

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

# Apunts d'Energia i Mida

---

Processament de Minerals

**Dr. Josep Oliva Moncunill**

**Febrer de 2013**

## INTRODUCCIÓ

A la natura, els minerals estan en combinacions físiques i químiques. Per separar els minerals d'interès comercial de la roca hoste calen mètodes físics i químics. La majoria dels minerals s'extrauen en forma de grans roques. Altres, com la ilmenita, rútil, zircó, minerals pesats o els dipòsits al·luvials d'or al·luvial es troben entre sorra a les platges o en els llits dels rius. Per accedir als minerals dins les roques d'acollida, han de ser triturats. Separar el màxim de mineral de la roca mare on està, és generalment conegut com la mida d'alliberament. L'objectiu de la trituració és maximitzar l'alliberament dels minerals de la roca hoste. En general, la concentració de minerals útils en les roques d'acollida són baixos, per tant grans quantitats de roques d'acollida han de ser triturades per recuperar les quantitats suficients dels minerals útils per fer l'operació comercialment viable. El primer pas en el procés de recuperació de minerals de les roques d'acollida és reduir la mida de la roca per la trituració i mòlta.

## DISSENY DE PROCESSOS DE REDUCCIÓ DE MIDA

El procés de reducció de mida es dissenya en circuit obert, en circuit tancat o una combinació d'aquests mètodes. En una sola etapa en circuit obert poques vegades s'arriba al grau desitjat de l'alliberament. Per tant calen més etapes de reducció de mida per reduir progressivament la mida de les partícules restants i alliberar partícules de mineral a un nivell acceptable (Figura 1).

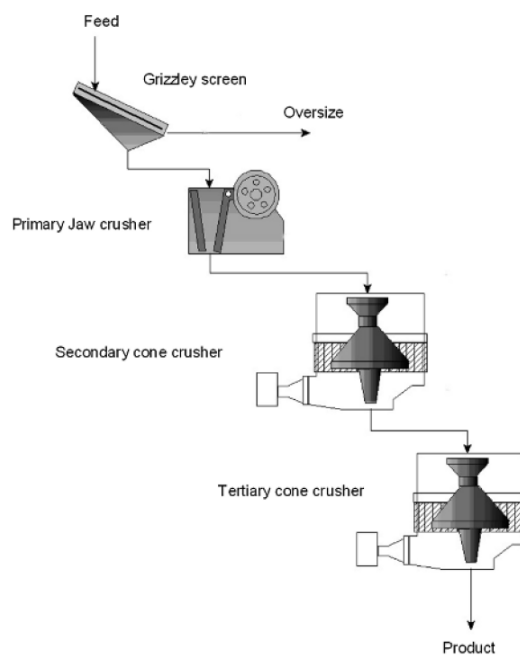


Figura 1. Circuit obert de trituració.

En circuit tancat, el producte de l'etapa de reducció de mida es divideix en fins i gruixuts. La fracció gruixuda es recull i retritura en la mateixa unitat com es veu a la figura 2. D'aquesta manera la càrrega sobre l'equip de trituració és més gran i una càrrega circulante s'estableix, però el nombre total d'unitats necessàries per obtenir el mateix grau de reducció de la mida és menor.

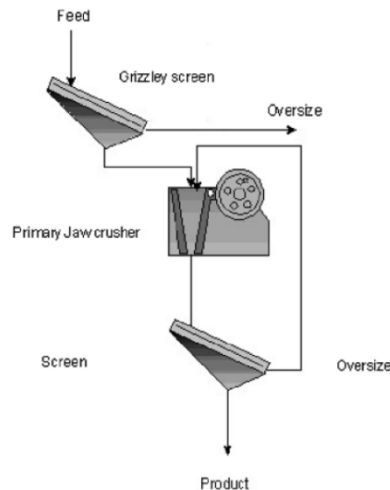


Figura 2. Circuit tancat.

Els tipus d'equips més utilitzats per a la reducció de mida són les matxucadores, trituradores i molins. Les matxucadores són normalment alimentats amb pedres, fins al voltant de 1 metre de grandària, mentre que els molins són generalment alimentats amb roques triturades fins una mida màxima d'uns 50 mm. Les roques més grans són separats per garbells Grizzley, trencades per martells i llavors són alimentades a les matxucadores. Aquestes operacions es defineixen:

- MATXUCAR: Operació de desintegració de sòlids realitzada en matxucadores, en la que s'obté un producte final de 70 a 100 mm de diàmetre. Exemples de matxucadores: matxucadora de mandíbules i matxucadora giratòria.
- TRITURAR: Operació de desintegració de sòlids realitzada en trituradores, en la que s'obté un producte final de 1 a 50 mm de diàmetre. Exemples de trituradors: trituradora de martells, trituradora d'impactes i trituradora de cilindres.
- MOLDRE: Operació de desintegració de sòlids realitzada en molins, en la que s'obté un producte final de 1 mm fins a pols impalpable. Exemples de molins: molins de boles, barres i autògens.

R.T. Hukki (1961) va proposar la següent classificació bàsica per a les etapes de reducció:

- Arrencada amb explosius: de l'infinit a 1 m
- Matxucar o trituració primària: de 1 m a 100 mm
- Trituració o trituració secundària: de 100 mm a 10 mm
- Molta basta: de 10 mm a 1 mm
- Molta fina: de 1 mm a 100 micres
- Molta molt fina: de 100 micres a 10 micres
- Molta superfina: de 10 micres a 1 micra

Els mecanismes de reducció de mida són:

- Compressió. Esclafament entre dos òrgans mòbils, o bé un de fixa i un de mòbil.
- Rodament. La trituració dels grans es fent rodar un cilindre sobre una superfície dura.
- Impacte o percussió. El trencament es produeix per un cop sec.

- Flexió. L'esforç actua al mig d'una partícula mineral que no està fixa en aquest punt.
- Desgast o fregament. El trencament es produeix fent lliscar uns trossos sobre els altres.

Segons la màquina predomina una o altre acció, en general les operacions de reducció de mida són més per compressió i impacte, i menys pel desgast. Les operacions de mòlta la figura 3 il·lustren són aquestes.

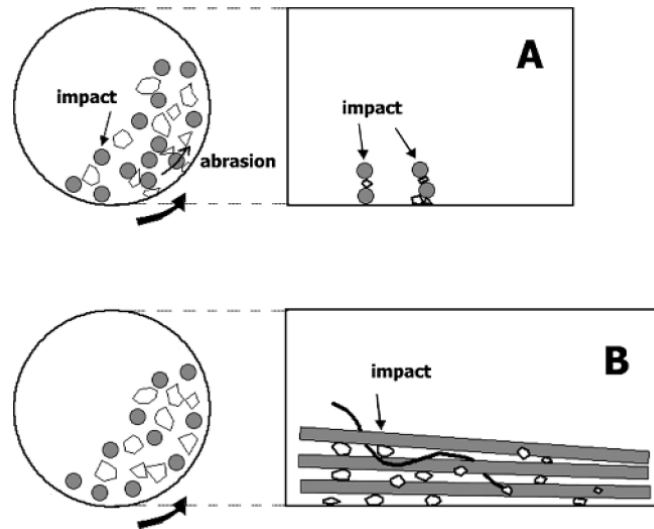


Figura 3. (A) molí de boles, l'abrasió i impacte, (B) molí de barres, les barres molen preferentment les partícules grans.

Les boles esfèriques o les barres cilíndriques s'utilitzen com els mitjans de mòlta. Aquests mitjans en cascada dins d'un molí incideixen en el mineral proporcionant així una acció de trituració. Quant les boles i les barres cauen dins dels molins tubulars proporcionen una acció de mòlta, a més a més generen forces de desgast, que dona com a resultat una major reducció de la mida de les partícules. El trencament per impacte es produeix amb la caiguda de les boles o les barres sobre la càrrega, i l'abrasió quant són sobre el revestiment del molí.

En el disseny d'una planta per a la reducció de mida les dues característiques principals són:

1. La potència requerida per a la reducció de mida.
2. L'elecció dels equips.

L'energia que es requereix és la suma del treball necessari per matxucar, triturar i moldre, així com l'energia per moure la màquina. L'energia requerida depèn de la duresa de la roca, la mida inicial i del producte final requerit, per aconseguir l'alliberament dels minerals.

## TEORIA DE LA FRAGMENTACIÓ DELS SÒLIDS

Els processos de fragmentació o desintegració comprenen les fases de matxucatge, trituració i mòlta, i han estat explicats per mitjà de lleis i expressats per mitjà de fórmules matemàtiques.

Les teories més conegudes són les de Rittinger, Kick i Bond.

## TEORIA DE RITTINGER

Segons P.R. von Rittinger (1857), el treball necessari serà proporcional a la nova superfície produïda per la fragmentació.

Considerem un bloc A de forma qualsevol, caracteritzat per la mida D, figura 4.

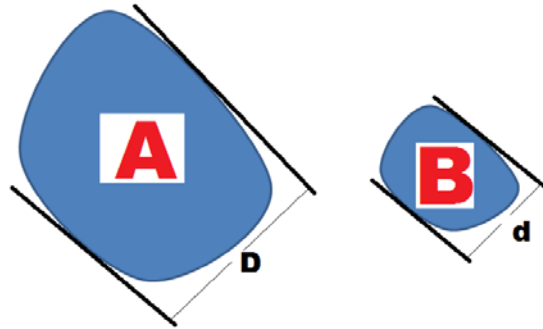


Figura 4. Caracterització blocs: A bloc origen i bloc B bloc fragmentat.

La superfície i el volum seran:

$$\begin{aligned} S_A &= 6 b D^2 \\ V_A &= a D^3 \end{aligned}$$

On a i b són els coeficients de forma de la partícula.

Suposem que és possible trencar aquest bloc en N fragments idèntics de forma B i amb la dimensió d. La superfície i el volum seran:

$$\begin{aligned} S_B &= 6 b d^2 \\ V_B &= a d^3 \end{aligned}$$

Aleshores el número de partícules B iguals serà:

$$N = \frac{V_A}{V_B} = \frac{a D^3}{a d^3} = \frac{D^3}{d^3}$$

La superfície total del producte trencat serà:

$$\sum S_B = N 6 b d^2 = \frac{D^3}{d^3} 6 b d^2 = 6 b \frac{D^3}{d}$$

Aleshores la superfície nova produïda:

$$\left(\sum S_B\right) - S_A = 6 b \frac{D^3}{d} - 6 b D^2 = 6 b D^2 \left(\frac{D}{d} - 1\right)$$

Per tant, el treball consumit per unitat de volum ( $W_V$ ) és:

$$W_V = \frac{K_V 6 b D^2}{a D^3} \left(\frac{D}{d} - 1\right)$$

On  $K_V$  és una constant.

I per unitat de massa ( $W$ ) és:

$$W = \frac{K_V 6 b D^2}{\rho a D^3} \left( \frac{D}{d} - 1 \right) = \frac{K_V 6 b}{\rho a} \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right)$$

On  $\rho$  és la densitat.

Agrupant totes les constant en una de sola  $K$ , l'equació final de Rittinger serà:

$$W = K \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right)$$

## TEORIA DE KICK

Segons F. Kick (1885), "el treball necessari per produir canvis anàlegs en la configuració dels cossos geomètricament semblants i del mateix estat tecnològic seria proporcional als volums i a les masses d'aquests cossos". Per tant aquest treball no dependria més que de la relació de reducció ( $n$ ) i seria independent de la dimensió de partida ( $D$ ).

