bar{N}_{57}}{D_{55}} + \frac{\bar{N}_{57}}{D_{56}} \right) \right) € \\ &\approx 12\,000 \cdot 1,45687 \,€ \\ &\approx 17\,482 \,€. \end{aligned}$$

8.2 Työkyvyttömyyseläkevastuun laskeminen

Työkyvyttömyyseläkkeiden pääoma-arvoja laskettaessa esimerkeissä on käytetty työntekijän eläkelain mukaisia kertoimia b_i. Käytetyt kertoimet on koottu liitteeseen B.2.

8.2.1 Vastainen työkyvyttömyyseläke

Lasketaan vastaisen työkyvyttömyyseläkkeen vakuutusmaksuvastuu 50-vuotiaalle henkilölle hetkellä 31.12.2010, kun eläkeikä $w = 63$, käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$ ja luvattu työkyvyttömyyseläke tarpeen vaatiessa on 12 000 euroa vuodessa. Oletetaan, että työkyvyttömyyden alkaessa sairauspäivärahalla ollaan keskimäärin yhdeksän kuukautta eli $\psi = 9/12$.

Pääoma-arvokerroin ${}_{(\psi)}\bar{A}^{I}_{x:w}$ voidaan laskea tekemällä sopivat sijoitukset suoraan pääoma-arvokertoimen kaavaan. Tällöin vakuutusmaksuvastuu on

$$
\begin{aligned}
&12\,000 \cdot {}_{(9/12)}\bar{A}^{I}_{50+\frac{1}{2}:63}\,€ \\
&= 12\,000 \cdot \Big(\sum_{j=0}^{2} b_{3+j} D_j(50+\frac{1}{2}) \big(C_j(63-(50+\frac{1}{2}))[B_j(9/12) \\
&\quad -B_j(63-(50+\frac{1}{2}))] - \frac{1}{c_j}[E_j(9/12) - E_j(63-(50+\frac{1}{2}))]\big)\Big)\,€ \\
&\approx 12\,000 \cdot 1{,}21257\,€ \\
&\approx 14\,551\,€.
\end{aligned}
$$

8.2.2 Alkanut työkyvyttömyyseläke

Lasketaan alkaneen työkyvyttömyyseläkkeen korvausvastuu hetkellä 31.12.2010 sellaiselle henkilölle, joka on syntynyt 6.8.1955 ja jonka työkyvyttömyys on alkanut 1.4.2009. Oletetaan lisäksi, että eläkeikä $w = 63$, käytettävä korkokanta on $3{,}00\,\%$ ja maksettu työkyvyttömyyseläke on 12 000 euroa vuodessa.

Henkilön ikä työkyvyttömyyden alkamishetkellä on ollut 53 vuotta ja 7 kuukautta täysinä kuukausina. Vastuunlaskentahetkellä henkilön ikä on 55 vuotta ja 4 kuukautta. Henkilö on siis ollut työkyvyttömänä 1 vuoden ja 9 kuukautta.

Pääoma-arvokerroin $\bar{A}^{IA}_{(x)+(t-x):w}$ voidaan laskea tekemällä sopivat sijoitukset suoraan pääoma-arvokertoimen kaavaan. Tällöin korvausvastuu on

$$
\begin{aligned}
&12\,000 \cdot \bar{A}^{IA}_{(53+\frac{7}{12})+(1+\frac{9}{12}):63}\,€ \\
&= 12\,000 \cdot \frac{\sum_{j=0}^{2} b_{3+j} A_j(53+\frac{7}{12})[E_j(55+\frac{4}{12}) - E_j(63)]}{\sum_{j=0}^{2} b_{3+j} d_j A_j(53+\frac{7}{12}) E_j(54+\frac{4}{12})}\,€ \\
&\approx 12\,000 \cdot 6{,}23638\,€ \\
&\approx 74\,837\,€.
\end{aligned}
$$

8.3 Perhe-eläkevastuun laskeminen

Perhe-eläkkeiden pääoma-arvoja laskettaessa esimerkeissä on käytetty työntekijäin eläkelain mukaisen lisäeläkevakuutuksen mukaisia ikäsiirtoja. Käytetyt ikäsiirrot on koottu liitteeseen B.2.

8.3.1 Vastaiset perhe-eläkkeet

8.3.1.1 Vastainen leskeneläke

Lasketaan vastaisen miehen jälkeen maksettavan leskeneläkkeen vakuutusmaksuvastuu 50-vuotiaalle miehelle hetkellä 31.12.2010, kun käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$ ja luvattu leskeneläke on $6\,000$ euroa vuodessa. Käytetään funktiota $F(t) = n_t(M)\bar{a}_{y_t(M)+b_2}$.

Koska ikäsiirrot on huomioitu pääoma-arvokerrointaulukkoa laskettaessa, saadaan taulukosta suoraan, että $\bar{A}_{50}^{P_{leski}} = 3,84689$ ja $\bar{A}_{51}^{P_{leski}} = 3,91285$. Tällöin vakuutusmaksuvastuu on

$$\begin{aligned}
6\,000 \cdot \bar{A}_{50+\frac{1}{2}}^{P_{leski}}\,€ &= 6\,000 \cdot 0,5 \cdot \left(\bar{A}_{50}^{P_{leski}} + \bar{A}_{51}^{P_{leski}}\right)€ \\
&\approx 6\,000 \cdot 3,87987\,€ \\
&\approx 23\,279\,€.
\end{aligned}$$

8.3.1.2 Vastainen lapseneläke

Lasketaan vastaisen naisen jälkeen maksettavan lapseneläkkeen vakuutusmaksuvastuu 35-vuotiaalle naiselle hetkellä 31.12.2010, kun käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$, luvattu lapseneläke on $4\,000$ euroa vuodessa ja lapseneläkkeen pääteikä on 18 vuotta. Käytetään funktiota $F(t) = \bar{Z}_t(w,N)$.

Koska ikäsiirrot on huomioitu pääoma-arvokerrointaulukkoa laskettaessa, saadaan taulukosta suoraan, että $\bar{A}_{35:18}^{P_{lapsi}} = 0,03831$ ja $\bar{A}_{36:18}^{P_{lapsi}} = 0,03657$. Tällöin vakuutusmaksuvastuu on

$$\begin{aligned}
4\,000 \cdot \bar{A}_{35+\frac{1}{2}:18}^{P_{lapsi}}\,€ &= 4\,000 \cdot 0,5 \cdot \left(\bar{A}_{35:18}^{P_{lapsi}} + \bar{A}_{36:18}^{P_{lapsi}}\right)€ \\
&\approx 4\,000 \cdot 0,03744\,€ \\
&\approx 150\,€.
\end{aligned}$$

8.3.1.3 Vastainen täyskollektiivinen perhe-eläke

Lasketaan vastaisen miehen jälkeen maksettavan täyskollektiivisen perhe-eläkkeen vakuutusmaksuvastuu 54-vuotiaalle miehelle hetkellä 31.12.2010, kun käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$, luvattu perhe-eläke on 6000 euroa vuodessa ja lapseneläkkeen pääteikä on 18 vuotta. Oletetaan lisäksi, että parametri $f = 0,99$.

