

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa

PRÀCTIQUES DE FÍSICA
Curs 2019-20

F. Laguarda
N. Lupón
J. Pladellorens

Juliol 2019

PRESENTACIÓ

Al laboratori de Física s'hi fan tres tipus d'activitat: seminaris, pràctiques de laboratori pròpiament dites i sessions d'avaluació de problemes.

Els **seminaris** s'inicien amb una explicació per part del professor, que dona pas a la realització d'exercicis per part dels estudiants. Aquest dossier inclou un resum o esquema de l'explicació i l'enunciat dels exercicis.

Les **pràctiques de laboratori** requereixen una preparació prèvia que s'ha de lliurar per escrit en començar la sessió. Al llarg del desenvolupament de la pràctica s'ha d'anar complimentant un informe que s'ha de lliurar en finalitzar la sessió. El dossier conté una explicació detallada de les tasques de preparació i realització de la pràctica (pàgina 1) i els guions corresponents a cada una de les pràctiques.

Les **sessions d'avaluació de problemes** també requereixen una preparació prèvia, consistent en la resolució de tres problemes proposats pel professor/a, que es discutiran durant la primera hora de la sessió. A continuació es realitzarà una prova escrita avaluable. El dossier conté una explicació detallada de les tasques de preparació i realització de la prova (pàgina 2).

Aquest dossier comença amb el **calendari**/índex de les sessions de laboratori del curs en el que ens trobem.

LABORATORI DE FÍSICA

ÍNDEX – PROGRAMA 2019-20

MES	DATES	ACTIVITAT	Tipus d'activitat	Pag.
09		Descripció de tasques	---	1
	16-20	Cinemàtica	Seminari	3
	23-27	Segona llei de Newton	Pràctica	9
	30-4	Pressió	Pràctica	19
10	7-11	Contacte sòlid – líquid. Conceptes bàsics ⁽¹⁾	Pràctica	25
	14-18	Determinació del coeficient de viscositat	Pràctica	33
	21-25	Problemes de fluids. AVALUACIÓ		
11	4-8	Constant elàstica d'una molla	Pràctica	37
	11-15	Ones estacionàries en una corda	Pràctica	41
	18-22	Ones 2D i 3D	Pràctica	45
	25-29	Problemes d'ones 1D. AVALUACIÓ		
12	9-13	Vectors	Seminari	53
	16-20	Problemes camp electrostàtic. AVALUACIÓ		
		Taules útils	---	69

⁽¹⁾ Només cal fer la preparació de l'apartat (b) del guió (pàgina 32).

DESCRIPCIÓ DE TASQUES

Tasca 1	Preparació de la pràctica	Treball en grup	~ 1,5 h/pràctica
---------	---------------------------	-----------------	------------------

Es tracta d'una hora i mitja de preparació fora de l'aula per cada una de les pràctiques previstes.

Per realitzar l'activitat cal un full de paper que anomenarem "full de preparació", el qual haurà de ser lliurat al professor en entrar al laboratori.

Llegeix el guió de la pràctica que has de preparar en el dossier de laboratori i **anota** en el "**full de preparació**":

1. l'equació o **lleï física en la que es basa la pràctica**, indicant si l'objectiu de la pràctica es **comprovar** l'acompliment d'aquesta llei en l'experiment que es realitza, o bé si es tracta d'**aplicar** la llei per deduir un determinat resultat a partir de dades experimentals
2. la descripció de tots (TOTS!!) els **càlculs** que haureu de fer al llarg de la pràctica indicant
 - o la **fórmula** que s'ha d'utilitzar
 - o quina és la "**incògnita**" que es pretén calcular amb ella
 - o la **procedència de la resta de dades** o magnituds que hi intervenen (són valors mesurats al laboratori, calculats amb una altra fórmula, consultats en la bibliografia ...?)
3. quan sigui el cas, la descripció de les **gràfiques** que haureu de representar al llarg de la pràctica indicant
 - o la procedència de les dades que s'hi representen (són valors mesurats al laboratori, calculats aplicant alguna llei física ...)
 - o la "**figura**" que s'espera obtenir en fer la representació (recta, paràbola ...)

Tasca 2	Realització de les pràctiques	Treball en grup	~ 2 h/pràctica
---------	-------------------------------	-----------------	----------------

Cada pràctica es realitza en una sessió de dues hores de durada prevista en l'horari que s'exposa al tauló d'anuncis del vestíbul de la Facultat i al web de la Facultat.

Inicialment, el professor farà una breu introducció de la pràctica, durant la qual podrà sol·licitar la intervenció d'algun estudiant.

A continuació cada grup d'estudiants realitzarà la pràctica seguint el guió i comptant amb l'ajut del professor, si cal.

Els guions contenen algunes taules de valors que s'hauran d'anar omplint al llarg del desenvolupament de la sessió, i una sèrie de preguntes, que s'hauran d'anar responent per escrit. Sovint, caldrà representar gràficament els resultats experimentals.

En finalitzar la sessió, després de les dues hores de treball al laboratori, cada grup lliurarà al professor un **informe**, amb les **taules** completades, les **gràfiques** i les **preguntes** contestades.

Els informes juntament amb el “full de preparació” seran retornats als estudiants d’una sessió de laboratori per l’altre, amb la valoració i els comentaris pertinents.

Tasca 3	Resolució de problemes	Treball individual	4,5 h.
---------	------------------------	--------------------	--------

Les 4,5 h de treball individual previstes seran totes fora de l’aula.

Cal intentar resoldre els problemes proposats pel professor amb una setmana de temps. Tots ells seran comentats i corregits en la sessió de problemes prevista (veure calendari).

En cas de no tenir èxit en la resolució d’algun problema, anota els dubtes que et sorgeixin, tot explicant-los de la manera més completa possible. Això et permetrà exposar-lo clarament a l’aula, en la sessió de problemes, dirigint-te als teus companys i/o al professor.

Tasca 4	Sessions de problemes	Treball a l’aula (labo. de física)	2 h.
---------	-----------------------	------------------------------------	------

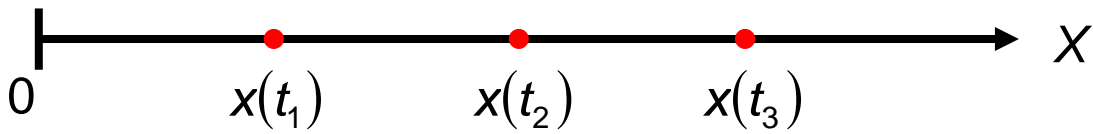
La seqüència d’activitats previstes per aquesta sessió és la que s’exposa a continuació.

1. Resoldre els dubtes individuals que hagin sorgit en la resolució dels problemes assignats a la sessió, mitjançant la participació de companys i professor.
2. Finalitzar els problemes un cop resolts els dubtes fent noves consultes, si cal, als companys i al professor.
3. Revisar els resultats conjuntament, amb el guiatge del professor a la pissarra.

PROVA AVALUABLE escrita que es realitzarà individualment (tipus examen), que consistirà en la resolució d’un problema similar als proposats anteriorment.

CINEMÀTICA

Moviment rectilini (Una dimensió, \mathbb{R})



- trajectòria

- posició : $x(t)$

- desplaçament : $\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$

- velocitat mitja : $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Delta t = t_2 - t_1$

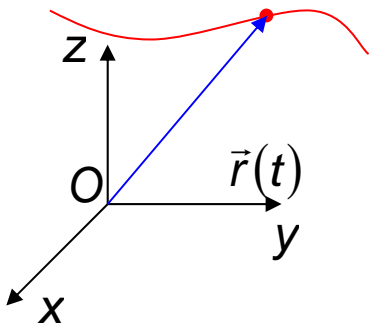
- velocitat instantània : $v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_m = \frac{dx}{dt}$

- acceleració mitja : $a_m = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

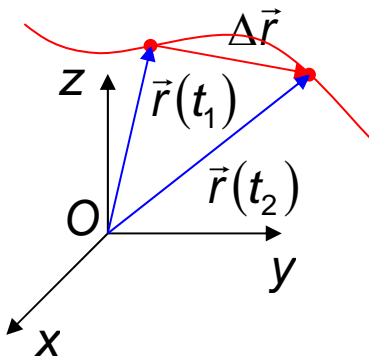
- acceleració instantània :

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_m = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

Moviment en dues i tres dimensions



- trajectòria
- vector posició $\vec{r}(t)$



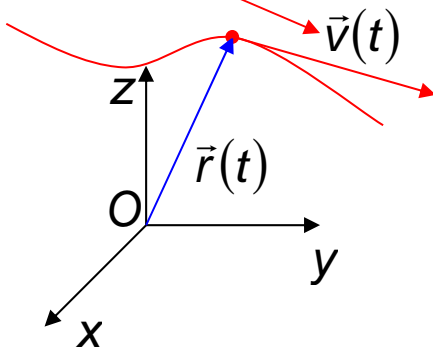
- Vector desplaçament :

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$$

- Velocitat mitjana :

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad \Delta t = t_2 - t_1$$

tangent a la trajectòria



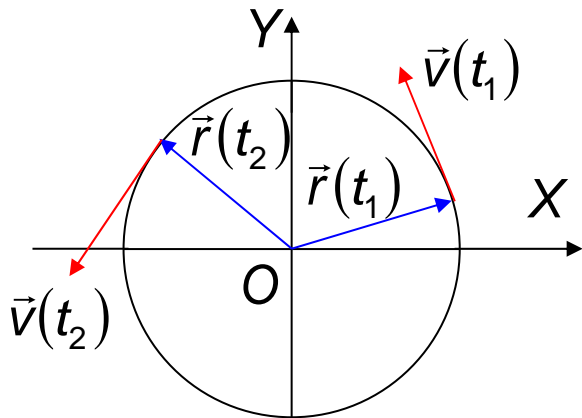
- Velocitat instantània :

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_m = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

- Acceleració instantània :

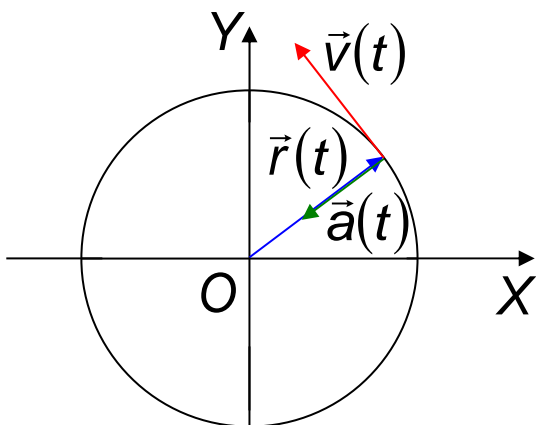
$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Moviment circular uniforme (R^2)



$$|\vec{r}(t)| = cte = R$$

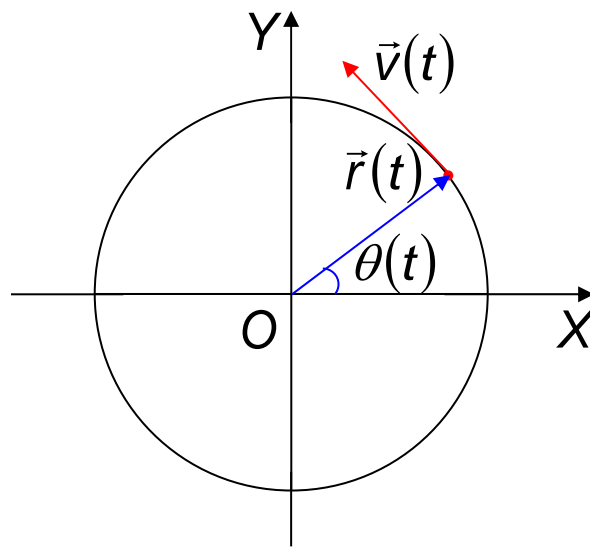
$$|\vec{v}(t)| = cte = v$$



$\vec{a}(t) =$ *acceleració centrípeta*

$$|\vec{a}(t)| = \frac{v^2}{R} = a_c$$

COORDENADES POLARS



$$\theta(t)$$

angle format pel vector posició

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

velocitat angular (rad/s)

$$v = \omega \cdot R$$

velocitat lineal (m/s)

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

acceleració centrípeta

CINEMÀTICA CASOS PRÀCTICS.

1. A partir de les expressions generals descrites anteriorment (pàgines 3 i 4), deduir les expressions corresponents a la velocitat instantània i la posició en funció del temps d'una partícula que es mou amb acceleració constant (moviment rectilini i uniforme). Representar-les gràficament.
2. Una pedra es llançada verticalment cap amunt des d'una finestra que es troba a 10 m. del terra, sabent que la seva velocitat inicial és de 20 m/s., ens preguntem:
 - a. L'altura màxima a la que arribarà i el temps transcorregut;
 - b. Quan tornarà la pedra a passar per la finestra i quina velocitat?
 - c. Si un altra pedra es llença des del terra amb una velocitat de 30 m/s. dos segons després de la primera, quan i on es creuaran les dues pedres?
3. Un noi corre amb una velocitat de 12 m/s. per una andana d'una estació. Quan es troba a 5 m. d'un tren parat, aquest arrenca amb acceleració constant de 2 m/s^2 .
 - a. Quan tarda el noi en agafar al tren?
 - b. Interpretar els resultats obtinguts.
4. Calculeu la velocitat angular de cada una de les busques d'un rellotge.
5. Calculeu la velocitat angular, la velocitat lineal i l'acceleració centrípeta de la lluna en el seu moviment al voltant de la terra (la lluna efectua una revolució completa cada 28 dies i la distància mitja a la terra és de $3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$).

CASOS PRÀCTICS DE CINEMÀTICA. SOLUCIONS.

1)

$\vec{a} = \text{cte.}$ *paralela al eix X*

$$\vec{v}(t) = \int_{t_0}^t \vec{a}(t) dt = \vec{a}t + \vec{v}_0 \quad \textit{paralela al eix X}$$

$$x(t) = \int_{t_0}^t v(t) dt = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

2)

a) $t = 2 \text{ s}; h = 30 \text{ m}$

b) $t = 4 \text{ s}; v = -20 \text{ m/s}$

c) $t = 3 \text{ s}; y = 25 \text{ m}$

3)

a) $t_1 = 0,43 \text{ s}; t_2 = 11,57 \text{ s}$

b) El noi coincideix amb el tren en dos instants de temps. Quan el tren arranca, partint del repòs, la seva velocitat és molt inferior a la del noi. Llavors, al cap de 0,43 s el noi atrapa al tren i l'avança. A mesura que passa el temps la velocitat del tren va augmentant degut a la seva acceleració fins que arriba un moment, a l'instant $t_2 = 11,57 \text{ s}$, en el que el tren atrapa el noi, i l'avança definitivament.