Considerem de nou el trencament representat a la figura 5; on  $W_1$  és el treball consumit per trencar el bloc de mida  $d_0$  en  $N_1$  fragments de mida  $d_1$ ,  $W_2$  és el treball consumit per trencar el bloc de mida  $d_1$  en  $N_2$  fragments de mida  $d_2$ , ...

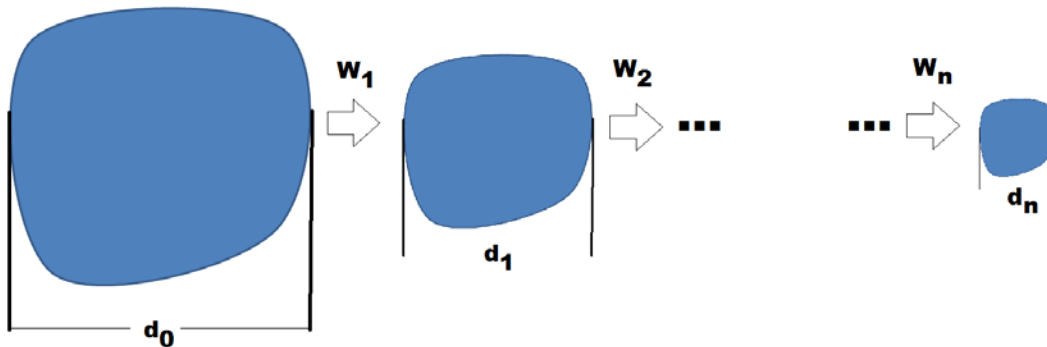


Figura 5. Reduccions de mida.

La condició que s'ha de complir és que totes les reduccions són iguals:

$$p = \frac{d_0}{d_1} = \frac{d_1}{d_2} = \dots = \frac{d_{n-1}}{d_n}$$

Les reducció global del sistema ( $m$ ) serà:

$$m = \frac{d_0}{d_1} \frac{d_1}{d_2} \dots \frac{d_{n-1}}{d_n} = p^n$$

$$n = \frac{\ln(m)}{\ln(p)}$$

Aleshores, a igual reducció igual energia consumida ( $W_1 = W_2 = \dots = W_n = W$ ).

Com la reducció global és  $m$ , l'energia global serà  $W_T$ ; aleshores:

$$W_T = n W$$

Substituint ( $n$ ):

$$W_T = \frac{\ln(m)}{\ln(p)} W$$

$$\frac{W_T}{\ln(m)} = \frac{W}{\ln(p)} = K$$

Quedant demostrar que l'energia és proporcional al logaritme de la reducció. Generalitzant:

$$K = \frac{W}{\ln(p)} = \frac{W}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}$$

$$W = K \ln\left(\frac{D}{d}\right)$$

On  $W$  és el treball consumit per unitat de volum o massa segons la constant  $K$ .

## TEORIA DE BOND

F.C. Bond (1952 i 1961) ha arribat a la conclusió que generalment l'energia requerida per a una desintegració donada és intermèdia entre les donades respectivament per les fórmules de Rittinger i de Kick, i ha proposat expressar el treball consumit per unitat de volum amb la fórmula:

$$W = K \left( \frac{1}{\sqrt{d}} - \frac{1}{\sqrt{D}} \right) = K \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{D}}$$

Aquestes fórmules s'apliquen prenent per a  $D$  i  $d$  les obertures de les malles dels tamisos a través dels quals passen respectivament el 80% de la massa de l'alimentació i del producte fragmentat.

La relació de reducció ( $n$ ) és igual a la relació de les dimensions d'aquestes mateixes malles.

F.C. Bond caracteritza l'aptitud a la desintegració de cada substància per un índex, que ell ha anomenat índex de treball (*work index*) i que podem designar el nom d'*índex de Bond*. Aquest és el treball necessari, en kWh, per reduir 1 tona de mineral d'una dimensió teòricament infinita a una dimensió de 100 micres, és a dir, tal que el 80% del producte passa pel tamís de 100 micres d'obertura de malla.

Si  $W_i$  és aquest índex, l'aplicació de la fórmula anterior dóna:

$$W_i = \frac{K}{\rho} \left( \frac{1}{\sqrt{100}} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{K}{10 \rho}$$

On  $\rho$  és la densitat i les unitats del treball per unitat de massa són el kWh/t (x3600 en Joules/t) i dels tamisos en micres.

El treball  $W$  consumit per unitat de massa s'expressa doncs per les fórmules:

$$W = 10 W_i \left( \frac{1}{\sqrt{d_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{80}}} \right)$$

Bond aplica aquestes fórmules al treball efectivament consumit en una operació de fragmentació industrial, o sigui que té en compte el rendiment dels aparells. Procedint així, l'índex de Bond per a una matèria donada depèn també del rendiment de la màquina que hagi servit per determinar-lo.

Utilitzada d'aquesta manera senzilla, aquesta fórmula ret un gran servei ja que permet determinar l'energia que s'haurà de gastar per efectuar una desintegració si se sap, per a la matèria considerada, quanta energia s'ha consumit per a una altra desintegració efectuada en un aparell del mateix tipus.

#### AVERAGE WORK INDEX OF SELECTED MINERALS

(Source. Chem Eng. Handbook, R.O.Perry & C.H.Chilton, Int Student's ed, McGraw Hill, p 8-11, and SME Mineral Processing Handbook, Weiss (ed), 1985 p 3A-27)

MINERAL	Sp. Gr	Bond Work Index	MINERAL	Sp.Gr	Bond Work Index
Barite	4.28	6.24	Phosphate Rock	2.66	10.13
Basalt	2.89	20.41	Pyrite Ore	3.48	8.9
Bauxite	2.38	9.45	Pyrrhotite Ore	4.04	9.57
Cement Clinker	3.09	13.49	Quartzite	2.71	12.18
Chrome Ore	4.06	9.6	Rutile	2.84	12.12
Coal	1.63	11.37	Sandstone`	2.68	11.53
Coke	1.51	20.70	Silica	2.71	13.53
Copper Ore	3.02	13.13	Silicon Carbide	2.73	26.17
Diorite	2.78	19.4	Silver Ore	2.72	17.30
Dolomite	2.82	11.31	Spodumene	2.75	13.70
Feldspar	2.59	11.67	Tin Ore	3.94	10.81
Flint	2.65	26.16	Titanium Ore	4.23	11.88
Fluorspar	2.98	9.76	Uranium Ore	2.70	17.93
Galena	5.39	10.19	Zinc Ore	3.68	12.42
Garnet	3.30	12.37			
Gold Ore	2.86	14.83			
Granite	2.68	14.39			
Graphite	1.75	45.03			
Gypsum Rock	2.69	8.16			
Ilmenite	4.27	13.11			
Iron Ore (Hematite)	3.76	12.68			
Iron Ore( Specular Hematite)	3.29	15.4			
Iron Ore( Magnetite)	3.88	10.21			
Iron Ore (Tachonite)	3.52	14.87			
Kyanite	3.23	18.87			
Lead Ore	3.44	11.40			
Lead-Zinc Ore`	3.37	11.35			
Limestone	2.69	11.61			
Manganese Ore	3.74	12.46			
Mica	2.89	134.5			
Nickel Ore	3.32	11.88			

No s'ha donat cap interpretació física satisfactòria d'aquestes diferents fórmules, de les quals simplement es pot dir que l'última és en general la més ben adaptada a les maneres i als camps de les desintegracions que ens interessin.

## RELACIONS ENTRE ENERGIA I REDUCCIÓ DE MIDA

Una relació empírica entre l'energia i la reducció de mida que s'ha proposat (Hukki 1961) i generalment s'ha acceptat és:

$$dW = -K \frac{dD}{D^{f(D)}}$$



On  $dW$  és la variació d'energia necessària a subministrar per aconseguir una disminució de mida  $dD$ , partint d'una mida  $D$ ,  $K$  és una constant i  $f(D)$  és una funció que depenent de la mida de la partícula. Aquesta equació també s'ha emprat reemplaçant  $f(D)$  per una constant ( $n$ ) (Walker et al 1937), és a dir:

$$dW = -K \frac{dD}{D^n}$$

La forma general de la relació entre l'energia i la reducció de mida, es veu clarament que "n" no és constant en tota la gamma de mides de partícules. Tanmateix, dins d'interval·ls limitats de mides pot usar-se un valor constant per determinat. Aquesta equació empírica és llavors la forma generalitzada de les equacions teòriques i empíriques d'energia-reducció de mida de Rittinger, Kick, Bond, Holmes, Charles, Svensson i Murkes, i altres.

Així doncs per  $n=1$ :

$$dW = -K \frac{dD}{D}$$

$$\int_0^W dW = \int_D^d -K \frac{dD}{D} = W = -K \ln[D]_D^d = K \ln \frac{D}{d}$$

Equació de Kick

Per  $n=1.5$ :

$$dW = -K \frac{dD}{D^{1.5}}$$

$$\int_0^W dW = \int_D^d -K \frac{dD}{D^{\frac{3}{2}}} = W = -K \left[ \frac{-1}{\frac{1}{2} D^{\frac{1}{2}}} \right]_D^d = 0.5 K \left( \frac{1}{\sqrt{d}} - \frac{1}{\sqrt{D}} \right)$$

Equació de Bond

Per  $n= 2$ :

$$dW = -K \frac{dD}{D^2}$$

$$\int_0^W dW = \int_D^d -K \frac{dD}{D^2} = W = -K \left[ \frac{-1}{D} \right]_D^d = K \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right)$$

Equació de Rittinger

Queda clar que les constants estan relacionades:

$$K = K_{\text{Rittinger}} = K_{\text{Kick}} = 2 K_{\text{Bond}}$$

$$10 W_i = K_{\text{Bond}}$$

Les equacions de Rittinger, Kick i Bond s'han citat com a lleis. Encara que les dues primeres tenen certa base teòrica, no són aplicables generalment sobre una àmplia gamma de materials o mides de partícules. La tercera, la llei de Bond, és una relació purament empírica obtinguda per molta de lots d'un gran nombre de minerals.

L'equació obtinguda per Oka i Majima (1970) per a la fractura d'una partícula en forma individual pot adaptar-se per a la fractura de diverses partícules per donar:

$$dW = -K \frac{dD}{D^{1+\frac{6}{s}}}$$

Quan  $s = \infty$ , l'equació quan s'integra es transforma en l'equació de Kick, per  $s = 6$  l'equació es converteix en l'equació de Rittinger, i per  $s = 12$  es converteix en l'equació de Bond.

## MECANISMES DE FRACTURA

Perquè es fracturi una partícula es requereix un esforç d'una magnitud suficient per depassar la resistència a la fractura de la partícula. La manera en què es fractura la partícula depèn de la seva naturalesa i de la manera en què s'aplica la força a la partícula. La força que obra sobre la partícula pot ser una força de compressió, que ocasioni que la partícula es fracturi per tensió. Aquesta força pot aplicar-se amb més o menys rapidesa, la qual cosa afecta la naturalesa de la fractura. A més, en comptes d'una força de compressió, la partícula podria sotmetre's a una força tallant, com la que s'exerceix quan dues partícules es freguen una amb l'altra.

