

PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL

**Unidad 8:
8.2 Asociación de lente delgada y espejo**

Jaume Escofet



Uso de este material

Copyright  2011 by Jaume Escofet

El autor autoriza la distribución de la versión electrónica de **Problemas de  ptica Geométrica e Instrumental. Unidad 8: 8.2 Asociación de lente delgada y espejo** sin previo consentimiento del mismo siempre que se haga de forma gratuita. Se prohíben expresamente la venta, distribución, comunicación pública y alteración del contenido. Por versión electrónica se entiende exclusivamente el archivo en formato PDF; las versiones impresas est n sujetas a los usos definidos en la Ley de la Propiedad Intelectual o los acuerdos que puedan tomarse con el autor. El permiso sobre el uso del archivo en formato PDF incluye la realización de una copia impresa para uso exclusivamente personal. Se prohíbe también el paso del archivo electrónico a otro formato a excepción de aquéllos que permitan la compresión, facilitando así su almacenamiento. El autor se reserva el derecho de modificar el contenido tanto textual como de gráficos e imágenes sin necesidad de especificar versiones de trabajo y sin previo aviso por ningún medio.

Terrassa, Noviembre de 2011.

UNIDAD 8. PROBLEMAS DE ASOCIACIÓN DE LENTE DELGADA Y ESPEJO

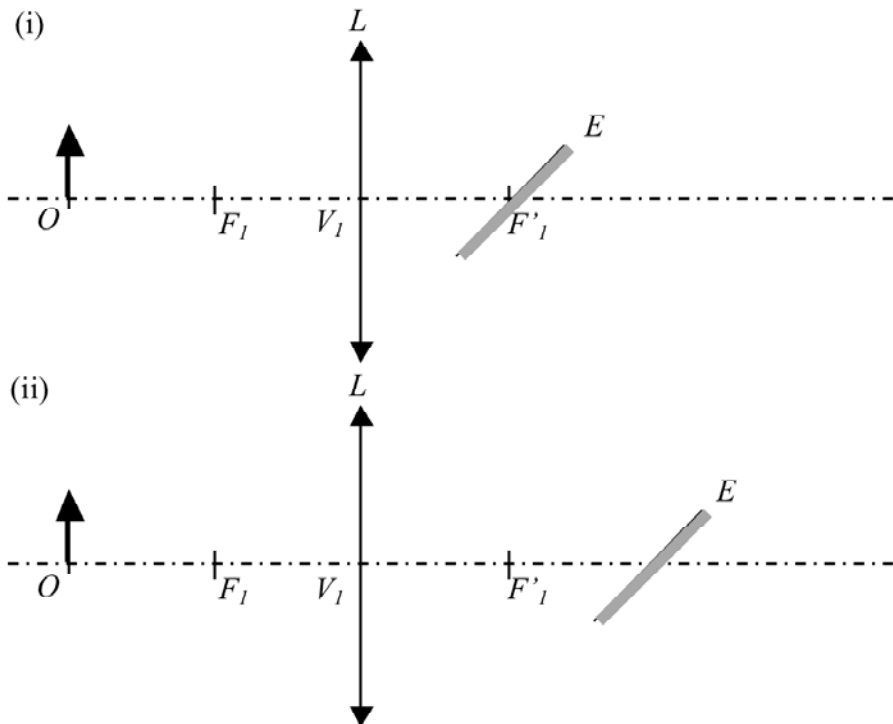
1. Un objeto de 30 mm de altura se encuentra situado 200 mm delante de una lente delgada positiva, L , cuya distancia focal es de 100 mm. Detrás de la lente está situado un espejo plano, E , inclinado 45° respecto del eje óptico según se muestra en la figura. Determina:

- La posición de la imagen final.
- El carácter de la imagen final.
- El tamaño de la imagen final.

Considera:

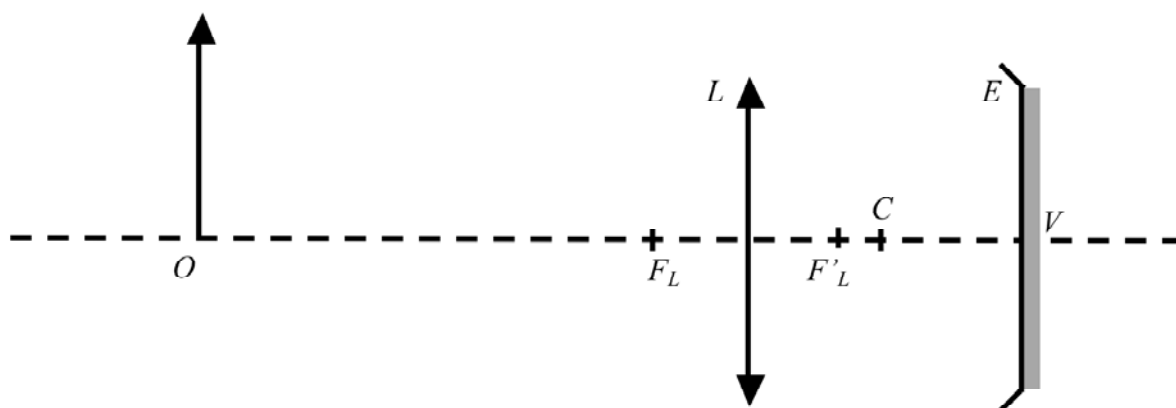
- $LE = 100$ mm
- $LE = 200$ mm

R/



2. Sea el sistema de la figura:

$$LO = -600 \text{ mm}; \quad f'_L = +100 \text{ mm}; \quad R = -150 \text{ mm}; \quad LE = +300 \text{ mm}; \quad y = 50 \text{ mm}.$$



Determina:

- La posición de la imagen final.
- El carácter de la imagen final.
- El aumento de la imagen final.
- El tamaño de la imagen final.

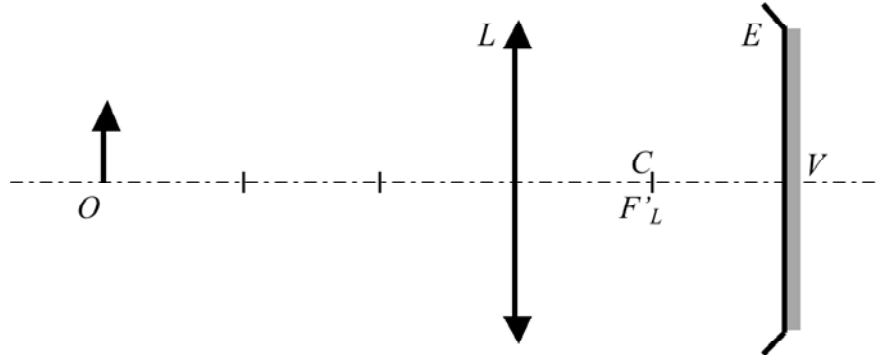
Resuelve el sistema a partir de:

- Las imágenes formadas por cada elemento de la asociación.
- El espejo equivalente asociado.

R/ a) $LO' = 240 \text{ mm}$; b) Real,; c) $m = -1/5$; d) $y' = -10 \text{ mm}$.

3. Sea el sistema de la figura:

$$LO = -1200 \text{ mm}; \quad f'_L = +400 \text{ mm}; \quad R = -400 \text{ mm}; \quad LE = +800 \text{ mm}.$$



Determina:

- La posición de la imagen final.
- El carácter de la imagen final.
- El aumento de la imagen final.

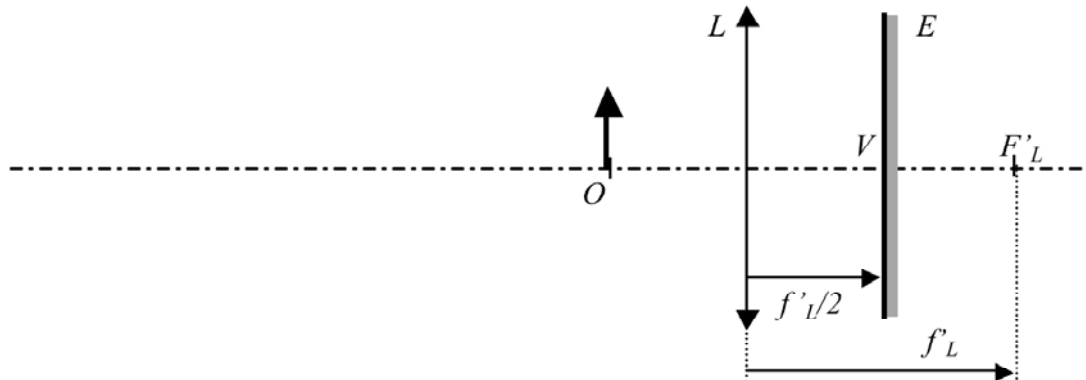
Resuelve el sistema a partir de:

- Las imágenes formadas por cada elemento de la asociación.
- El espejo equivalente asociado.

R/ a) $LO' = -400 \text{ mm}$; b) Real; c) $m = +1$.

4. Sea el sistema de la figura:

$$LO = -300 \text{ mm}; \quad f'_L = +600 \text{ mm}; \quad E: \text{Espejo plano}; \quad LE = 300 \text{ mm}.$$



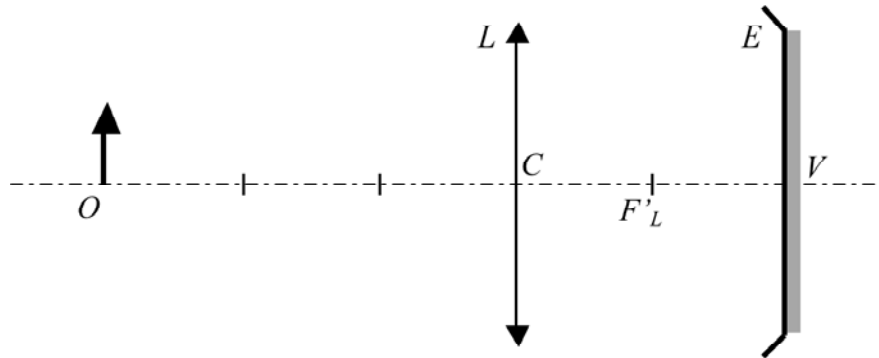
Determina:

- La posición del v rtice del espejo equivalente LV_{eq} .
- La posición del centro del espejo equivalente LC_{eq} .
- El radio, R_{eq} , del espejo equivalente.
- La posición de la imagen final LO' .
- El carácter de la imagen final.
- El aumento de la imagen final.

R/ a) $LV_{eq} = 600 \text{ mm}$; b) $LC_{eq} = -600 \text{ mm}$; c) $R_{eq} = -1200 \text{ mm}$; d) $LO' = -1200 \text{ mm}$;
e) Real; f) $m = -2$.