4)

$$\omega_{\text{segundera}} = 0,105 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\text{minutera}} = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\text{horaria}} = 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$$

5)

$$\omega = 2,6 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$$

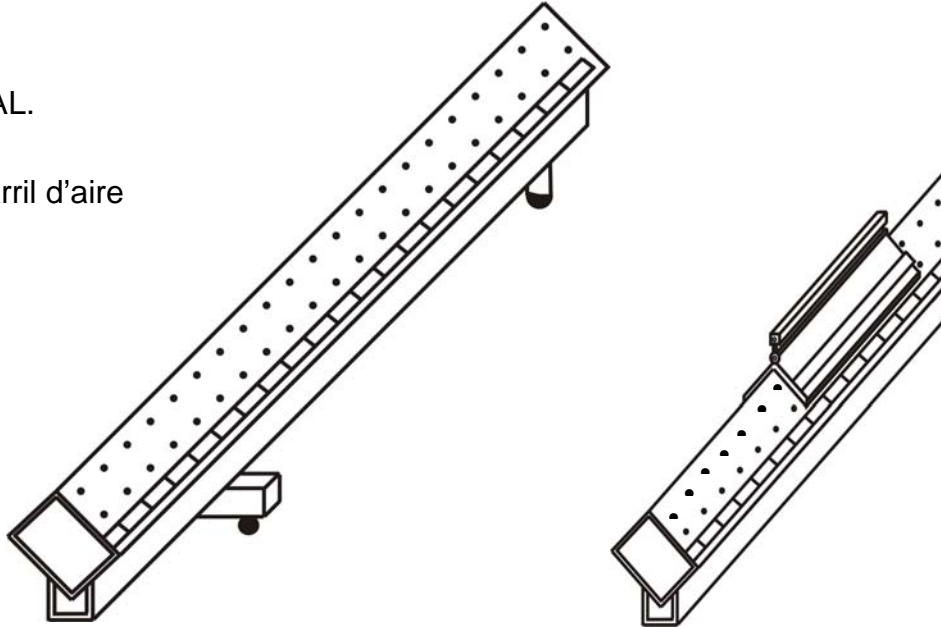
$$v = 997,33 \text{ m/s}$$

$$a = 2,59 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

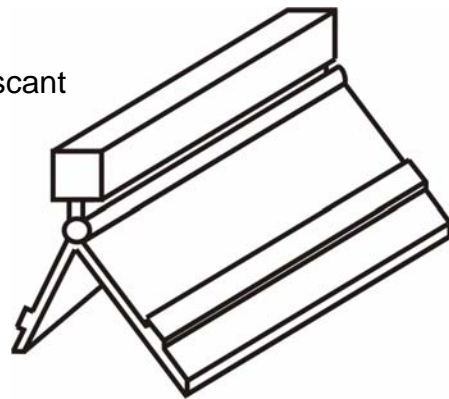
SEGONA LLEI DE NEWTON

MATERIAL.

Carril d'aire



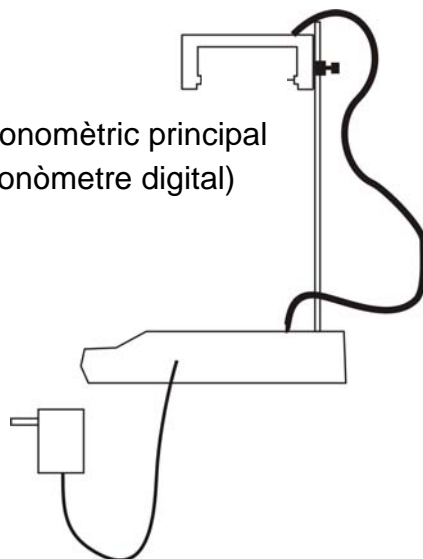
Carro lliscant



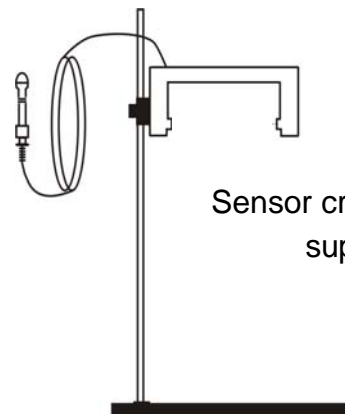
Bandera



Sensor cronomètric principal
(amb cronòmetre digital)



Sensor cronomètric
suplementari



Bomba d'aire
Politja

Porta – pesos
Pesos

(a) VARIACIÓ TEMPORAL DE LA POSICIÓ I DE LA VELOCITAT

Preparar l'experiment tal com indica la Figura 1. El carro es desplaça sobre el carril d'aire impulsat, mitjançant la corda, pel pes que pengem al seu extrem. La bomba d'aire connectada al carril ha d'estar activada, ja que d'aquesta manera l'aire que surt pels orificis del carril forma una capa entre aquest i el carro que fa que la força de fregament entre els dos sigui pràcticament nul·la.

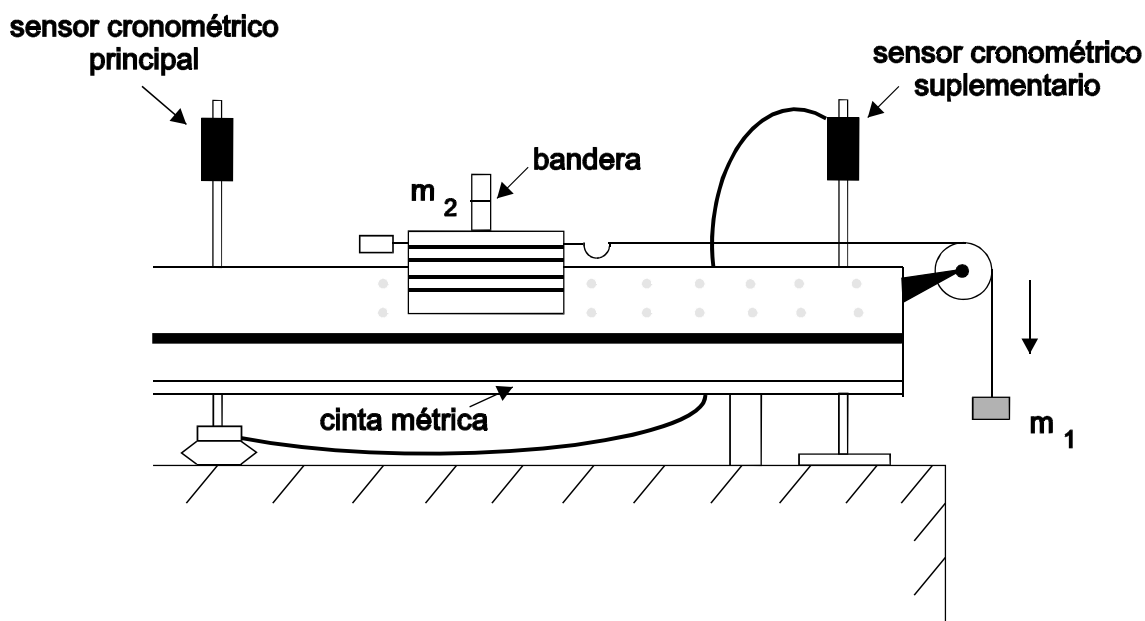


Figura 1

Distingirem entre m_1 , la massa que penja i proporciona la força impulsora, i m_2 , la massa que es mou sobre el carril.

$$m_1 = m(\text{porta-pesos}) + m(\text{pesos afegits})$$

$$m(\text{porta pesos}) = 10\text{g}$$

$$m(\text{pesos afegits}) \rightarrow \text{està indicat}$$

$$m_2 = m(\text{carro}) + m(\text{accessoris}) + m(\text{pesos afegits})$$

$$m(\text{carro}) = 180\text{g}$$

$$m(\text{accessoris}) = (3 \text{ accessoris}) \times (10\text{g/accessori}) = 30\text{g}$$

$$m(\text{pesos afegits}) \rightarrow \text{està indicat}$$

Per fer les mesures correctament, convé que el moviment sigui relativament lent. Per aconseguir això, es recomana que el valor de m_1 estigui al voltant de 15 g i el de m_2 al voltant de 400 g.

P1) Partint de les masses corresponents al material del que es disposa per fer l'experiment, determinar els valors de m_1 i m_2 .

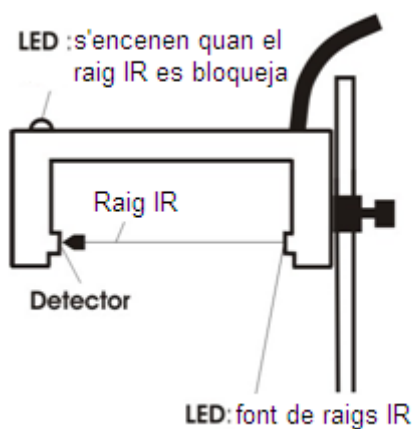


Figura 2

L'objectiu d'aquest apartat és determinar la posició del carro i la seva velocitat en funció del temps, comptant amb la cinta mètrica que incorpora el carril i els sensors cronomètrics. L'esquema representat en la Figura 2 ajuda a comprendre el funcionament d'aquests sensors. El LED situat al braç dret del sensor emet un feix infraroig que incideix sobre el detector situat al braç esquerre. Si s'interposa algun objecte entre els dos braços, el feix infraroig deixa d'incidir sobre el detector i es dispara el cronòmetre intern. Els sensors s'han de situar per sobre del carril de manera que,

quan el carro estigui en moviment, la "bandera" vertical (veure Figura 1) interrompi el feix infraroig en passar sota els sensors.

Per construir la gràfica espai temps cal utilitzar els dos sensors cronomètrics activant l'opció PULSE, que permet mesurar el temps que passa entre una interrupció del feix i la següent. Per tant, situant els dos sensors en dos punts determinats del recorregut del carro, el cronòmetre dels sensors marca el temps t que tarda el carro en recórrer l'espai comprès entre aquests dos punts.

Utilitzant un únic sensor es pot determinar de manera indirecta la velocitat amb la que es mou el carro en un punt determinat del seu recorregut. Per això cal activar l'opció GATE amb la qual el cronòmetre del sensor mesura el temps Δt que dura una interrupció del feix. Quan el carro passa per sota del sensor, la "bandera" interromp el feix durant un temps que correspon a un recorregut igual a la mida horitzontal de la bandera, $\ell \approx 1$ cm. Llavors la velocitat es calcula com $v = \ell / \Delta t$.

a1.- Gràfica espai-temps

Per construir la gràfica espai-temps corresponent al moviment del carro s'ha de repetir el mateix experiment tantes vegades com punts hagin d'aparèixer en la gràfica (10, per exemple), canviant cada vegada la distància entre els dos sensors cronomètrics. S'ha de deixar el sensor principal en el punt inicial de la trajectòria i variar la posició del sensor suplementari (de 5 cm en 5 cm per exemple). El cronòmetre ha d'estar sempre en la posició PULSE i en l'escala de 1ms.

- P2) Anotar les posicions i els temps mesurats a la TAULA 1 (1^a i 2^a files). Construir una gràfica amb aquests resultats situant el temps, t , en les abscisses i les posicions, x , en les ordenades. Quina corba s'obté? A quin tipus de moviment correspon? És el moviment que s'esperava trobar?

a2.- Gràfica velocitat-temps

Per construir la gràfica velocitat-temps s'ha de repetir novament l'experiment tantes vegades com en el cas anterior però amb l'opció GATE i l'escala de 0,1 ms en el cronòmetre. Cal que anoteu les **quatre xifres decimals** que apareguin en pantalla. L'**únic** sensor que s'utilitza ha de situar-se exactament en les mateixes posicions successives que en el cas anterior per tal de saber a quin instant de temps correspon cada una de les velocitats mesurades.

Cal mesurar en cada cas el temps, Δt , que tarda la bandera en travessar el sensor. Aleshores si ℓ és la longitud de la bandera, la velocitat del carro quan travessa el sensor és $v = \ell / \Delta t$.

- P3) Anotar en la TAULA 1 (3^a fila) els valors mesurats de Δt per les diferents posicions del sensor. Calcular la velocitat "instantània" del carro en passar per cada una de les posicions seleccionades i anotar-les a la TAULA 1 (4^a fila). Per fer aquest càlcul cal tenir present que la longitud efectiva de la bandera és $\ell = 1\text{cm}$.

TAULA 1

x(cm)									
t(s)									
Δt (s)									
$v = \ell / \Delta t$ (cm/s)									

- P4) Amb els resultats de la 2^a i 4^a fila de la TAULA 1 construir una gràfica v-t. Quina corba s'obté? Era l'esperada? Per què?.
- P5) Obtenir la acceleració del carro a partir de la gràfica velocitat-temps.

(b) COMPROVACIÓ DE LA SEGONA LLEI DE NEWTON

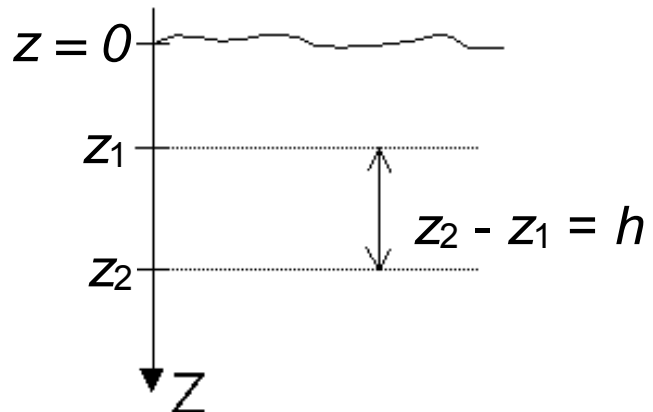
- P6) Aplicant la segona llei de Newton calcular teòricament l'acceleració del carro. Coincideix amb l'obtinguda experimentalment? Per què? Explicar les discrepàncies, en cas que n'hi hagi.

PRESSIÓ

L'objectiu de la pràctica és estudiar alguns instruments utilitzats per mesurar la pressió i reflexionar sobre alguns fenòmens relacionats amb la pressió, aplicant les lleis de l'estàtica de fluids. Els aparells dissenyats per mesurar la pressió d'un fluid en un determinat recinte (campana de buit, canonada, dipòsit, cambra de neumàtic...) s'anomenen manòmetres. Els aparells utilitzats per mesurar la pressió atmosfèrica, s'anomenen baròmetres.

El disseny inicial dels aparells de mesura de la pressió es basa en la llei general de l'estàtica de fluids:

$$P_2 - P_1 = \rho g h > 0$$



a) Manòmetres.