S'han utilitzat molts termes per descriure els diferents mecanismes de fractura d'una partícula aïllada, i hi ha poca consistència en el seu ús. Els termes que s'empren en aquesta obra són els que s'il·lustren a la figura 6: abrasió, de creuer i d'esclat, que s'interpreten d'aquesta manera: la fractura per abrasió (figura 6a) ocorre quan s'aplica una energia insuficient per causar la fractura generalitzada de la partícula. Més aviat tenen lloc esforços localitzats i es fractura una àrea petita per donar una distribució de partícules molt fines (fractura d'esclat localitzada efectivament). La fractura de creuer (figura 6b) ocorre quan l'energia aplicada és precisament la suficient per carregar comparativament poques regions de la partícula fins al punt de fractura, i només en resulten unes quantes partícules. La seva mida és relativament propera a la mida de la partícula original. Aquesta situació sol passar sota condicions de compressió lenta en què la fractura alleugereix immediatament la càrrega que obra sobre la partícula. La fractura d'esclat (figura 6c) ocorre quan l'energia aplicada és molt superior a la necessària per efectuar la fractura; sota aquestes condicions, moltes àrees de la partícula estan sobrecarregades i el resultat és un nombre relativament gran de partícules amb un ampli espectre de mides. Això passa sota condicions de càrrega ràpida, com en un impacte de velocitat.

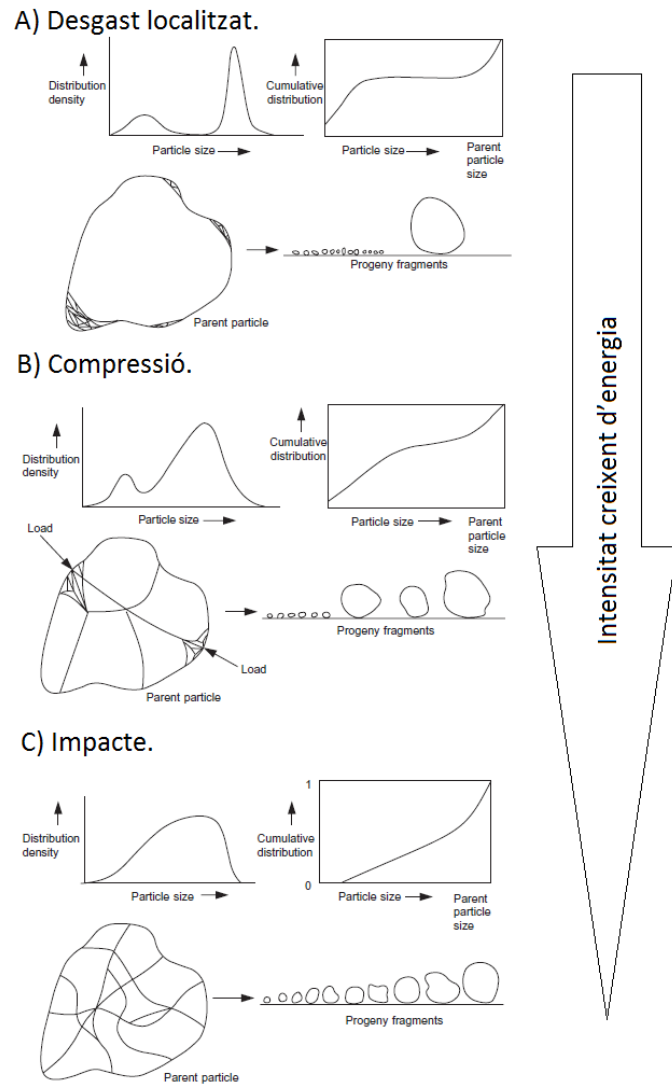


Figura 6. Energia de fractura.

A la pràctica, sens dubte, aquests tipus de fractures no s'esdevenen aïlladament. En el cas d'una fractura deguda a un impacte a alta velocitat en què l'energia és insuficient per ocasionar la fragmentació parcial de la superfície de la partícula, la fractura resultant és essencialment d'abrasió.

Si es desprenen fraccions molt petites d'una partícula a causa d'una força tallant aplicada a la superfície, l'efecte acumulatiu és d'abrasió. Estrictament parlant, sens dubte, aquest no és el cas d'una fractura individual.

## PRODUCTES DE FRACTURA

Gilvarry (1961) va utilitzar el plantejament de la teoria de l'esquerda de Griffith per demostrar que:

$$Y^- = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{d}{K_1} \right) - \left( \frac{d}{K_2} \right)^2 - \left( \frac{d}{K_3} \right)^3 \right]$$

( $Y^-$  = fracció acumulativa de massa de la mida  $d$ ;  $K_1, K_2, K_3$  = constants que depenen de les densitats de falla activades d'aresta, àrea i volum, respectivament).

Quan es fa la suposició que les falles d'aresta són les que predominen, per a partícules petites l'equació es redueix a l'equació de Rosin-Rammler:

$$Y^- = 1 - \exp\left[-\left(\frac{d}{d^*}\right)^3\right]$$

( $d^*$  = una mida de referència;  $s$  = índex de la funció de distribució de Weibull o Rosin-Rammler).

Mitjançant l'aplicació d'un enfocament estadístic, Gaudin i Meloy (1962) van derivar l'equació:

$$Y^- = 1 - \left(1 - \frac{d}{d^*}\right)^n$$

( $d^*$  = una mida de referència, en aquest cas la mida inicial de la partícula;  $n$  = mòdul de distribució), que és aplicable als fragments més grans d'un cas individual de fractura. Klimpel i Austin (1965) van derivar una equació general combinant l'enfocament del Gilvarry i l'enfocament estadístic. Aquesta equació és:

$$Y^- = 1 - \left[1 - \left(\frac{d}{d^*}\right)\right]^{n_1} \left[1 - \left(\frac{d}{d^*}\right)^2\right]^{n_2} \left[1 - \left(\frac{d}{d^*}\right)^3\right]^{n_3}$$

( $n_1, n_2, n_3$  = constants que depenen de les densitats de falla en aresta, àrea i volum, respectivament), la qual, per a distribucions de mides grans en què es produeixen unes quantes partícules grans, es redueix a:

$$Y^- = 1 - \left[1 - \left(\frac{d}{d^*}\right)^3\right]^{n_4}$$

Per a partícules fines i un pendent proper a la unitat, les equacions s'aproximen totes a l'equació de Gaudin-Schuhmann:

$$Y^- = \left(\frac{d}{d^*}\right)^n$$

( $d^*$  = mòdul de mida;  $n$  = mòdul de distribució)

Broadbent i Callcott (1956) van usar una altra distribució de mides del producte:

$$Y^- = \frac{1 - \exp\left[-(d/d^*)^n\right]}{1 - \exp(-1)}$$

Aquesta distribució serveix per calcular els valors de  $Y^-$  en una sèrie geomètrica de mides de partícules. Si bé la distribució no té base teòrica aparent (excepte com una modificació de l'equació Rosin-Rammler), la seva forma de valor discret (és a dir, una matriu de valors) s'ha usat àmpliament en l'anàlisi matemàtica de les operacions de reducció de mida.

## Assaig del pèndol de Bond

En aquesta prova determina l'energia necessària per aixafar una partícula de mineral sec per l'impacte de dos martells en balanceig. El mètode estàndard adoptat per Bond és el següent:

Dos martells iguals, 13.6 kg cada un (Fig. 7), al voltant de 0.7 m de longitud i la superfície d'impacte de 50 x 50 mm es suspeneix a partir de dues llantes (bicicleta). Els martells són elevats a una alçada coneguda i quan s'alliberen donen cops simultanis en els costats oposats d'una proveta seca (76-50 mm). La peça d'assaig s'ha suspès o recolzat amb la seva dimensió més petita entre els martells. Els martells són inicialment aixecats fins fer un angle de 10° amb la vertical, i després es posen en llibertat. Després de l'impacte a la peça d'assaig, s'examina la fractura i el nombre de trossos trencats es registra. Si la peça no està completament trencada, els martells s'eleven 5° i el procés es repeteix fins que la peça es trenca completament. Les altures dels martells es registren cada vegada. Com a mínim 10 mostres de roca s'han d'utilitzar per prova, però millor si són 20.

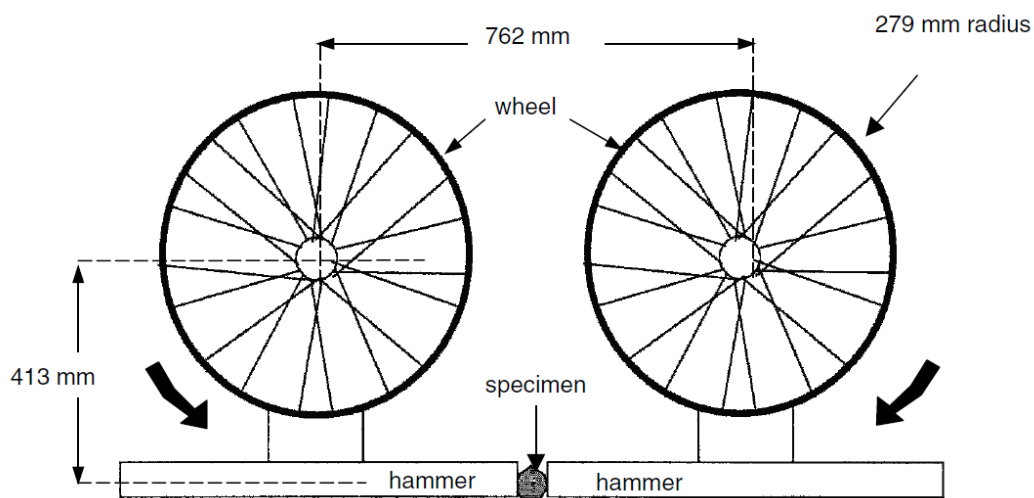


Figura 7. Prova d'impacte de Bond en el punt d'impacte amb la mostra

La resistència a l'impacte d'aixafament ( $I$ ), es calcula després de cada operació amb l'expressió:

$$I = \frac{2 \times M \times H}{d} \left[ \frac{\text{kg m}}{\text{mm}} \right]$$

On:  $I$  és la resistència a l'aixafament, en kg m/mm;  
 $M$  és la massa d'un martell, en kg;  
 $H$  és l'alçada d'on cau el martell, en m,  $[0.413 \times (1 - \cos \alpha)]$ ;  
 $d$  és el gruix de la mostra, en mm.

El valor de  $I$  és en general una mitjana dels deu a vint resultats de les proves. La resistència a l'impacte de les roques així determinat s'utilitza per calcular l'índex de treball de Bond de trituració mitjançant la fórmula següent:

$$W_i = \frac{C \times I}{\rho} \left[ \frac{\text{kWh}}{\text{t}} \right]$$

On:  $W_i$  és l'índex de treball de Bond de trituració, en kWh/t;  
 $C$  és una constant que converteix la força d'impacte de trituració, numèrica i dimensionalment amb l'índex de treball.  $C = 53.49$  per  $I$  en J/mm i  $W_i$  en kWh/t.  
 $\rho$  és la densitat relativa de la mostra.

La prova d'impacte de Bond es considera que és inexacta, ja que sempre subestima la triturabilitat comparat amb el funcionament real de la majoria dels materials estudiats.

Cal assenyalar que l'índex de mòlta de Bond i l'índex de trituració de Bond no són els mateixos encara que en la literatura tots dos es coneixen com  $W_i$ .

### Exercici:

El mètode de Bond del pèndol es va usar per determinar la resistència a la compressió d'una mostra seca de guix de 76 x 24 x 24 mm. La massa de cada martell va ser de 13.6 kg cadascun. Van ser posats en llibertat al mateix temps d'una posició el 15° amb la vertical. La densitat relativa de guix és de 2.32.