5. Sea el sistema de la figura:

$$LO = -1200 \text{ mm}; \quad f'_L = +400 \text{ mm}; \quad R = -400 \text{ mm}; \quad LE = +800 \text{ mm}.$$



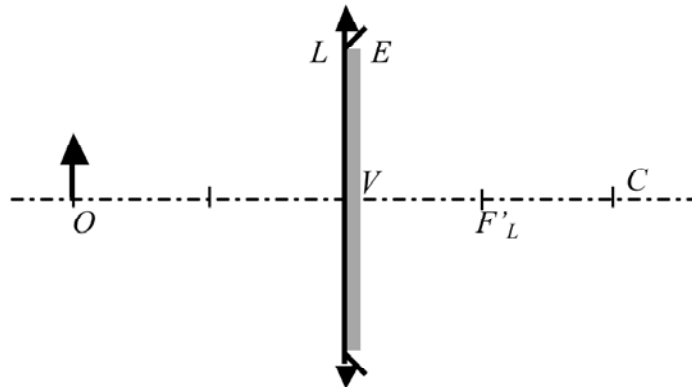
Determina:

- La posición del vértice del espejo equivalente LV_{eq} .
- La posición del centro del espejo equivalente LC_{eq} .
- El radio, R_{eq} , del espejo equivalente.
- La posición de la imagen final LO' .
- El carácter de la imagen final.
- El aumento de la imagen final.

R/ a) $LV_{eq} = -800 \text{ mm}$; b) $LC_{eq} = 0 \text{ mm}$; c) $R_{eq} = 800 \text{ mm}$; d) $LO' = -600 \text{ mm}$; e) Real;
f) $m = +1/2$.

6. Sea el sistema de la figura:

$$LO = -800 \text{ mm}; \quad f'_L = +400 \text{ mm}; \quad R = 800 \text{ mm}; \quad LE = 0 \text{ mm}.$$



Determina:

- La posición del vértice del espejo equivalente LV_{eq} .
- La posición del centro del espejo equivalente LC_{eq} .
- El radio, R_{eq} , del espejo equivalente.
- La posición de la imagen final LO' .
- El carácter de la imagen final.
- El aumento de la imagen final.

R/ a) $LV_{eq} = 0 \text{ mm}$; b) $LC_{eq} = -800 \text{ mm}$; c) $R_{eq} = 800 \text{ mm}$; d) $LO' = -800 \text{ mm}$; e) Real;
f) $m = -1$.

Comentario general a los problemas de asociaci3n de lente delgada y espejo

En la asociaci3n de una lente delgada L y un espejo esférico E la luz atraviesa la lente delgada L dos veces debido a la reflexi3n de la luz en el espejo E . Debe calcularse en primer lugar la posici3n de la imagen formada por la lente L . La imagen anterior es objeto para el espejo E . Se busca, a continuaci3n, la posici3n de la imagen formada por el espejo E . La luz que incide en la lente L después de reflejarse en el espejo E ha cambiado de sentido. Si inicialmente viajaba de izquierda a derecha ahora viaja de derecha a izquierda, direcci3n contraria al criterio de signos adoptado en todas las f3rmulas utilizadas hasta ahora, y condici3n que debe tenerse en cuenta a la hora de aplicar la ecuaci3n de Descartes que determina la posici3n de la imagen formada por la lente delgada L a la vuelta.

Para determinar la posici3n de la imagen formada por la lente delgada L a la vuelta se puede proceder de dos maneras.

1. Esquemmatizando el problema de manera que la luz incida de izquierda a derecha. Para ello debe cambiarse la orientaci3n de todos los elementos del sistema.

La figura 1 esquematiza la formaci3n de la imagen de la lente delgada L cuando la luz incide de derecha a izquierda.

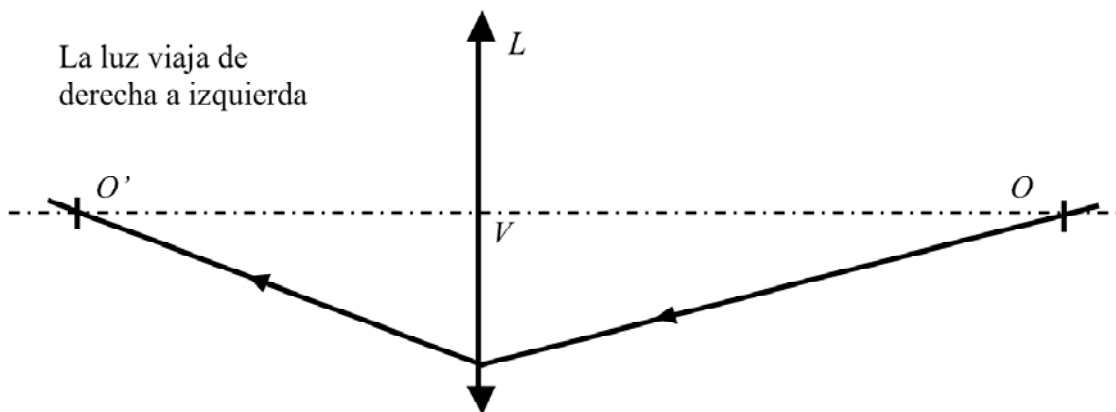


Figura 1

Para poder aplicar la f3rmula de Descartes la luz debe incidir de izquierda a derecha, para ello debe cambiarse la orientaci3n del sistema según se muestra en la figura 2.

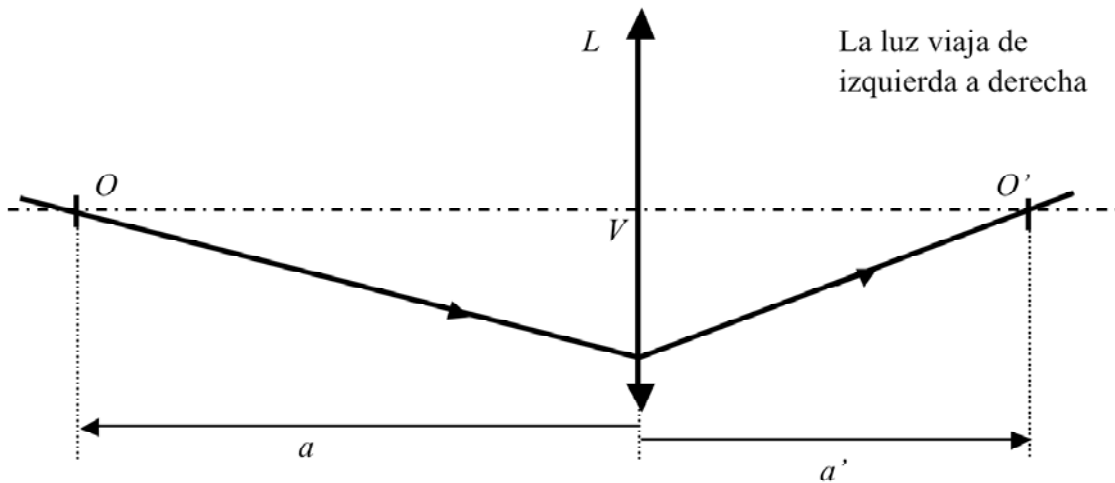


Figura 2

Finalmente, una vez obtenidos los resultados se esquematiza el problema en su configuración inicial (figura 1) de la forma:

$$VO = -a; \quad VO' = -a'.$$

2. Aplicando la reversibilidad del rayo de luz. En este caso no cambiamos la orientación del sistema de la figura 1 y esquematizamos el sistema de la manera siguiente:

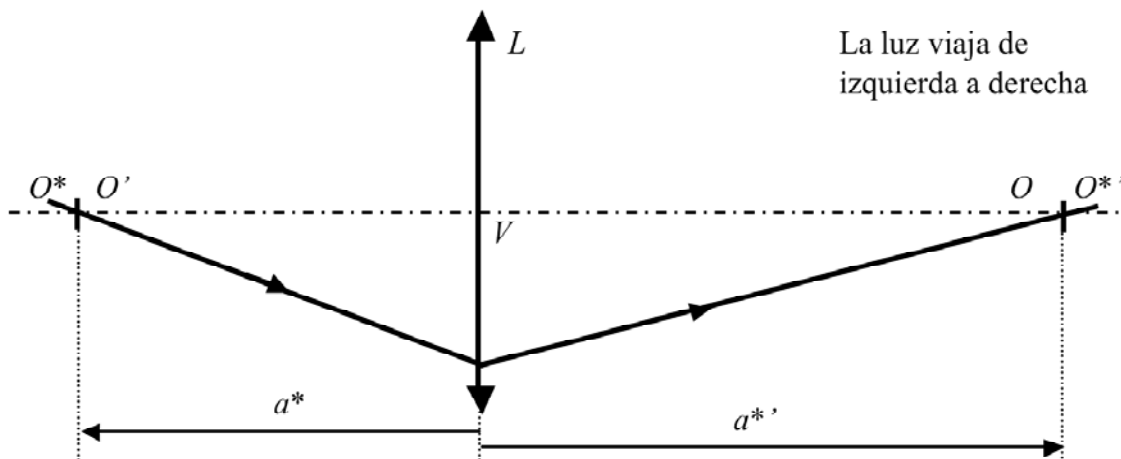


Figura 3

La imagen O' se ha convertido en el objeto O^* y el objeto O en la imagen $O^{*'}$.

Se aplica la ecuación de Descartes a las coordenadas a^* y $a^{*'}$ y, una vez obtenido el valor de a^* se deshace el cambio de la forma:

$$VO = a^{*'}; \quad VO' = a^*.$$

La posición y el tamaño de la imagen final también pueden obtenerse a partir del espejo equivalente asociado.

El espejo equivalente queda determinado por la posición de su v rtice V_{eq} y de su centro C_{eq} , dónde:

V_{eq} es el conjugado objeto del v rtice V del espejo a través del elemento anterior al espejo, en este caso la lente delgada L .

C_{eq} es el conjugado objeto del centro C del espejo a través del elemento anterior al espejo, en este caso la lente delgada L .