Un manòmetre és un aparell que mesura la pressió del medi (fluid) comparant-la amb la pressió atmosfèrica. En tots els casos, la pressió que indica un manòmetre, P_{man} , compleix que:

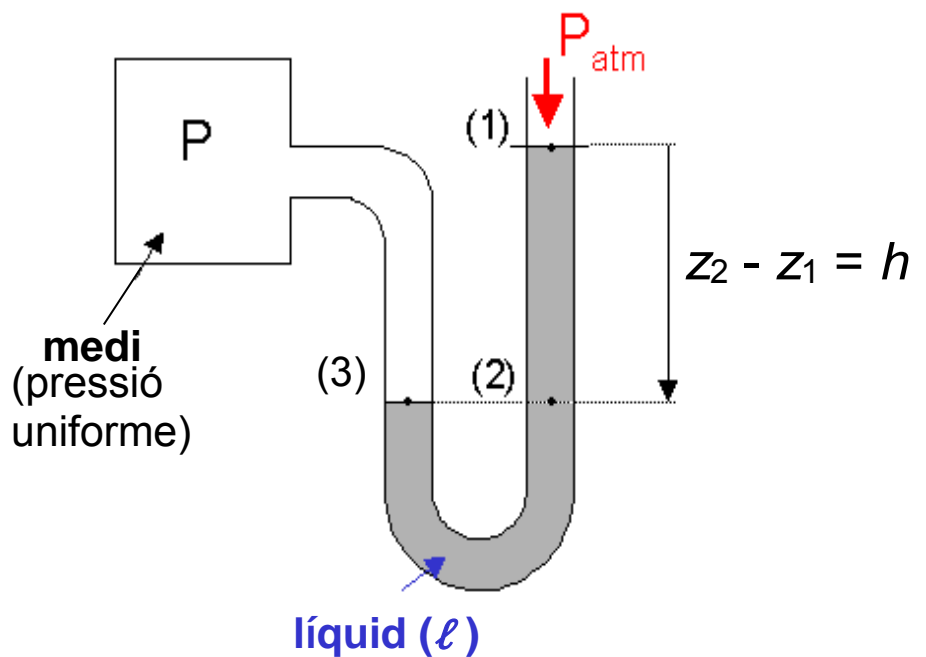
$$P_{man} = P - P_{atm}$$

on P és la pressió real (o absoluta) en el medi i P_{atm} és la pressió atmosfèrica. Al laboratori s'estudiarà el funcionament de dos tipus de manòmetre.

• Manòmetre de tub obert

Es tracta d'un tub en forma de U que conte un líquid. Inicialment, la superfície lliure del líquid es troba al mateix nivell en les dues branques.

Per fer una mesura, una de les branques de la U es connecta al medi on es vol mesurar la pressió i l'altre branca queda "oberta"



(situació representada a la figura). El líquid de la primera branca queda sotmès, doncs, a la pressió del medi ($P_3 = P$) i el de la segona a la pressió atmosfèrica ($P_1 = P_{atm}$). Degut a la diferència entre les pressions que actuen sobre cada una de les branques, les superfícies lliures del líquid en elles deixen d'estar al mateix nivell. L'altura, h , que separa els nivells defineix el que s'anomena **pressió manomètrica** en el medi, P_{man} , mitjançant l'expressió:

$$P_{man} = \rho \ell gh$$

Aplicant la llei general de l'estàtica de fluids:

$$P_2 = P_3 = P$$

$$P_2 - P_1 = \rho \ell gh$$

i substituint P_1 i P_2 ,

$$P - P_{atm} = \rho \ell \cdot g \cdot h$$

Per tant, la diferència entre la pressió en el medi i la pressió atmosfèrica és la **pressió manomètrica** en el medi.

EXPERIMENT

Al laboratori es disposa d'un tub en forma de U no massa gran, que prèviament s'haurà omplert d'aigua fins a la meitat. S'observarà que quan els dos extrems estan destapats, l'alçada de les dues columnes d'aigua és igual. Per mesurar pressions diferents de l'atmosfèrica, es connectarà un tub flexible a una de les branques del manòmetre. Submergint l'extrem del tub flexible en un recipient fons ple d'aigua, es veurà que les alçades de les dues columnes de líquid deixen de ser iguals.

P1) Per què passa això? Anoteu la diferència de nivells, h , entre les dues columnes d'aigua quan l'extrem flexible es troba al fons del recipient. Amb el valor de h calculeu la pressió manomètrica en aquest punt.

Compareu el valor mesurat de h amb la profunditat d'aigua en el recipient. S'assemblen? A què creieu que és degut?

Si el manòmetre contingués mercuri en lloc d'aigua, quant valdria h en aquest cas? ($\rho_{aigua} = 10^3 \text{ kg/m}^3$; $\rho_{mercuri} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$)

• Manòmetre de Bourdon

Els manòmetres de tub obert són aparells relativament delicats i resulten poc pràctics per mesurar pressions elevades. Per això en molts casos s'utilitza un altre tipus de manòmetre, que s'anomena



FIGURA 1

manòmetre de Bourdon. Consisteix en un tub metàl·lic tancat per un extrem, que està corbat en forma de C (veure Fig.1). L'extrem obert del tub està unit rígidament a un suport i l'extrem tancat es connecta a un sistema multiplicador mecànic que s'acobla a una agulla indicadora.

El tub d'aquest manòmetre doblegat en forma de C és de secció oval. La diferència de pressions entre l'interior i l'exterior del tub en forma de C fa que aquest variï la seva curvatura. Quan augmenta la pressió dins del tub, la secció es fa més circular i la C que forma el tub s'obre. El sistema multiplicador mecànic transforma el petit moviment de la punta en un gran desplaçament de l'agulla indicadora. La seva posició sobre una escala calibrada dóna la magnitud de l'excés de pressió a l'interior del tub respecte de la atmosfèrica, és a dir, el valor de la **pressió manomètrica**. Per tant, si P és la pressió real a l'interior del tub:

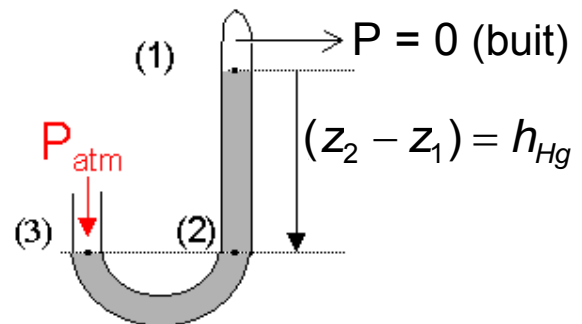
$$P_{agulla} = P - P_{atm} = P_{man}$$

b) **Baròmetres.**

Els baròmetres són aparells dissenyats per mesurar el valor de la pressió atmosfèrica.

• Baròmetre de mercuri

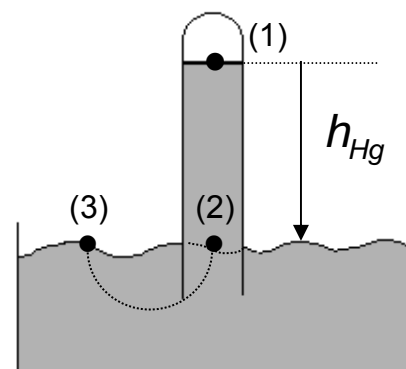
Un baròmetre de mercuri és un recipient en forma de J que conté mercuri, on la branca curta està oberta, en contacte amb l'atmosfera, i la branca llarga està totalment tancada (veure figura). El mercuri s'hi ha d'introduir de manera que en la zona de $P = 0$ assenyalada a la figura no hi quedi gens d'aire. L'alçada de mercuri en la branca tancada és clarament superior, per tal d'equilibrar la pressió atmosfèrica que actua sobre la branca oberta. Aplicant la llei general de l'estàtica de fluids:



$$\begin{aligned} P_1 &= 0 \\ P_2 &= P_3 = P_{atm} \\ P_2 - P_1 &= \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} \longrightarrow P_{atm} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} \end{aligned}$$

A nivell del mar i en condicions normals:

$$h_{Hg} = 760 \text{ mm Hg}$$



El baròmetre de mercuri reproduïx l'experiència de Torricelli, científic que va mesurar per primera vegada el valor de la pressió atmosfèrica, corroborant al mateix temps la seva existència.

- P2) ¿Per què s'utilitza normalment mercuri en els baròmetres?
- P3) ¿Quina alçada hauria de tenir la columna vertical d'un baròmetre que contingués aigua? (prendre $P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$) ($\rho_{\text{aigua}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$).
- P4) ¿A quina profunditat hauríem de nedar sota l'aigua per estar sotmesos a una pressió de 2 atm? (suposar que la pressió atmosfèrica és $P_{\text{atm}} = 1 \text{ atm}$) ($\rho_{\text{aigua}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$)

• Baròmetre de tipus domèstic

El tipus de baròmetre que habitualment s'utilitza per mesurar la pressió atmosfèrica és l'anomenat baròmetre aneroide (Fig. 4). És un baròmetre mecànic compacte consistent en una cambra flexible on s'ha practicat el buit i s'ha tancat hermèticament. La pressió atmosfèrica exterior comprimeix la cambra, i la magnitud de la compressió depèn del valor d'aquesta pressió. En contraure's o dilatar-se la càmera, s'activa la multiplicació mecànica produeix el desplaçament d'una agulla indicadora sobre una escala de pressions calibrada prèviament.

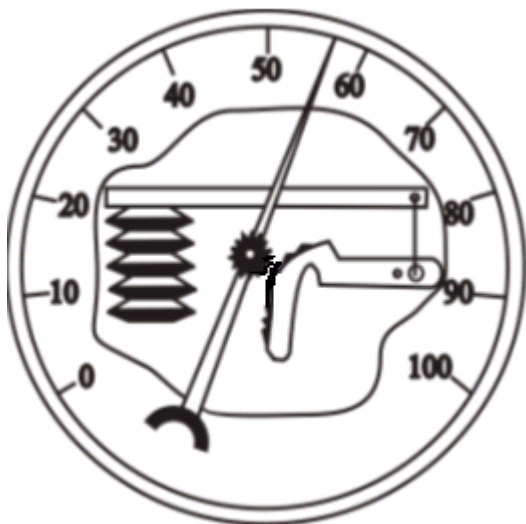
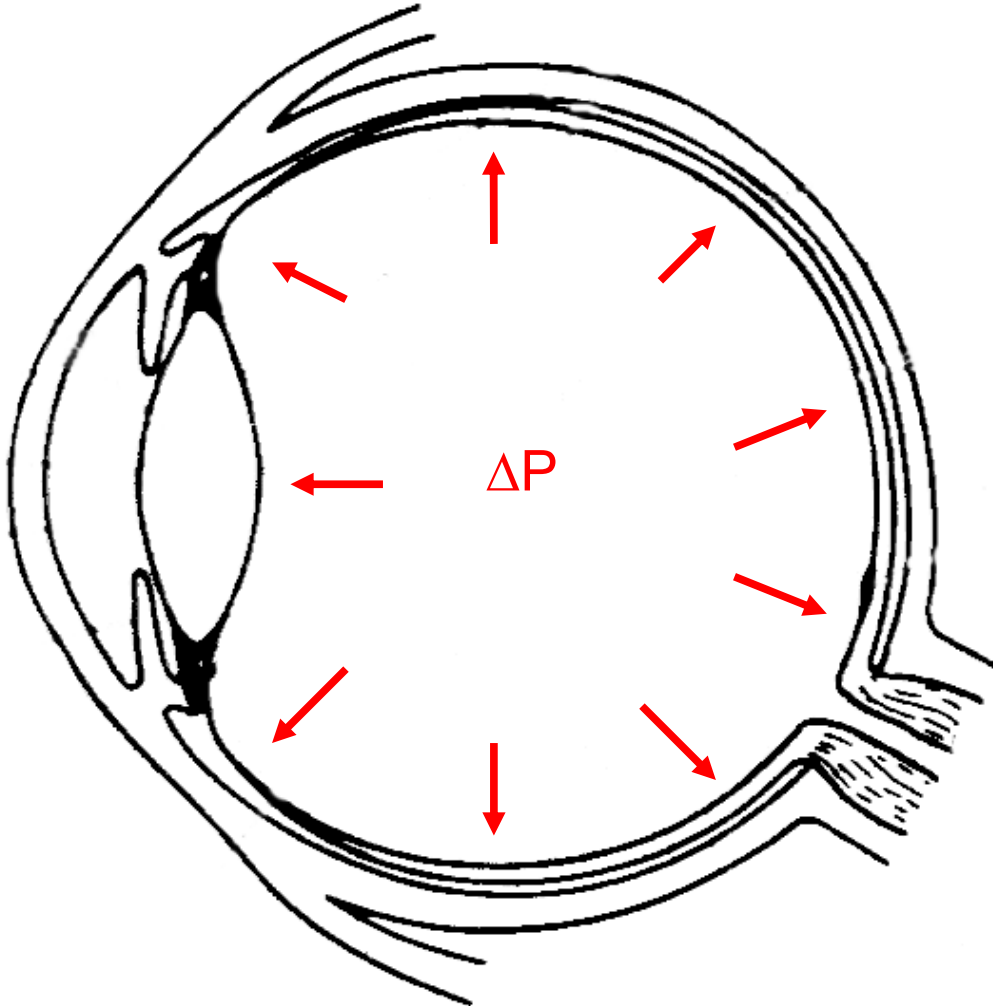


Figura 2: Baròmetre aneroide. La forma de la cambra pràcticament buida i hermètica de l'esquerra varia quan varia la pressió atmosfèrica. La multiplicació mecànica converteix el canvi de forma de la càmera en un canvi de posició de l'agulla indicadora.

c) **Pressió intraocular (PIO).**

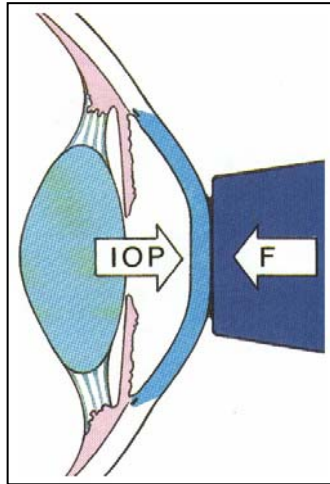
En l'interior del globus ocular, la pressió dels humors és lleugerament superior a l'atmosfèrica.



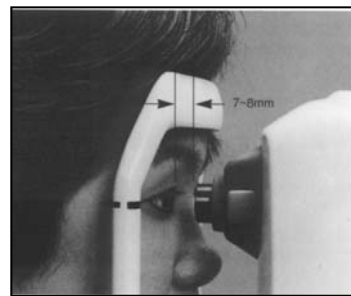
$$\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{atm}}$$

Habitualment, el valor de ΔP per als humans està contingut entre 10 i 20 mm Hg (1333 Pa / 2666 Pa). Si $\Delta P > 21 / 24$ mm Hg llavors el nervi òptic és malmet (Glaucoma).

La mesura de la pressió intraocular es realitza amb aparells denominats genèricament Tonòmetres. A la figura següent hi ha l'esquema dels dos tipus de tonòmetre més utilitzats. En ambdós casos la mesura de la PIO es basa en l'anàlisi de la imatge de la còrnia deformada mitjançant una pressió externa. Es tracta doncs, d'una mesura indirecta.




Tonòmetre de contacte




**Tonòmetre d'aire
(sense contacte)**

d) Experiments en campana de buit.

-Observarem un globus semi inflat situat a l'interior d'una campana de buit. A mesura que disminueix la pressió en la campana, augmenta el volum del globus.

P5) Expliqueu a què es deu l'augment de volum (utilitzar l'equació dels gasos perfectes).

-En modificar la pressió d'un recinte, veurem com el pes d'objectes diferents varia de forma diferent.

-Amb dos semiesferes buides en quan s'ha practicat el buit al seu interior podrem fer-nos una idea de la gran magnitud de la pressió atmosfèrica que ens envolta.

SUPERFÍCIES LÍQUIDES. CONCEPTES BÀSICS

(a) Introducció teòrica.

Física Tema 9

Superfícies líquides. Conceptes bàsics

1. Introducció
2. Forma de la superfície lliure
3. Increment de la superfície lliure
4. Energia superficial. Tensió superficial
5. Exemples específics: pel·lícula lacrimal i lents de contacte

BIBLIOGRAFIA.