Determina:

1. Resistència a l'impacte de la mostra de guix.
2. Índex de trituració de Bond pel guix.

$$I = \frac{2 \times M \times H}{d} = \frac{2 \times 13.6 \text{ kg} \times (0.413[1 - \cos 15^\circ]) \text{ m}}{24 \text{ mm}} = 0.039 \text{ kg m/mm} \cdot \frac{9.81 \text{ N}}{1 \text{ kp}} = 0.38 \text{ J/mm}$$

$$W_i = \frac{C \times I}{\rho} = \frac{53.49 \times 0.38 \text{ J/mm}}{2.32} = 8.73 \text{ kWh/t}$$

## Assaig de Narayanan i Whitten

En aquesta prova, la mostra es impactada contra un pèndol suspès per un pèndol d'impacte (Fig. 8). En efecte, part de l'energia és absorbida en el trencament de la mostra, i part es transmet al pèndol suspès, que és desplaçat per la força de l'impacte i comença a oscil·lar. L'energia restant es dissipa en forma de so, calor, etc.

Dues mides de pèndols s'utilitzen depenent de la grandària de la mostra. Les característiques dels pèndol ambdós tipus es resumeixen a la taula 1.

Taula 1. Alternativa de masses per l'assaig de Narayanan i Whitten

Mides de la mostra [micres]	Massa del pèndol suspès [kg]	Massa del pèndol d'impacte [kg]
-3150+1120	40.35	19.86
-1120+475	6.364	4.441

L'oscil·lació del pèndol es registrada per un ordinador. De la geometria simple que es pot veure, el desplaçament  $D$ , del pèndol d'impacte ve donada per:

$$D = L \sin \alpha$$

on  $L$  és la longitud del cable de suspensió i  $\alpha$  és l'angle amb la vertical de la posició inicial del pèndol d'impacte.

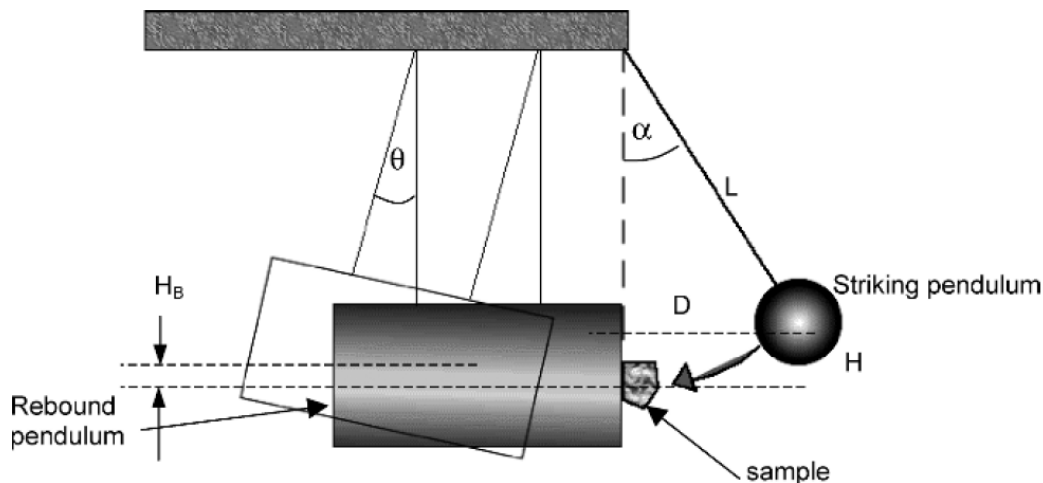


Figura 8. Equip d'assaig.

De la mateixa manera, el desplaçament horitzontal del pèndol suspès o de rebot després de l'impacte es dona:

$$L \sin \theta$$

on  $\theta$  és l'angle des de la vertical de la posició de repòs del pèndol suspès o de rebot. L'angle  $\theta$  es determina a partir del període d'oscil·lació,  $P_{os}$ , amb l'expressió:

$$P_{os} = A + B \theta^2$$

Per determinar el valor de  $\theta$ , cal determinar primer  $A$  i  $B$ . Això es fa mitjançant assajos amb el pèndol almenys a tres altures, i la  $P_{os}$  pel primer cop del pèndol determinada. L'alçada,  $H$ , a la qual el pèndol d'impacte s'aixeca, es dona per la relació:

$$H = L (1 - \cos \alpha)$$

La velocitat a la que impacte el pèndol,  $v_s^0$ , es pot determinar igualant les energies cinètica en el moment d'impacte i potencial a la posició elevada:

$$0.5 M_s (v_s^0)^2 = M_s g H$$

$$v_s^0 = (2 g H)^{0.5} = [2 g L (1 - \cos \alpha)]^{0.5}$$

L'energia del pèndol d'impacte en el punt d'impacte serà:

$$E_s = M_s g H = M_s g L (1 - \cos \alpha)$$

On  $M_s$  és la massa del pèndol d'impacte.

Després de l'impacte el pèndol suspès rebota i la velocitat dependrà de l'alçada que agafi amb el rebot:

$$0.5 (v_B^1)^2 = g H_B$$

$$v_B^1 = (2 g H_B)^{0.5}$$

On:  $H_B$  és l'alçada vertical màxima que agafa el pèndol de repòs, i;  
 $v_B^1$  és la velocitat del pèndol suspès o de rebot després de l'impacte.

Aleshores l'energia que corresponent serà:

$$E_B = M_B g H_B$$

On  $M_B$  és la massa del pèndol suspès o de rebot.

Després de l'impacte la velocitat del pèndol d'impacte decreix. Aplicant la llei de Newton de conservació de l'energia podem escriure:

$$v_s^0 - v_B^0 = - \frac{(v_s^1 - v_B^1)}{\epsilon}$$

On:  $\epsilon$  és el coeficient de restitució;  
 $v_B^0$  és la velocitat del pèndol suspès o de rebot abans de l'impacte, és zero;  
 $v_s^1$  és la velocitat del pèndol d'impacte després de l'impacte.

Aïllant  $\epsilon$ ;

$$\epsilon = \frac{(v_B^1 - v_s^1)}{v_s^0}$$

L'energia per a la trituració,  $E$ , és la diferència entre l'energia del pèndol d'impacte i l'energia del pèndol suspès o de rebot abans i després de l'impacte, i es calcula de la següent expressió:

$$E = E_s (1 - \epsilon^2) \frac{M_s}{M_B + M_s}$$

Unitats:  $E$  en kWh/t = 3600 kJ/t  
 Massa en kg  
 $\epsilon$  agafa valors entre 0-0.2

Amb els resultats obtinguts amb el pèndol en repòs més gran s'ha trobat una bona concordança amb l'energia que es consumeix en un molí autogen i semi-autogen (SAG), mentre que els resultats amb el més petit estan més d'acord amb els sistemes de molins de boles i barres. L'estimació de l'energia per a etapes de trituració amb aquest mètode porta a valors poc ajustats.



## JKMRC – Test de caiguda de massa

Els intents d'un mètode molt més simple i directa de l'estimació de l'energia necessària per a la trituració de roques s'han intentat per diversos autors. El mètode desenvolupat per Brown [1992] resta acceptat.

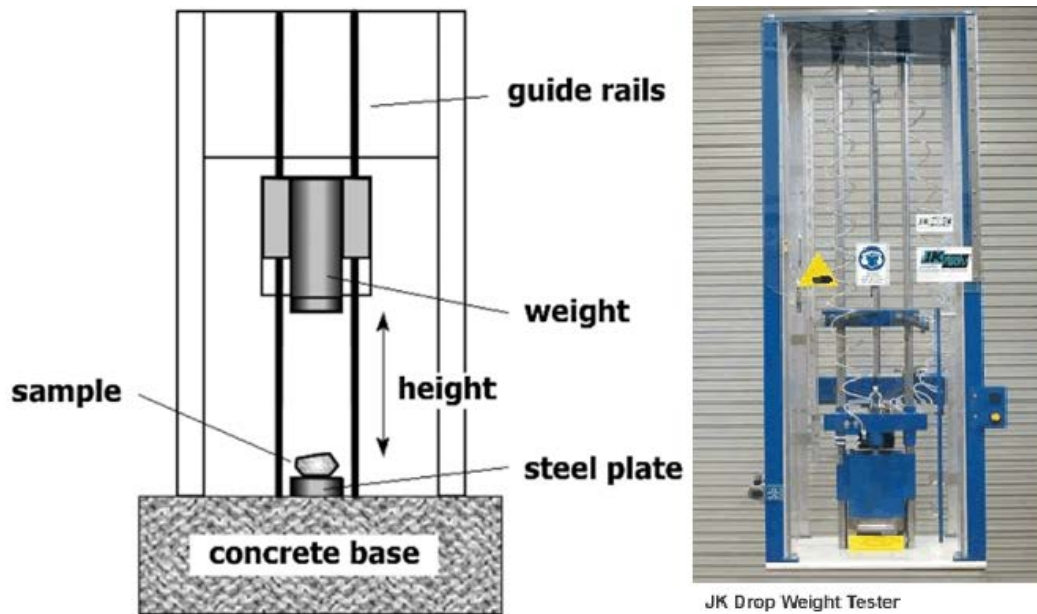


Figura 9. Test de caiguda de massa.

La figura 9 mostra esquemàticament l'aparell desenvolupat per Brown. La mostra es col·loca sobre una base rígida i es aixafada per la massa que cau des d'una altura predeterminada. La caiguda es canalitza pels carrils guia. Les condicions de la prova són:

- Rang de massa: 20-50 kg
- Alçada de caiguda: 0.5-1.0 m

La densitat de les roques ha d'estar entre 2800 i 4000 kg/m<sup>3</sup>. L'energia d'aixafar va de 0.01-50 kWh/t, en mides de partícula de 10-50 mm.

La mostra de roca sol ser seleccionats entre els rangs de mida amb la massa mitjana del conjunt de les partícules. L'energia de trencament per unitat de massa es calcula mitjançant l'expressió:

$$E = 0.0272 \frac{H \times M_c}{\bar{M}} \quad \left[ \frac{\text{kWh}}{\text{t}} \right]$$

$$E = 97.9 \frac{H \times M_c}{\bar{M}} \quad \left[ \frac{\text{J}}{\text{t}} \right]$$

On: E és l'energia per tona;  
H és l'alçada de caiguda, en cm;  
M<sub>c</sub> és la massa impactant, en kg;  
M̄ és la massa mitja de la mostra, en g.

Després de l'operació de trituració, la massa caiguda queda sobre les partícules trencades. Així, la distància real recorreguda per la massa és menys que l'altura mesura, una correcció en la distància real recorreguda per la massa s'ha de fer mitjançant la substitució d'H per l'alçada real recorreguda.

L'energia de rebot després de l'impacte, si existeix, s'ha vist que és molt petita comparada amb l'energia d'entrada i per tant no es considera.

La pràctica habitual recomana utilitzar la massa de 20 kg per a l'assaig. El nombre de les partícules varia entre 20 a 50 per cada combinació d'energia i mida, i un número més elevat per masses de 50 kg. Si la massa és insuficient, s'incrementa. L'energia de trencament es regeix per la relació entre la massa del bloc i l'alçada des de la qual ha caigut. L'energia de trencament determinada per aquest mètode concorde bé amb l'energia requerida per les trituradores comercials i molins autògens i semi-autògens.

### *Exercici:*

#### **JK - test de caiguda de massa**

H =	50	cm
Mc =	20	kg
d =	3000	kg/m <sup>3</sup>
Size =	15	mm

V =	1.767E-06	m <sup>3</sup>
M =	5.3014376	g

E =	5.131	kWh/t
-----	-------	-------

## Test estàndard en molí de boles de Bond

El mètode per determinar els consums d'energia per molí ha estat normalitzat per proves de laboratori i adoptat després de Bond.