UNIDAD 8. SOLUCIÓN A LOS PROBLEMAS DE ASOCIACIÓN DE LENTES DELGADAS Y ESPEJO

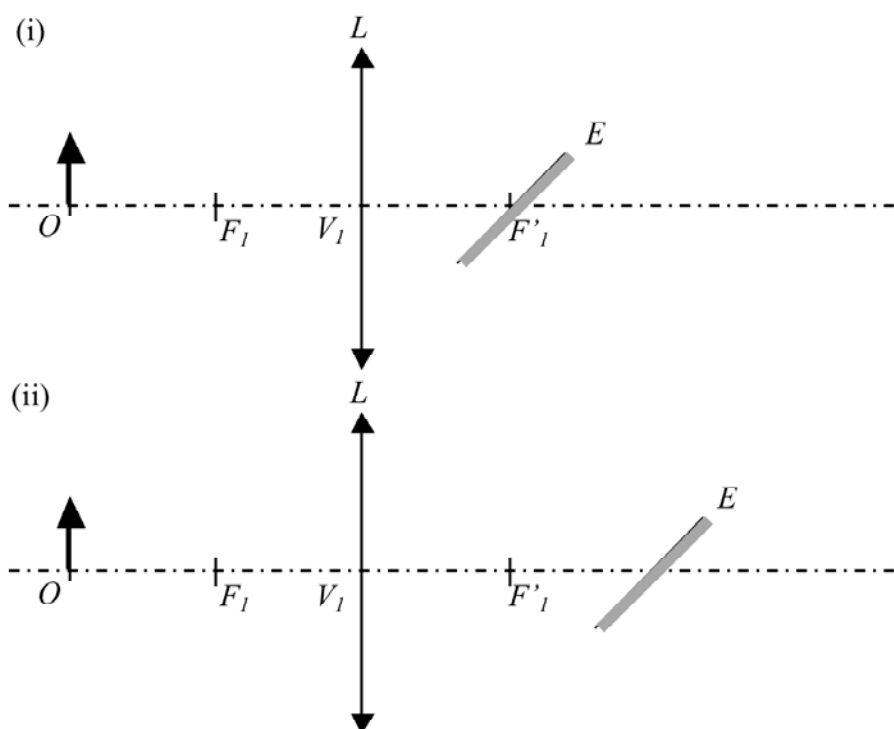
1. Un objeto de 30 mm de altura se encuentra situado 200 mm delante de una lente delgada positiva, L_1 , cuya distancia focal es de 100 mm. Detrás de la lente está situado un espejo plano, E , inclinado 45° respecto del eje óptico según se muestra en la figura. Determina:

- a) La posición de la imagen final.
- b) El carácter de la imagen final.
- c) El tamaño de la imagen final.

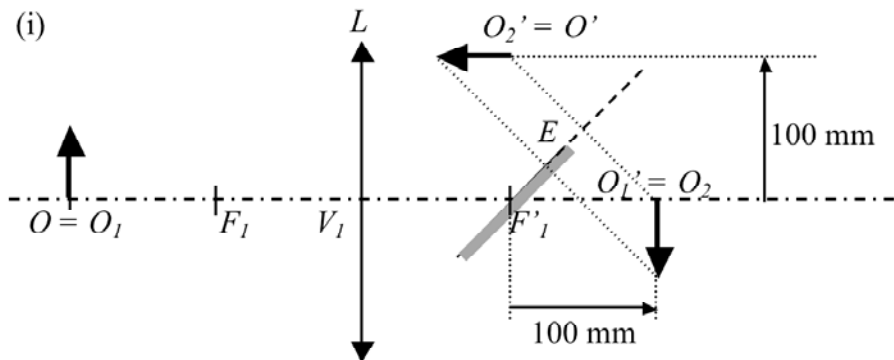
Considera:

- i) $LE = 100$ mm
- ii) $LE = 200$ mm

R/



SOLUCIÓN:

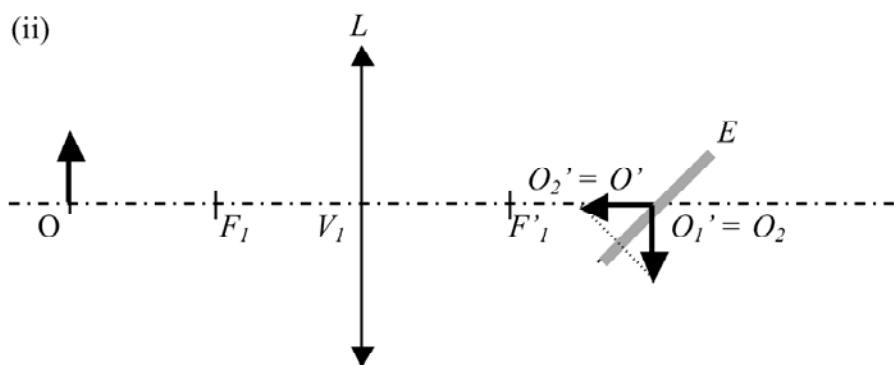


La posición de la imagen puede determinarse gráficamente de forma muy sencilla si se tiene en cuenta lo siguiente:

1. El objeto O_1 está situado a la distancia $2f$ de la lente, lo que significa que la imagen O'_1 estará situada a la distancia $2f'$.
2. El espejo actúa como eje de simetría, lo que significa que la imagen O'_2 será simétrica de O_2 respecto del espejo E .

Debido que el espejo E no es perpendicular al eje óptico la imagen final no estará en la dirección de dicho eje. Por estar inclinado el espejo 45° respecto del eje la imagen está en la dirección perpendicular al eje óptico. Se dice en este caso que el espejo produce una rotura de eje óptico.

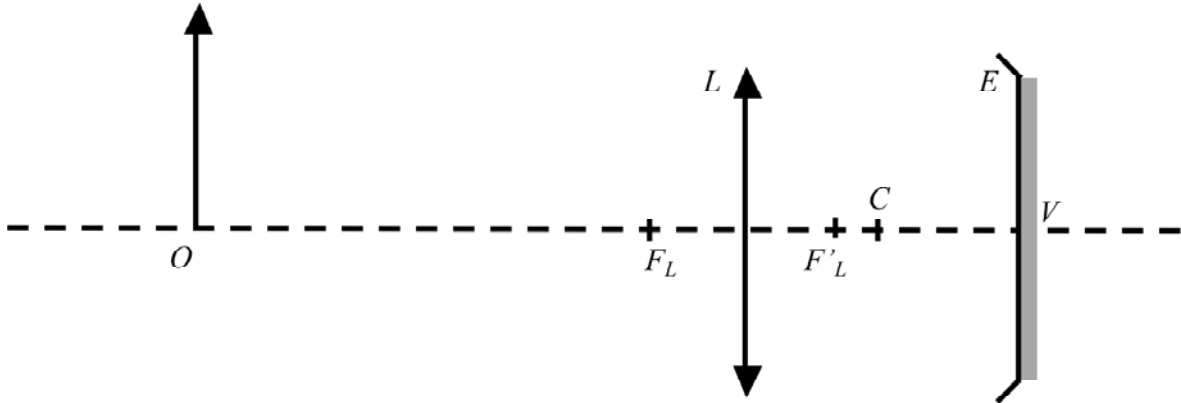
- ia) La imagen estará situada 100 mm por encima del espejo E .
- ib) La imagen es virtual.
- ic) La imagen es del mismo tamaño (30 mm) pero rotada 90° en sentido antihorario.



- ia) La imagen estará situada encima del espejo E .
- ib) La imagen es virtual.
- ic) La imagen es del mismo tamaño (30 mm) pero rotada 90° en sentido antihorario.

2. Sea el sistema de la figura:

$$LO = -600 \text{ mm}; \quad f'_L = +100 \text{ mm}; \quad R = -150 \text{ mm}; \quad LE = +300 \text{ mm}; \quad y = 50 \text{ mm}.$$



Determina:

- La posición de la imagen final.
- El carácter de la imagen final.
- El aumento de la imagen final.
- El tamaño de la imagen final.

Resuelve el sistema a partir de:

- Las imágenes formadas por cada elemento de la asociación.
- El espejo equivalente asociado.

R/ a) $LO' = 240 \text{ mm}$; b) Real,; c) $m = -1/5$; d) $y' = -10 \text{ mm}$.

SOLUCIÓN:

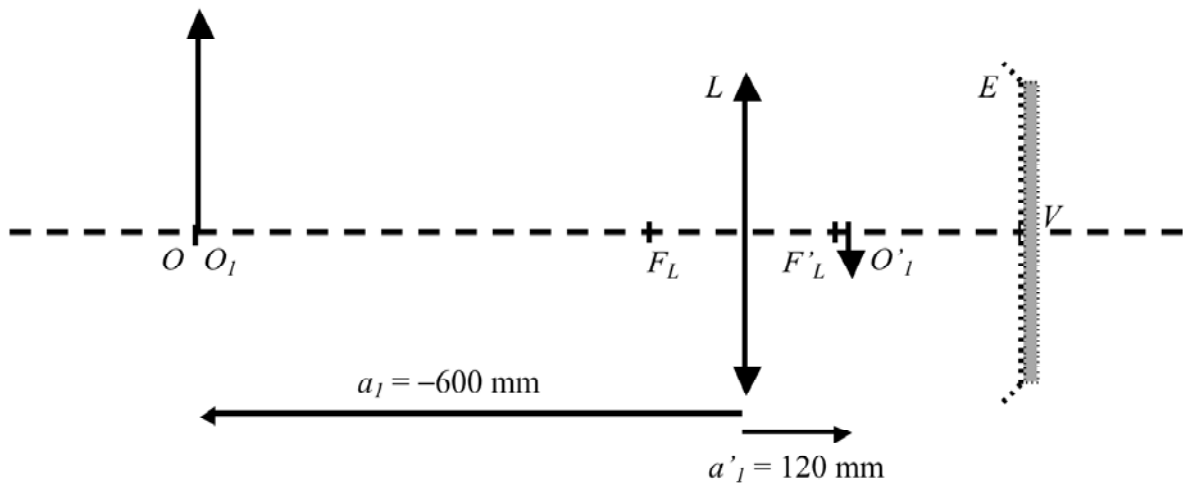
ia) La imagen final se formará por la acción encadenada de la lente L , el espejo E y la lente L a la vuelta (después de reflejarse el rayo en el espejo E). Dicho de otro modo, la luz pasará por la lente L dos veces, una a la ida y otra a la vuelta.

ia1) Imagen formada por la lente L a la ida:

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{f'_1}; \quad a_1 = -600 \text{ mm}; \quad f'_1 = 100 \text{ mm}.$$

$$-\frac{1}{-600} + \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{100}; \quad \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{100} - \frac{1}{600} = \frac{6-1}{600} = \frac{5}{600}; \quad a'_1 = LO'_1 = \frac{600}{5} = 120 \text{ mm}.$$

$$m_1 = \frac{a'_1}{a_1} = \frac{120}{-600} = -\frac{1}{5}.$$



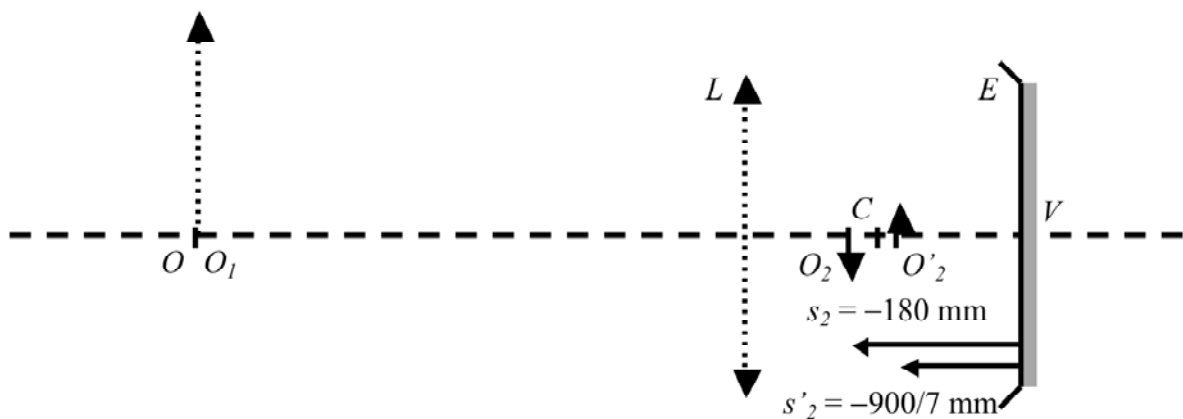
ia2) Imagen formada por el espejo E :