Alan H. Cromer. FÍSICA PARA CIENCIAS DE LA VIDA. Reverté, 2000.
Tipler P.A.; Mosca, G. FÍSICA. 5ª ed. Barcelona, Reverté, 2005.
Kane J.W., Sterheim M.M. Física, 2ª ed., Barcelona, Reverté, 2000.
Hewit, P.G. FÍSICA CONCEPTUAL. 9ª ed. Mèxic: Pearson Education, 2004.
Giancoli, D.C. FÍSICA PARA UNIVERSITARIOS. 3ª ed. México: Pearson Education, 2002.

Òptica i Optometria

1/14

Física Tema 9

1. Introducció.

OBJECTIU:

estudiar algunes propietats físiques de la superfície dels líquids en repòs en relació a la seva forma i extensió

(aquestes propietats són, com es veurà, rellevants per entendre a nivell bàsic el comportament de la pel·lícula lacrimal en relació a la sustentació de les lents de contacte)

Física Tema 9

1. Introducció.

Forces de cohesió ($F_{\ell\ell}$)	Forces d'adhesió ($F_{\ell s}$)
<ul style="list-style-type: none">Forces d'enllaç entre els àtoms o molècules (partícules a partir d'ara) d'un líquid.	<ul style="list-style-type: none">Forces d'enllaç entre els àtoms o molècules de materials diferents (líquid i sòlid del recipient que el conté, per exemple)
<ul style="list-style-type: none">Forces electromagnètiques indirectes<ul style="list-style-type: none">➤ Febles comparades amb les dels enllaços iònics, covalents o metàl·lics➤ Abast curt	

Física Tema 9

2. Forma de la superfície lliure.

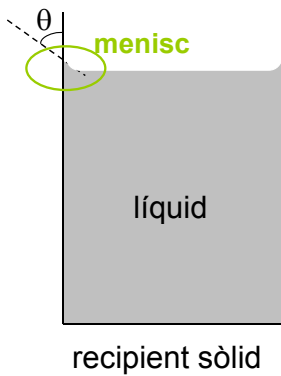
La superfície lliure d'un líquid:

- és la que no està en contacte amb el recipient que el conté;
- en el cas d'un líquid en **repòs**, és sempre perpendicular a la resultant de les forces que actuen sobre les partícules de la superfície (si existís component tangencial, es posarien en moviment necessàriament)
 - per masses de fluid grans en el camp gravitatori terrestre la superfície és horitzontal ...
(no pel fícula lacrimal, bombolla d'aigua sabonosa ...)
 - ... excepte en la zona en contacte amb el recipient: **meniscs**. El balanç entre les forces d'adhesió i cohesió en determina la forma.

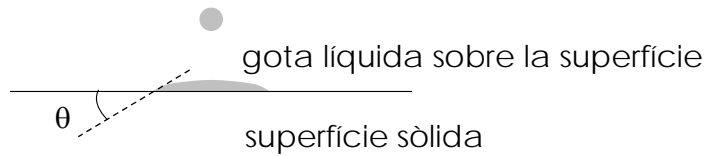
Física Tema 9

2. Forma de la superfície lliure.

a) $F_{se} > F_{\ell\ell}$



θ : angle de contacte



$\theta < 90^\circ \rightarrow$ El líquid "mulla" el sòlid

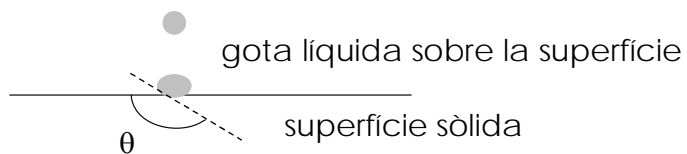
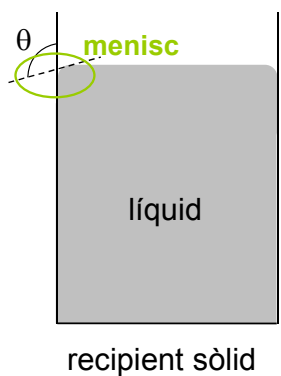
Òptica i Optometria

5/14

Física Tema 9

2. Forma de la superfície lliure.

b) $F_{se} < F_{\ell\ell}$



$\theta > 90^\circ \rightarrow$ El líquid NO "mulla" el sòlid

Òptica i Optometria

6/14

Física Tema 9

3. Increment de la superfície lliure.

- Es comprova experimentalment que si S_{lliure} és la mida de la superfície lliure i $N_{\text{superfície}}$ el número de partícules contingudes en ella:

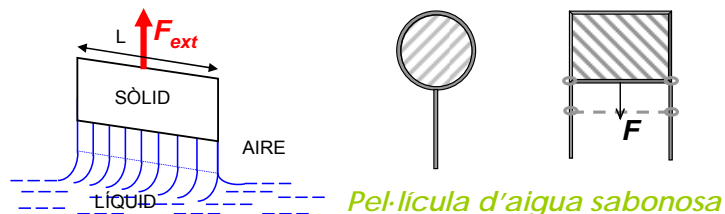
$$S_{\text{lliure}} \uparrow \Leftrightarrow N_{\text{superfície}} \uparrow$$

- Per augmentar S_{lliure} cal fer possible el pas de partícules interiors cap a la superfície aportant energia al líquid mitjançant una força externa.
- Contràriament al que es suggereix en alguns llibres de text, és impossible "estirar" un líquid en el sentit elàstic (augmentant les distàncies inter-partícula) sense trencar-lo. Les forces de cohesió NO són prou grans.

Física Tema 9

3. Increment de la superfície lliure.

- Exemples:

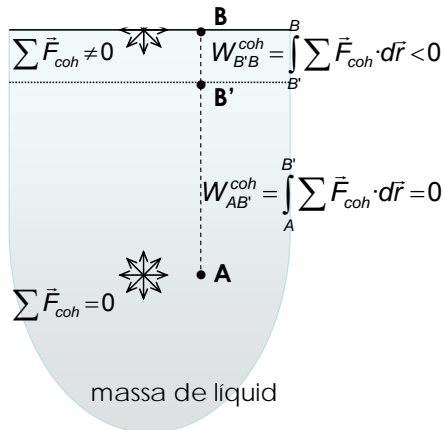


- En tots els casos **augmenta la superfície lliure**, el que vol dir que algunes partícules (àtoms o molècules) que inicialment estaven a l'interior del líquid han "pujat" cap a la superfície.
- En el procés d'incrementar la superfície són rellevants tant les forces d'adhesió (el líquid està unit al suport que permet l'augment de superfície) com les forces de cohesió contra les que ha de "competir" la força externa.

Física Tema 9

4. Energia superficial. Tensió superficial.

a) Energia superficial.



Es defineix l'**energia superficial** com el treball negatiu fet per les forces de cohesió sobre una partícula de líquid en el procés hipotètic de fer-la pujar des de l'interior (punt A) cap a la superfície (punt B).

$$U_B^{\text{sup}} \equiv U_B^{\text{sup}} - U_A^{\text{sup}} = -W_{AB}^{\text{coh}} = -\int_A^B \vec{F}_{\text{coh}} \cdot d\vec{r} > 0$$

Física Tema 9

4. Energia superficial. Tensió superficial.

- A cada partícula de la superfície li correspon una energia superficial U_B^{sup}
- Per una superfície líquida donada, l'energia superficial total és

$$U_{\text{total}}^{\text{sup}} = N_{\text{superfície}} U_B^{\text{sup}}$$

on $N_{\text{superfície}}$ és el número de partícules en la superfície.

- Un increment de superfície va associat a un increment de $N_{\text{superfície}}$ que, al seu torn, implica un increment de l'energia superficial total \Leftrightarrow cal aportar energia externa al líquid per tal d'augmentar l'extensió de la seva superfície lliure.
- El quocient entre l'energia aportada i el increment de superfície resultant és una constant, que s'anomena **tensió superficial**: σ

$$\frac{\Delta U_{\text{total}}^{\text{sup}}}{\Delta S} = \sigma \quad [\sigma(T)]$$

Física Tema 9

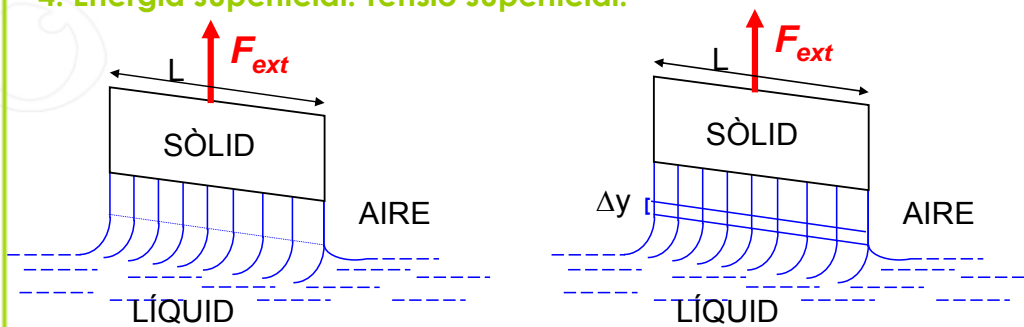
4. Energia superficial. Tensió superficial.

b) Descripció del concepte de tensió superficial utilitzant el llenguatge de les forces.

- Mecànicament, el que cal per augmentar una superfície lliure és "separar" les partícules de la superfície ("trenca-la") per fer lloc a les partícules que, procedents de l'interior, passen a situar-se en la superfície del líquid.

Física Tema 9

4. Energia superficial. Tensió superficial.



- F_{ext} ha de "trenca" els enllaços entre les partícules a banda i banda de la línia per deixar lloc a que una "nova filera" de partícules passi a la superfície augmentant-ne així la mida.

$$\Delta S = 2L\Delta y$$

Dues cares

$$W^{ext} = F_{ext} \cdot \Delta y = \Delta U_{tot}^{sup}$$

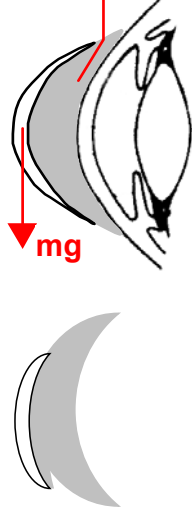
Conservació de l'energia

$$\sigma = \frac{\Delta U_{tot}^{sup}}{\Delta S} = \frac{F_{ext}}{2L}$$

Força per unitat de longitud al llarg de la qual es trenca la superfície.

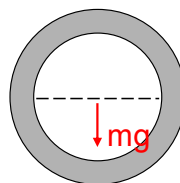
5. Exemples específics: pel·lícula lacrimal i lents de contacte.

Pel·lícula lacrimal



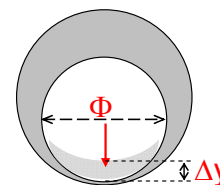
- Si la LC llisqués cap avall, augmentaria necessàriament la superfície lliure de la llàgrima.
- Això només seria possible si $(mg)_{LC}$ fos suficientment gran com per "trencar-la", permetent el pas de partícules interiors cap a la superfície.
- És possible? **NO**

5. Exemples específics: pel·lícula lacrimal i lents de contacte.



- $\sigma_{llàgrima} = 4 - 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$
 - $F_{ext} = mg = 2 - 3 \cdot 10^{-4} \text{ N}$
 - $\Phi \approx 0,01 \text{ m}$ → mida aproximada de la línia per on s'hauria de "trencar" la llàgrima si la LC llisqués cap avall
- } $\frac{F_{ext}}{\Phi} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ N/m} < \sigma_{llàgrima}$

Aquesta situació NO es pot donar



- P1) Posa un exemple de superfície sòlida + líquid per als quals l'angle de contacte sigui $\theta < \pi/2$ i un altre amb $\theta > \pi/2$.
- P2) En la interacció (lent de contacte)-(llàgrima), l'angle de contacte, θ , és tal que $\theta < \pi/2$ o bé $\theta > \pi/2$? Per què?
- P3) En el procés d'augmentar una superfície mitjançant una força externa, quina és la principal diferència entre una superfície sòlida elàstica (per exemple un tros de roba de punt) i la superfície lliure d'un líquid?
- P4) Tot i el seu pes (que és una força dirigida cap avall) les lents de contacte es mantenen unides a la còrnia sense lliscar cap avall. Això és possible gràcies a l'acció de la pel·lícula lacrimal que es troba entre les dues superfícies. En l'hipotètic procés de lliscament cap avall d'una lent de contacte col·locada sobre la còrnia, quin paràmetre de la llàgrima canviaria? Per quin motiu és impossible que es produeixi aquest canvi?

(b) Determinació de la tensió superficial amb el mètode de Wilhemy.

Al laboratori es mesurarà la tensió superficial de l'aigua, extraient un anell circular de dimensions conegudes de dins d'una massa d'aigua (veure Figura). Es tracta del mateix experiment explicat a la diapositiva 12 de l'apartat anterior utilitzant una anella en comptes d'una làmina metàl·lica. La força F mínima necessària per la extracció es mesura amb un dinamòmetre de torsió i el seu valor ens permet calcular la tensió superficial l'aigua amb la fórmula:

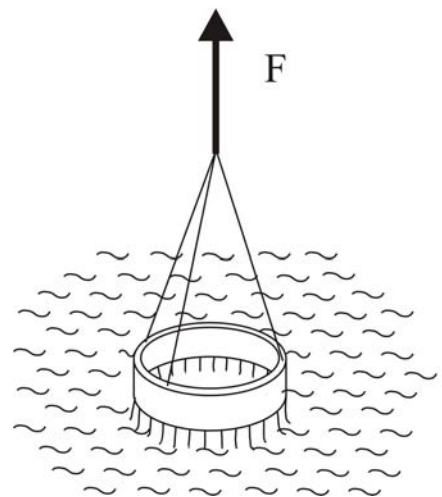
$$\sigma = \frac{F_{ext}}{2L}$$

En aquest cas la longitud L és la de l'anell circular:

$$L = 2\pi r$$

on,

$$2r = 19,65 \text{ mm}$$



- P5) Quin és el valor de la força F necessària per trencar la làmina líquida que es produeix en extreure l'anell de l'aigua? (s'ha de mesurar amb el dinamòmetre de torsió).
- P6) Calcular la tensió superficial σ de l'aigua, d'acord amb les indicacions descrites anteriorment, comparar el valor obtingut amb el que figura a les taules de la darrera pàgina. Comentar les possibles discrepàncies.
- P7) Seria possible mesurar la tensió superficial del mercuri fent l'experiment proposat amb un anell de vidre? Per què?

DETERMINACIÓ DEL COEFICIENT DE VISCOSITAT.

MATERIAL.

Suports, barres, pinces, proveta, esferes d'acer de diversos diàmetres, líquid problema (glicerina), peu de rei, regla graduada i cronòmetre.

DETERMINACIÓ DEL COEFICIENT DE VISCOSITAT A PARTIR DE LA LLEI DE STOKES.