Koska ikäsiirrot on huomioitu pääoma-arvokerrointaulukkoa laskettaessa, saadaan taulukosta suoraan, että ${}_{(0,99)}\bar{A}^{P_1}_{54:18} = 4,07709$ ja ${}_{(0,99)}\bar{A}^{P_1}_{55:18} = 4,12976$. Tällöin vakuutusmaksuvastuu on

$$\begin{aligned} 6000 \cdot {}_{(0,99)}\bar{A}^{P_1}_{54+\frac{1}{2}:18} \,€ &= 6000 \cdot 0,5 \cdot \left({}_{(0,99)}\bar{A}^{P_1}_{54:18} + {}_{(0,99)}\bar{A}^{P_1}_{55:18}\right) € \\ &\approx 6000 \cdot 4,10343\,€ \\ &\approx 24621\,€. \end{aligned}$$

8.3.1.4 Vastainen puolikollektiivinen perhe-eläke

Lasketaan vastaisen naisen jälkeen maksettavan puolikollektiivisen perhe-eläkkeen vakuutusmaksuvastuu 54-vuotiaalle naiselle hetkellä 31.12.2010, kun käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$, luvattu perhe-eläke on 6000 euroa vuodessa ja lapseneläkkeen pääteikä on 18 vuotta. Oletetaan lisäksi, että parametri $f = 0,99$.

Koska ikäsiirrot on huomioitu pääoma-arvokerrointaulukkoa laskettaessa, saadaan taulukosta suoraan, että ${}_{(0,99)}\bar{A}^{P_{1/2}}_{54:18} = 1,73491$ ja ${}_{(0,99)}\bar{A}^{P_{1/2}}_{55:18} = 1,75103$. Tällöin vakuutusmaksuvastuu on

$$\begin{aligned} 6000 \cdot {}_{(0,99)}\bar{A}^{P_{1/2}}_{54+\frac{1}{2}:18} \,€ &= 6000 \cdot 0,5 \cdot \left({}_{(0,99)}\bar{A}^{P_{1/2}}_{54:18} + {}_{(0,99)}\bar{A}^{P_{1/2}}_{55:18}\right) € \\ &\approx 6000 \cdot 1,74297\,€ \\ &\approx 10458\,€. \end{aligned}$$

8.3.2 Alkaneet perhe-eläkkeet

8.3.2.1 Alkanut leskeneläke

Lasketaan alkaneen leskeneläkkeen korvausvastuu hetkellä 31.12.2010, kun edunsaajana on 47-vuotias miesleski, käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$ ja maksettu leskeneläke on 6000 euroa vuodessa.

Miespuolisen edunsaajan ikäsiirto $b_2 = -2$. Kun ikäsiirto huomioidaan, saadaan pääoma-arvokerrointaulukosta, että $\bar{a}_{45} = 21,14310$ ja $\bar{a}_{46} = 20,80784$. Tällöin korvausvastuu on

$$\begin{aligned} 6000 \cdot \bar{A}^{PA_{leski}}_{45+\frac{1}{2}} € &= 6000 \cdot 0,5 \cdot \Big(\bar{a}_{45} + \bar{a}_{46}\Big) € \\ &\approx 6000 \cdot 20,97547 € \\ &\approx 125\,853 €. \end{aligned}$$

8.3.2.2 Alkanut lapseneläke

Lasketaan alkaneen lapseneläkkeen korvausvastuu hetkellä 31.12.2010, kun edunsaajana on vuonna 1995 syntynyt lapsi, käytettävä korkokanta on 3,00 %, maksettu lapseneläke on 4 000 euroa vuodessa ja lapseneläkkeen pääteikä on 18 vuotta.

Koska lapsi on 15-vuotias, niin korvausvastuu on

$$\begin{aligned} 4000 \cdot \bar{A}^{PA_{lapsi}}_{15+\frac{1}{2}:18} € &= 4000 \cdot \frac{1 - e^{-(\ln 1,03)(18-15+\frac{1}{2})}}{\ln 1,03} € \\ &\approx 4000 \cdot 3,32504 € \\ &\approx 13\,300 €. \end{aligned}$$

8.3.2.3 Alkanut perhe-eläke

Lasketaan alkaneen perhe-eläkkeen korvausvastuu hetkellä 31.12.2010, kun edunsaajina ovat 47-vuotias naisleski ja 15-vuotias lapsi. Oletetaan lisäksi, että käytettävä korkokanta on 3,00 %, edunjättäjän ansaittu eläke on 12 000 euroa vuodessa ja lapseneläkkeen pääteikä on 18 vuotta.

Vastuunlaskennassa käytettävä eläke E^P saadaan olettamalla, että edunsaajina ovat leski ja kaksi lasta. Tällöin esimerkiksi työntekijän eläkelain 85 § ja 86 §:n mukaan

$$\begin{aligned} E^P &= \frac{5}{12} \cdot 12\,000 €/v + \frac{7}{12} \cdot 12\,000 €/v \\ &= 12\,000 €/v. \end{aligned}$$

Samojen lakipykälien mukaan saadaan, että $C_0 = \frac{6}{12}$, $C_1 = \frac{4}{12}$ ja $C_2 = 0$.

Naispuolisen edunsaajan ikäsiirto $b_2 = -9$. Kun ikäsiirto huomioidaan, saadaan pääoma-arvokerrointaulukosta, että $\bar{a}_{38} = 23,30879$ ja $\bar{a}_{39} = 23,01890$. Tällöin korvausvastuu on

$$
\begin{aligned}
&12\,000 \cdot \left(\frac{6}{12} \cdot \bar{A}^{PA}_{38+\frac{1}{2}} + \frac{4}{12} \cdot \bar{A}^{PA}_{15+\frac{1}{2}:18}\right) € \\
&= \quad 12\,000 \cdot \left(\frac{6}{12} \cdot 0,5 \cdot (\bar{a}_{38} + \bar{a}_{39}) + \frac{4}{12} \cdot \frac{1 - e^{-(\ln 1,03)(18-15+\frac{1}{2})}}{\ln 1,03}\right) € \\
&\approx \quad 12\,000 \cdot 12,69027 € \\
&\approx \quad 152\,283 €.
\end{aligned}
$$

8.4 Hautausavustusvastuun laskeminen

Lasketaan elinikäisen hautausavustuksen vakuutusmaksuvastuu 63-vuotiaalle miehelle hetkellä 31.12.2010, kun käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$ ja hautausavustuksen määrä on 2 500 euroa.