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{2}{R_2}; \quad R_2 = -150 \text{ mm};$$

$$s_2 = EO_2 = EO'_1 = EL + LO'_1 = -300 + 120 = -180 \text{ mm}.$$

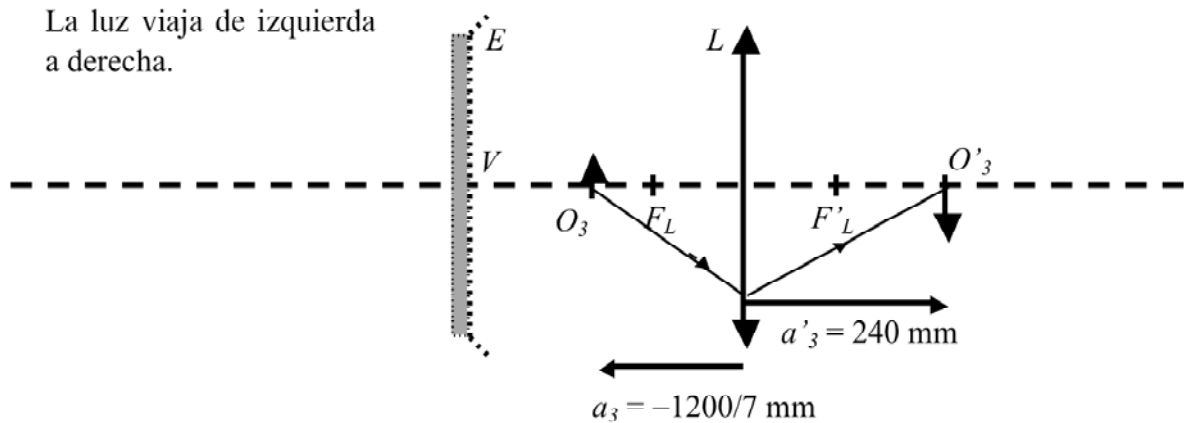
$$\frac{1}{-180} + \frac{1}{s'_2} = \frac{2}{-150}; \quad \frac{1}{s'_2} = -\frac{2}{150} + \frac{1}{180} = \frac{-12 + 5}{900} = -\frac{7}{900}; \quad s'_2 = EO'_2 = -\frac{900}{7} \text{ mm}.$$

$$m_2 = -\frac{s'_2}{s_2} = -\frac{-\frac{900}{7}}{-180} = -\frac{5}{7}.$$



ia3) Imagen formada por la lente L a la vuelta:

La luz se mueve de derecha a izquierda. Giramos el sistema de manera que la luz se mueva de izquierda a derecha.



ia31) Formación de la imagen en este caso:

$$-\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a'_3} = \frac{1}{f'_3}; \quad f'_3 = 100 \text{ mm};$$

$$a_3 = LO_3 = LE + EO_3 = -300 + \frac{900}{7} = \frac{-2100 + 900}{7} = -\frac{1200}{7} \text{ mm}$$

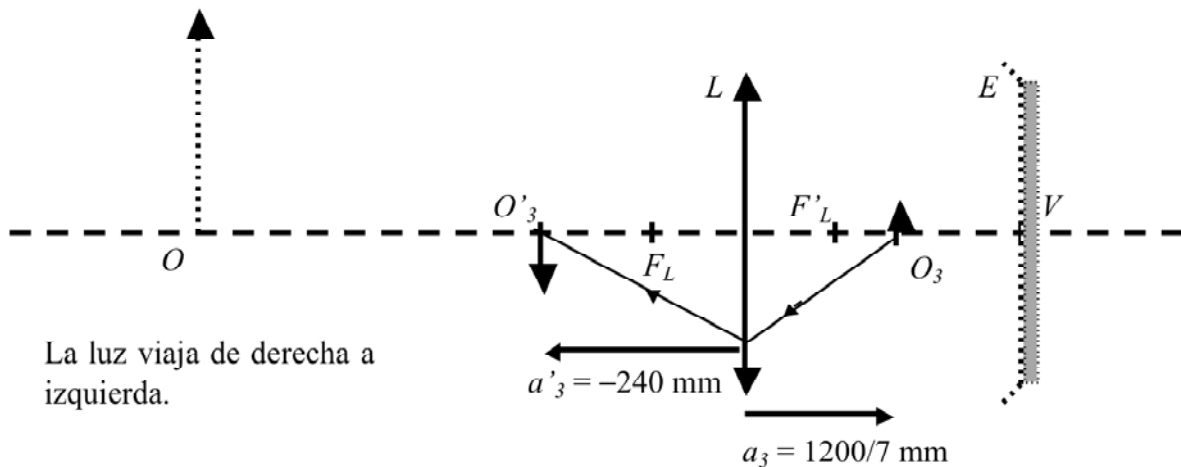
$$-\frac{1}{-\frac{1200}{7}} + \frac{1}{a'_3} = \frac{1}{100}; \quad \frac{7}{1200} + \frac{1}{a'_3} = \frac{1}{100}; \quad \frac{1}{a'_3} = \frac{1}{100} - \frac{7}{1200} = \frac{12 - 7}{1200} = \frac{5}{1200};$$

$$a'_3 = LO'_3 = \frac{1200}{5} = 240 \text{ mm}.$$

$$m_3 = \frac{a'_3}{a_3} = \frac{240}{-\frac{1200}{7}} = -\frac{7}{5}.$$

Finalmente volvemos a girar el sistema para situar la imagen final en la posición correcta de manera que:

$$a_3 = \frac{1200}{7} \text{ mm y } a'_3 = LO' = -240 \text{ mm}.$$



Resolvemos el apartado anterior considerando la reversibilidad del rayo de luz.

ia32) Formación de la imagen en este caso:

La imagen O' se ha convertido en el objeto O^* y el objeto O en la imagen O^* .

$$-\frac{1}{a^*_3} + \frac{1}{a^{*'}_3} = \frac{1}{f'_3}; \quad f'_3 = 100 \text{ mm};$$

$$a^{*'}_3 = LO^{*'}_3 = LE + EO^{*'}_3 = -300 + \frac{900}{7} = \frac{-2100 + 900}{7} = -\frac{1200}{7} \text{ mm}$$

$$-\frac{1}{a^*_3} + \frac{1}{-\frac{1200}{7}} = \frac{1}{100}; \quad -\frac{1}{a^*_3} - \frac{7}{1200} = \frac{1}{100};$$

$$-\frac{1}{a^*_3} = \frac{1}{100} - \frac{7}{1200} = \frac{12 - 7}{1200} = \frac{5}{1200};$$

$$a^*_3 = LO^*_3 = -\frac{1200}{5} = -240 \text{ mm}.$$

Deshacemos el cambio efectuado:

$$a'_3 = LO'_3 = LO' = a^*_3 = -240 \text{ mm}.$$

$$a_3 = LO_3 = a^{*'}_3 = -\frac{1200}{7} \text{ mm}.$$

$$m_3 = \frac{a'_3}{a_3} = \frac{240}{-\frac{1200}{7}} = -\frac{7}{5}.$$

ii) Espejo equivalente asociado al sistema anterior:

El espejo equivalente queda determinado por la posición de su v rtice V_{eq} y de su centro C_{eq}

Posición del v rtice V_{eq} del espejo equivalente:

V_{eq} es el conjugado objeto del v rtice V del espejo a través de la lente delgada L .

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}; \quad a' = LV = 300 \text{ mm}; \quad f' = 100 \text{ mm};$$

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{300} = \frac{1}{100}; \quad -\frac{1}{a} = \frac{1}{100} - \frac{1}{300} = \frac{3-1}{300} = \frac{2}{300}; \quad a = LV_{eq} = -150 \text{ mm}.$$

Posición del centro C_{eq} del espejo equivalente:

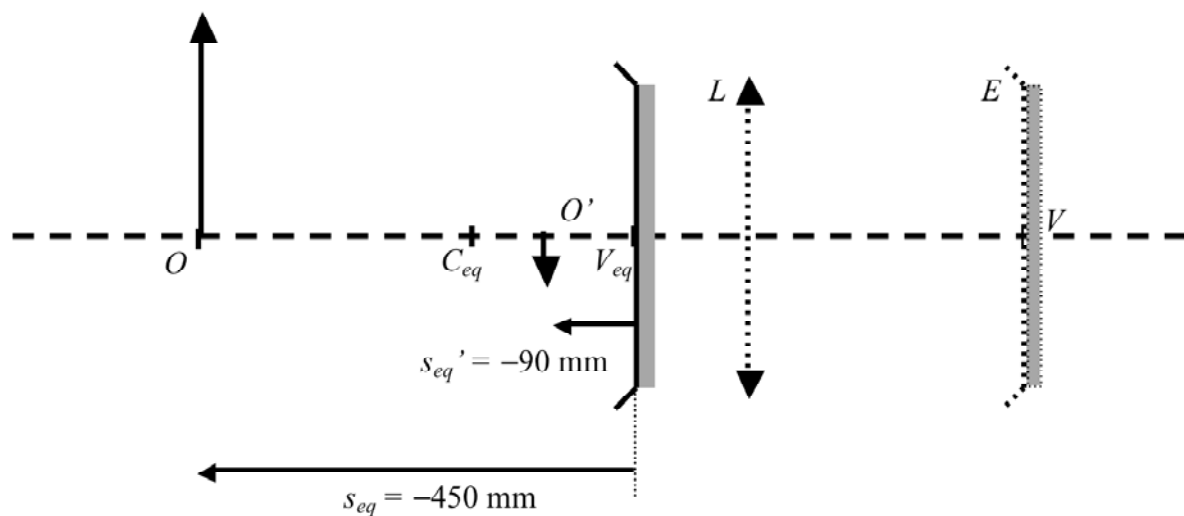
C_{eq} es el conjugado objeto del centro C del espejo a través de la lente delgada L .