Les condicions de les proves són:

Mida del molí: Diàmetre intern: 305 mm  
Allargada interna: 305 mm



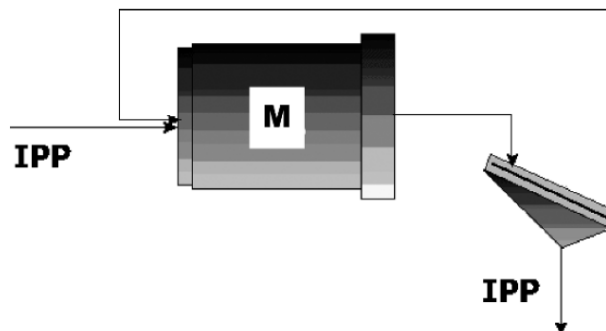
Figura 10. Molí de boles pel test de Bond

Material: Mineral sec  
Mida: 100% < 3.35 mm (6 malles) i 80% < 2 mm  
Quantitat: 700 cm<sup>3</sup>

Càrrega de boles d'acer del molí: Massa total: 20125 g  
Número: 285  
Diàmetres:  
43x3.7 cm; 9094 g  
67x3.0 cm; 7444 g  
10x2.5 cm; 694 g  
71x1.9 cm; 2078 g  
94x1.55 cm; 815 g

Velocitat de rotació: 70 rpm

El circuit a simular es mostra a continuació;



Una descripció detallada del procediment de prova és la següent:

1. L'aliment sec és triturat fins a tot < 3.36 mm (malla Tyler 6), amb etapes de trituració.
2. Cal posar el mineral triturat, a < 3.36 mm, en una proveta de 1000 ml amb la marca a 700 ml, lleugerament empaquetat però no massa consolidat. Després cal pesar la massa resultant de mineral, M. La massa M representa la càrrega del molí per a cada cicle.
3. Calcular el producte ideal (IPP), suposant una càrrega circulant del 250% (la massa de material que recircula és de 2.5 vegades l'aliment nou al circuit tancat, en l'estat estacionari). Si la massa de l'aliment nou és 1 i el massa de la càrrega que recircula és de 2.5, la massa que hi ha dins el molí és de 3.5:  

$$IPP = M/3.5$$
4. Determinar l'anàlisi granulomètric de l'alimentació. Assegureu-vos que la mida objecte del test (normalment 100-150 malles) està entre els tamisos de l'assaig.
5. Si l'anàlisi mostra que al tamís objecte del test hi ha més del 28% passant, cal prendre el nombre de revolucions per al primer període igual a zero i passar la càrrega d'alimentació directament sobre el tamís del test per eliminar la mida inferior. La carga per a la propera etapa serà els grossos del tamisat més la quantitat eliminada però amb material nou.
6. Col·locar la càrrega d'alimentació,  $M_1$ , en el molí ( $M=M_1$ ).
7. Engregar el molí per a  $N_1$  voltes, entre 50 a 100 o més pels materials de duresa mitjana.
8. Al final de la rutina, cal buidar la càrrega en un tamís d'alta resistència per a separar les boles del mineral, inspeccionar els revestiments del molí i les boles. Retorn de les boles al molí.
9. Tamisar el material separat al pas 8. El tamís ha de ser de la mida del tamís de la prova.
10. Pesat i registrar la massa no passant en el tamís del test,  $R_1$ .
11. Calcular i registrar la massa passant al tamís de prova,  $IPP_1$ . S'ha de complir:

$$IPP_1 = M_1 - R_1$$

12. Cal afegir una quantitat  $IPP_1$  però d'aliment nou de la següent etapa a la massa de grossos  $R_1$ . Calcular la quantitat de material passant al tamís del test en l'alimentació nova de la següent etapa:

$$\text{Fracció de fins a l'aliment nou} = P_2 = (1 - r_0)IPP_1$$

on  $r_0$  és la fracció no passant de material d'alimentació en el matís de test.

13. Calcular la massa neta de fins produïts, que és la massa del producte menys la massa de material de la mida del producte en l'alimentació:

$$\text{Massa neta de fins produïts} = IPP_1 - (1 - r_0)M_1$$

14. Calcular la massa neta de fins produïda per volta,  $G_1$  en g/volta, dividint la massa neta de fins del producte pel nombre de voltes en el període.

$$G_1 = [IPP_1 - (1 - r_0)M_1]/N_1$$

15. Iniciar una nova etapa 2, afegint la quantitat necessària de nou aliment als no passants de la prova anterior, per tal que la massa sigui  $M_2=M_1=M$ .
16. Calcular la massa que ha de ser mòlta en el proper període per tal d'obtenir la càrrega circulant desitjada (250%). Aquesta quantitat és el producte ideal del període (pas 3), menys la quantitat de material de mida passant a la malla del test en l'alimentació de l'etapa (pas 12).

$$\text{Massa que ha de ser mòlta en el proper període} = \frac{M}{3.5} - P_2$$

On:

$P_2$  és la massa de fins en l'alimentació de l'etapa, en g:

$$P_2 = IPP_1 (1-r_0);$$

17. Calcular el nombre de voltes  $N_2$ , per al proper període. És la quantitat de material que ha de ser mòlt (pas 16) dividit per la massa neta per cada volta del període anterior (pas 14).

$$N_2 = \frac{\frac{M}{3.5} - P_2}{G_1}$$

On:  $M$  és la massa inicial, en g;

$P_2$  és la massa de fins en l'aliment de cada etapa, en g;

$G_1$  és el quocient entre els fins formats i les voltes que els han format, però de l'etapa anterior, en g/volta.

18. Tornar a iniciar una nova etapa, carregar el molí i repetir els passos 6 a 17. Almenys cinc períodes de mòlta han de ser completats.
19. La massa neta de fins per volta ha d'apropar-se a un valor d'equilibri, on arribi a ser constant durant almenys tres períodes, o bé mostri una reversió en la tendència.
20. S'agafa la mitjana de la massa per volta dels darrers dos o tres períodes,  $G$ .
21. Determinar la distribució de la mides dels producte.
22. Determinar el 80% passant al tamís del test del producte,  $P_{80}$ , i de l'aliment,  $F_{80}$ , (valor obtingut al pas 4).
23. Calcular l'Índex de treball de laboratori amb la següent equació:

$$W_i = \frac{48.95}{D^{0.23} \times G^{0.82} \times 10 \times \left[ \frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right]} \quad [\text{kWh/t}]$$

On  $D$  és la mida del tamís del test, en micres;

$G$  és la massa neta de fins produïda per volta (mitjana de la fase estable) , en g/volta;

$P_{80}$  és el tamís on el 80% de la massa passa del producte del circuit, en micres;

$F_{80}$  és el tamís on el 80% de la massa passa de l'aliment del circuit, en micres.

El valor de l'índex de Bond calculat per aquesta metodologia s'aplica específicament:

1. Via humida.
2. Circuit tancat (250% de recirculació).
3. Molí de boles de diàmetre interior de 2.44 m.
4. Mida de partícula de menys 3.35 mm.

Per tals que els càlculs es refereixen altres processos calen una sèrie de factors d'eficiència empírica.

En lloc de 80% passant, en alguns llocs utilitzen el 75%. Per tant, és imperatiu que la mida del tamís s'indiqui al donar la dada de l'índex de treball.

Per distingir el valor de l'índex de treball determinat en condicions de laboratori de la exigida a la planta de molta, hi ha la relació dels índexs de treball és igual a la proporció d'energies necessàries en la prova de laboratori i els molins de la planta:

$$\frac{W_{oi}}{W_i} = \frac{\text{Energia requerida a la planta de molta}}{\text{Energia en el test de molta}}$$

Per calcular l'índex de treball a la planta de molta, cal el valor operatiu de treball en l'eix del pinyó del molí. És a dir, si el motor s'acobla directament a l'eix del pinyó, a continuació, potència de sortida del motor és la potència en l'eix del pinyó del molí. El treball s'obté dividint la potència del molí (kW) pel material processat (t/h):

$$W_{oi} = \frac{\text{Potència del molí [kW]}}{\text{Material processat [t/h]} \left( 10 \left\{ \frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right\} \right)}$$

En aquesta equació de Bond, l'aliment F és l'alimentació al circuit de mòlta i el producte P, és el producte del circuit de mòlta. En un circuit obert és senzill, però en un molí de circuit tancat, on s'ha instal·lat un classificador per tornar la fracció de grossos al molí, l'índex de treball es basa en el treball realitzat en la reducció de la mida del nou aliment més la fracció gruixuda del producte separat en el classificador que torna a l'alimentació del molí.

L'índex de treball d'operació s'utilitza per:

1. Enregistrament de rendiment dels molins de forma regular.
2. Comparar el rendiment actual amb les dades històriques
3. Comparació de circuits en diferents plantes.

L'índex de treball d'operació no és directament comparable amb l'índex de treball obtingut de les proves de mòlta de laboratori. Si disposem de les pèrdues del motor i la unitat, llavors l'índex d'operació dividit pel del test de laboratori pot ser utilitzat com una mesura de l'eficiència de mòlta a la planta.

$$\text{Eficiència de molta} = 100 \frac{W_{oic}}{W_{i \text{ test}}}$$

On:  $W_{oic}$  és l'índex de treball d'operació, corregit per les condicions d'operació;  
 $W_{i \text{ test}}$  és el valor del test de laboratori.

Exercici

ASSAIG BOND PER A MOLÍ DE BOLES

Malla de test= 150 0.106 mm

Dades granulomètriques aliment:

Malla Tyler	Obertura		Massa acumulada
número	mm	mm	fracció
-5+6	4	3.35	1
-6+8	3.35	2.36	0.86
-8+10	2.36	1.7	0.76
-10+20	1.7	0.85	0.51
-20+28	0.85	0.6	0.39
-28+35	0.6	0.445	0.31
-35+48	0.445	0.3	0.22
-48+65	0.3	0.212	0.16
-65+100	0.212	0.15	0.12
-100+115	0.15	0.125	0.10
-115+150	0.125	0.106	0.08
-150+200	0.106	0.075	0

Passant a 150 malles: 0.08  
 $F_{80} = 1.93$  mm  
 Volum = 700.00 cm<sup>3</sup>  
 Densitat aparent = 1.53 g/cm<sup>3</sup>  
 Massa = 1072.10 g

Etap	Aliment		Passant a 150 malles A la carga	Material a moldre A la carga	Voltes	Producte retirat		G Formades/velocitat g/volta	Recirculació	
	Massa afegida g	Massa total				Formades g	Totals g		real (nova/total) %	Carrega circulant (retorn/nova) %
1 <sup>a</sup>	1072.1	1072.1	90.6	215.7	100	201.3	291.9	2.013	27.2%	
2 <sup>a</sup>	291.9	1072.1	24.7	281.6	140	240.4	265.1	1.718	24.7%	267%
3 <sup>a</sup>	265.1	1072.1	22.4	283.9	165	280.2	302.6	1.696	28.2%	304%
4 <sup>a</sup>	302.6	1072.1	25.6	280.7	166	281.0	306.6	1.698	28.6%	254%
5 <sup>a</sup>	306.6	1072.1	25.9	280.4	165	280.2	306.1	1.696	28.6%	250%
6 <sup>a</sup>	306.1	1072.1	25.9	280.4	165	282.1	308.0	1.706	28.7%	250%
7 <sup>a</sup>	308.0	1072.1	26.0	280.3	164	280.3	306.3	1.707	28.6%	248%
8 <sup>a</sup>	306.3	1072.1	25.9	280.4	164	281.4	307.3	1.713	28.7%	250%
9 <sup>a</sup>	307.3	1072.1	26.0	280.3	164	280.4	306.4	1.713	28.6%	249%

$G_{mitjana} = 1.710$  g/volta

Dades granulomètriques producte (<150malles):