Mies on syntynyt vuonna 1947, joten työntekijäin eläkelain mukaisen lisäeläkevakuutuksen ikäsiirto $b_2 = 1$. Kun ikäsiirto huomioidaan, saadaan pääoma-arvokerrointaulukosta, että $\bar{M}_{64} = 0,078213497$, $\bar{M}_{65} = 0,076532850$, $D_{64} = 0,13245064$ ja $D_{65} = 0,12693659$. Tällöin vakuutusmaksuvastuu on

$$
\begin{aligned}
2\,500 \cdot \bar{A}^{K}_{64+\frac{1}{2}} € \quad &= \quad 2\,500 \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{\bar{M}_{64}}{D_{64}} + \frac{\bar{M}_{65}}{D_{65}}\right) € \\
&\approx \quad 2\,500 \cdot 0,59672 € \\
&\approx \quad 1\,492 €.
\end{aligned}
$$

8.5 Vakuutusmaksun laskeminen

Lasketaan vakuutusmaksu 40-vuotiaalle naiselle hetkelle 1.7.2010, kun korvattavia etuuksia ovat vanhuus- ja työkyvyttömyyseläke. Oletetaan, että eläkeikä $w = 63$ vuotta, käytettävä korkokanta on $3,00\,\%$, vuoden aikana karttuva etuus rahastoidaan ja se on 500 euroa vuodessa. Lisäksi mahdollisen työkyvyttömyyseläkkeen alkaessa rahastoidaan tulevan ajan eläkkeenä 11 500 euroa. Lisäksi oletetaan, että työkyvyttömyyden alkaessa sairauspäivärahalla ollaan keskimäärin yhdeksän kuukautta eli $\psi = 9/12$.

Nainen on syntynyt vuonna 1970, joten työntekijän eläkelain mukainen ikäsiirto $b_2 = -11$.

Karttuvasta määrästä saadaan laskettua vanhuuseläkkeen kertamaksu

$$\begin{aligned} {}^{k}P_{2010}^{V} &= 500 \cdot \frac{\bar{N}_{52}}{D_{29}} \text{€} \\ &\approx 500 \cdot 9,11543 \text{€} \\ &\approx 4\,558 \text{€} \end{aligned}$$

ja työkyvyttömyyseläkkeen kertamaksu

$$\begin{aligned} {}^{k}P_{2010}^{I} &= 500 \cdot {}_{(9/12)}\bar{A}_{40:63}^{I} \text{€} \\ &= 500 \cdot \Big(\sum_{j=0}^{2} b_{3+j} D_j(40) \big(C_j(63-40)[B_j(9/12) \\ &\quad -B_j(63-40)] - \frac{1}{c_j}[E_j(9/12) - E_j(63-40)] \big) \Big) \text{€} \\ &= 500 \cdot 1,46639 \text{€} \\ &\approx 733 \text{€}. \end{aligned}$$

Vuoden aikana mahdollisesti syntyvästä työkyvyttömyydestä voidaan laskea tulevan ajan etuudelle vanhuuseläkkeen riskimaksua työkyvyttömyysintensiteetin avulla (Turtiainen ym. [5], s. 48)

$$\begin{aligned} {}^{r}P_{2010}^{V} &= 11\,500 \cdot \frac{z(40,0)}{e^{-a_4 \cdot 40} - \int_0^{40} z(40,u)\,\mathrm{d}u} \cdot \frac{\bar{N}_{52}}{D_{29}} \text{€} \\ &\approx 11\,500 \cdot 0,03345 \text{€} \\ &\approx 385 \text{€} \end{aligned}$$

ja työkyvyttömyyseläkkeen riskimaksua ottamalla ikävälillä (40,41) alkavan työkyvyttömyystapauksen osuus pääoma-arvokertoimesta ${}_{(9/12)}\bar{A}_{40:63}$ (Turtiainen ym.

[5] ja TEL-L:n ja TAE:n mukaiset erityisperusteet [6])

$$
\begin{aligned}
{}^{r}P^{I}_{2010} &= 11\,500 \cdot \left({}_{(9/12)}\bar{A}_{40:63} - e^{-(a_4+\delta)}\,{}_{(9/12)}\bar{A}_{41:63}\right) € \\
&\approx 11\,500 \cdot 0{,}04071\, € \\
&\approx 468\, €.
\end{aligned}
$$

Vuosimaksu saadaan laskemalla yhteen vanhuus- ja työkyvyttömyyseläkkeen kertamaksut ja vanhuus- ja työkyvyttömyyseläkkeen riskimaksut, jolloin vuosimaksu on

$$
{}^{k}P^{V}_{2010} + {}^{k}P^{I}_{2010} + {}^{r}P^{V}_{2010} + {}^{r}P^{I}_{2010} \approx 6\,144\, €.
$$

8.6 Eläkkeen muuntaminen

Eläkkeet rahastoidaan sovitun laskennallisen iän mukaan. Eläkkeen alkaessa muussa iässä voidaan eläkkeen määrää muuntaa siten, että vakuutuksen pääoma-arvo säilyy.

Lasketaan eläke hetkellä 31.12.2010 eläkkeelle siirtyvälle 63,5-vuotiaalle miehelle, kun alkuperäinen eläkeikä on 65 vuotta, kertynyt eläke $E_{65} = 12\,000$ euroa ja käytettävä korkokanta on $3{,}00\,\%$. Oletetaan lisäksi, että vakuutus sisältää turvan vanhuuden ja työkyvyttömyyden varalta ja että sairauspäivärahoihin liittyvä parametri $\psi = 9/12$. Mies on syntynyt vuonna 1947, joten työntekijän eläkelain mukainen ikäsiirto $b_2 = -1$. Eläkkeen pääoma-arvo säilyy eläkettä muunnettaessa, joten kun ikäsiirrot huomioidaan, niin

$$
\left(\frac{\bar{N}_{64}}{D_{62,5}} + {}_{(9/12)}\bar{A}^{I}_{63,5:65}\right) E_{65} = (\bar{a}_{62,5} + 0) E_{63,5}.
$$

Tällöin

$$
\begin{aligned}
E_{63,5} &= \frac{\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\bar{N}_{64}}{D_{62}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\bar{N}_{64}}{D_{63}} + {}_{(9/12)}\bar{A}^{I}_{63,5:65}\right)}{\left(\frac{1}{2}\cdot\bar{a}_{62} + \frac{1}{2}\cdot\bar{a}_{63}\right)} E_{65} \\
&\approx \frac{13{,}05370}{14{,}48035} \cdot 12\,000\, € \\
&\approx 10\,818\, €.
\end{aligned}
$$

8.7 Maksuperusteinen eläkejärjestely

Maksuperusteisessa eläkejärjestelyssä maksetut vakuutusmaksut rahastoidaan henkilökohtaisille tileille ja eläke määrätään eläkeiässä kertyneiden maksujen ja niille saatujen tuottojen perusteella.

