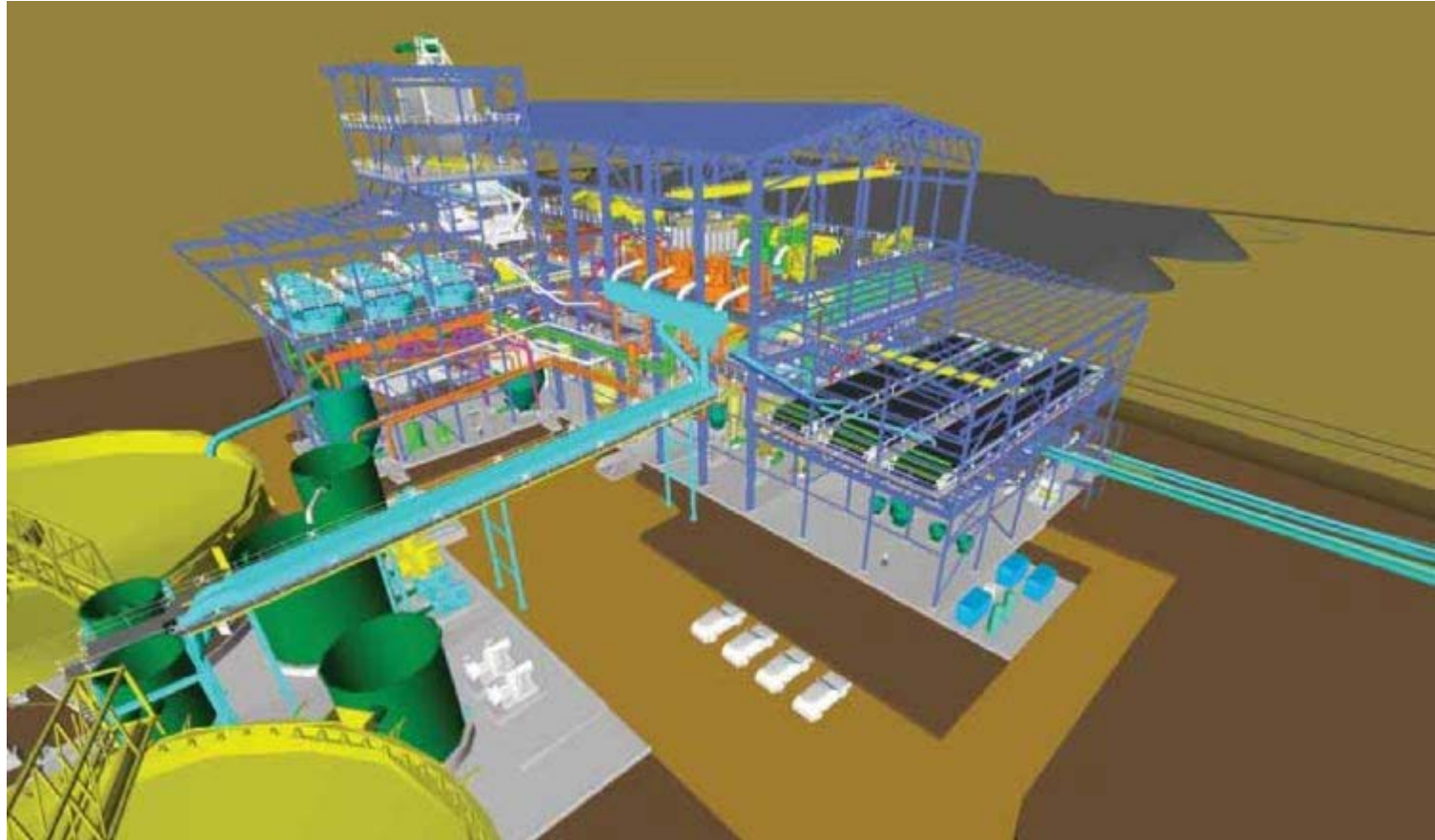


MODELITZACIÓ EN SEPARACIÓ DE MINERALS



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Dr. Josep Oliva
03/01/2018

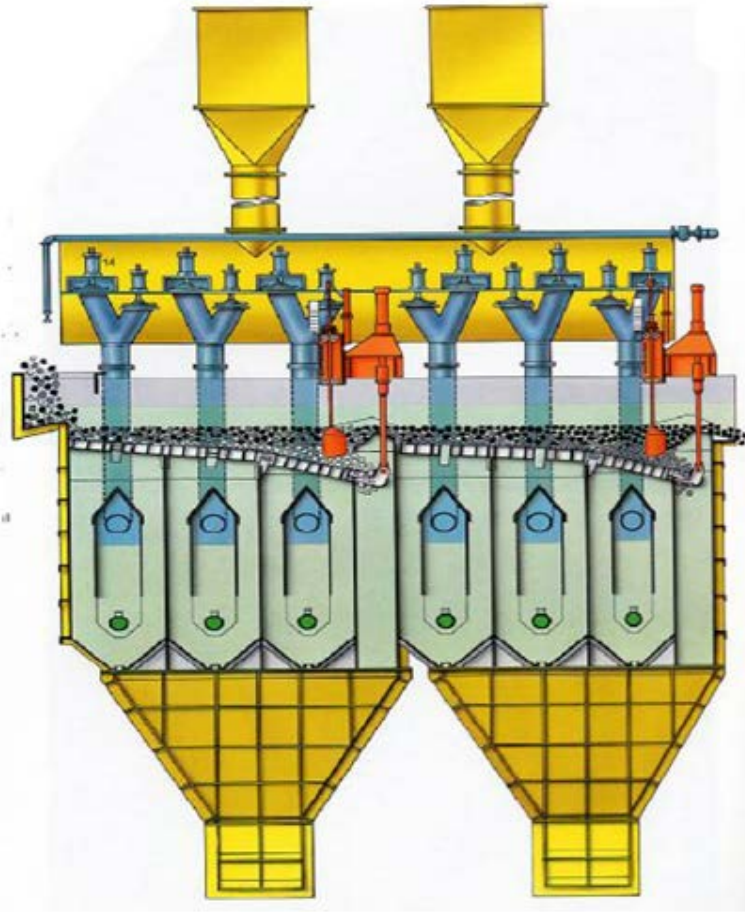
SEPARACIÓ PER GRAVETAT-GRAVITY SEPARATION



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Campus d'Excel·lència Internacional

SEPARACIÓ PER GRAVETAT-GRAVITY SEPARATION



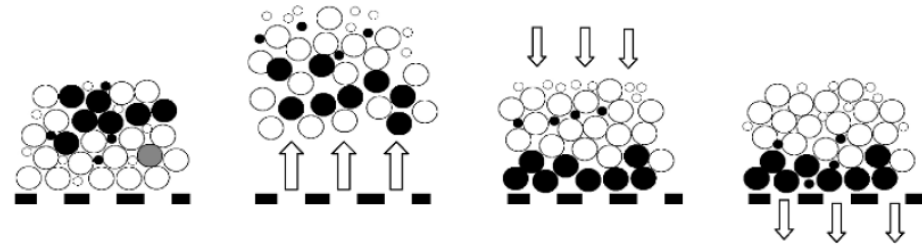
Tipus d'equips principals:

- Impulsores – jigs
- Taules de sacseig – shaking tables
- Separadors de pel·lícula – spirals, Reichert cones and pinched sluice (canals)



GRAVITY SEPARATION – stratification model

El model d'estratificació es basa en l'equilibri entre l'energia mínima potencial que impulsa el procés d'estratificació i el principi a la dispersió basat en el procés de difusió



Considerant una única partícula de densitat ρ diferent i més gran en un llit de partícules que tenen una densitat $\bar{\rho}$. La variació d'energia potencial quan aquesta única partícula canvia de posició amb una altre partícula es pot calcular de la següent manera:

$$\Delta E = V_p \rho (H + \Delta H) g + V_p \bar{\rho} H g - V_p \bar{\rho} (H + \Delta H) g - V_p \rho H g$$

$$\Delta E = V_p g (\rho - \bar{\rho}) \Delta H$$

Convertint aquests increments en variacions molt petites, de tipus diferencial, l'expressió resulta:

$$\frac{dE}{dH} = V_p g (\rho - \bar{\rho})$$

On $\frac{dE}{dH}$ és defineix com a gradient d'energia.