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}; \quad a' = LC = 150 \text{ mm}; \quad f' = 100 \text{ mm};$$

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{150} = \frac{1}{100}; \quad -\frac{1}{a} = \frac{1}{100} - \frac{1}{150} = \frac{3-2}{300} = \frac{1}{300}; \quad a = LC_{eq} = -300 \text{ mm}.$$

El radio equivalente del espejo equivalente es:

$$R_{eq} = V_{eq}C_{eq} = V_{eq}L + LC_{eq} = 150 - 300 = -150 \text{ mm}.$$



La imagen final del sistema serà la que formar  el espejo equivalente de la figura anterior:

$$\frac{1}{s_{eq}} + \frac{1}{s'_{eq}} = \frac{2}{R_{eq}}; \quad R_{eq} = -150 \text{ mm};$$

$$s_{eq} = V_{eq}O = V_{eq}L + LO = 150 - 600 = -450 \text{ mm}.$$

$$\frac{1}{-450} + \frac{1}{s'_{eq}} = \frac{2}{-150}; \quad \frac{1}{s'_{eq}} = -\frac{2}{150} + \frac{1}{450} = \frac{-6+1}{450} = -\frac{5}{450}; \quad s'_{eq} = V_{eq}O' = -90 \text{ mm}.$$

$$LO' = LV_{eq} + V_{eq}O' = -150 - 90 = -240 \text{ mm}.$$

ii) La imagen es real por estar situada a la izquierda de la lente L .

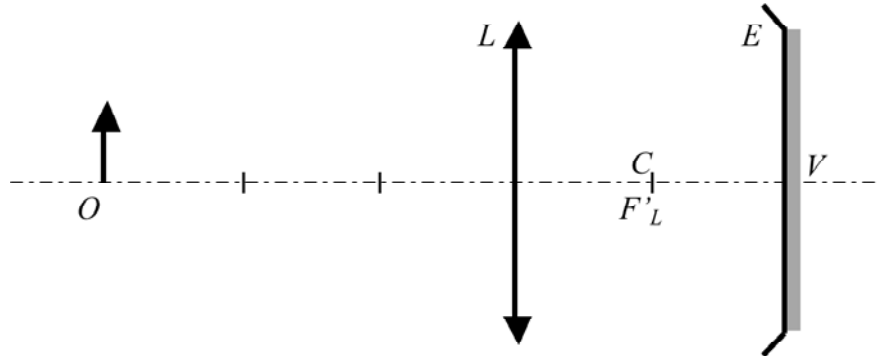
$$\text{ii) } m = -\frac{s'_{eq}}{s_{eq}} = -\frac{-90}{-450} = -\frac{1}{5}.$$

$$\text{iid) } y' = my = \left(-\frac{1}{5}\right)50 = -10 \text{ mm}$$

Obsérvese que el resultado obtenido a partir del espejo equivalente asociado coincide con el encontrado a partir de la acción sucesiva de los diferentes elementos del sistema.

3. Sea el sistema de la figura:

$$LO = -1200 \text{ mm}; \quad f'_L = +400 \text{ mm}; \quad R = -400 \text{ mm}; \quad LE = +800 \text{ mm}.$$



Determina:

- La posición de la imagen final.
- El carácter de la imagen final.
- El aumento de la imagen final.

Resuelve el sistema a partir de:

- Las imágenes formadas por cada elemento de la asociación.
- El espejo equivalente asociado.

SOLUCIÓN:

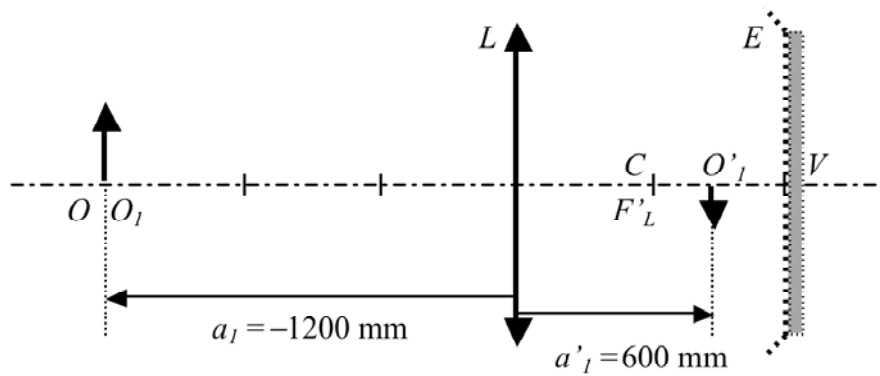
ia) La imagen final se formará por la acción encadenada de la lente L , el espejo E y la lente L a la vuelta (después de reflejarse el rayo en el espejo E). Dicho de otro modo, la luz pasará por la lente L dos veces, una a la ida y otra a la vuelta.

ia1) Imagen formada por la lente L a la ida:

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{f'_1}; \quad a_1 = -1200 \text{ mm}; \quad f'_1 = 400 \text{ mm}.$$

$$-\frac{1}{-1200} + \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{400}; \quad \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{400} - \frac{1}{1200} = \frac{3-1}{1200} = \frac{2}{1200}; \quad a'_1 = LO'_1 = 600 \text{ mm}.$$

$$m_1 = \frac{a'_1}{a_1} = \frac{600}{-1200} = -\frac{1}{2}.$$



ia2) Imagen formada por el espejo E :

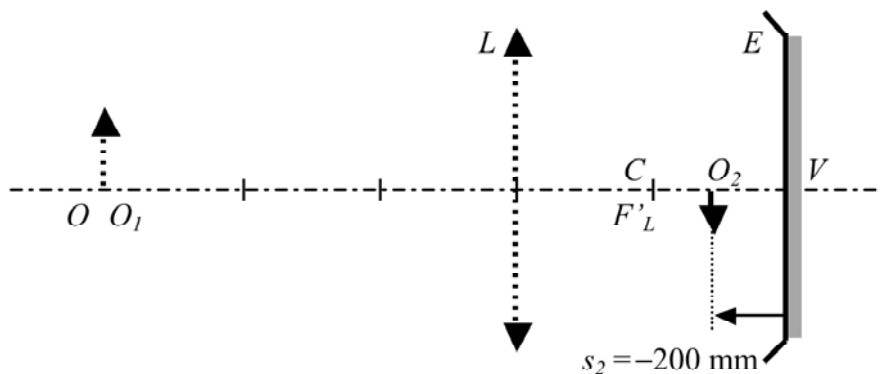
$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{2}{R_2}; \quad R_2 = -400 \text{ mm};$$

$$s_2 = EO_2 = EO'_1 = EL + LO'_1 = -800 + 600 = -200 \text{ mm}.$$

$$\frac{1}{-200} + \frac{1}{s'_2} = \frac{2}{-400}; \quad \frac{1}{s'_2} = -\frac{2}{400} + \frac{1}{200} = \frac{-2 + 2}{400} = -\frac{0}{400}; \quad s'_2 = EO'_2 = \pm \infty \text{ mm}.$$

La imagen está situada en el infinito ya que el objeto está situado en el foco objeto del espejo E .

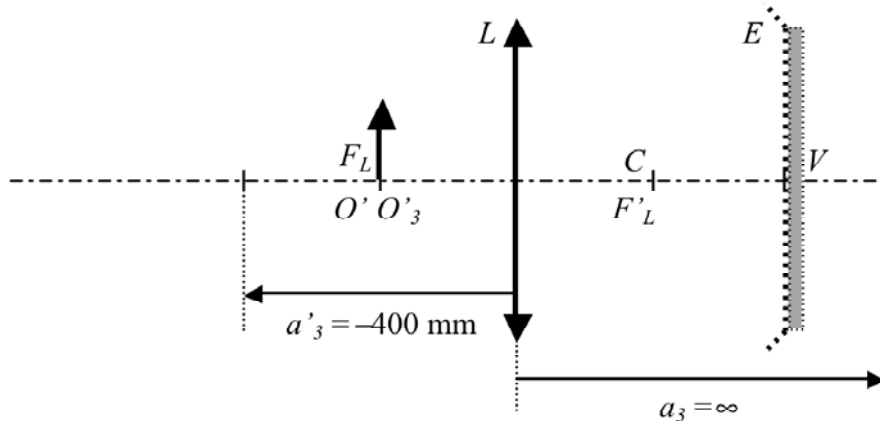
$$m_2 = \frac{s'_2}{s_2} = \frac{\pm \infty}{-200} = \pm \infty.$$



i3a) Imagen formada por la lente L a la vuelta:

Por estar situado el objeto en el infinito y por ser la incidencia de derecha a izquierda, la imagen se formará en el foco objeto de la lente L .

Así pues: $a_3 = \pm \infty$ y $a'_3 = LO'_3 = LO' = -400 \text{ mm}$.



$$m_3 = \frac{a'_3}{a_3} = \frac{-400}{\pm\infty} = 0.$$

ia) La posición de la imagen final es: $LO' = -400$ mm.

ib) La imagen final es real por estar situada a la izquierda de la lente L .

ic) El aumento total es finito. Para ello debe tenerse en cuenta que los valores infinitos de s'_2 y a_3 son del mismo orden, lo que significa que se pueden simplificar.

$$m = m_1 m_2 m_3 = \frac{a'_1}{a_1} \left(\frac{\cancel{s'_2}}{s_2} \right) \frac{a'_3}{\cancel{a_3}} = -\frac{a'_1 a'_3}{a_1 s_2} = -\frac{600 (-400)}{(-1200) -200} = +1$$

ii) Espejo equivalente asociado al sistema anterior:

Posición del espejo equivalente y tipo de espejo equivalente:

El v rtice y el centro del espejo equivalente son los elementos conjugados objeto de V y C a través de la lente L .