Lasketaan vuosieläkkeen määrä E hetkellä 31.12.2010 eläkkeelle jäävälle 65-vuotiaalle naiselle, kun eläkeikään mennessä kertynyt rahasto $V = 100\,000$ euroa. Nainen on syntynyt vuonna 1945, joten työntekijän eläkelain mukainen ikäsiirto $b_2 = -8$. Kun ikäsiirto huomioidaan, saadaan pääoma-arvokerrointaulukosta, että $\bar{a}_{57} = 16{,}72999$. Tällöin vuosieläke

$$\begin{aligned} E &= \frac{V}{\bar{a}_{57}} \text{€} \\ &= \frac{100\,000}{16{,}72999} \text{€} \\ &\approx 5\,977 \text{€}. \end{aligned}$$

A Pääoma-arvokerrointaulukot

Tähän kirjaan valitut pääoma-arvokerrointaulukot on laskettu käyttäen kolmen prosentin korkokantaa. Perhe-eläketaulukot on laskettu työntekijäin eläkelain mukaisen lisäeläkevakuutuksen ikäsiirroilla, jotka on koottu liitteeseen B.2.

Taulukot on laskettu käyttämällä pääoma-arvojen tarkkoja arvoja ja lopputulokset on pyöristetty. Diskonttaus- ja kommutaatioluvut $D_x, \bar{N}_x$ ja $\bar{M}_x$ on esitetty 8 merkitsevän numeron tarkkuudella ja muut pääoma-arvokertoimet 5 desimaalin tarkkuudella.

Tähän kirjaan valittuja taulukoita on käytetty kohdan 8 esimerkkejä laskettaessa.

A.1 Diskonttaus- ja kommutaatiofunktiot

Diskonttokorko $i = 3,00\,\%$; $b_2 = 0$

Ikä x	D_x	$\bar{N}_x$	$\bar{a}_x$	$\bar{M}_x$
15	0,64125893	18,172728	28,33914	0,10409484
16	0,62250471	17,540892	28,17793	0,10401694
17	0,60429154	16,927539	28,01221	0,10393377
18	0,58660332	16,332134	27,84187	0,10384499
19	0,56942439	15,754162	27,66682	0,10375022
20	0,55273952	15,193121	27,48695	0,10364906
21	0,53653389	14,648524	27,30214	0,10354108
22	0,52079310	14,119898	27,11230	0,10342582
23	0,50550312	13,606787	26,91732	0,10330279
24	0,49065032	13,108746	26,71708	0,10317148
25	0,47622141	12,625345	26,51150	0,10303133
26	0,46220346	12,156166	26,30047	0,10288174
27	0,44858388	11,700805	26,08387	0,10272208
28	0,43535041	11,258870	25,86163	0,10255170
29	0,42249110	10,829980	25,63363	0,10236986
30	0,40999429	10,413767	25,39979	0,10217581
31	0,39784864	10,009874	25,16001	0,10196874
32	0,38604306	9,6179563	24,91421	0,10174779
33	0,37456674	9,2376784	24,66230	0,10151203
34	0,36340913	8,8687166	24,40422	0,10126049
35	0,35255993	8,5107573	24,13989	0,10099213
36	0,34200905	8,1634973	23,86924	0,10070585
37	0,33174667	7,8266431	23,59223	0,10040047
38	0,32176314	7,4999110	23,30879	0,10007475
39	0,31204904	7,1830270	23,01890	0,099727366
40	0,30259514	6,8757262	22,72253	0,099356913
41	0,29339241	6,5777530	22,41964	0,098961906
42	0,28443196	6,2888606	22,11025	0,098540772
43	0,27570510	6,0088112	21,79434	0,098091844
44	0,26720330	5,7373754	21,47195	0,097613360
45	0,25891817	5,4743323	21,14310	0,097103462
46	0,25084145	5,2194696	20,80784	0,096560185
47	0,24296505	4,9725827	20,46625	0,095981464
48	0,23528098	4,7334753	20,11839	0,095365122
49	0,22778140	4,5019592	19,76438	0,094708875

Ikä x	D_x	$\bar{N}_x$	$\bar{a}_x$	$\bar{M}_x$
50	0,22045856	4,2778536	19,40434	0,094010328
51	0,21330485	4,0609857	19,03841	0,093266975
52	0,20631277	3,8511901	18,66676	0,092476200
53	0,19947492	3,6483088	18,28956	0,091635279
54	0,19278402	3,4521912	17,90704	0,090741384
55	0,18623292	3,2626941	17,51943	0,089791591
56	0,17981457	3,0796812	17,12698	0,088782886
57	0,17352206	2,9030230	16,72999	0,087712175
58	0,16734861	2,7325974	16,32877	0,086576302
59	0,16128759	2,5682883	15,92366	0,085372067
60	0,15533257	2,4099868	15,51501	0,084096243
61	0,14947727	2,2575900	15,10323	0,082745611
62	0,14371565	2,1110011	14,68873	0,081316991
63	0,13804194	1,9701294	14,27196	0,079807278
64	0,13245064	1,8348897	13,85339	0,078213497
65	0,12693659	1,7052023	13,43350	0,076532850
66	0,12149503	1,5809924	13,01282	0,074762787
67	0,11612165	1,4621896	12,59188	0,072901077
68	0,11081266	1,3487276	12,17124	0,070945891
69	0,10556489	1,2405438	11,75148	0,068895899
70	0,10037583	1,1375783	11,33319	0,066750375
71	0,095243763	1,0397732	10,91697	0,064509314
72	0,090167872	0,94707202	10,50343	0,062173557
73	0,085148319	0,85941864	10,09320	0,059744933
74	0,080186377	0,77675618	9,68688	0,057226395
75	0,075284539	0,69902586	9,28512	0,054622171
76	0,070446627	0,62616579	8,88851	0,051937916
77	0,065677897	0,55810954	8,49768	0,049180848
78	0,060985124	0,49478468	8,11320	0,046359881
79	0,056376664	0,43611119	7,73567	0,043485739
80	0,051862490	0,38199992	7,36563	0,040571030
81	0,047454179	0,33235092	7,00362	0,037630284
82	0,043164844	0,28705190	6,65013	0,034679934
83	0,039009002	0,24597674	6,30564	0,031738225
84	0,035002359	0,20898417	5,97057	0,028825037
85	0,031161506	0,17591675	5,64532	0,025961617
86	0,027503517	0,14660020	5,33023	0,023170191
87	0,024045447	0,12084308	5,02561	0,020473470
88	0,020803729	0,098437188	4,73171	0,017894043
89	0,017793490	0,079158465	4,44873	0,015453661
90	0,015027807	0,062768690	4,17684	0,013172439