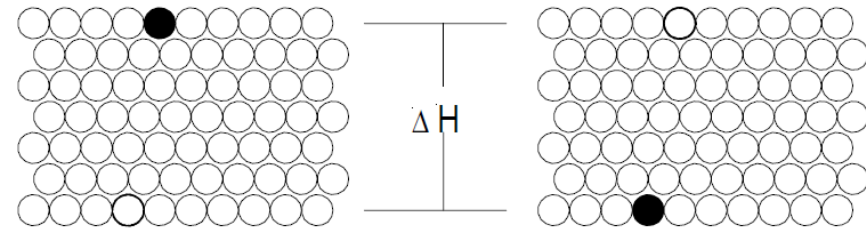


Figure 7-1 *Change of potential energy when a heavy particle changes position in a bed of particles.*

GRAVITY SEPARATION – stratification model

La velocitat de moviment d'una partícula al llit de partícules és proporcional al gradient d'energia. Així el flux de partícules de densitat ρ que es mouen al llit és (n_s):

$$n_s = -C_\rho u \frac{dE}{dH} \quad \left[\frac{m^3}{m^2 s} \right]$$

On:

C_ρ és la concentració de partícules de densitat ρ en el llit expressada com la fracció de sòlids en volum;

u és la mobilitat específica de la partícula, i és funció de la mida i del tipus de partícula i del mecanisme d'expansió del llit, però és independent de la densitat de la partícula; i

n_s és el que s'anomena **flux d'estratificació**.

Substituint el valor de dE/dH resulta:

$$n_s = -C_\rho \cdot u \cdot V_p \cdot g \cdot (\rho - \bar{\rho})$$

Oposadament al flux d'estratificació existeix el **flux de difusió** (n_D), en el que aleatòriament porta a la dispersió o repartiment uniforme de les partícules en el llit; aquest flux es descriu segons la llei de la difusió de Fick:

$$n_D = -D \frac{dC_\rho}{dH}$$



GRAVITY SEPARATION – stratification model

En equilibri:

$$n_D = -n_s$$

$$-D \frac{dC_\rho}{dH} = C_\rho u V_\rho g (\rho - \bar{\rho})$$

$$\frac{dC_\rho}{dH} = -\frac{ugV_\rho C_\rho}{D} (\rho - \bar{\rho})$$

Si expressem aquesta equació en termes d'alçada relativa, on H_b és l'alçada total del llit, de manera que:

$$h = \frac{H}{H_b} \quad dh = \frac{1}{H_b} dH$$

Aleshores:

$$\frac{dC_\rho}{dh} = -\frac{ugV_\rho H_b}{D} C_\rho (\rho - \bar{\rho})$$

Si definim el coeficient d'estratificació com, α ;



$$\alpha = \frac{ugV_\rho H_b}{D} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

GRAVITY SEPARATION – stratification model

Per tant, l'equació bàsica de l'estratificació serà:

$$\frac{dC_{\rho}}{dh} = -\alpha C_{\rho} (\rho - \bar{\rho})$$

El coeficient d'estratificació, α , és independent de la densitat de la partícula, però no de la mida i forma ni del mecanisme d'expansió del llit.

El treball:

Rao, B.V., Extension of particle stratification model to incorporate particle size effects. International Journal of Mineral Processing, 2007, pp. 50-58

Desenvolupa l'estratificació tenint en compte la mida de partícula, expressada segons la categoria pel subíndex j , i l'expressió anterior la defineix de la següent forma:

$$\frac{dC_{\rho j}}{dh} = -\alpha_j C_{\rho j} (\rho - \bar{\rho}) \quad \alpha_j = A(d_j)^b$$

On A i b són paràmetres d'estratificació que cal determinar. Rao 2007 en el seu treball experimental utilitza valors de $A=40$ i $b=1$.



GRAVITY SEPARATION – stratification model

La densitat mitja del llit és funció de h , i aquesta a una alçada qualsevol h ve donada per la següent expressió:

$$\bar{\rho}(h) = \int_0^{\infty} \rho \cdot C_{\rho}(h) \cdot d\rho$$

On $C_{\rho}(h)$ és la fracció en volum de partícules de densitat ρ a l'alçada h .