En aquesta pràctica es determinarà el coeficient de viscositat de la glicerina. Per això s'utilitza una proveta plena d'aquest líquid (veure Fig.1) i unes petites esferes d'acer. Deixant caure amb compte una esfera en el líquid, s'observa com cau dins seu. S'aprecia que, després d'uns segons d'haver entrat en el líquid la velocitat de l'esfera esdevé constant i molt menor que la velocitat de caiguda en l'aire. Això passa degut a la força contrària al moviment que la glicerina, degut a la seva viscositat, fa sobre l'esfera. Aquesta força, F_r , és proporcional a la velocitat i es descriu mitjançant la llei de Stokes.

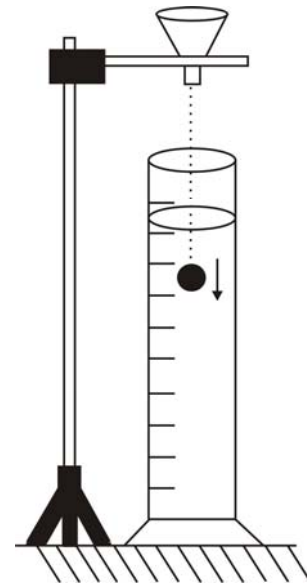


Figura 1

$$F_r = 6\pi r\eta v \quad (1)$$

on r és el radi de l'esfera, η el coeficient de viscositat de la glicerina i v la velocitat.

Mesurant experimentalment la velocitat de caiguda quan és constant i considerant les forces que actuen sobre l'esfera, es pot calcular el coeficient de viscositat de la glicerina aplicant la segona llei de Newton .

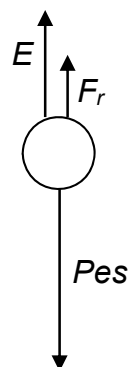
Un cop dins del líquid, sobre l'esfera metàl·lica actuen tres forces, el pes (Pes) a favor del moviment, i l'empenta (E) i la força de Stokes (F_r) en contra (veure figura). Aplicant la segona llei de Newton es té:

$$Pes - E - F_r = m \cdot a \quad (2)$$

En aquesta expressió Pes i E són forces constants amb valors:

$$Pes = mg = \rho_{esfera} \cdot V_{esfera} \cdot g \quad (3)$$

$$E = \rho_{glicerina} \cdot V_{esfera} \cdot g \quad (4)$$



Com que $\rho_{\text{esfera}} > \rho_{\text{glicerina}}$ llavors $Pes > E$ i, per tant, l'acceleració de la fórmula (2) és positiva (cap avall, a favor del moviment). Degut a aquesta acceleració la velocitat de l'esfera augmenta i la força de Stokes, F_r , també. Quan ha passat prou temps des de l'inici de la caiguda, el valor de F_r iguala al de $(Pes - E)$.

$$Pes - E - F_r = 0 \quad (5)$$

És a dir, l'acceleració s'anul·la i la velocitat esdevé constant amb un valor que rep el nom de velocitat límit, v_ℓ .

P1) Combinant les fórmules (1) i (5) trobar l'expressió matemàtica del coeficient de viscositat en funció de la velocitat límit.

L'expressió (1) de la llei de Stokes només és vàlida per un líquid d'extensió indefinida. Al laboratori la glicerina es troba en una proveta cilíndrica de radi R i per això s'haurà d'introduir un factor de correcció β que tingui en compte l'augment de les forces de viscositat que, degut a les parets del cilindre, actuen sobre l'esfera metàl·lica produint una disminució de la seva velocitat. Això significa que si la velocitat límit que es mesura experimentalment és v_ℓ^{ex} llavors la velocitat límit que s'haurà de considerar en la fórmula de Stokes serà

$$v_\ell = \beta v_\ell^{\text{ex}} \quad (6)$$

L'expressió de β és:

$$\beta = \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right) \quad (7)$$

on r és el radi de l'esfera i R és el radi interior de la proveta.

REALITZACIÓ DE L'EXPERIMENT.

S'ha de fer l'experiment amb esferes de quatre mides diferents, els diàmetres i les masses de les quals apareixen anotats, respectivament, en les primeres columnes la TAULA 1 i la TAULA 2. Per cada una d'elles s'ha de mesurar la velocitat límit v_ℓ^{ex} i, a partir d'aquest valor, calcular la velocitat límit corregida, v_ℓ .

(a) Mesura de la velocitat límit experimental, v_ℓ^{ex} .

Una vegada l'esfera hagi arribat a la velocitat límit, es mesura el temps, t , que tarda en recórrer una distància h coneguda (veure Figura 2). Llavors,

$$v_\ell^{\text{ex}} = h/t \quad (8)$$

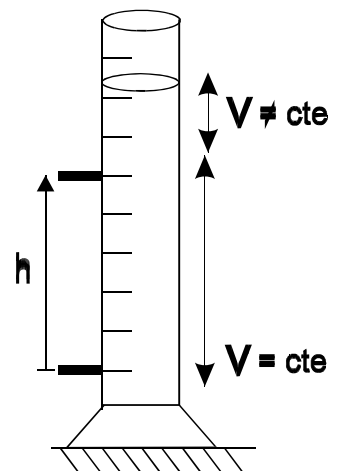


FIGURA 2

Per cada una de les mides d'esfera, convé mesurar el temps, t , varies vegades (tres o quatre), repetint l'experiment de caiguda.

- P2) Calcular el valor mig dels temps de caiguda, t_{mig} , per cada una de les mides d'esfera disponibles i anotar-lo a la TAULA 1. Amb aquest valor del temps, calcular les velocitats límit experimentals corresponents a cada mida i anotar-les també a la TAULA 1.

(b) Càlcul de la velocitat límit corregida, v_ℓ .

Mitjançant un peu de rei, mesurar el diàmetre de la proveta que conté la glicerina i calcular el corresponent radi, necessari per calcular el coeficient β (fórmula (7)).

- P3) Per cada mida d'esfera, calcular el factor de correcció β i la velocitat límit corregida (fórmula (6)). Anotar els resultats a la TAULA 1.

TAULA 1

Diàmetre (mm)	t_1, t_2, t_3, t_4 mesurats (s)	t_{mig} (s)	v_ℓ^{ex} (m/s) (experimental)	β	v_ℓ (m/s) (corregida)
5					
4					
3					
2					

- P4) Calcular la velocitat a la que arribaria cada una de les esferes si es deixessin caure en el buit des d'una alçada igual a la de la proveta i comparar-la amb la que s'ha mesurat en la glicerina (v_ℓ^{ex}).
- P5) Com serien les velocitats mesurades, si en comptes de glicerina la proveta contingués aigua? (respondre qualitativament)
- P6) En deixar caure les esferes metàl·liques, quines s'observa que cauen més de pressa: les de major o les de menor grandària? Explicar el per què.

(c) Càlcul del coeficient de viscositat de la glicerina.

Amb els valors de les masses, els diàmetres, les velocitats límit corregides de les esferes (TAULA 1), i sabent que la densitat de la glicerina és:

$$\rho_{gli} = 1\,224 \text{ Kg/m}^3$$

- P7) calcular el pes de les esferes i l'empenta que actua sobre elles per cada una de les mides i anotar-ho en la TAULA 2.
- P8) Per cada mida d'esfera, calcular el coeficient de viscositat de la glicerina mitjançant l'expressió deduïda en P1) i anotar el resultat a la darrera columna de la TAULA 2. És igual en tots els casos? Per què? Com hauria de ser?

TAULA 2

Diàmetre (mm)	Massa (g)	$Pes = mg$ (N)	$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$ (m ³)	$E = \rho_{gli} \cdot V_{esf} g$ (N)	η (Pa·s)
5	0,511				
4	0,265				
3	0,112				
2	0,035				

CONSTANT ELÀSTICA D'UNA MOLLA.

MATERIAL.

Suport amb una molla vertical, joc de pesos, escala mètrica i cronòmetre.

(a) PROCEDIMENT ESTÀTIC.

Prepareu l'experiment esquematitzat a la Figura 1. Sense penjar cap pes de la molla, i utilitzant l'indicador superior del regle graduat, localitzeu la posició de l'extrem inferior de la molla. Aquesta posició correspon a $x = 0$, en el vostre experiment.

Pengeu el portapesos a la molla i aneu afegint pesos de massa creixent (per exemple: 20 g, 40 g, 60 g, etc.). La massa del porta pesos és $m_{pp} = 10$ g.

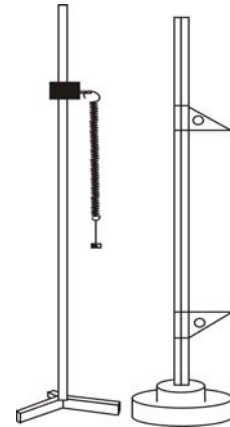


Figura 1

Per cada pes, anoteu a la TAULA 1 la massa total penjada, i l'allargament x experimentat per la molla, prenent com a referència la posició inicial localitzada anteriorment.

P1) Sense utilitzar la llei de Hooke, determineu en cada cas el valor de la força elàstica, F_{el} , que actua sobre la massa penjada i anoteu-lo a la tercera fila de la TAULA 1. Explicar en què es basa la determinació de F_{el} .

TAULA 1

$m(\text{Kg})$								
$x(\text{m})$								
F_{el}								

P2) Amb els resultats obtinguts construir una gràfica amb x en abscisses i F_{el} en ordenades. Està d'acord la representació gràfica amb la llei de Hooke ($F_{el} = k x$)? Per què?

P3) Calcular el valor de k a partir de la gràfica.

(b) PROCEDIMENT DINÀMIC.

Pengeu de la molla el primer dels pesos utilitzats a l'apartat anterior. A partir de la posició d'equilibri, desplaceu-lo lleugerament cap avall i deixeu-lo oscil·lar. Mesureu el temps, t , que tarda en fer 20 oscil·lacions. Llavors, el període T d'oscil·lació, T , que és el temps que tarda el pes en fer una única oscil·lació, és:

$$T = t/20$$

Repetiu l'operació per la resta de pesos i anoteu els resultats a la TAULA 2. Eleveu al quadrat els valors del període per cada massa i anoteu els resultats a la darrera fila de la TAULA 2

TAULA 2

m (Kg)							
$t(20 \text{ osc.})$ (s)							
T (s)							
T^2 (s ²)							

P4) Construïu una gràfica representant T^2 en ordenades i m en abscisses. Hauríeu d'obtenir una recta. Determineu el seu pendent.

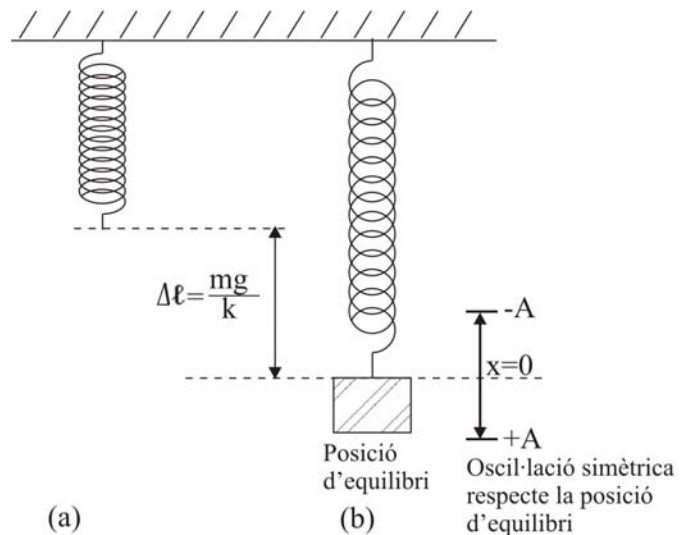


Figura 2

Interpretació dels resultats.

Quan fem oscil·lar en la direcció vertical un cos penjat a l'extrem d'una molla, s'observa que el moviment és simètric respecte a la posició d'equilibri. Si prenem $x = 0$ en la posició d'equilibri, llavors el cos oscil·la des de $(-A)$ a $(+A)$. A tots els punts de la trajectòria hi ha un allargament complementari, $\Delta\ell$, degut al pes i, per tant, l'allargament de la molla ve donat per $(\Delta\ell + x)$. El moviment és exactament el mateix que en el cas horitzontal, traslladat $\Delta\ell$ cap avall. El que s'observa està d'acord, evidentment, amb el resultat d'analitzar la força neta que actua sobre el cos en el cas esquematitzat a la Figura 2. Aquesta força és:

$$\sum F = \vec{F}_{el} + m \cdot \vec{g} \quad (1)$$

on, aplicant el conveni de signes:

$$F_{el} = -k (\Delta\ell + x) \quad (2)$$

Com que en la posició d'equilibri l'allargament de la molla és $\Delta\ell$, s'acompleix que:

$$k \cdot \Delta\ell = m \cdot g$$

i la suma de forces de la fórmula (1) resulta:

$$\sum F = -k \cdot x \quad (3)$$

que coincideix amb el valor de l'única força que actua sobre el cos unit a l'extrem d'una molla en el cas horitzontal.

D'acord amb la segona llei de Newton:

$$\sum F = -kx = ma$$

i a partir d'aquí es dedueix el valor del període d'oscil·lació, com s'ha vist a classe de teoria.

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4)$$

Quan la molla no és ideal (és a dir: amb massa $\neq 0$) una fracció m' de la seva massa també intervé en la l'oscil·lació, però aquest no serà el cas en l'experiència proposada.

Elevat al quadrat l'equació (4) s'obté:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m \quad (5)$$

que és del tipus $y = Ax$ i la seva representació gràfica (y en funció de x) és una recta que passa per l'origen de coordenades. En aquest cas les variables y i x es corresponen respectivament, amb T^2 i m , i la constant A , que és el pendent de la recta, es correspon amb $(4\pi^2/k)$. L'equació (5) és la que descriu teòricament la gràfica obtinguda experimentalment en P4).

- P5) Igualant el pendent obtingut en P4) a $(4\pi^2/k)$ determinar el valor de k . Coincideix amb l'obtingut en l'apartat (a)?. Explicar les possibles discrepàncies.
- P6) L'equació de moviment que descriu l'oscil·lació del cos unit a la molla,
 $x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \delta)$,
seria la mateixa (amb el mateix valor per les constants) per totes les masses que s'han fet oscil·lar? Per què?

ONES ESTACIONÀRIES EN UNA CORDA.

INTRODUCCIÓ.

Amb el muntatge de la Figura 1, provocarem una ona estacionària en una corda tensa mitjançant l'oscil·lador situat en un dels seus extrems (B). L'estudi d'aquesta ona ens permetrà determinar la longitud d'ona i la velocitat de propagació de les ones en la corda, i comprovar la relació que existeix entre aquesta velocitat, la tensió de la corda i la seva densitat lineal de massa.