Conjugado objeto de V a través de la lente L :

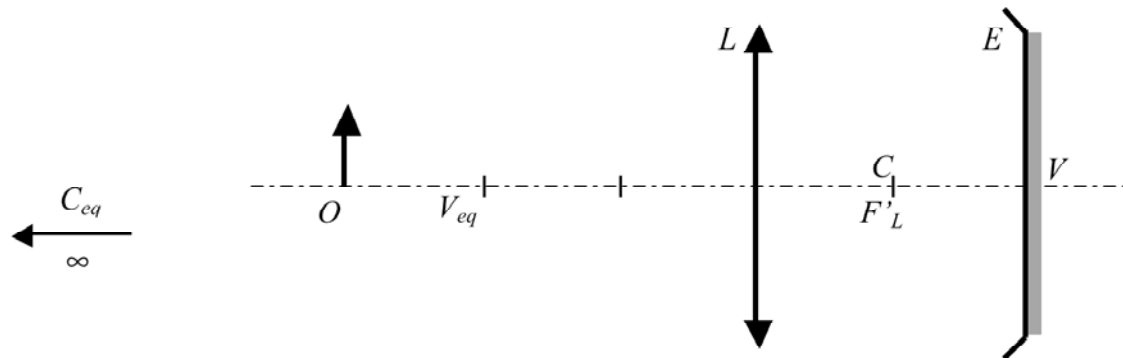
$$LO' = LV = 2f' = 800 \text{ mm, lo que significa que } LO = LV_{eq} = 2f = -800 \text{ mm.}$$

Conjugado objeto de C a través de la lente L :

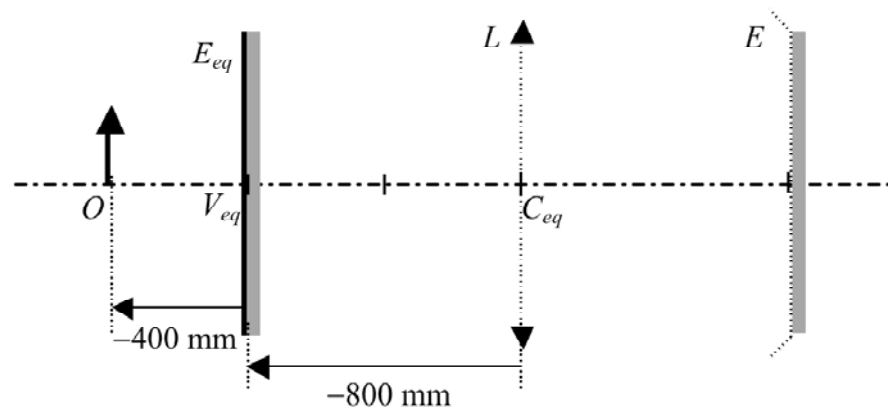
$$LO' = LC = f' = 400 \text{ mm, lo que significa que } LO = LC_{eq} = \infty.$$

$$\text{Radio del espejo equivalente} \quad R_{eq} = V_{eq}C_{eq} = V_{eq}L + LC_{eq} = 800 + \infty = \infty.$$

Por ser el espejo de radio infinito el espejo equivalente es plano.



Así pues, el sistema anterior es equivalente a:



ii) La imagen final será la que formará el espejo equivalente. Por ser el espejo plano se cumplirá:

$$s_{eq}' = -s_{eq}; \quad s_{eq} = V_{eq}O = V_{eq}L + LO = 800 - 1200 = -400 \text{ mm.}$$

$$s_{eq}' = 400 \text{ mm.}$$

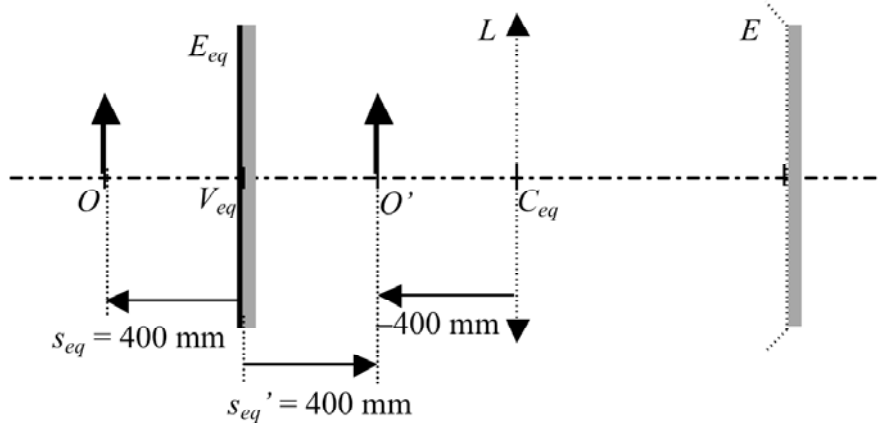
La distancia de la lente a la imagen será:

$$LO' = LV_{eq} + V_{eq}O' = -800 + 400 = -400 \text{ mm.}$$

ii) La imagen que forma el espejo plano es virtual, pero la imagen final del sistema es real ya que está situada a la izquierda de la lente L.

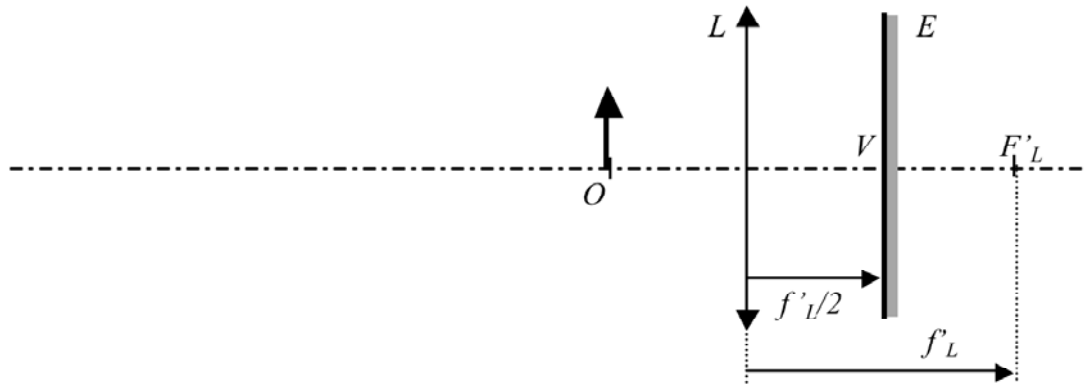
$$\text{ii) } m = -\frac{s_{eq}'}{s_{eq}} = -\frac{400}{-400} = +1.$$

Obsérvese que la posición de la imagen y el aumento coinciden con los valores obtenidos anteriormente a partir de la acción sucesiva de los diferentes elementos.



4. Sea el sistema de la figura:

$LO = -300$ mm; $f'_L = +600$ mm; E: Espejo plano; $LE = 300$ mm.



Determina:

- La posición del v rtice del espejo equivalente LV_{eq} .
- La posición del centro del espejo equivalente LC_{eq} .
- El radio, R_{eq} , del espejo equivalente.
- La posición de la imagen final LO' .
- El carácter de la imagen final.
- El aumento de la imagen final.

SOLUCIÓN:

a) El v rtice del espejo equivalente V_{eq} es el conjugado objeto, a través de la lente, del v rtice V del espejo.

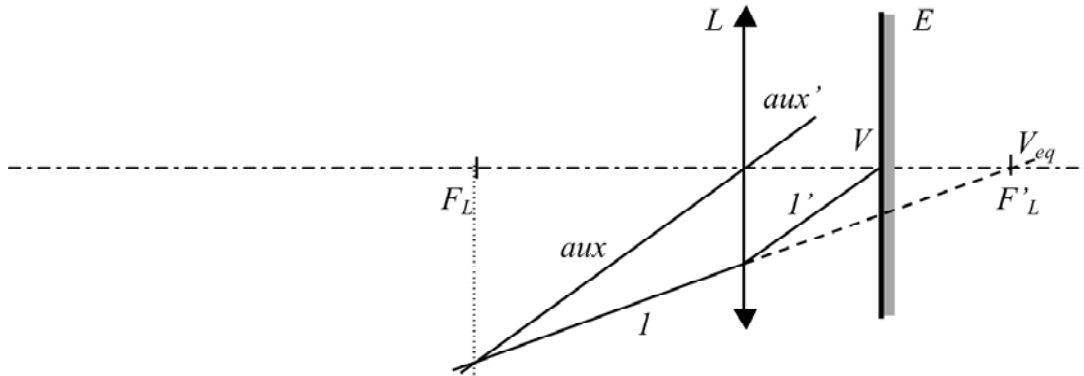
En nuestro caso $a' = 300$ mm y $f' = 600$ mm.

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}; \quad -\frac{1}{a} + \frac{1}{300} = \frac{1}{600}; \quad -\frac{1}{a} = \frac{1}{600} - \frac{1}{300} = \frac{1-2}{600} = -\frac{1}{600};$$

$$a = 600 \text{ mm.}$$

As i pues el v rtice del espejo equivalente está situado a la distancia $a = LV_{eq} = 600$ mm.

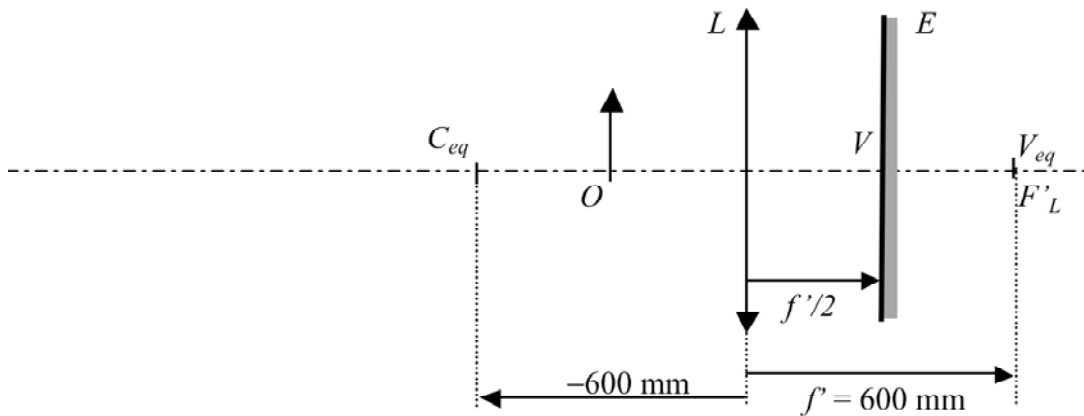
Determinación gráfica de V_{eq} .



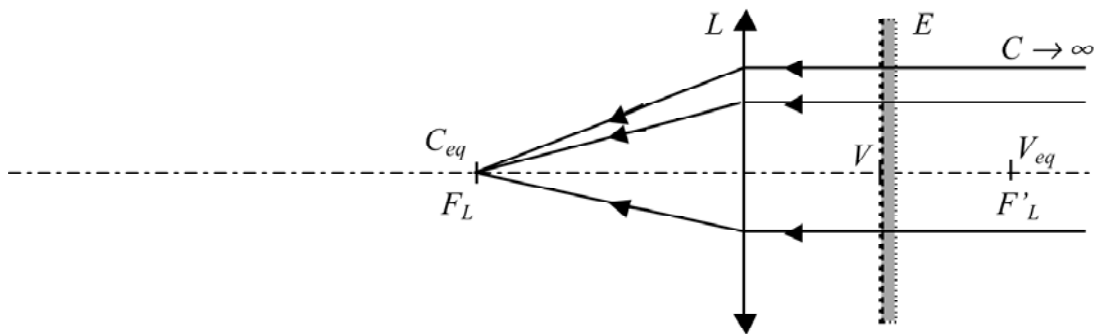
b) El centro del Espejo equivalente C_{eq} es el conjugado objeto, a través de la lente, del centro C del espejo.