A més a més s'ha de satisfer per a qualsevol densitat ρ :

$$\int_0^1 C_{\rho}(h) \cdot dh = C_{\rho}^F$$

On C_{ρ}^F és la fracció en volum de partícules de densitat ρ a l'aliment o total del llit.

També s'ha de complir que per cada valor de h ($0 \leq h \leq 1$):

$$\int_0^{\infty} C_{\rho}(h) \cdot d\rho = 1$$

A la pràctica hi ha una sèrie discreta de densitats, n classes de densitats, d'acord amb els minerals. Aleshores l'equació general queda:

$$\frac{dC_i(h)}{dh} = -\alpha C_i(h) (\rho_i - \bar{\rho}(h))$$



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Aleshores també podem escriure que per qualsevol valor de h :

$$\bar{\rho}(h) = \sum_{i=1}^n C_i(h) \cdot \rho_i$$

Si sumem totes les densitats a qualsevol alçada h ;

$$\sum_{i=1}^n C_i(h) = 1$$

Per qualsevol densitat si sumem totes les alçades:

$$\int_0^1 C_i(h) \cdot dh = C_i^F$$

Per Rao 2004 quedaria:

$$\frac{dC_{ij}(h)}{dh} = -\alpha_j C_{ij}(h) (\rho_{ij} - \bar{\rho}(h))$$



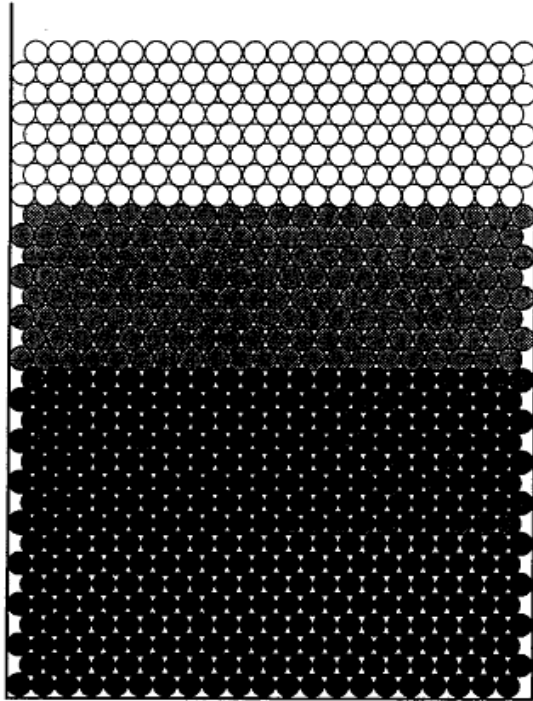
GRAVITY SEPARATION – stratification model

○ Density = 1.35

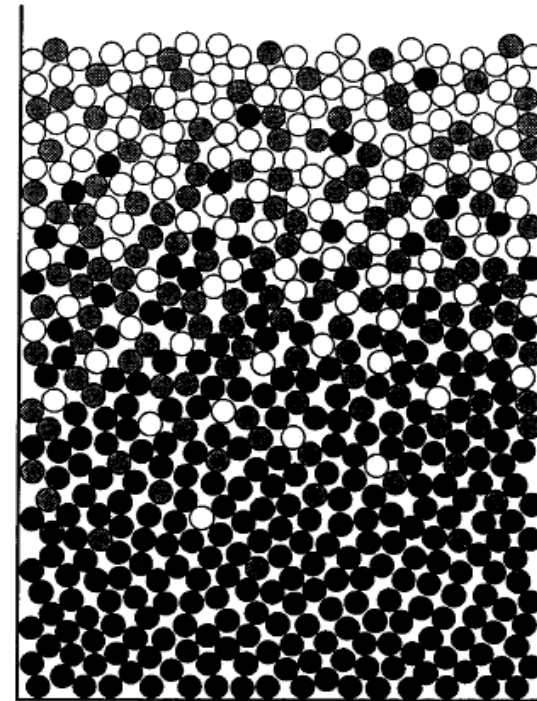
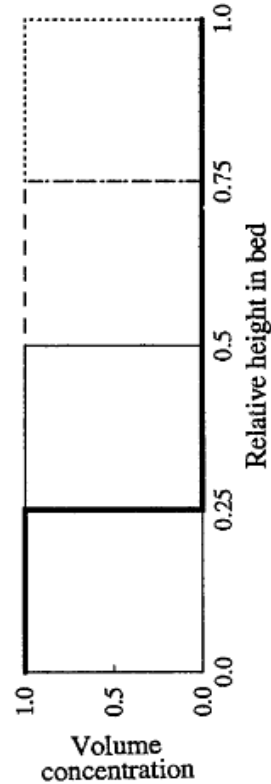
● Density = 1.5