A.2 Työkyvyttömyyseläkkeet

Diskonttokorko $i = 3{,}00\,\%$; $w = 63$; $\psi = 9/12$

Ikä x	${}_{(\psi)}\bar{A}^{I}_{x:w}$	$\bar{A}^{IA}_{(v)+(x-v):w}$			
		$x-v=1\,v$	$x-v=3\,v$	$x-v=5\,v$	$x-v=7\,v$
18	0,86786	12,82044	15,75435	17,12606	17,66386
19	0,89548	12,94930	15,77481	17,07730	17,58527
20	0,92370	13,06728	15,78441	17,02000	17,49950
21	0,95248	13,17387	15,78296	16,95397	17,40630
22	0,98180	13,26855	15,77024	16,87899	17,30539
23	1,01159	13,35085	15,74603	16,79482	17,19651
24	1,04181	13,42027	15,71013	16,70121	17,07935
25	1,07238	13,47634	15,66227	16,59789	16,95359
26	1,10322	13,51860	15,60221	16,48456	16,81889
27	1,13424	13,54659	15,52968	16,36092	16,67491
28	1,16531	13,55983	15,44439	16,22664	16,52127
29	1,19631	13,55788	15,34604	16,08136	16,35757
30	1,22707	13,54027	15,23429	15,92470	16,18339
31	1,25742	13,50655	15,10881	15,75627	15,99831
32	1,28715	13,45624	14,96922	15,57563	15,80185
33	1,31602	13,38888	14,81513	15,38235	15,59352
34	1,34376	13,30398	14,64611	15,17593	15,37282
35	1,37006	13,20104	14,46172	14,95588	15,13920
36	1,39458	13,07956	14,26148	14,72166	14,89209
37	1,41693	12,93900	14,04488	14,47269	14,63091
38	1,43668	12,77882	13,81138	14,20839	14,35501
39	1,45334	12,59844	13,56040	13,92812	14,06373
40	1,46639	12,39727	13,29134	13,63121	13,75639
41	1,47523	12,17468	13,00354	13,31696	13,43226
42	1,47924	11,93002	12,69633	12,98463	13,09056
43	1,47772	11,66259	12,36897	12,63343	12,73049
44	1,46995	11,37167	12,02069	12,26256	12,35122

Ikä x	${}_{(\psi)}\bar{A}^{I}_{x:w}$	$\bar{A}^{IA}_{(v)+(x-v):w}$ $x-v=1\,v$	$x-v=3\,v$	$x-v=5\,v$	$x-v=7\,v$
45	1,45515	11,05650	11,65068	11,87113	11,95184
46	1,43252	10,71626	11,25808	11,45824	11,53143
47	1,40124	10,35011	10,84197	11,02293	11,08901
48	1,36052	9,95714	10,40139	10,56420	10,62356
49	1,30957	9,53640	9,93534	10,08097	10,13400
50	1,24774	9,08688	9,44273	9,57215	9,61920
51	1,17448	8,60752	8,92244	9,03656	9,07797
52	1,08948	8,09719	8,37327	8,47297	8,50907
53	0,99273	7,55469	7,79398	7,88009	7,91119
54	0,88470	6,97875	7,18322	7,25655	7,28297
55	0,76643	6,36801	6,53961	6,60093	6,62297
56	0,63981	5,72100	5,86164	5,91173	5,92968
57	0,50783	5,03614	5,14775	5,18737	5,20151
58	0,37492	4,31164	4,39623	4,42616	4,43680
59	0,24739	3,54544	3,60525	3,62633	3,63380
60	0,13402	2,73506	2,77275	2,78599	2,79066
61	0,04685	1,87733	1,89639	1,90306	1,90541
62	0,00213	0,96783	0,97334	0,97527	0,97594

A.3 Vastaiset perhe-eläkkeet

A.3.1 Perhe-eläkkeet, mies edunjättäjänä

Diskonttokorko $i = 3,00\,\%$; $f = 0,99$; Lapseneläkkeen pääteikä $w = 18$

Mies edunjättäjänä $b_2 = 1$; Nainen edunsaajana $b_2 = -9$

Ikä x	$\bar{A}_x^{P_{leski}}$	$\bar{A}_{x:w}^{P_{lapsi}}$	${}_{(f)}\bar{A}_{x:w}^{P_1}$	${}_{(f)}\bar{A}_{x:w}^{P_{1/2}}$
18	1,72887	0,07668	1,78826	2,54110
19	1,78104	0,07900	1,84223	2,60996
20	1,83480	0,08136	1,89780	2,68031
21	1,89014	0,08377	1,95501	2,75233
22	1,94704	0,08619	2,01376	2,82597
23	2,00545	0,08862	2,07401	2,90124
24	2,06527	0,09096	2,13558	2,97802
25	2,12639	0,09322	2,19834	3,05629
26	2,18868	0,09527	2,26206	3,13593
27	2,25202	0,09710	2,32660	3,21692
28	2,31628	0,09860	2,39173	3,29912
29	2,38139	0,09975	2,45733	3,38251
30	2,44727	0,10044	2,52324	3,46693
31	2,51385	0,10067	2,58939	3,55239
32	2,58111	0,10035	2,65565	3,63872
33	2,64900	0,09951	2,72202	3,72592
34	2,71750	0,09809	2,78842	3,81385
35	2,78659	0,09615	2,85487	3,90250
36	2,85623	0,09364	2,92131	3,99175
37	2,92640	0,09067	2,98780	4,08162
38	2,99704	0,08722	3,05429	4,17198
39	3,06811	0,08341	3,12084	4,26287
40	3,13954	0,07923	3,18737	4,35415
41	3,21124	0,07483	3,25396	4,44587
42	3,28312	0,07019	3,32049	4,53787
43	3,35507	0,06547	3,38699	4,63020
44	3,42696	0,06066	3,45335	4,72268
45	3,49862	0,05589	3,51953	4,81530
46	3,56990	0,05115	3,58535	4,90786
47	3,64059	0,04657	3,65076	5,00034
48	3,71048	0,04212	3,71549	5,09244
49	3,77934	0,03790	3,77945	5,18412