Debido que el espejo E es un espejo plano $a' = \infty$, lo que significa que:

$$a = f = LC_{eq} = -600 \text{ mm.}$$

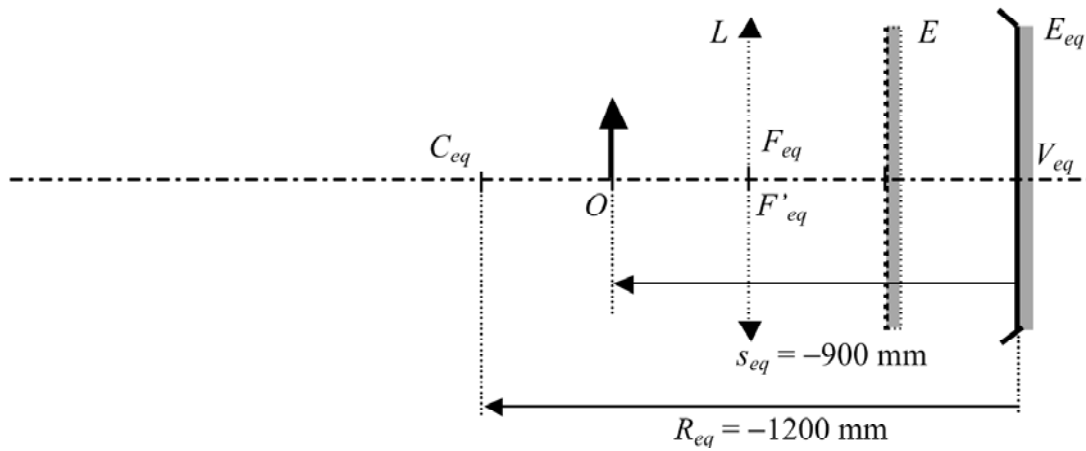


Determinación gráfica de C_{eq} .



$$c) R_{eq} = V_{eq}C_{eq} = V_{eq}L + LC_{eq} = -600 - 600 = -1200 \text{ mm.}$$

El sistema anterior es equivalente al espejo siguiente:



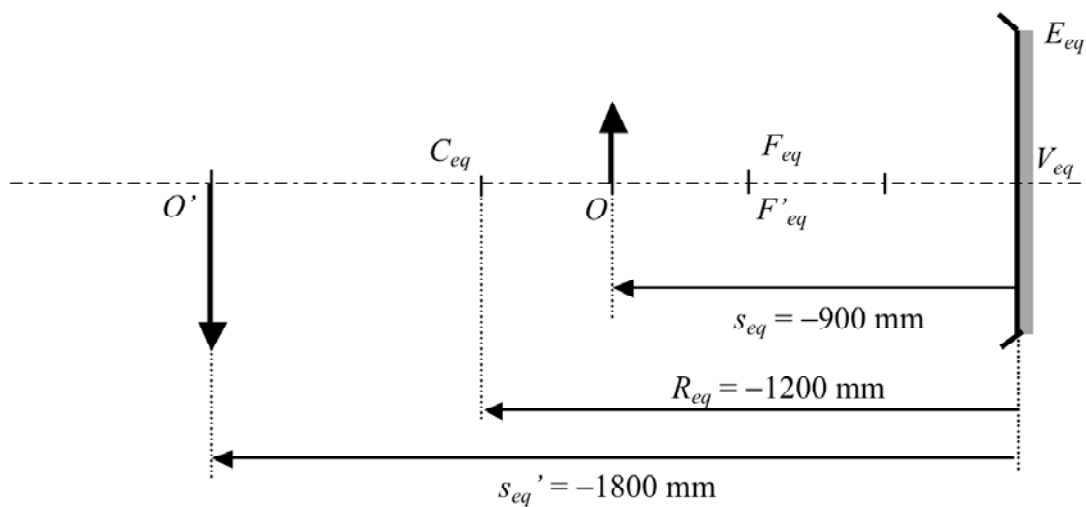
d) La imagen formada por el espejo equivalente ser :

$$\frac{1}{s_{eq}} + \frac{1}{s'_{eq}} = \frac{2}{R_{eq}};$$

$$s_{eq} = V_{eq}O = V_{eq}L + LO = -600 - 300 = -900 \text{ mm}; \quad R_{eq} = -1200 \text{ mm}.$$

$$\frac{1}{-900} + \frac{1}{s'_{eq}} = \frac{2}{-1200};$$

$$\frac{1}{s'_{eq}} = -\frac{2}{1200} + \frac{1}{900} = \frac{-6 + 4}{3600} = -\frac{2}{3600} = -\frac{1}{1800}; \quad s'_{eq} = V_{eq}O' = -1800 \text{ mm}.$$

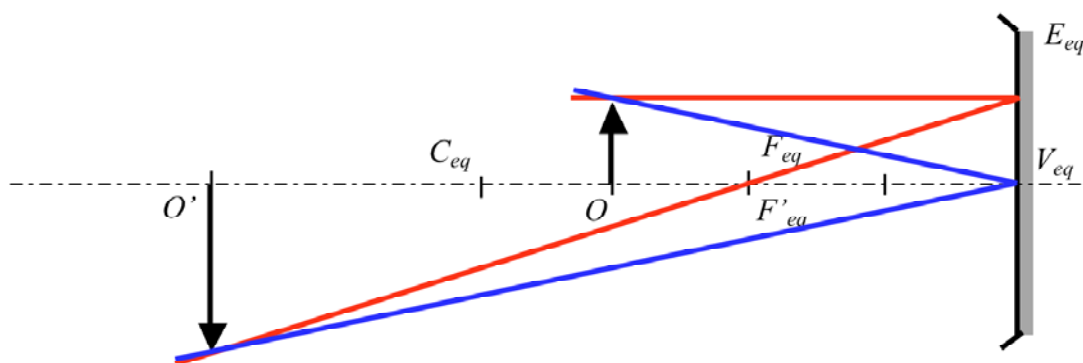


La distancia de la lente a la imagen será:

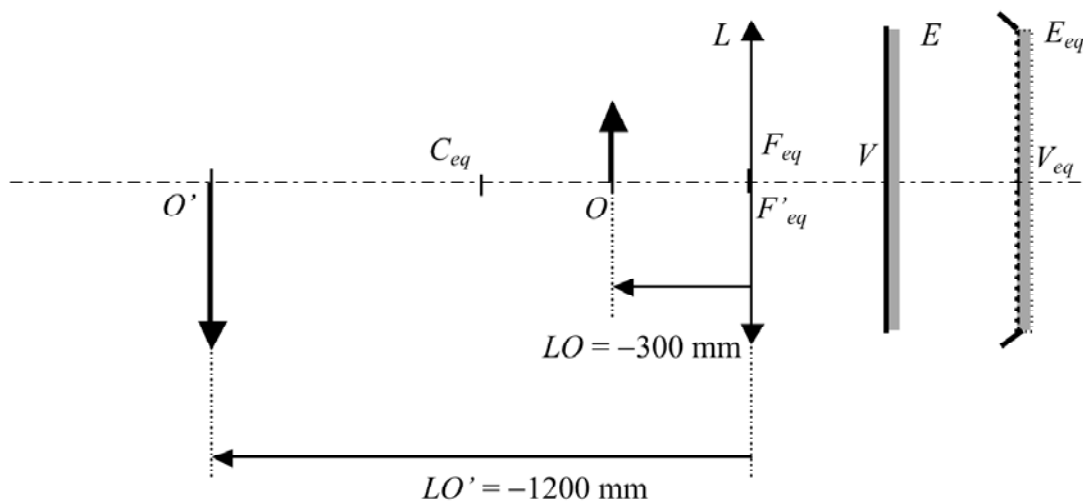
$$LO' = LV_{eq} + V_{eq}O' = 600 - 1800 = -1200 \text{ mm.}$$

e) La imagen final es real por estar situada a la izquierda de la lente L .

Solución gráfica:

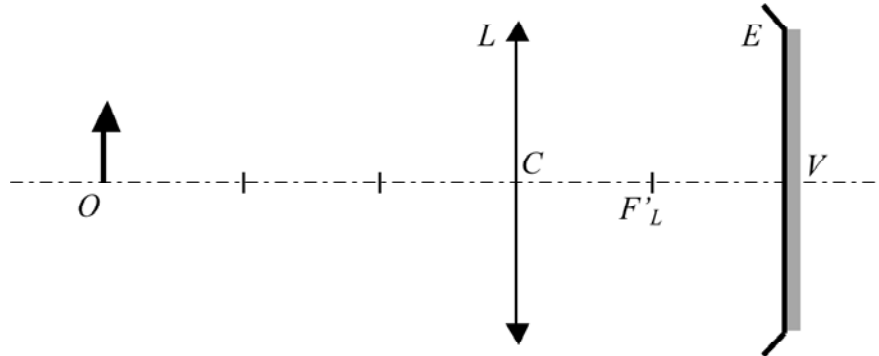


$$f) m = -\frac{s_{eq}'}{s_{eq}} = -\frac{-180}{-90} = -2.$$



5. Sea el sistema de la figura:

$$LO = -1200 \text{ mm}; \quad f'_L = +400 \text{ mm}; \quad R = -400 \text{ mm}; \quad LE = +800 \text{ mm}.$$



Determina:

- La posición del v rtice del espejo equivalente LV_{eq} .
- La posición del centro del espejo equivalente LC_{eq} .
- El radio, R_{eq} , del espejo equivalente.
- La posición de la imagen final LO' .
- El carácter de la imagen final.
- El aumento de la imagen final.

SOLUCIÓN:

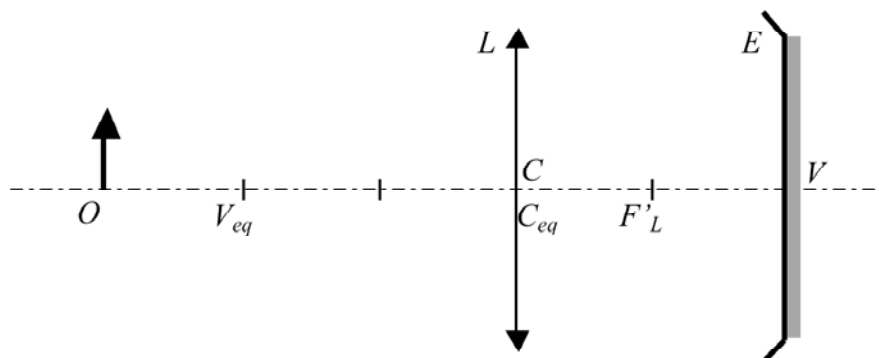
Solución gráfica:

- El v rtice del espejo equivalente V_{eq} es el conjugado objeto, a través de la lente, del v rtice V del espejo.