● Density = 1.7

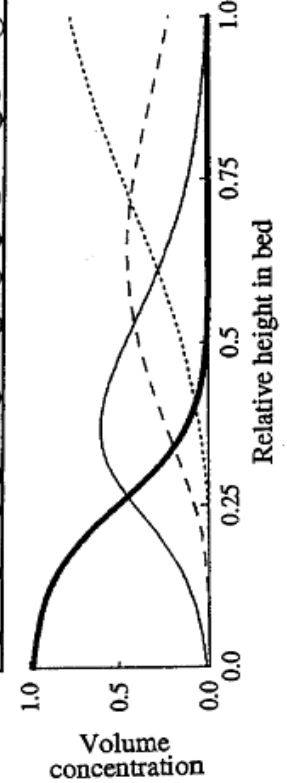
● Density = 2.1



Ideal equilibrium stratification as predicted by Mayer's theory



Actual equilibrium stratification as predicted by the dispersion model



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Estratificació d'un sistema binari

Anem a resoldre l'equació:

$$\frac{dC_i(h)}{dh} = -\alpha C_i(h)(\rho_i - \bar{\rho}(h))$$

$$\int_0^h \frac{dC_i(h)}{C_i(h)} = \int_0^h -\alpha \rho_i dh + \int_0^h \alpha \bar{\rho}(h) dh$$

$$\ln\left(\frac{C_i(h)}{C_i(0)}\right) = -\alpha \rho_i h + \alpha \int_0^h \bar{\rho}(h) dh$$

$$C_i(h) = C_i(0) e^{-\alpha \cdot \rho_i \cdot h + \alpha \cdot \int_0^h \bar{\rho}(h) \cdot dh}$$

Considerem el sistema binari només $i=1$ i $i=2$, i s'ha de complir que a qualsevol h :

$$C_1(h) + C_2(h) = 1$$

Aleshores per $h=0$;

$$C_1(0) + C_2(0) = 1$$



GRAVITY SEPARATION – stratification model

També podem calcular la densitat mitja a qualsevol h com:

$$\bar{\rho}(h) = C_1(h)\rho_1 + C_2(h)\rho_2$$

La relació la podem escriure com:

$$\frac{C_1(h)}{C_2(h)} = \frac{C_1(h)}{1 - C_1(h)} = \frac{C_1(0) \exp\left[-\alpha\rho_1 h + \alpha \int_0^h \bar{\rho}(h) dh\right]}{C_2(0) \exp\left[-\alpha\rho_2 h + \alpha \int_0^h \bar{\rho}(h) dh\right]} = \frac{C_1(0)}{C_2(0)} \exp[-\alpha(\rho_1 - \rho_2)h]$$

La concentració la podem trobar a parir de la relació com:

$$C_1(h) = \frac{\frac{C_1(h)}{C_2(h)}}{1 + \frac{C_1(h)}{C_2(h)}}$$

$$C_1(h) = \frac{\frac{C_1(0)}{C_2(0)} \exp[-\alpha(\rho_1 - \rho_2)h]}{1 + \frac{C_1(0)}{C_2(0)} \exp[-\alpha(\rho_1 - \rho_2)h]}$$



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Com s'ha de complir:

$$C_1^F = \int_0^1 C_1(h) dh$$

Aleshores;

$$C_1^F = \int_0^1 \frac{\frac{C_1(0)}{C_2(0)} \exp[-\alpha(\rho_1 - \rho_2)h]}{1 + \frac{C_1(0)}{C_2(0)} \exp[-\alpha(\rho_1 - \rho_2)h]} dh$$

Integrant i aïllant queda;

$$\frac{C_1(0)}{C_2(0)} = \frac{1 - \exp[-\alpha(\rho_1 - \rho_2)C_1^F]}{\exp[-\alpha(\rho_2 - \rho_1)C_2^F] - 1} \exp[\alpha(\rho_1 - \rho_2)]$$

On podem calcular al relació per $h=0$.