Malla Tyler	Obertura		Massa acumulada
número	mm	mm	fracció
-115+150	0.125	0.106	1.00
-150+170	0.106	0.088	0.99
-170+200	0.088	0.075	0.99
-200+250	0.075	0.063	0.98
-250+270	0.063	0.053	0.96
-270+325	0.053	0.044	0.92
-325	0.044		0.000

Passant a 150 malles: 1.00  
 $F_{80} = 0.0274$  mm

índex energètic de Bond per a molí de boles:

$W_i = 6.406$  kWh/t

## Test estàndard en molí de barres de Bond

Les condicions estàndard per a la determinació de l'índex de treball dels molins de barres en condicions de laboratori són:

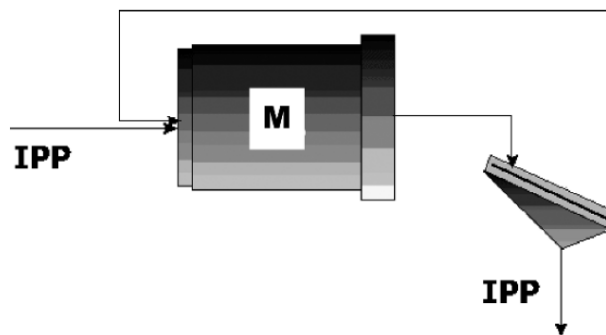
Molí Mida: 305 mm (diàmetre interior) x 610 mm (longitud interna)

Material: Minerals: Sec  
 Mida: Reduït al 100% <13.2 mm  
 Quantitat: 1250 cm<sup>3</sup> (per donar una densitat aparent reproducible)

Càrrega del molí: Barres d'acer: 6x38.1 mm de diàmetre x 0.53 m de llarg  
 2x44.5 mm de diàmetre x 0.53 m de llarg  
 Massa total = 33.38 kg

Velocitat de rotació: 46 rpm en posició horitzontal, 100% de recirculació de càrrega.

El circuit simulat és el següent:



Una descripció detallada del procediment és:

1. L'aliment sec és triturat a <13.2 mm, amb etapes de trituració.
2. Afegir el mineral triturat, <13.2 mm, en una proveta graduada 2000 ml amb la marca de 1250 ml, empaquetat però sense consolidació. Pesat la massa resultant de mineral, M; La massa M representa la càrrega del molí per a cada rutina.
3. Calcular el producte ideal (IPP), suposant una càrrega circulat del 100% (la massa de material que recircula és de 1 vegades l'aliment nou al circuit tancat, en l'estat estacionari). Si la massa de l'aliment nou és 1 i el massa de la càrrega que recircula és de 1, la massa que hi ha dins el molí és de 2:  

$$IPP = M/2$$
4. Determinar l'anàlisi granulomètric de l'alimentació. Assegureu-vos que la mida de la mida objecte del test està entre els tamisos de l'assaig.
5. Si l'anàlisi mostra que al tamís objecte del test hi ha més del 50% passant, cal prendre el nombre de revolucions per al primer període igual a zero i passar la càrrega d'alimentació directament sobre el tamís del test per eliminar la mida inferior. La carga per a la propera etapa serà els grossos del tamisat més la quantitat eliminada però amb material nou.
6. Col·locar la càrrega d'alimentació, M<sub>1</sub>, en el molí (M=M<sub>1</sub>).
7. Engregar el molí per a N<sub>1</sub> voltes, inicialment 30 voltes. El molí ha d'operar horitzontal per al 8 voltes, inclinat cap baix 5° una volta, inclinat cap a dalt 5° per una volta, i anar repetint.
8. Al final de la rutina, per buidatge de la càrrega cal la inclinació del molí a 45° cap avall i fer girar 30 voltes. Les barres es conserven a l'interior.
9. Tamisar el material separat al pas 8. El tamís ha de ser de la mida del tamís de la prova.
10. Pesat i registrar la massa no passant en el tamís del test, R<sub>1</sub>.
11. Calcular i registrar la massa passant al tamís de prova, IPP<sub>1</sub>. S'ha de complir:



$$IPP_1 = M_1 - R_1$$

12. Cal afegir una quantitat  $IPP_1$  però d'aliment nou de la següent etapa a la massa de grossos  $R_1$ . Calcular la quantitat de material passant al tamís del test en l'alimentació nova de la següent etapa:

$$\text{Fracció de fins a l'aliment nou} = P_2 = (1 - r_0)IPP_1$$

on  $r_0$  és la fracció no passant de material d'alimentació en el matís de test.

13. Calcular la massa neta de fins produïts, que és la massa del producte menys la massa de material de la mida del producte en l'alimentació:

$$\text{Massa neta de fins produïts} = IPP_1 - (1 - r_0)M_1$$

14. Calcular la massa neta de fins produïda per volta,  $G_1$  en g/volta, dividint la massa neta de fins del producte pel nombre de voltes en el període.

$$G_1 = [IPP_1 - (1 - r_0)M_1]/N_1$$

15. Iniciar una nova etapa 2, afegint la quantitat necessària de nou aliment als no passants de la prova anterior, per tal que la massa sigui  $M_2 = M_1 = M$ .  
 16. Calcular la massa que ha de ser mòlta en el proper període per tal d'obtenir la càrrega circulant desitjada (100%). Aquesta quantitat és el producte ideal període (pas 3) menys la quantitat de material de mida passant a la malla del test en l'alimentació de l'etapa (pas 12).

$$\text{Massa que ha de ser mòlta en el proper període} = \frac{M}{2} - P_2$$

On:

$P_2$  és la massa de fins en l'alimentació de l'etapa, en g:

$$P_2 = IPP_1 (1 - r_0);$$

17. Calcular el nombre de voltes  $N_2$ , per al proper període. És la quantitat de material que ha de ser mòlt (pas 16) dividit per la massa neta per cada volta del període anterior (pas 14).

$$N_2 = \frac{\frac{M}{2} - P_2}{G_1}$$

On:  $M$  és la massa inicial, en g;

$P_2$  és la massa de fins en l'aliment de cada etapa, en g;

$G_1$  és el quocient entre els fins formats i les voltes que els han format, però de l'etapa anterior, en g/volta.

18. Tornar a iniciar una nova etapa, carregar el molí i repetir els passos 6 a 17. Almenys cinc períodes de mòlta han de ser completats.  
 19. La massa neta de fins per volta ha d'apropar-se a un valor d'equilibri, on arribi a ser constant durant almenys tres períodes, o bé mostri una reversió en la tendència.  
 20. S'agafa la mitjana de la massa per volta dels darrers dos o tres períodes,  $G$ .  
 21. Determinar la distribució de la mides dels producte.  
 22. Determinar el 80% passant al tamís del test del producte,  $P_{80}$ , i de l'aliment,  $F_{80}$ , (valor obtingut al pas 4).  
 23. Calcular l'Índex de treball de laboratori amb la següent equació:

$$W_i = \frac{68.2}{D^{0.23} \times G^{0.625} \times 10 \times \left[ \frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right]} \quad [\text{kWh/t}]$$

- On
- D és la mida del tamís del test, en micres;
  - G és la massa neta de fins produïda per volta (mitjana de la fase estable) , en g/volta;
  - $P_{80}$  és el tamís on el 80% de la massa passa del producte del circuit, en micres;
  - $F_{80}$  és el tamís on el 80% de la massa passa de l'aliment del circuit, en micres.

## AFECCIONS A L'ÍNDEX DE BOND

Els índex de Bond calculats a partir de l'assaig són vàlids per a les condicions de mida del molí del laboratori, i per unes condicions d'un molí de boles de 2.44 m de diàmetre que opera en circuit tancat en molta humida i la resta amb les mateixes condicions que el molí de l'assaig. Per això calen ser esmenats per les condicions industrials de molta mitjançant 8 factors.

### Factor de correcció F1

Per a la conversió a molta en sec, atès que l'índex de Bond correspon a condicions de molta humida.

$$W_i(\text{sec}) = 1.3 W_{i \text{ test}}(\text{humit})$$

F1 = 1.3 per passar de molta humida a seca.

### Factor de correcció F2

Per a la conversió a circuit obert de molta humida.

Pel circuit obert de molta, el factor de correcció depèn del grau de control requerit sobre el producte del molí. La taula de sota dona els coeficients multiplicadors F2 enfront de diferents controls del producte de la molta referit al passant a la mida de les partícules de l'obertura del tamís del producte de la molta.

Control de mida del producte (% passant)	Factor F2
50	1.035
60	1.05
70	1.10
80	1.20
90	1.40
92	1.46
95	1.57
98	1.70

$$W_i (\text{circuit obert humit}) = W_{i \text{ test}} (\text{circuit tancat humit}) \times F2$$

Per exemple, si l'índex de treball de Bond és  $W_i = 12.40$  pel circuit tancat de molta humida, on un 80% de partícules de la mida del tamís passen el tamís del control del circuit tancat, llavors el valor corresponent per al circuit obert de molta humida d'acord amb la taula seria:

$$W_i (\text{circuit obert humit}) = W_{i \text{ test}} (\text{circuit tancat humit}) \times F2 = 12.40 \times 1.20$$

$$W_i (\text{circuit obert humit}) = 14.8$$

### Factor de correcció F3

Factor de correcció per mida de l'aliment.

Mida òptimes de les partícules de l'aliment:

$$< 4000 \sqrt{1.10 \frac{13}{W_{i \text{ test}}}} \quad \mu\text{m (molí de boles)} \quad \text{o} \quad < \frac{15.1}{W_{i \text{ test}}} \quad \text{mm}$$

$$< 16000 \sqrt{1.10 \frac{13}{W_{i \text{ test}}}} \quad \mu\text{m (molí de barres)} \quad \text{o} \quad < \frac{60.5}{W_{i \text{ test}}} \quad \text{mm}$$

Si són més grosses, el factor de correcció F3 ve donat per l'equació:

$$F3 = F_{OS} = 1 + \frac{P_{80}}{F_{80}} \left( \frac{W_{i \text{ test}}}{1.10} - 7 \right) \left[ \frac{F_{80}}{4000 \sqrt{\frac{1.10 \cdot 13}{W_{i \text{ test}}}}} - 1 \right]$$

### Factor de correcció F4

Per molta extra fina:  $F4 = F_G$

Quan la mida del producte que es requereix és menor de 75 micres i major de 15 micres, això implica que la mida del producte ha de ser d'una mida extra fina. En aquests casos, l'índex de treball dependrà de la mida del producte. La correcció de l'índex de treball necessari és donada per l'equació:

$$F4 = F_G = \frac{P_{80} + 10.3}{1.145 P_{80}}$$

### Factor de correcció F5

Per la baixa reducció per molins de boles:  $F5 = F_R$

Aquesta correcció s'aplica quan la reducció, és a dir, la relació de la mida d'alimentació, i la mida del producte és inferior a 6.

El factor multiplicador per a diferents valors de R (definit com  $F_{80}/P_{80}$ ) es determina a partir de l'expressió:

$$F5 = F_R = \frac{2(R - 1.35) + 0.26}{2(R - 1.35)} \quad \text{o} \quad F5 = F_R = \frac{(F_{80} - 1.22P_{80})}{(F_{80} - 1.35P_{80})}$$

### Factor de correcció F6

Factor de correcció per a alt o baixa reducció en molins de barres.

Hi ha una relació òptima de reducció ( $R_{RO}$ ) per a cada molí de barres a causa de la preferència natural per moldre les mides gruixudes de la càrrega.

$$R_{RO} = 8 + 5 \frac{L}{D}$$

On L i D són l'allargada i el diàmetre intern del molí de barres.