Ikä x	$\bar{A}_{x}^{P_{leski}}$	$\bar{A}_{x:w}^{P_{lapsi}}$	$_{(f)}\bar{A}_{x:w}^{P_1}$	$_{(f)}\bar{A}_{x:w}^{P_{1/2}}$
50	3,84689	0,03387	3,84229	5,27503
51	3,91285	0,03013	3,90385	5,36508
52	3,97687	0,02661	3,96371	5,45386
53	4,03860	0,02340	4,02162	5,54124
54	4,09764	0,02042	4,07709	5,62676
55	4,15354	0,01775	4,12976	5,71025
56	4,20579	0,01529	4,17903	5,79120
57	4,25386	0,01314	4,22446	5,86942
58	4,29712	0,01116	4,26531	5,94437
59	4,33493	0,00946	4,30105	6,01582
60	4,36658	0,00791	4,33082	6,08320
61	4,39130	0,00661	4,35400	6,14630
62	4,40833	0,00541	4,36967	6,20451
63	4,41689	0,00445	4,37717	6,25762
64	4,41622	0,00355	4,37560	6,30502
65	4,40563	0,00285	4,36442	6,34653
66	4,38454	0,00218	4,34287	6,38152
67	4,35248	0,00170	4,31065	6,40986
68	4,30917	0,00121	4,26729	6,43093
69	4,25452	0,00089	4,21287	6,44464
70	4,18865	0,00054	4,14730	6,45041
71	4,11189	0,00033	4,07111	6,44823
72	4,02476	0,00007	3,98458	6,43753
73	3,92795	0,00000	3,88867	6,41849
74	3,82227	0,00000	3,78405	6,39074
75	3,70862	0,00000	3,67154	6,35404
76	3,58796	0,00000	3,55208	6,30831
77	3,46122	0,00000	3,42661	6,25350
78	3,32935	0,00000	3,29605	6,18961
79	3,19321	0,00000	3,16128	6,11671
80	3,05363	0,00000	3,02309	6,03492
81	2,91137	0,00000	2,88226	5,94439
82	2,76717	0,00000	2,73950	5,84537
83	2,62172	0,00000	2,59550	5,73813
84	2,47567	0,00000	2,45092	5,62301

A.3.2 Perhe-eläkkeet, nainen edunjättäjänä

Diskonttokorko $i = 3,00\,\%$; $f = 0,99$; Lapseneläkkeen pääteikä $w = 18$

Nainen edunjättäjänä $b_2 = -6$; Mies edunsaajana $b_2 = -2$

Ikä x	$\bar{A}_x^{P_{leski}}$	$\bar{A}_{x:w}^{P_{lapsi}}$	${}_{(f)}\bar{A}_{x:w}^{P_1}$	${}_{(f)}\bar{A}_{x:w}^{P_{1/2}}$
18	0,48596	0,03605	0,51715	0,87392
19	0,50055	0,03712	0,53267	0,89655
20	0,51553	0,03819	0,54856	0,91942
21	0,53085	0,03924	0,56478	0,94276
22	0,54644	0,04025	0,58122	0,96656
23	0,56223	0,04119	0,59780	0,99081
24	0,57814	0,04203	0,61439	1,01544
25	0,59409	0,04275	0,63090	1,04042
26	0,61002	0,04331	0,64723	1,06569
27	0,62590	0,04370	0,66334	1,09120
28	0,64170	0,04387	0,67916	1,11690
29	0,65740	0,04383	0,69465	1,14274
30	0,67298	0,04353	0,70979	1,16865
31	0,68845	0,04299	0,72455	1,19462
32	0,70378	0,04219	0,73892	1,22058
33	0,71896	0,04114	0,75290	1,24651
34	0,73397	0,03983	0,76646	1,27235
35	0,74878	0,03831	0,77960	1,29811
36	0,76337	0,03657	0,79231	1,32374
37	0,77767	0,03467	0,80457	1,34925
38	0,79166	0,03261	0,81635	1,37459
39	0,80525	0,03044	0,82764	1,39980
40	0,81840	0,02819	0,83841	1,42482
41	0,83101	0,02592	0,84861	1,44968
42	0,84300	0,02362	0,85820	1,47431
43	0,85429	0,02137	0,86712	1,49873
44	0,86477	0,01916	0,87529	1,52287
45	0,87434	0,01705	0,88265	1,54672
46	0,88289	0,01504	0,88910	1,57019
47	0,89030	0,01317	0,89456	1,59325
48	0,89645	0,01142	0,89891	1,61578
49	0,90125	0,00983	0,90206	1,63774

Ikä x	$\bar{A}_x^{P_{leski}}$	$\bar{A}_{x:w}^{P_{lapsi}}$	${}_{(f)}\bar{A}_{x:w}^{P_1}$	${}_{(f)}\bar{A}_{x:w}^{P_{1/2}}$
50	0,90456	0,00838	0,90389	1,65898
51	0,90628	0,00709	0,90431	1,67946
52	0,90630	0,00594	0,90317	1,69900
53	0,90452	0,00494	0,90041	1,71754
54	0,90084	0,00406	0,89589	1,73491
55	0,89518	0,00332	0,88955	1,75103
56	0,88747	0,00267	0,88127	1,76572
57	0,87762	0,00214	0,87099	1,77892
58	0,86559	0,00169	0,85863	1,79042
59	0,85134	0,00133	0,84415	1,80018
60	0,83482	0,00102	0,82749	1,80800
61	0,81605	0,00078	0,80867	1,81384
62	0,79503	0,00057	0,78766	1,81750
63	0,77182	0,00043	0,76452	1,81897
64	0,74647	0,00029	0,73930	1,81806
65	0,71912	0,00021	0,71213	1,81479
66	0,68990	0,00012	0,68312	1,80897
67	0,65899	0,00007	0,65247	1,80064
68	0,62662	0,00001	0,62037	1,78966
69	0,59304	0,00000	0,58711	1,77611
70	0,55852	0,00000	0,55294	1,75992
71	0,52337	0,00000	0,51813	1,74106
72	0,48788	0,00000	0,48300	1,71954
73	0,45238	0,00000	0,44785	1,69539
74	0,41717	0,00000	0,41300	1,66867
75	0,38255	0,00000	0,37872	1,63945
76	0,34880	0,00000	0,34531	1,60781
77	0,31618	0,00000	0,31302	1,57386
78	0,28491	0,00000	0,28206	1,53772
79	0,25517	0,00000	0,25262	1,49952
80	0,22713	0,00000	0,22486	1,45943
81	0,20091	0,00000	0,19890	1,41760
82	0,17658	0,00000	0,17482	1,37423
83	0,15420	0,00000	0,15266	1,32950
84	0,13377	0,00000	0,13243	1,28361

B Vakiot

B.1 Yleisvakiot

Yleisvakiot ovat laskuperustemallin parametreja, joiden on oletettu olevan vakuutettujen joukosta riippumattomia ja ajassa muuttumattomia. Yleisvakiot ovat lähes stabiileja ja niiden arvoa voidaan tarkistaa laskuperustemallia muutettaessa.