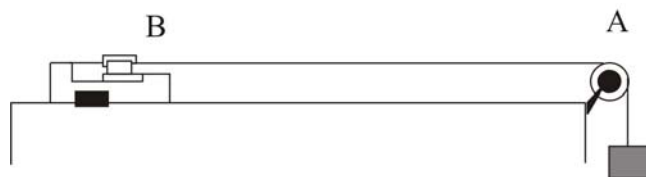


Figura 1

Com es veu a la Figura 1, la corda es manté tensa degut al pes penjat a l'extrem A. Com que el valor del pes serà conegut, la tensió de la corda es troba amb la condició d'equilibri:

$$Tensio = m \cdot g \quad (1)$$

L'extrem B de la corda està fixat a un oscil·lador de freqüència $\nu = 50$ Hz. La seva oscil·lació continuada provoca una ona harmònica que es reflecteix en A. L'ona reflectida viatja fins a B, on es torna a reflectir, i així successivament. Per tant, en la corda hi tenim ones harmòniques viatjant en sentits oposats que, en superposar-se, poden donar com a resultat una ona estacionària. Com es sap, això només passarà si s'acompleix la condició de ressonància:

$$L = n \frac{\lambda}{2} = \frac{n \nu}{2\nu} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

on L és la longitud de la corda, λ la longitud d'ona, ν la velocitat de propagació i ν la freqüència de l'oscil·lador (i de l'ona).

(a) DETERMINACIÓ DE LA VELOCITAT DE PROPAGACIÓ.

Quan es posa en marxa l'oscil·lador es veu que en la corda s'hi forma una ona estacionària o quasi estacionària. Varieu la tensió o bé la longitud de la corda fins aconseguir una ona estacionària amb nodes als seus extrems i nodes i ventres intermitjos ben diferenciats.

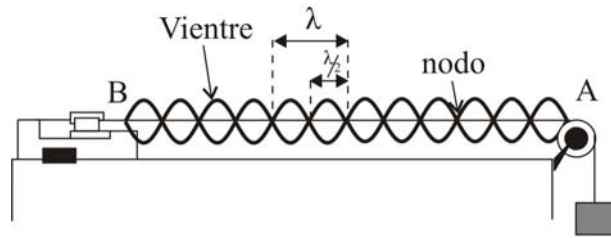


Figura 2

Tenint en compte que la distància entre dos nodes consecutius és $\lambda/2$ i que als extrems A i B hi ha d'haver nodes, aplicant la fórmula (2) es pot calcular λ , ja que L es pot mesurar i n coincideix amb el nombre de ventres de l'ona estacionària obtinguda.

Amb el valor de λ , es pot calcular la velocitat de propagació, mitjançant la coneguda expressió:

$$v = \lambda \cdot \nu \quad (3)$$

- P1) Dibuixar l'ona estacionària obtinguda.
 Determinar el valor de λ , i el de la velocitat de propagació v de les ones en la corda seguint les indicacions dels paràgrafs anterior.
 ¿Quant de temps tarda la perturbació en fer el recorregut B-A-B? ¿Es pot detectar experimentalment?

(b) OBTENCIÓ D'ONES ESTACIONÀRIES PER DIFERENTS VALORS DE n .

La velocitat de propagació d'una ona transversal en una corda perfectament elàstica depèn únicament de les seves propietats, en aquest cas la *Tensió* i la densitat lineal, μ , d'acord amb l'expressió:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Tensió}}{\mu}} \quad (4)$$

on, tal com s'ha dit a la introducció, la tensió de la corda té el mateix valor que el pes penjat d'ella.

- P2) ¿Quin és el valor de la *Tensió* en l'experiment estudiat a l'apartat (a) (fórmula (1))?
 A partir del resultat obtingut a la P1) per la velocitat de propagació, calculeu la densitat lineal de la corda mitjançant l'expressió (4).

- P3) Pesant un tros de la corda utilitzada, de longitud $\ell = 1$ m, deduïu el valor de la seva densitat lineal μ (Kg/m) i compareu el resultat amb el valor calculat a P2). Calcular la diferència entre els dos valors, i el tant per cent que representa aquesta diferència respecte al més gran dels dos. Esperàveu el resultat?
- P4) Partint de les fórmules (2) i (4), establir la relació que existeix entre el número de ventres de l'ona estacionària, n , i la *Tensió* de la corda.
- P5) Calcular la *Tensió* de la corda per $n = 1, 2, 3, 4$ i 5 . Reproduir experimentalment les diferents ones estacionàries pels valors calculats de la *Tensió*. Dibuixar les ones estacionàries obtingudes.

ONES EN DUES I TRES DIMENSIONS

1.- PREPARACIÓ DE LA PRÀCTICA.

La preparació prèvia a aquesta pràctica s'ha de fer responenent les preguntes contingudes en aquest apartat tot consultant els apunts i dossiers de classe, la bibliografia recomanada a la guia docent de l'assignatura, i l'explicació del desenvolupament de la pràctica que es fa en els apartats següents.

Al laboratori s'experimentarà amb ones que es propaguen en medis bi i tridimensionals. Per un costat s'originaran pertorbacions que es propagaran sobre la superfície de l'aigua continguda en una cubeta, o sigui, un medi bidimensional. També es faran experiències amb ones lluminoses que es propagaran a l'espai, un medi tridimensional.

Per l'estudi dels fenòmens associats a la propagació d'ones en medis bi i tridimensionals és molt útil introduir els conceptes de **front d'ona** i **raig**.

P1) Definir el concepte de front d'ona. Per que creus que no s'acostuma a parlar de fronts d'ona en el cas de pertorbacions que es propaguen en medis unidimensionals?

P2) Definir el concepte de raig. Quins raigs correspondrien a una ona harmònica que es propaga per una corda?

Les ones que es propaguen en medis bi i tridimensionals reben noms que responen a la forma geomètrica dels seus fronts d'ona. Casos especialment senzills són els de les ones planes, circulars o esfèriques.

P3) Dibuixar els fronts d'ona i els raigs corresponents a una ona plana que es propaga en un medi bidimensional, indicant què és cada cosa. Està previst visualitzar aquest tipus d'ona al llarg del desenvolupament de la pràctica? En quin medi es propaga? L'objecte que genera l'ona, és puntual o extens?

P4) Dibuixar els fronts d'ona i els raigs corresponents a una ona plana que es propaga en un medi tridimensional, indicant què és cada cosa. Està previst visualitzar aquest tipus d'ona al llarg del desenvolupament de la pràctica? En quin medi es propaga?

P5) Dibuixar els fronts d'ona i els raigs corresponents a una ona circular que es propaga en un medi bidimensional, indicant què és cada cosa. Està previst

visualitzar aquest tipus d'ona al llarg del desenvolupament de la pràctica? En quin medi es propaga? L'objecte que genera l'ona, és puntual o extens?

P6) Dibuixar els fronts d'ona i els raigs corresponents a una ona esfèrica que es propaga en un medi tridimensional, indicant què és cada cosa. Està previst visualitzar aquest tipus d'ona al llarg del desenvolupament de la pràctica?

P7) Amb el material disponible al laboratori (veure el que s'explica al respecte en l'apartat 2), es podrà canviar la freqüència de les ones que es propaguin sobre la superfície de l'aigua? Com? I la longitud d'ona?

2.- LA CUBETA D'ONES

Les ondulacions que es produeixen a la superfície de l'aigua (bassal, piscina, riu, ...) degudes a l'impacte d'un objecte és un fenomen que tothom ha observat alguna vegada. Si l'objecte llançat és petit, llavors les ondulacions es formen en cercles concèntrics al punt d'impacte. Si l'objecte és extens, llavors les ondulacions es formen en línies paral·leles al seu perímetre (veure Figura 1).

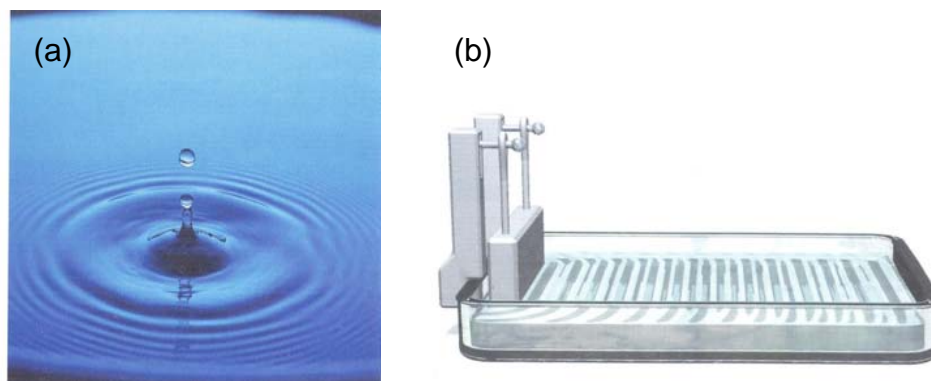


Figura 1 : Ondulacions produïdes per l'impacte d'un petit objecte sobre la superfície de l'aigua (a); i ondulacions superficials produïdes per l'impacte d'un objecte extens en l'aigua continguda en una cubeta d'ones (b).

(Figures extretes de P.A.Tipler i G.Mosca. *Física per a la ciència i la tecnologia*. Reverté 2010)

El que s'anomena cubeta d'ones és un recipient o cubeta que conté aigua sobre la superfície de la qual s'hi generen ondulacions mitjançant l'impacte de diferents objectes. La cubeta i els seus complements proporcionen un cert marge d'actuació pel que fa als paràmetres i característiques de les ones que s'hi produeixen.

a) *Ones circulars i planes.*

Per impactar sobre l'aigua es disposa de petits objectes acabats en punta (focus puntual) amb els que es generen ones circulars, i d'una regleta amb la bora afilada (focus extens) amb la que es generen ones planes (Figura 2).

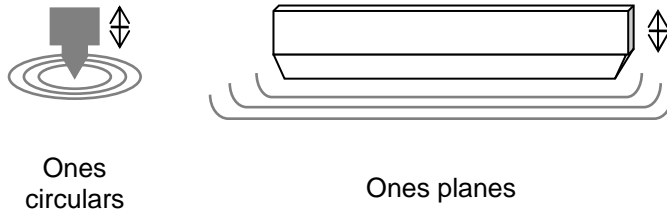


Figura 2: objectes amb els que s'impacta sobre la superfície de l'aigua. Es poden acoblar a un mecanisme que els fa oscil·lar en la direcció vertical.

b) *Freqüència.*

Tant les puntes, com la regleta, es poden unir a un mecanisme oscil·lador amb freqüència variable, de manera que els objectes impacten periòdicament i continuada sobre l'aigua produint una ona harmònica en la seva superfície (indicat a la Figura 2).

c) *Velocitat de propagació.*

La velocitat de propagació de les ones a la superfície de l'aigua és creixent amb la profunditat. Per aconseguir que en la cubeta hi hagi zones amb diferent velocitat de propagació, s'hi col·loquen plaques transparents recolzades sobre el fons, tal com indica la Figura 3. Si z és la coordenada de profunditat, com que $z_1 > z_2$, la velocitat de propagació de les ones a la superfície de l'aigua serà $v_1 > v_2$.



Figura 3: la velocitat de propagació de les ones d'aigua depèn de la profunditat z . Si $z_1 > z_2$, llavors $v_1 > v_2$.

d) *Longitud d'ona.*

Si la profunditat d'aigua no canvia, la velocitat de propagació és constant i, en relació a la freqüència i la longitud d'ona compleix:

$$v = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda = v/\nu$$

Per tant, per una mateixa profunditat, es podran obtenir diferents valors de la longitud d'ona canviant la freqüència (que és variable).

e) *Energia d'oscil·lació.*

El mecanisme d'oscil·lació també permet canviar l'energia de l'impacte i, per tant, l'amplitud d'oscil·lació de les ones produïdes.

P8) Per una ona circular com les que es provoquen a la cubeta d'ones, tindran la mateixa amplitud d'oscil·lació les partícules properes al focus emissor que les que es troben més allunyades? Per què?

2.1.- Visualització de les ones produïdes a la cubeta.

El fons de la cubeta és transparent i s'il·lumina des de sota de manera que les ondulacions queden projectades en una pantalla situada sobre la cubeta en forma de franges il·luminades i fosques que es corresponen, respectivament, als màxims (crestes) i mínims (valls) d'ondulació. A la Figura 4 s'hi representa un exemple corresponent a una ona plana. Cada una de les ondulacions actua com una petita lent convergent i, en passar a través d'elles, la llum que ve del focus "convergeix sobre el centre de les lents" o màxims d'ondulació, deixant sense llum les zones sobre els mínims.

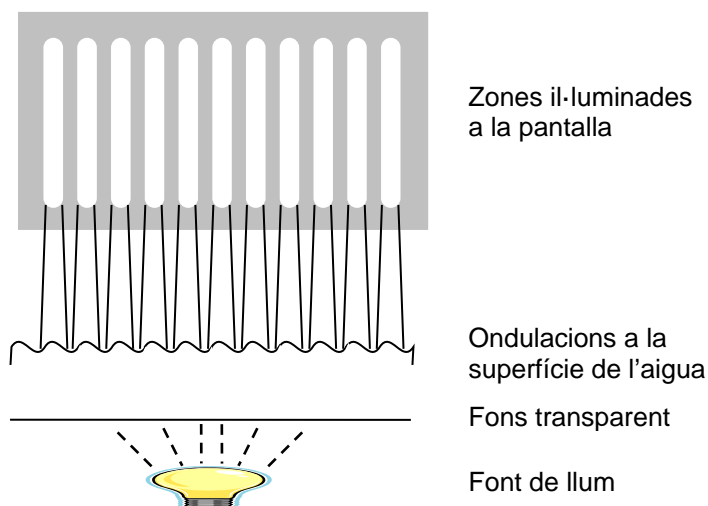


Figura 4: Visualització de les ones que es generen a la cubeta. Esquema d'il·luminació.

La separació entre dues franges il·luminades consecutives (de centre a centre, per exemple) és indicativa de la magnitud de la longitud d'ona.

P9) Si s'augmenta la freqüència d'oscil·lació de la regleta que produeix l'ona plana en la cubeta (Figura 4), les franges en la pantalla esdevindran més estretes o més amples? Per què?

2.- PROPAGACIÓ EN MEDIS BI- I TRIDIMENSIONALS. EXPERIMENTS PROPOSATS.

La superfície de l'aigua de la cubeta d'ones constitueix un medi bidimensional on es visualitzaran varis fenòmens típicament ondulatoris com: la propagació de l'ona (o avanç dels fronts d'ona), la reflexió, la refracció i la difracció.

En aquesta mateixa sessió, també tindreu l'oportunitat d'observar aquests mateixos fenòmens ondulatoris en el cas d'una ona plana emesa per una font de llum làser. En aquest cas el medi per on es propaga l'ona és l'espai real tridimensional.

a) Reflexió.

Quan s'interposa un obstacle en el camí de les ones, s'observa que aquestes són reflectides. A més, es pot comprovar visualment que la direcció dels "raigs" abans i després de la reflexió compleix el que s'espera segons la lleï de la reflexió.

P10) Quin és l'enunciat de la lleï de la reflexió? Il·lustreu-ho amb un dibuix.

Es podrà veure la reflexió produïda als següents casos:

- amb una làmina plana.
- amb una paràbola: comprovareu que si es situa la font puntual al focus, l'ona reflectida que surt de la paràbola és aproximadament plana. Fent incidir una ona plana, aquesta es concentra, després de reflectir-se, en un punt proper a la paràbola, que és el que s'anomena focus.
- amb una el·lipse: es veurà que si es col·loca la font puntual en un dels seus focus, les ones que surten d'ella i es reflecteixen a l'el·lipse convergeixen en un punt, que és l'altre focus de l'el·lipse.