Per a reduccions menors que condueix a una mòlta més gruixuda a causa de la reducció del temps de residència el molí, alterant l'acció normal de mòlta, i per reduccions més grans de l'òptima, per a ambdós casos de relacions de reducció anormal, un factor de correcció (F6) s'aplica a l'índex de Bond:

$$F6 = 1 + \frac{(R - R_{RO})^2}{150}$$

Aquest factor només s'aplica si R està fora del rang:  $R_{RO} \pm 2$ .

## Factor de correcció F7

Factor de correcció per diàmetre del molí.

La mòlta canvia d'eficiència amb el diàmetre del molí. El canvi sorgeix del canvi en la potència consumida i el canvi de la capacitat del molí amb el diàmetre. El factor de correcció es dona com:

$$F7 = \left(\frac{2.44}{D}\right)^{0.2} \quad \text{per } D < 3.81 \text{ m}$$

$$F7 = 0.914 \quad \text{per } D \geq 3.81 \text{ m}$$

On D és el diàmetre del molí en m.

## Factor de correcció F8

Factor de correcció per molins de barres.

El factor de correcció per a la mòlta en barres és complexa i depèn de la preparació de l'aliment. Bond suggereix dues condicions:

1. Per un molí de barres únic, utilitzeu un factor d'eficiència de F8=1.4 quan l'aliment és processat en circuit obert, i de F8=1.2 en circuit tancat.
2. Per a un circuit de molins de boles i barres, no aplicar correcció del diàmetre del molí al de boles (F7=1). Si l'alimentació de molí barres és produïda per un circuit obert, utilitzar un factor de F8=1.2 per a l'etapa del molí de barres només. Si l'alimentació de molí de barres és del 80% passant en un tamís de 12 mm o menys (per exemple, d'una molta en circuit tancat) s'aplica el factor F8=1 al molí de barres. Altres factors de correcció com el diàmetre del molí i la relació de reducció s'apliquen.

La incertesa en aquest factor de correcció vol dir que té poc valor en el càlcul.

Així, l'índex de Bond del test multiplicat pel producte dels factors de correcció proporcionarà una estimació del veritable valor de l'índex de treball a aplicar a la molta:

$$W_i = W_{i\text{test}} \cdot F1 \cdot F2 \cdot F3 \cdot F4 \cdot F5 \cdot F6 \cdot F7 \cdot F8$$

Factors que no apliquen han de ser presos com a 1.

L'índex de Bond canvia amb la mida del tamís elegit durant el test. Per exemple, en lloc de triar la mida del tamís a través del qual el 80% del mineral passa, podem agafar la mida del tamís a través del qual passa el 75% del mineral passa, triat per adaptar-se a una situació particular d'operació de la planta. L'expressió original de Bond per l'índex de treball es basa en el 80% del material que passa una mida de tamís. Qualsevol desviació d'aquest estàndard de Bond requereix la determinació de la seva corresponent equivalència. El mètode de determinació de l'equivalència es pot explicar amb el següent exemple.

### Exercici

Processem un mineral d'or, i sabem que el 99% passa el tamís de 9.5 mm. La mesura al laboratori mostra que la mida del producte passa en un 75% al tamís de 63 micres. Una prova estàndard de mòlta de Bond indica que la massa neta produïda per volta (molturabilitat) va ser de 2.28 g/volta en una mida del tamís del test de 106 micres. El mineral es molt en un molí de boles de 2.0 m en humit i en circuit tancat amb una producció horària de 150 t/h. Estimar l'índex de treball per aquest molí.

(suposem que el producte fragmentat d'aquest mineral s'adapta a l'equació de Gaudin-Schuhmann amb n=2).

1r Pas: Càlcul del  $F_{80}$ :

Sabem que el 99% passa el tamís de 9.5, aleshores:

$$F_{80} = \left[ \frac{0.8}{0.99} \right]^2 F_{99} = \left[ \frac{0.8}{0.99} \right]^2 9.5 = 6.2 \text{ mm}$$

2n Pas: Càlcul del  $P_{80}$ :

Sabem que el 75% passa el tamís de 63 micres, aleshores:

$$P_{80} = \left[ \frac{0.8}{0.75} \right]^2 P_{75} = \left[ \frac{0.8}{0.75} \right]^2 63 = 71.7 \text{ } \mu\text{m}$$

3r Pas: Càlcul de l'energia del test de bond:

$$\begin{aligned} W_{i \text{ test}} &= \frac{48.95}{D^{0.23} \times G^{0.82} \times 10 \times \left[ \frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right]} = \\ &= \frac{48.95}{106^{0.23} \times 2.28^{0.82} \times 10 \times \left[ \frac{1}{\sqrt{71.7_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{6200_{80}}} \right]} = 8.08 \text{ kWh/t} \end{aligned}$$

4t Pas: Càlcul dels factors de correcció de Bond per adaptació a les condicions reals:

Factor F1: molta humida.

$$F1 = 1$$

Factor F2: molta en circuit tancat.

$$F2 = 1$$

Factor F3: mida aliment =  $\frac{15.1}{W_{i \text{ test}}} = \frac{15.1}{8.08} = 5.3 \text{ mm}$  com l'alimentació és 9.5 mm

$$\begin{aligned} F3 &= 1 + \frac{P_{80}}{F_{80}} \left( \frac{W_{i \text{ test}}}{1.10} - 7 \right) \left[ \frac{F_{80}}{4000 \sqrt{\frac{1.10 \cdot 13}{W_{i \text{ test}}}}} - 1 \right] = \\ &= 1 + \frac{71.7}{6200} \left( \frac{8.08}{1.10} - 7 \right) \left[ \frac{6200}{4000 \sqrt{\frac{1.10 \cdot 13}{8.08}}} - 1 \right] = 1.00005 \end{aligned}$$

Factor F4: mida producte és 71.7 micres < 75 micres.

$$F4 = \frac{P_{80} + 10.3}{1.145 P_{80}} = \frac{71.7 + 10.3}{1.145 \cdot 71.7} = 0.999$$

Factor F5: baixa reducció per a molins de boles (<6), com la reducció és:

$$\frac{F_{80}}{P_{80}} = \frac{6200}{71.7} = 86.54 > 6$$

$$F5 = 1$$

Factor F6: baixa reducció per a molins de barres com és un molí de boles:

$$F6 = 1$$

Factor F7: diàmetre del molí = 2 m.

$$F7 = \left(\frac{2.44}{D}\right)^{0.2} = \left(\frac{2.44}{2}\right)^{0.2} = 1.041 \text{ m}$$

Factor F8: molins de barres com és un molí de boles:

$$F8 = 1$$

5è Pas: Càlcul de l'índex de Bond per molí industrial ( $W_i$ ):

$$\begin{aligned} W_i &= W_{i\text{test}} \times F1 \times F2 \times FE \times F4 \times F5 \times F6 \times F7 \times F8 = \\ &= 8.08 \times 1 \times 1 \times 1.00005 \times 0.999 \times 1 \times 1 \times 1.041 \times 1 = 8.40 \text{ kWh/t} \end{aligned}$$

<b><math>W_i = 8.40 \text{ kWh/t}</math></b>
--

## EFFECTE DE LA MIDA DEL TAMÍS DEL TEST A L'ÍNDEX DE BOND

L'índex de treball de Bond no és una constant, sinó que està influenciat per les condicions de la molta. Per exemple, si volem un material més fi, més gran és el valor en kWh/t necessari per moldre a aquesta mida. Magdalinovic (1989) van mesurar l'índex de Bond de tres tipus de mineral amb diferents mides de tamís de test, i va establir una correlació entre la massa molta per volta, G, i l'arrel quadrada de la mida del tamís del test de Bond, D:

$$G = K_1 \sqrt{D}$$

On la constant  $K_1$  depèn del tipus de mineral. Magdalinovic també va establir una relació entre la mida del tamís del test i la mida del tamís on passa el 80% de la massa:

$$D = K_2 P_{80}$$

On la constant  $K_2$  depèn del tipus de mineral i té un rang de 1.4 a 1.5. Una regressió de les dades de Magdalinovic, incloent la alimentació expressada com acumulada al 80% dóna un valor mitjà de 1.485 per a  $K_2$ . La taula de sota hi ha algunes d'aquestes dades:

Mida [mm] 99% passant	Mida [mm] 80% passant
38.1	25
25.4	18
19.1	12
12.7	8.5
9.5	6
6.7	4.2
4.75	3
3.35	2.1
2.36	1.5
1.7	1
1.18	0.8
0.85	0.55
0.6	0.4
0.425	0.27
0.3	0.15
0.212	0.105
0.15	0.072
0.106	0.055
0.075	0.036
0.045	0.02

Utilitzant el mètode Magdalinovic, amb els resultats del test de l'índex de Bond en un tamís de prova, podem calcular les constants  $K_1$  i  $K_2$ , i l'índex de Bond es pot estimar per a qualsevol mida de tamís del test.



## ÍNDIX D'ABRASIÓ DE BOND

Prova d'abradió consisteix en una paleta d'acer endurit Cr-Ni-Mo (duresa Brinell = 500), 7,62 cm x 2,54 cm x 2,54 cm, amb 2,54 cm de la seva longitud dins d'un rotor de 11,43 cm de diàmetre. El rotor està cobert per un tambor d'acer concèntrics 11,43 cm de llarg i 30,54 cm de diàmetre. Tant el rotor com el tambor exterior es munten sobre un eix horitzontal. El rotor gira a 632 rpm (90% de la crítica), mentre que el tambor es fa girar en la mateixa direcció a 70 rpm. La massa de la càrrega inicial és de 400 g de -19,0 mm +12,7 mm de mida. La durada de l'assaig és 15 minuts. A continuació, la càrrega es retira i el procés es repeteix quatre vegades. És a dir, l'eix està exposada a l'abradió durant 1 hora. La càrrega recuperada cada vegada, és tamisada i pesada. L'eix també es pesa. La pèrdua de massa (en grams) de la paleta de l'eix proporciona l'índex d'abradió,  $A_i$ . L'energia total utilitzada també es considera. L'índex d'abradió així determinat s'inclou en les taules per a determinats minerals. La correlació matemàtica amb l'índex de treball no ha estat establerta.

Table 3.5  
Average Abrasion and Work Index of selected minerals [41].

Mineral	Work Index ( $W_i$ )	$P_{80}$	Abrasion Index ( $A_i$ )
Dolomite			0.016
Limestone	11.7	-	0.082
Magnesite	0	-	0.079
Copper Ore	11.7	12,700	0.147
Hematite	8.5	13,450	0.165
Magnetite	13.0	-	0.222
Granite	16.6	14,680	0.388
Taconite	16.3	-	0.775
Quartzite	17.4	-	0.775
Alumina	17.5	15,800	0.891

### ABRASIVE INDEX OF SELECTED MINERALS (Averaged over 200 determinations)

(Source: Marshal, V.C. (1975) Comminution, Institute of Chemical Engineers)\*

MATERIAL	ABRASIVE INDEX
Alumina	0.891
copper ore	0.147
chrome ore	0.120*
dolomite	0.016
diorite	0.230*
gold ore	0.200*
hematite	0.165 (0.0952)*
limestone	0.032 (0.026)*
lead-zinc ore	0.152*
magnesite	0.075
Magnetite	0.165(0.252)*
manganese ore	0.113*
Nickel Ore	0.122*
Quartz	0.183*
Quartzite	0.775(0.691)*
Taconite	0.624(0.683)*

## ÍNDIX D'ABRASIÓ DE JKMRC

JKMRC ha desenvolupat un mètode lleugerament diferent de l'estimació de l'abradió de Bond. En aquesta prova, 3 kg de mineral sec, la mida -55 mm +38 mm es carreguen en un tambor d'acer cilíndric horitzontal de 0,30 x 0,30 m, amb aixecadors de 2,54 cm d'alçada, el tambor es fa girar durant 10 minuts a 53 rpm. La mostra, després es retira i es tamisa fins a -38 µm. El percentatge de massa que passa per un tamís el 10% de la mida original ( $T_{10}$ ) es pren com el "paràmetre d'abradió". El concepte i l'ús del factor,  $T_{10}$ , es defineix com el percentatge del mineral que passa pel tamís 1/10 de la mida de la partícula original. El significat dels subíndexs es pot estendre com:

$T_2$  = % massa passant per 1/2 de la mida original

$T_4$  = % massa passant per 1/4 de la mida original

...