Tässä kirjassa on käytetty työntekijän eläkelain mukaisen eläkevakuutuksen yleisissä laskuperusteissa [7] määriteltyjä yleisvakioita.

Kuolevuus

$a_1 = 5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-0,57}$

$a_2 = 0,095$

$a_4 = 0,002 \cdot \ln 10$

Työkyvyttömyys

$a_5 = 2,2 \cdot 10^{-5}$

$a_6 = 7,9 \cdot 10^{-6}$

$a_7 = 2,6 \cdot 10^{-6}$

$a_8 = 0,08$

$a_9 = 0,14$

$a_{10} = 0,12$

$a_{11} = 0,705$

$a_{12} = 0,156$

$a_{13} = 0,17$

Avioisuus

$a_{34} = 0,73$

$a_{35} = 6,50$

$a_{36} = 3,89$

$a_{37} = 0,12$

$a_{38} = 70$

$a_{39} = 0,74$

$a_{40} = 9,00$

$a_{41} = 3,74$

$a_{42} = -0,04$

$a_{43} = 60$

Aviopuolisoiden ikäero

$a_{44} = 0,909$

$a_{45} = 2,281$

$a_{46} = 0,936$

$a_{47} = 5,340$

Syntyvyys

$a_{50} = 50$

Lapseneläkkeen pääoma-arvon laskennassa käytettäviä vakioita

Vakuutusteknisiä suureita laskettaessa käytettävä korkokanta (%)	a_{52}	a_{53}	a_{54}	a_{55}	a_{56}	a_{57}
0	0,095	0,00190	0,105	0,00170	0,117	0,00155
1	0,085	0,00185	0,095	0,00165	0,103	0,00150
2	0,079	0,00182	0,087	0,00163	0,093	0,00148
2,5	0,076	0,00181	0,083	0,00162	0,088	0,00146
2,7	0,075	0,00180	0,082	0,00161	0,086	0,00145
3	0,074	0,00180	0,080	0,00161	0,084	0,00145
3,5	0,071	0,00179	0,077	0,00160	0,080	0,00143
4	0,069	0,00179	0,074	0,00160	0,076	0,00142
4,25	0,068	0,00179	0,073	0,00159	0,074	0,00142
4,5	0,067	0,00178	0,071	0,00158	0,073	0,00141
4,75	0,066	0,00178	0,069	0,00157	0,072	0,00141
5	0,65	0,00178	0,068	0,00157	0,071	0,00141
6	0,061	0,00176	0,063	0,00154	0,065	0,00139
7	0,057	0,00174	0,058	0,00151	0,059	0,00137

B.2 Erikoisvakiot

Erikoisvakiot valitaan käyttötarkoituksen perusteella ja niiden avulla voidaan huomioida esimerkiksi vakuutettavan kannan erityisrakenne. Erikoisvakiot sisältyvät erityisperusteisiin, joten niiden muuttaminen voidaan tehdä ilman, että koko laskuperustemallia muutetaan.

Taulukoissa ja esimerkeissä on käytetty työntekijän eläkelain mukaisen eläkevakuutuksen erityisperusteissa [8] ja työntekijäin eläkelain mukaisen lisäeläkevakuutuksen ja työnantajan eläkevakuutuksen erityisperusteissa [6] määriteltyjä erikoisvakioita.

Vanhuuseläkkeiden pääoma-arvokertoimia laskettaessa esimerkeissä on käytetty seuraavia työntekijän eläkelain mukaisia ikäsiirtoja. Kuolevuuden syntymävuosikohtainen riippuvuus on otettu huomioon siten, että miesten ikäsiirto

$$b_2 = \begin{cases} 0, & \text{kun } v-x < 1940 \\ -1, & \text{kun } 1940 \leq v-x < 1950 \\ -2, & \text{kun } 1950 \leq v-x < 1960 \\ -3, & \text{kun } 1960 \leq v-x < 1970 \\ -4, & \text{kun } 1970 \leq v-x < 1980 \\ -5, & \text{kun } 1980 \leq v-x < 1990 \\ -6, & \text{kun } v-x \geq 1990 \text{ ja} \end{cases}$$

naisten ikäsiirto

$$b_2 = \begin{cases} -7, & \text{kun } v-x < 1940 \\ -8, & \text{kun } 1940 \leq v-x < 1950 \\ -9, & \text{kun } 1950 \leq v-x < 1960 \\ -10, & \text{kun } 1960 \leq v-x < 1970 \\ -11, & \text{kun } 1970 \leq v-x < 1980 \\ -12, & \text{kun } 1980 \leq v-x < 1990 \\ -13, & \text{kun } v-x \geq 1990. \end{cases}$$

Perhe-eläkkeiden ja hautausavustuksen pääoma-arvokertoimia laskettaessa on käytetty seuraavia työntekijäin eläkelain mukaisen lisäeläkevakuutuksen ikäsiirtoja:

Perhe-eläkkeiden ikäsiirrot:	
mies edunjättäjänä	$b_2 = 1$
nainen edunjättäjänä	$b_2 = -6$
mies edunsaajana	$b_2 = -2$
nainen edunsaajana	$b_2 = -9$

Hautausavustuksen ikäsiirrot:	
miehet	$b_2 = 1$
naiset	$b_2 = -6$

Työkyvyttömyyseläkkeiden taulukoita laskettaessa on käytetty seuraavia työntekijän eläkelain erityisperusteissa määriteltyjä erikoisvakioita:

$$
\begin{aligned}
b_3 &= 1 \\
b_4 &= 1 \\
b_5 &= 1 \\
b_6 &= 1 \\
b_7 &= 1 \\
b_8 &= 1
\end{aligned}
$$

C Simpsonin 1/3-sääntö, askelvälinä 1

Olkoot x välillä $[0,\infty)$ oleva kokonaisluku, funktio f samalla välillä integroituva funktio ja lisäksi $f(t) \approx 0$, kun $t > b > x$. Nyt niin sanottua *Simpsonin 1/3-sääntöä* käyttäen integraalia

$$\int_x^\infty f(t)\,\mathrm{dt}$$

voidaan approksimoida seuraavasti.