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Si entenem que a partir d'una alçada relativa determinada h_s la massa apilada és recollida com a lleugers, aleshores podem definir **la recuperació de massa, Y** , en aquesta part com;

$$Y(h_s) = \frac{\int_{h_s}^1 \bar{\rho}(h) \cdot dh}{\int_0^1 \bar{\rho}(h) \cdot dh}$$

La recuperació del mineral “i” a la part alta de l’apilament o part lleugera serà;

$$R_i(h_s) = \frac{\int_{h_s}^1 C_i(h) \cdot dh}{\int_0^1 C_i^F(h) \cdot dh} = \frac{\int_{h_s}^1 C_i(h) \cdot dh}{C_i^F}$$

I la concentració del mineral “i” a aquesta part alta de l’apilament o lleugera la podem escriure com:

$$C_i^L = \frac{C_i^F R_i(h_s)}{\sum_i C_i^F R_i(h_s)}$$



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Exercici 1.1 Determina les lleis i els productes en una estratificació a 0.5 (h_s), de dos minerals de 2670 i 3300 kg/m³ de densitats, amb una llei del lleuger de 0.2 m³/m³. Considera $\alpha = 0.02$ m³/kg.

$$\begin{array}{l} \text{Massa total} = \boxed{1} \text{ kg} \\ \text{Concentració inicial } c_1 = \boxed{0,2} \text{ m}^3/\text{m}^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \alpha = \boxed{0,02} \text{ m}^3/\text{kg} \\ c_1(0)/c_2(0) = \boxed{3,8539\text{E-}05} \\ d_1 = \boxed{2670} \text{ kg/m}^3 \\ d_2 = \boxed{3300} \text{ kg/m}^3 \end{array}$$

h	C ₁ (h)	C ₂ (h)	densitat mitja(h)
0	3,85375E-05	0,999961462	3300,0
0,1	0,000135848	0,999864152	3299,9
0,2	0,000478757	0,999521243	3299,7
0,3	0,001685781	0,998314219	3298,9
0,4	0,005917893	0,994082107	3296,3
0,5	0,020555855	0,979444145	3287,0
0,6	0,068891732	0,931108268	3256,6
0,7	0,20687938	0,79312062	3169,7
0,8	0,47905242	0,52094758	2998,2
0,9	0,764256768	0,235743232	2818,5
1	0,919543494	0,080456506	2720,7

C ₁ (h) dh	C ₂ (h) dh	densitat mitja(h) dh	dh
1,92688E-06	0,049998073	164,9987861	0,05
1,35848E-05	0,099986415	329,9914416	0,1
4,78757E-05	0,099952124	329,9698383	0,1
0,000168578	0,099831422	329,8937958	0,1
0,000591789	0,099408211	329,6271728	0,1
0,002055586	0,097944414	328,7049811	0,1
0,006889173	0,093110827	325,6598209	0,1
0,020687938	0,079312062	316,966599	0,1
0,047905242	0,052094758	299,8196976	0,1
0,076425677	0,023574323	281,8518236	0,1
0,045977175	0,004022825	136,0343799	0,05
0,200764545	0,799235455	3173,518337	1



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Si $h_s = 0,5$

Recuperació a la part de sobre de $h_s = 99,59\%$ de lleugers
 Recuperació a la part de sobre de $h_s = 43,80\%$ de densos

Recuperació a la part de sota de $h_s = 0,41\%$ de lleugers
 Recuperació a la part de sota de $h_s = 56,20\%$ de densos