$T_{10}$  = % massa passant per 1/10 de la mida original

...

$T_N$  = % massa passant per 1/N de la mida original

$T_N$  és el % de massa acumulada passa a  $d_{GM}$ , on  $d_{GM}$  és la mitjana geomètrica de l'interval de grandària entre els tamisos. La relació entre  $T_{10}$  i l'energia específica de trencament:

$$T_{10} = A[1 - e^{-BE_G}]$$

On A i B són constants específiques del mineral i  $E_G$  és l'energia específica de fractura. A representa el límit teòric de  $T_{10}$ . Per minerals dura A = 50 aproximadament., figura 11.

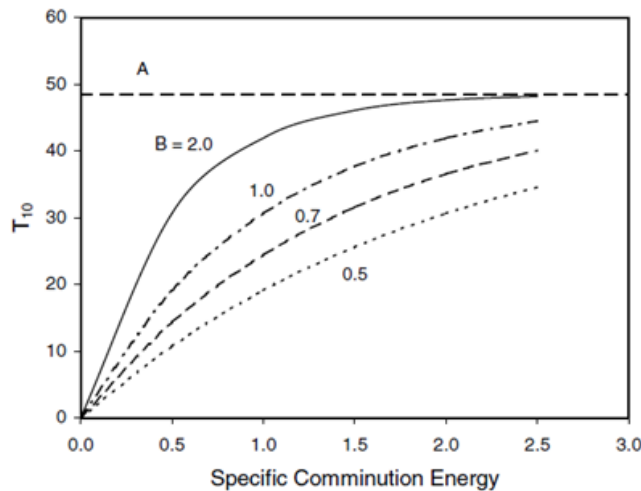


Figura 11. Relació entre  $T_{10}$  i l'energia específica de fractura.

Per trituració –  $T_{10}$  agafa valors entre 10-20%

Per molta –  $T_{10}$  agafa valors entre 20-50%

El paràmetre A.B es coneix com el paràmetre d'impacte i defineix la pendent de la corba de la figura. Hi ha una correlació amb l'índex de treball per molins de boles:

$$A.B = -3.5 W_i + 117$$

## MODEL t10 BASAT EN L'ENERGIA D'IMPACTE

Basat en l'equació de Rosin-Rammler, la fracció de massa acumulada "y" de mida dp al productes és:

$$y(dp) = 1 - e^{\left[-\left(\frac{\eta}{\eta_{63,2}}\right)^\alpha\right]}$$

On:

$$\eta = \frac{\epsilon}{1 - \epsilon}$$

I

$$\epsilon = \frac{dp}{Dp}$$

aleshores la reducció n és:

$$n = \frac{Dp}{dp} = \frac{1}{\epsilon}$$

Si definim "t<sub>n</sub>" com la massa acumulada al producte per a una reducció de "n" vegades, aleshores "t<sub>10</sub>" serà la massa acumulada al producte per a una reducció de 10 vegades, i les equacions seran:

$$t_n = 1 - e^{\left[-\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1-\frac{1}{n}}{\eta_{63,2}}}\right)^\alpha\right]} = 1 - e^{\left[-\left(\frac{1}{(n-1)\eta_{63,2}}\right)^\alpha\right]}$$

$$t_{10} = 1 - e^{\left[-\left(\frac{\frac{1}{10}}{\frac{1-\frac{1}{10}}{\eta_{63,2}}}\right)^\alpha\right]} = 1 - e^{\left[-\left(\frac{1}{(10-1)\eta_{63,2}}\right)^\alpha\right]}$$

Operant aquestes dues expressions:

$$1 - t_n = e^{\left[-\left(\frac{(10-1)}{(n-1)(10-1)\eta_{63,2}}\right)^\alpha\right]} = e^{\left[-\left(\frac{1}{(10-1)\eta_{63,2}}\right)^\alpha \left(\frac{10-1}{n-1}\right)^\alpha\right]} = (1 - t_{10})^{\left(\frac{10-1}{n-1}\right)^\alpha}$$

$$t_n = 1 - \left[ (1 - t_{10})^{\left(\frac{10-1}{n-1}\right)^\alpha} \right] = B_{ij}$$

On t<sub>n</sub> o B<sub>ij</sub> és la massa acumulada de la mida de partícula i al producte procedent de la partícula de mida j a l'aliment. Com a valor d'alfa cal agafar 0,75, que correspon a l'apatita.

La determinació de t<sub>10</sub> s'ha de calcular segons l'energia d'impacte, amb l'expressió:

$$t_{10} = t_{10m\grave{a}x} \left[ 1 - e^{-\frac{\beta E}{E_{50}}} \right]$$

On t<sub>10màx</sub> i β són constants dels material, i venen indicades a la taula 5.2 d'en King<sup>1</sup>, el valor E correspon l'energia per unitat de massa aplicada per la màquina, i E<sub>50</sub> es calcula amb:

$$E_{50} = E_\infty \left[ \left( 1 + \frac{dp_0}{Dp - dp_{min}} \right)^\varphi \right]$$

<sup>1</sup> R.P. King. Modeling and simulation of minerals processing Systems. Butterworth-Heinemann. 2001.

On  $E_{\infty}$ ,  $d_{p0}$  i  $\phi$  són constants del material i venen indicades a la taula 5.1 d'en King<sup>1</sup>,  $D_p$  és la mida inicial de la partícula a fracturar en mm, i  $d_{p_{\min}}$  és la mida més petita de les partícules obtingudes després de la fractura, en mm.

**Table 5.1** Parameters that relate the mean mass-specific particle fracture energy to particle size for some common minerals. From Tavares and King (1998)

Material	$E$ J/kg	$d_{p0}$ mm	$\phi$	Size range, mm
Apatite	1.05	19.3	1.62	0.25–8.00
Galena	3.19	7.31	1.03	0.70–7.60
Gilsonite	5.50	7.03	1.60	1.18–10.0
Quartz	43.4	3.48	1.61	0.25–4.75
Sphalerite	7.00	8.24	1.16	0.35–10.0
Magnetite	9.56	3.93	1.96	0.25–7.20
Copper ore	96.1	1.17	1.26	0.25–15.8
Iron ore	47.3	1.08	2.30	0.25–15.0
Limestone	114.2	0.490	2.05	0.35–5.60
Marble	45.9	0.882	2.66	0.50–15.0
Taconite	235.9	0.803	1.42	0.35–6.00
Taconite	163.3	0.856	1.76	0.35–10.0

**Table 5.2** Parameters that relate  $t_{10}$  to the specific impact energy for some common minerals

Material	$t_{10\max}$	$\beta$
Magnetite	47.1	0.0098
Apatite	45.4	0.0115
Quartz	38.8	0.0176
Hematite	45.6	0.0164
Galena	44.5	0.0176
Limestone	54.5	0.0176
Copper ore 1	44.8	0.0263
Copper ore 2	58.9	0.0204
Basalt	52.0	0.0252
Titanium ore	51.0	0.0269
Cement clinker 1	69.2	0.0276
Cement clinker 2	60.5	0.0437
Marble	76.3	0.0792
Iron ore	65.4	0.0932

Atenent a la figura 12, si definim la matriu  $b$ , com la matriu de masses diferencials  $b_{ij}$ , massa diferencial de la partícula de mida  $i$  del producte procedent de la mida  $j$  de l'aliment:

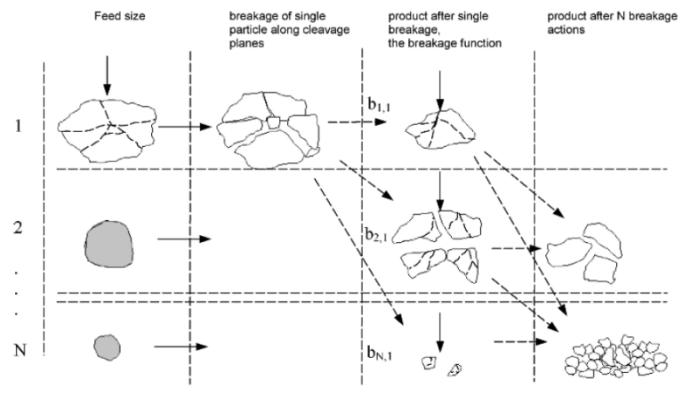


Figura 12. Representació de la distribució de les partícules després del trencament. Fletxes contínues representen la força aplicada per la ruptura i les fletxes de punts indiquen la distribució dels fragments de la ruptura. Els fragments mostrats representen el trencament d'una sola mida.

$$b = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

Atenent a aquesta definició, cal definir el vector aliment en masses diferencials, com una matriu d'una columna:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

Aleshores el producte P serà també una matriu d'una columna, que s'obindrà:

$$P = b \cdot A$$

$$P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

On  $p_i$  són les masses diferencials dels productes de mida  $i$ . Adjunt hi ha la diferència de productes de fractura segons els minerals siguin més durs o menys, figura 13.

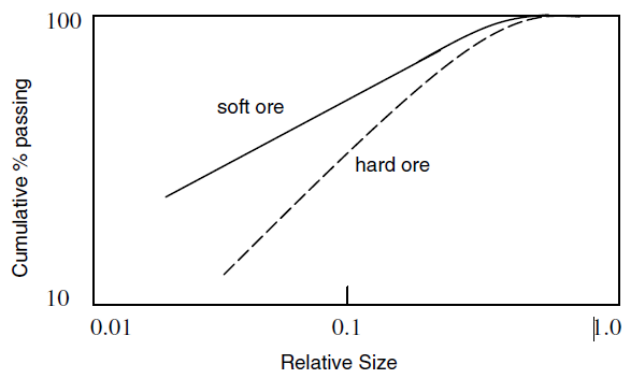


Figura 13. Distribucions de fractura per minerals durs i tous.

## BIBLIOGRAFIA

Gupta, A.; Yan, D.S.. Mineral processing design and operation: an introduction. Amsterdam.. Amsterdam: Elsevier, 2006. ISBN 0444516360.

King, R.P. Modeling and Simulation of Mineral Processing Systems Edited by C.L. Schneider and E.A. King. Published by Society for Mining, Metallurgy, and Exploration - 2012. ISBN: 978-0-87335-345-8.

Kelly, Errol G. Introducción al procesamiento de minerales. México: Limusa, 1990. ISBN 968-18-3337-6.

Wills, B.A.. Tecnología de procesamiento de minerales. México: Limusa, 1987. ISBN 968-18-1986-1.

Weiss, Norman L. (ed.). Mineral processing handbook. New York: Society of Mining Engineers of AIME, 1985. ISBN 0-89520-433-6.

Yarar, B. Mineral processing design: proceedings of the NATO Advanced Study Institute Held at Bursa in 1984 .Dordrecht: Nijhoff, 1987. ISBN 90-247-3472-X.

Abouzeid, A.. Mineral processing laboratory manual. Clausthal-Zellerfel: Trans Tech Publication, 1990. ISBN 0-87849-082-5.

Fueyo, L. Equipos de trituración, molienda y clasificación. Madrid: Rocas y Minerales, 1999. ISBN 84-923128-2-3.