Olkoot funktio $F(t) = 0$, kun $t \geq b$, $F(b-1) = \frac{f(b)+f(b-1)}{2}$ ja

$$F(j-2) = \frac{1}{3}\Big(f(j-2) + 4\cdot f(j-1) + f(j)\Big) + F(j),$$

missä $j = b, b-1, \dots, x+2$ mikäli $b \geq x+2$. Tällöin

$$F(x) \approx \int_x^\infty f(t)\,\mathrm{dt}$$

Edellä mainittua approksimointimenetelmää käytetään yleisesti pääoma-arvokertoimien laskennassa. Tällöin parametrin b arvoksi valitaan 129 (vuotta).

Kun ikä x on välillä $[0,126]$ oleva parillinen kokonaisluku, niin funktio F voidaan kirjoittaa muodossa

$$F(x) = \sum_{i=0}^{\frac{126-x}{2}} \frac{1}{3}\Big(f(x+2\cdot i) + 4\cdot f(x+2\cdot i+1) + f(x+2\cdot i+2)\Big) + F(128)$$

ja kun ikä x on välillä $[1,127]$ oleva pariton kokonaisluku, niin

$$F(x) = \sum_{i=0}^{\frac{127-x}{2}} \frac{1}{3}\Big(f(x+2\cdot i) + 4\cdot f(x+2\cdot i+1) + f(x+2\cdot i+2)\Big).$$

Lisäksi ikää $x = 128$ vastaa approksimaatio $F(128) \approx \frac{f(129)+f(128)}{2}$ ja kun $x \geq 129$, niin $F(x) \approx 0$. Jos $x \in [0,129)$ ei ole kokonaisluku, niin $F(x)$ lasketaan lineaarisesti interpoloimalla. Näin on tehty esimerkiksi kohdassa 6.1 funktiolle $\bar{a}_{y_x(J)}$.

D Ikäsiirtojen käytöstä diskonttaus- ja kommutaatiofunktioissa

Diskonttaus- ja kommutaatiofunktioissa esiintyvän kuolevuuden μ_x yhtenä parametrina on ikäsiirto b_2. Otetaan seuraavaksi ikäsiirto näkyviin kohdan 3 merkintöihin merkitsemällä

$$\begin{aligned} D(x,b_2) &= D_x, \\ \bar{N}(x,b_2) &= \bar{N}_x, \\ \bar{a}(x,b_2) &= \bar{a}_x, \\ \bar{M}(x,b_2) &= \bar{M}_x, \end{aligned}$$

jolloin voidaan kirjoittaa, että

$$\begin{aligned} D(x+b_2,0) &= e^{-b_2\delta}D(x,b_2), \\ \bar{N}(x+b_2,0) &= e^{-b_2\delta}\bar{N}_(x,b_2), \\ \bar{a}(x+b_2,0) &= \bar{a}(x,b_2), \\ \bar{M}(x+b_2,0) &= e^{-b_2\delta}\bar{M}(x,b_2). \end{aligned}$$

Koska pääoma-arvokertoimia laskettaessa diskonttaus- ja kommutaatiofunktioiden arvot taulukoidaan yleensä etukäteen ja koska funktiot D, $\bar{N}$ ja $\bar{M}$ esiintyvät aina osamäärissä, niin yllä olevan mukaan riittää, että taulukointi tehdään ikäsiirrolla $b_2 = 0$. Tällöin taulukoita luetaan ikäsiirrolla korjatun iän $x+b_2$ mukaan ja saatuja arvoja käytetään sellaisinaan pääoma-arvokertoimiin. Edellä esiintyvä termi $e^{-b_2\delta}$ supistuu osamäärien yhteydessä pois, ja koska laskennassa käytettäviä ikäsiirtoja voi olla useita, niin vältytään moninkertaiselta laskennalta.

Kirjallisuus

[1] Karpoja Mikko 1998. TEL-työkyvyttömyyteen liittyvät todennäköisyydet ja niiden mallittaminen. SHV-harjoitustyö.

[2] Laskuperustemalli -62. Sosiaali- ja terveysministeriö 12.7.1962.

[3] Pesonen Martti, Soininen Pentti, Tuominen Tapani 2000. Henkivakuutusmatematiikka. Suomen Vakuutusalan Koulutus ja Kustannus Oy. Helsinki.

[4] Tuomikoski Jaakko, Sorainen Janne ja Kilponen Satu 2007. Lakisääteisen työeläkevakuutuksen vakuutustekniikkaa. Eläketurvakeskuksen käsikirjoja 2007:4. Helsinki.

[5] Turtiainen Yrjö ym. 1982. Henki- ja eläkevakuutuksen vakuutustekniikkaa. SHY. Helsinki

[6] Työntekijäin eläkelain (TEL) mukaisen lisäeläkevakuutuksen ja työnantajan eläkevakuutuksen (TAE) erityisperusteet.

[7] Työntekijän eläkelain mukaisen eläkevakuutuksen yleiset laskuperusteet.

[8] Työntekijän eläkelain (TyEL) mukaisen eläkevakuutuksen erityisperusteet.

[9] TyEL - Työntekijän eläkelaki

[10] Yrittäjien eläkelain mukaisen lisäeläkevakuutuksen perusteet.

Eläketurvakeskus on Suomen työeläkejärjestelmän lakisääteinen keskuselin. Eläketurvakeskus ylläpitää käsikirjoja, tilastoraportteja, katsauksia ja tutkimukseen liittyviä julkaisusarjoja. Eläketurvakeskus julkaisee käsikirja-sarjaan kuuluvan *Pääoma-arvokertoimet*-kirjan. Kirjassa esitellään työeläkejärjestelmässä käytettyjä pääoma-arvokertoimia, joita käytetään muun muassa vakuutusmaksujen ja vastuuvelan laskennassa.

Pensionsskyddscentralen är ett lagstadgat centralorgan för arbetspensionssystemet i Finland. Pensionsskyddscentralen ger ut handböcker, statistikrapporter, översikter och serier av forskningspublikationer. Pensionsskyddscentralen publicerar boken *Pääoma-arvokertoimet (Kapitalvärdeskoefficienter)* som ingår i serien Handböcker. I boken presenteras de kapitalvärdeskoefficienter som används bland annat vid beräkningen av försäkringsavgifterna och ansvarsskulden.

The Finnish Centre for Pensions is the statutory central body of the Finnish earnings-related pension system. The Finnish Centre for Pensions publishes handbooks, statistical reports, reviews and publication series relating to research. The Finnish Centre for Pensions is publishing the book *Pääoma-arvokertoimet (Capital Value Coefficients)* in the Handbooks series. The book presents the capital value coefficients used in the earnings-related pension scheme and applied to, among other things, the calculation of insurance contributions and technical reserves.

Eläketurvakeskus
PENSIONSSKYDDSCENTRALEN