P11) Per una ona circular com les que es provoquen a la cubeta d'ones, si col·loquem una paret plana en el camí de propagació de l'ona, aquesta es reflectirà. Com seran els fronts d'ona corresponents a l'ona reflectida?. On es trobaria el focus corresponent a l'ona reflectida? Dibuixeu-los.

b) Refracció.

Si l'ona passa d'un medi a un altre on la velocitat de propagació és diferent, llavors varia la seva direcció de propagació d'acord amb la lleï de Snell.

P12) Quin és l'enunciat de la lleï de Snell en funció de les velocitats de propagació? Il·lustreu-ho amb un dibuix.

En el cas de les ones sobre la superfície de l'aigua a la cubeta, la velocitat de propagació depèn de la profunditat de l'aigua. Si es col·loca un graó sobre la base de la cubeta, la profunditat de l'aigua esdevé menor sobre el graó que sobre la resta de la cubeta. Llavors les ones que es propaguen sobre la superfície passen d'una zona de velocitat de propagació v a una altra amb velocitat $v' < v$ i s'observa el fenomen de la refracció.

P13) En la cubeta representada a la Figura 3, amb dos nivells de profunditat, s'hi té una ona harmònica de freqüència ν , que es propaga d'esquerra a dreta. Canviarà la longitud d'ona al llarg del seu recorregut per la cubeta? En cas afirmatiu explicar com canviarà i per què.

c) *Difracció.*

La difracció a través d'una escletxa té lloc quan s'interposa un obstacle amb una petita escletxa en el camí de les ones produïdes per una font. En principi es podria esperar que després de l'obstacle l'ona només arribés als punts als que es pot arribar mitjançant propagació rectilínia, com si els raigs es comportessin com un feix de partícules (veure Figura 5a). No obstant, el que s'observa és que l'ona arriba a punts darrera de l'obstacle que semblaven inaccessibles a ella. En passar l'escletxa, aparentment, els raigs es corben al voltant de les vores de la petita escletxa i arriben a punts als que una propagació rectilínia no permetria (veure Figura 5b). Quan la mida de l'escletxa és comparable a la longitud d'ona, és més apreciable el fenomen de la difracció.

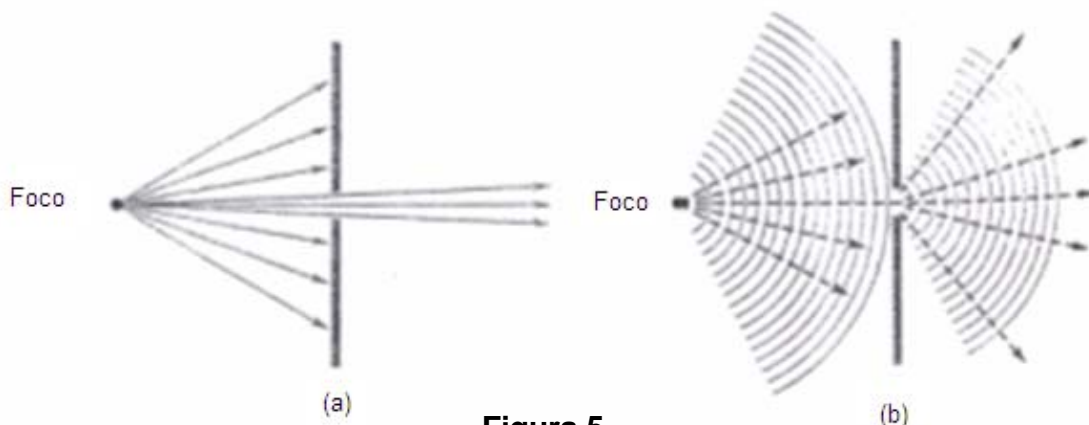


Figura 5

P14) Penseu quina mida ha de tenir l'escletxa per apreciar la difracció amb les nostres ones d'aigua, amb ones de mar, i amb llum visible.

4.- EXPLICACIÓ TEÒRICA. PRINCIPI DE HUYGENS.

Per entendre alguns dels fenòmens que se produeixen amb ones en dos i tres dimensions és útil tenir present un principi que dóna una imatge intuïtiva d'aquests fenòmens. Aquest és el Principi de Huygens, que permet trobar de forma geomètrica el front d'ones en un determinat instant si es coneix com és en un instant anterior. El principi estableix que cada punt d'un front d'ones es pot considerar com a font de petites ones secundàries que es propaguen en totes direccions amb la mateixa velocitat que les primàries. El nou front d'ones s'obté per superposició de totes les ones secundàries, i com es veu a la Figura 6, coincideix amb l'envoltant de les ones secundàries.

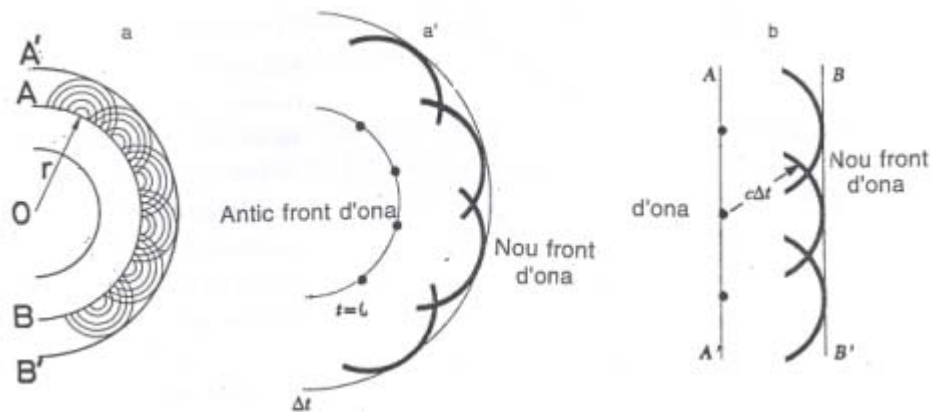


Figura 6

Amb el Principi de Huygens es pot entendre la reflexió i la refracció d'ones en la frontera entre dos medis en els que la velocitat de propagació de les ones és diferent. El mateix Principi permet explicar també, de forma senzilla, el fenomen de la difracció.

Segons aquest Principi cada punt de l'escletxa actua com una font d'ones, per tant, si l'escletxa és suficientment petita, després d'ella l'ona serà pràcticament circular, com es mostra a la Figura 7.

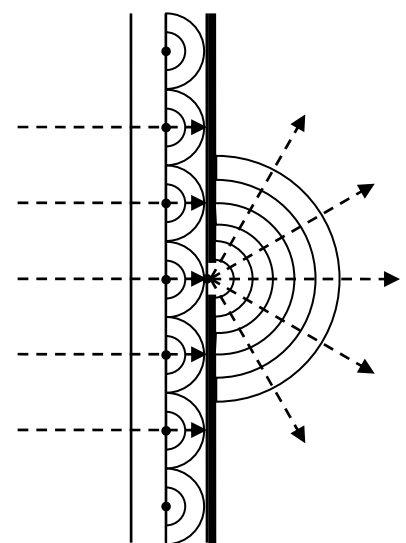
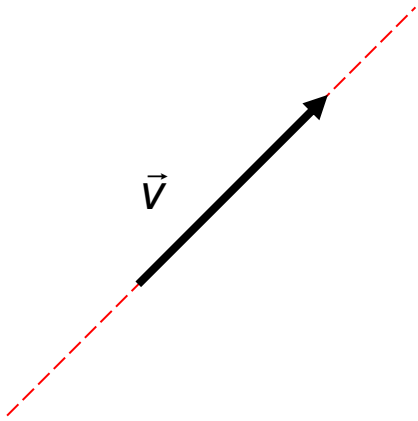


Figura 7

VECTORS



Vector:

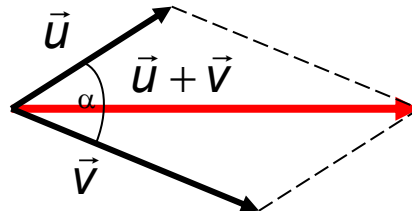
- Mòdul $|\vec{v}| = v$
- Direcció
- Sentit
- Punt d'aplicació

Àlgebra vectorial

(Física → ESPAI VECTORIAL \mathbb{R}^3)

- ($\mathbb{R}^3, +$)

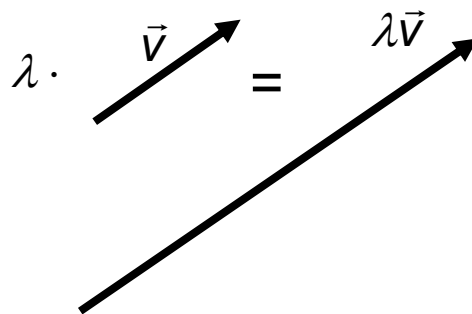
Suma vectorial



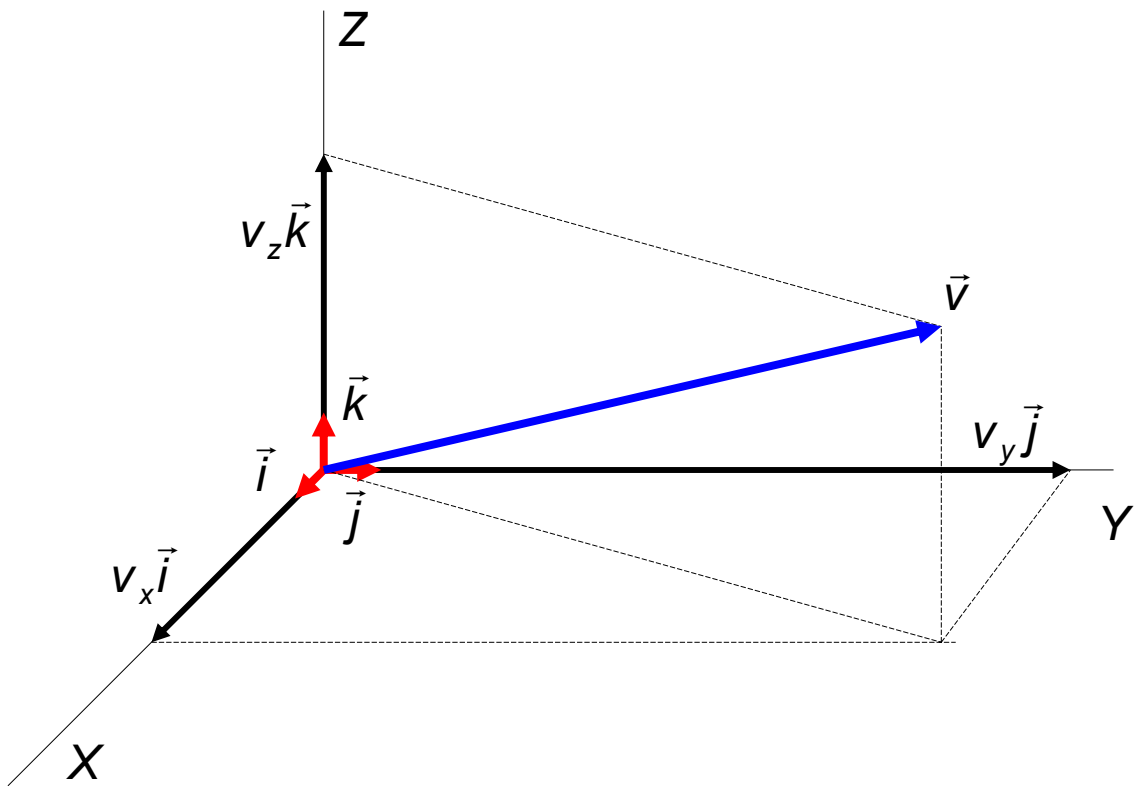
mòdul de la suma: $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{|u|^2 + |v|^2 + 2|u||v|\cos\alpha}$

- ($K, +, \cdot$)

Multiplicació per un escalar



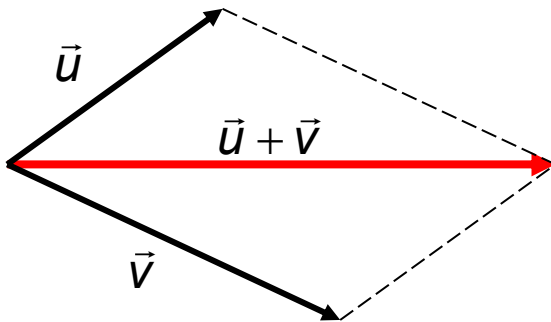
Base cartesiana ortonormal : $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$



$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

Components cartesianes del vector: (v_x, v_y, v_z)

* Suma vectorial

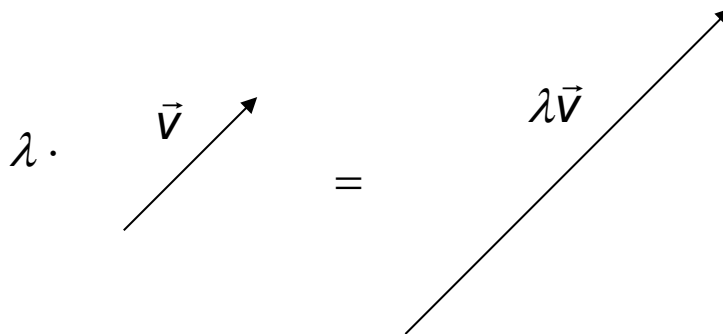


$$\vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_x + v_x) \vec{i} + (u_y + v_y) \vec{j} + (u_z + v_z) \vec{k}$$

* Multiplicació per un escalar



$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

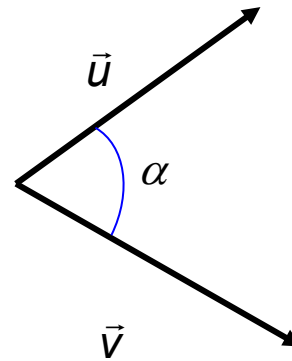
$$\lambda \vec{v} = \lambda v_x \cdot \vec{i} + \lambda v_y \cdot \vec{j} + \lambda v_z \cdot \vec{k}$$

* Producte escalar

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \alpha$$

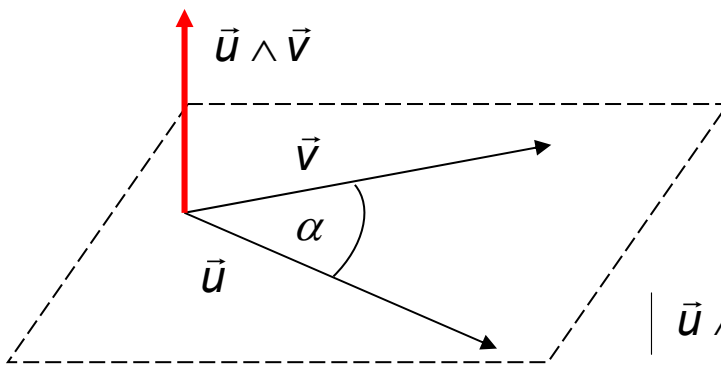
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y + u_z \cdot v_z$$

$$\left(\vec{i} \cdot \vec{i} = 1, \vec{i} \cdot \vec{j} = 0 \right)$$



mòdul d'un vector: $|\vec{u}| = +\sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}} = +\sqrt{u_x u_x + u_y u_y + u_z u_z}$

* Producte vectorial



$$|\vec{u} \wedge \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \alpha$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{l} \vec{i} \wedge \vec{i} = \vec{0} \\ \vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k} \end{array} \right)$$

* Anàlisi vectorial

Vector funció d'un escalar

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k}$$

Derivada d'un vector

$$\frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \cdot \vec{k}$$

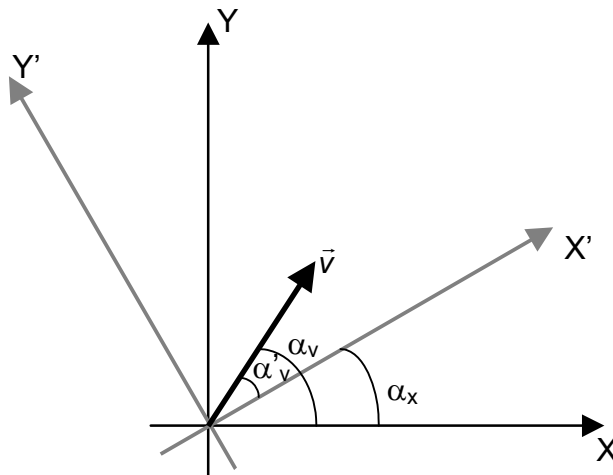
Integral d'un vector

$$\int \vec{v}(t) dt = \left(\int v_x(t) dt \right) \cdot \vec{i} + \left(\int v_y(t) dt \right) \cdot \vec{j} + \left(\int v_z(t) dt \right) \cdot \vec{k}$$

*Definida llevat d'un vector constant,
donat per les condicions inicials*

VECTORS. CASOS PRÀCTICS.