El conjugado objeto de V está situado a la distancia $2f$ de L ya que su imagen está situada a la distancia $2f'$ ($LV_{eq} = -800 \text{ mm}$).

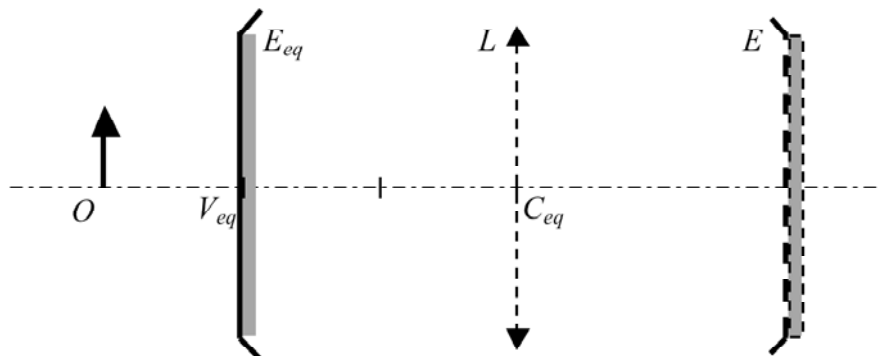
- El centro del espejo equivalente C_{eq} es el conjugado objeto, a través de la lente, del centro C del espejo.

En este caso $LC = 0$ ($a' = 0$), lo que significa que $a = 0$, o sea $LC_{eq} = 0$.



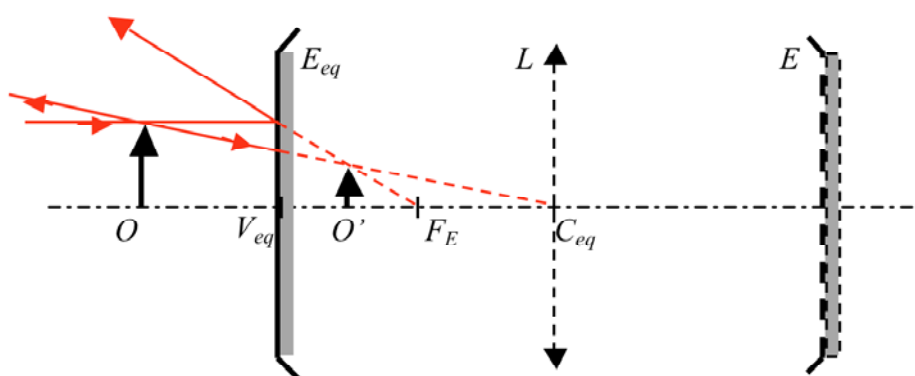
c) $R_{eq} = V_{eq}C_{eq} = V_{eq}L + LC_{eq} = 800 + 0 = 800 \text{ mm}$.

Así pues, el sistema anterior es equivalente a:

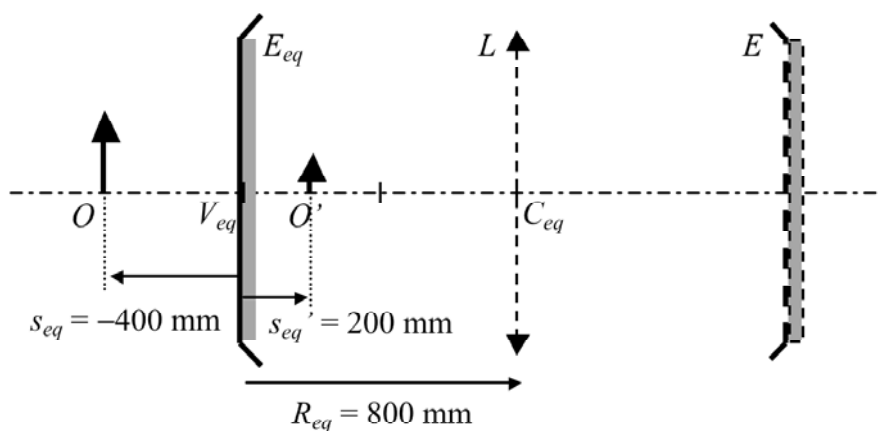


d) Posición de la imagen:

Utilizando técnicas de trazado gráfico:



Solución numérica:



La imagen formada por el espejo equivalente será:

$$\frac{1}{s_{eq}} + \frac{1}{s_{eq}'} = \frac{2}{R_{eq}};$$

$$s_{eq} = V_{eq}O = V_{eq}L + LO = 800 - 1200 = -400 \text{ mm}; \quad R_{eq} = 800 \text{ mm}.$$

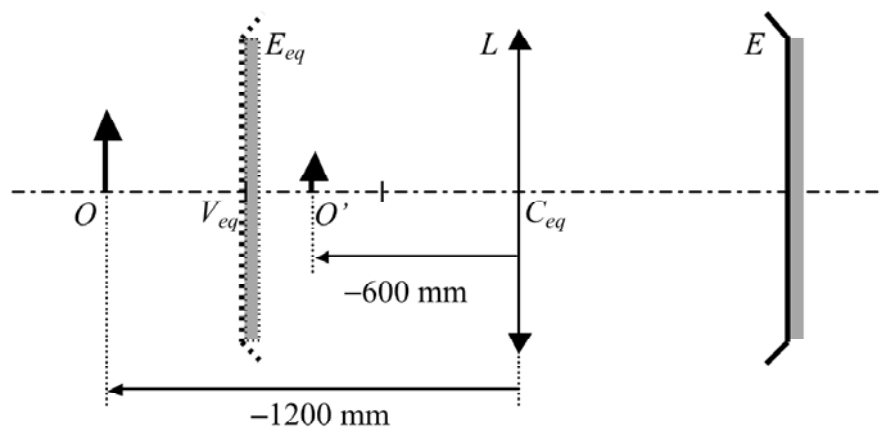
$$\frac{1}{-400} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{800};$$

$$\frac{1}{s_{eq}'} = \frac{2}{800} + \frac{1}{400} = \frac{2+2}{800} = \frac{4}{800}; \quad s_{eq}' = V_{eq}O' = 200 \text{ mm}.$$

$$LO' = LV_{eq} + V_{eq}O' = -800 + 200 = -600 \text{ mm}.$$

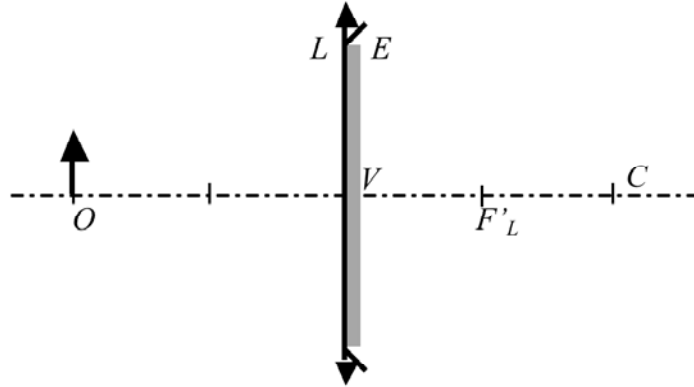
e) La imagen que forma el espejo equivalente es virtual ya que está situada a la derecha de él. Aun así, la imagen formada por el sistema es real por estar situada a la izquierda de la lente L .

$$f) m = -\frac{s_{eq}'}{s_{eq}} = -\frac{200}{-400} = +\frac{1}{2}.$$



6. Sea el sistema de la figura:

$$LO = -800 \text{ mm}; \quad f'_L = +400 \text{ mm}; \quad R = 800 \text{ mm}; \quad LE = 0 \text{ mm}.$$



Determina:

- La posición del vértice del espejo equivalente LV_{eq} .
- La posición del centro del espejo equivalente LC_{eq} .
- El radio, R_{eq} , del espejo equivalente.
- La posición de la imagen final LO' .
- El carácter de la imagen final.
- El aumento de la imagen final.

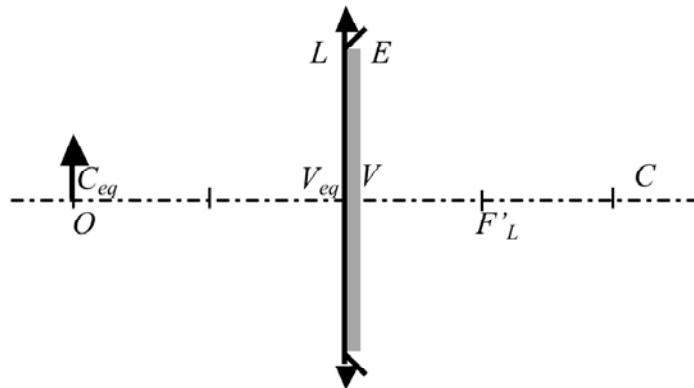
SOLUCIÓN:

Solución gráfica.

El vértice y el centro del espejo equivalente son los elementos conjugados objeto de V y C a través de la lente L .

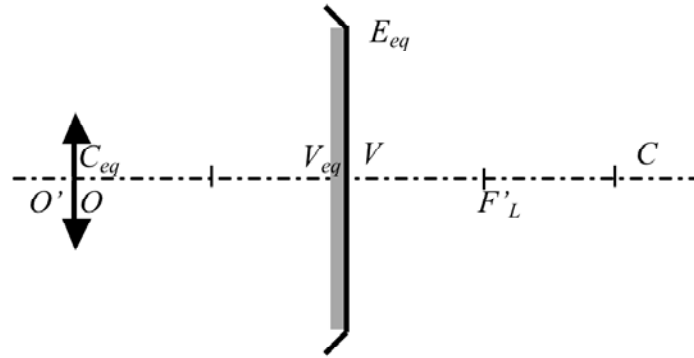
a) El conjugado objeto de V , por estar situado encima de la lente, está en la misma posición ($LV_{eq} = 0 \text{ mm}$).

b) El conjugado objeto de C está situado a la distancia $2f$ de L ya que su imagen está situada a la distancia $2f'$ ($LC_{eq} = -800 \text{ mm}$).



c) $R_{eq} = V_{eq}C_{eq} = V_{eq}L + LC_{eq} = 0 - 800 = -800$ mm.

As i pues, el sistema anterior es equivalente a:



d) Solución numérica:

Por estar situado el objeto en el centro del espejo equivalente: $s_{eq} = R_{eq} = -800$ mm, la imagen estará formada en $s_{eq}' = V_{eq}O' = R_{eq} = -800$ mm.

$LO' = LV_{eq} + V_{eq}O' = 0 - 800 = -800$ mm.

e) La imagen es real por estar situada a la izquierda de L .

f) Por estar situado el objeto en el centro del espejo equivalente $m = -1$. O también:

$$m = -\frac{s_{eq}'}{s_{eq}} = -\frac{-800}{-800} = -1.$$