- (1). Donats els vectors $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$, trobar:
- les seves longituds;
 - el seu producte escalar $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$;
 - el vector suma $\mathbf{a} + \mathbf{b}$;
 - el producte vectorial $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$ i també $\mathbf{b} \wedge \mathbf{a}$;
 - són els vectors \mathbf{a} i \mathbf{b} paral·lels?
 - l'angle que formen;
 - construir un vector unitari en la direcció del vector \mathbf{a} ;
 - donar la expressió d'un vector unitari en la direcció perpendicular a la dels vectors \mathbf{a} i \mathbf{b} .
- (2).



Els sistemes de coordenades XY i X'Y' tenen el mateix origen i formen entre si un angle $\alpha_x = 30^\circ$. En el sistema XY les components del vector \mathbf{v} són:

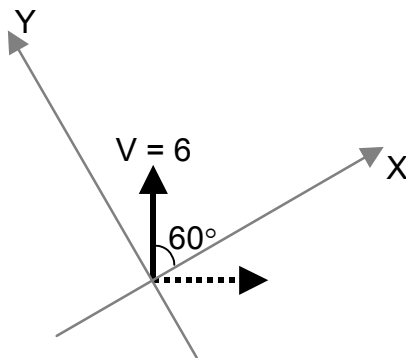
$$\vec{v} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$$

- determinar l'angle α_v que forma aquest vector amb l'eix X;
- determinar l'angle α'_v que forma aquest vector amb l'eix X'
- en el sistema de coordenades X'Y', les components del vector \mathbf{v} són:

$$\vec{v} = v_{x'}\vec{i}' + v_{y'}\vec{j}'$$

Quins són els valors de $v_{x'}$ i $v_{y'}$?

- (3). El vector \mathbf{v} de la figura té mòdul $v = 6$, direcció vertical i sentit cap amunt. L'eix X de la figura forma un angle $\alpha = 60^\circ$ amb la vertical.



Quines són les components del vector segons els eixos XY de la figura? I si el vector fos horitzontal i cap a la dreta amb el mateix mòdul?

- (4). En un sistema de coordenades orientat aleatòriament, com per exemple el que apareixia a la figura corresponent al problema anterior, el vector \mathbf{v} es descriu com:

$$\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j}.$$

a) Si les coordenades x i y depenen del temps d'acord amb:

$$x = 2t$$

$$y = 2t$$

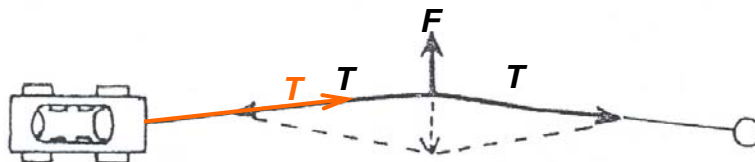
Dibuixar el vector \mathbf{v} en els instants $t = 0, 1, 2, 3$ i 4 s.

b) Fer el mateix pel vector \mathbf{v}' , amb coordenades:

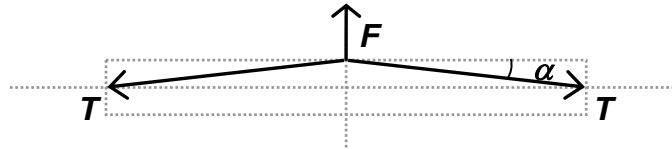
$$x' = 2t$$

$$y' = 8 - 2t$$

- (5)

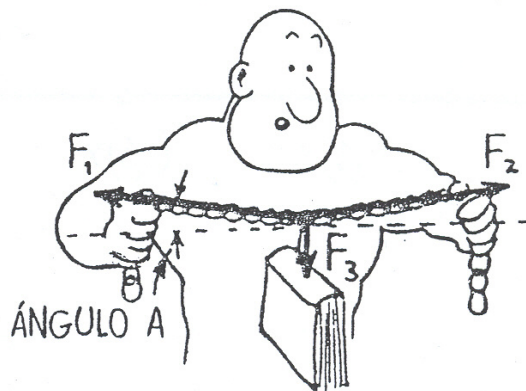


El cotxe de la figura es troba encallat i per moure'l es disposa d'una corda llarga que s'ha fixat a un arbre. Per tal de tensar la corda es fa una força, F , en la direcció transversal, que la deforma lleugerament. La tensió, T , que adquireix la corda actua sobre el cotxe i amb ella es pot intentar desencallar-lo. La situació de la figura de sota és la de màxima deformació possible, el que vol dir que la resultant de les tres forces representades és nul·la.



- Calcular la tensió de la corda (força sobre el cotxe) si la força aplicada és $F = 500 \text{ N}$, i la deformació produïda orienta la corda amb un angle $\alpha = 5^\circ$ respecte l'horitzontal (veure figura).
- Quantes vegades més gran que la força F resulta ser la tensió obtinguda (T/F)?

- Creus que seria bona idea aixecar un llibre amb les forces F_1 i F_2 que realitza l'home de la figura?



CASOS PRÀCTICS DE VECTORES. SOLUCIONS

(1)

a)

$$|\vec{a}| = 7,07$$

$$|\vec{b}| = 6,4$$

b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -25$

c) $\vec{a} + \vec{b} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + \hat{k}$

d)

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = 34\hat{i} - 13\hat{j} + 10\hat{k}$$

$$\vec{b} \wedge \vec{a} = -34\hat{i} + 13\hat{j} - 10\hat{k}$$

e) No

f) $\alpha = \pm 123,5^\circ = \pm 2,15 \text{ rad}$

g) $\vec{u}_a = \frac{3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\vec{k}}{7,07}$

h) $\vec{u}_\perp = \frac{34\hat{i} - 13\hat{j} + 10\hat{k}}{37,75}$

2.

a) $\alpha_v = 56,31^\circ$

b) $\alpha_v' = 26,31^\circ$

c)

$$v_x' = 6,46$$

$$v_y' = 3,2$$

3)

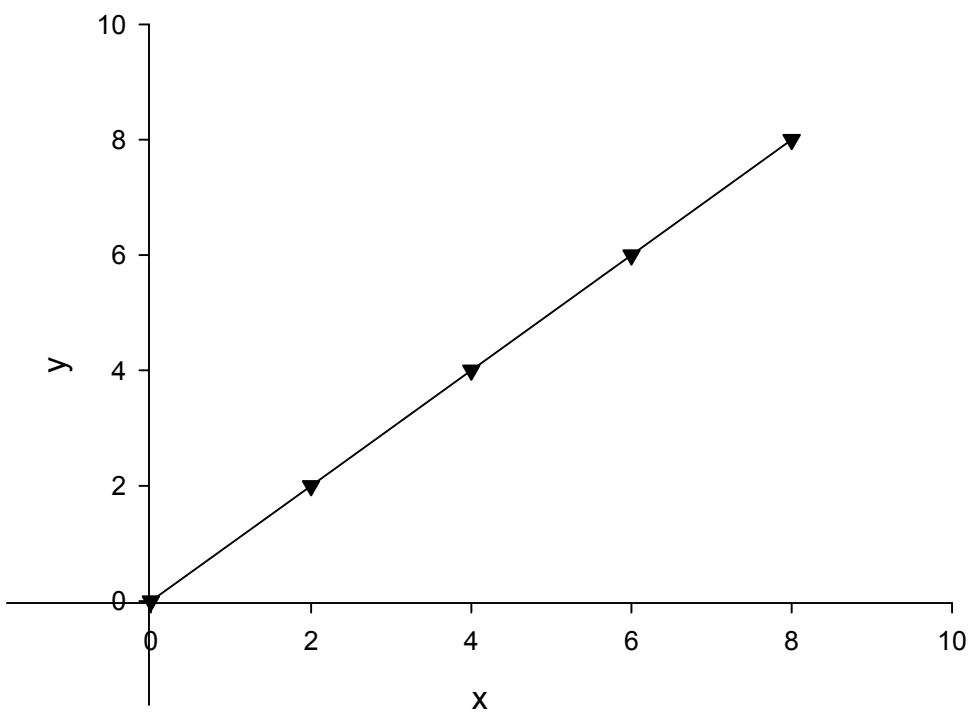
$$V_x = 3 \quad V_x' = 5,2$$

$$V_y = 5,2 \quad V_y' = -3$$

4)

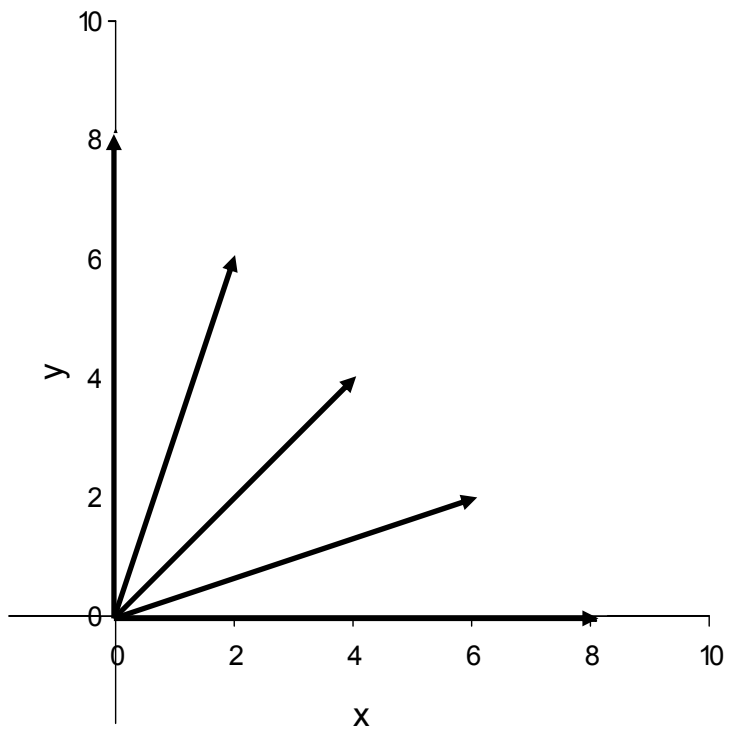
a)

$t(\text{s})$	0	1	2	3	4
\vec{v}	0	$2(\vec{i} + \vec{j})$	$4(\vec{i} + \vec{j})$	$6(\vec{i} + \vec{j})$	$8(\vec{i} + \vec{j})$



b)

$t(\text{s})$	0	1	2	3	4
\vec{v}	$8\vec{j}$	$(2\vec{i} + 6\vec{j})$	$(4\vec{i} + 4\vec{j})$	$(6\vec{i} + 2\vec{j})$	$8\vec{i}$



5) a) 2 868,4 N

b) $\frac{T}{F} = 5,7$

6) No. Com més petit sigui l'angle, més gran serà la força que s'haurà d' aplicar per tal d'equilibrar el pes del llibre.

TAULES ÚTILS

PROPIETATS D'ALGUNES SUBSTÀNCIES USUALS (T ≈ 2°C)

Substància	Densitat	Mòdul de Young	Tensió superficial	Coef. de viscositat	Resistivitat
	(Kg/m ³)	(N/m ²)	(N/m)	(Pa·s)	(Ω·m.)
Alumini	2700	7,2 a 7,5·10 ¹⁰	-	-	2,8·10 ⁻⁸
Zenc	7100	-	-	-	5,9·10 ⁻⁸
Coure	8900	10,5 a 13,2·10 ¹⁰	-	-	1,7·10 ⁻⁸
Estany	7300	-	-	-	13,0·10 ⁻⁸
Ferro dol.	7600	-	-	-	9,8·10 ⁻⁸
Acer	7600	-	-	-	-
Níquel	8900	-	-	-	6,9·10 ⁻⁸
Or	19300	-	-	-	3,8·10 ⁻⁸
Plata	10500	7,1 a 7,4·10 ¹⁰	-	-	1,6·10 ⁻⁸
Plom	11300	1,6·10 ¹⁰	-	-	20,6·10 ⁻⁸
Llautó	8400 - 8700	8 a 10,5·10 ¹⁰	-	-	8,0·10 ⁻⁸
Constantan	8900	-	-	-	49,0·10 ⁻⁸
Invar	8000	-	-	-	81,0·10 ⁻⁸
Manganina	8500	-	-	-	44,0·10 ⁻⁸
Vidre ord.	2400 - 2800	5 a 8·10 ¹⁰	-	-	-
Ebonita	1150	-	-	-	-
Parafina	870 - 910	-	-	-	-
Mercuri	13600	-	0,48	1,6·10 ⁻³	95,8·10 ⁻⁸
Agua	1000	-	0,0722	0,9·10 ⁻³	-
Alcohol ord.	800	-	0,0223	1,2·10 ⁻³	-
Èter	700	-	0,017	0,23·10 ⁻³	-
Benzina	800	-	0,0289	0,65·10 ⁻³	-
Glicerina	1300	-	0,0634	1490·10 ⁻³	-
Oli	900	-	0,032	84·10 ⁻³	-
Nichrome	-	-	-	-	100·10 ⁻⁸

PROPIETATS DE L'AIGUA

Temperatura (°C)	Densitat (Kg/m³)	Tensió superficial (N/m)	Coefficient de viscositat (Pa·s)
0	999,87	0,07564	0,00179
5	999,99	0,07492	0,00152
10	999,73	0,07422	0,00131
15	999,14	0,07349	0,00114
20	998,25	0,07275	0,00101
25	997,1	0,07197	0,00089
30	995,67	0,07118	0,0008
40	992,2	0,06956	0,00067
50	988,1	0,06791	0,00055
60	983,2	0,06618	0,00047
70	977,8	0,06442	0,00041
80	971,8	0,06261	0,00036
90	965,3	0,06075	0,00032
100	958,4	0,05885	0,00028