Llei a la part de sobre de $h_s = 0,36$ m³ lleugers/m³

Llei a la part de sota de $h_s = 0,00$ m³ lleugers/m³

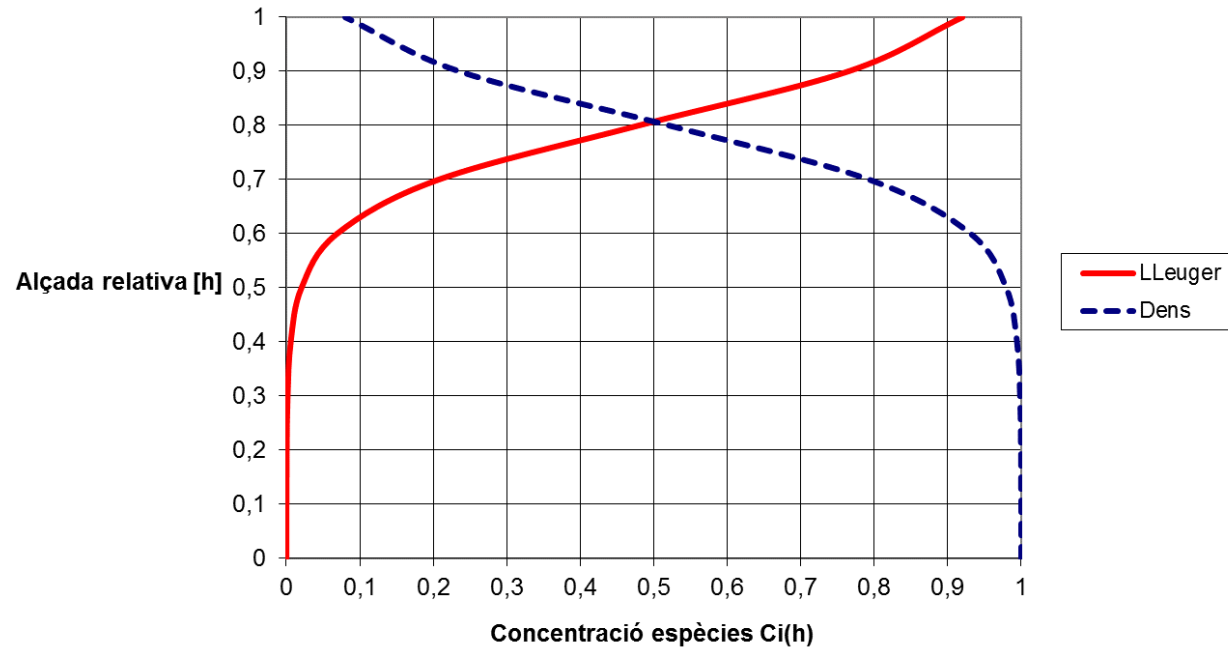
Llei a la part de sobre de $h_s = 0,64$ m³ densos/m³

Llei a la part de sota de $h_s = 1,00$ m³ densos/m³

Massa per sobre de $h_s = 0,53$ kg

Massa per sota de $h_s = 0,47$ kg

ESTRATIFICACIÓ



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Estratificació de sistemes multi-components

Aleshores:

$$C_i(h) = C_i(0) e^{-\alpha \cdot \rho_i \cdot h + \alpha \cdot \int_0^h \bar{\rho}(h) \cdot dh}$$

Però $i=1,2,3\dots n$

Com:

$$C_i^F = \int_0^1 C_i(h) dh$$

Substituint:

$$C_i^F = \int_0^1 C_i(0) e^{-\alpha \cdot \rho_i \cdot h + \alpha \cdot \int_0^h \bar{\rho}(h) \cdot dh} dh$$

Aïllant:

$$C_i(0) = \frac{C_i^F}{\int_0^1 e^{-\alpha \cdot \rho_i \cdot h + \alpha \cdot \int_0^h \bar{\rho}(h) \cdot dh} dh}$$



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Operació en etapes simples o dobles en impulsors

Impulsos verticals i transport horitzontal seria el funcionament de les impulsors.

Cal tenir en compte que industrialment el sistema de funcionament és en continu, i tenir també en compte el desplaçament horitzontal necessari per a aquest funcionament, que ve explicat per la impulsió que provoca l'aigua a les partícules que les eleva lleugerament, i l'empenta horitzontal del flux d'alimentació.

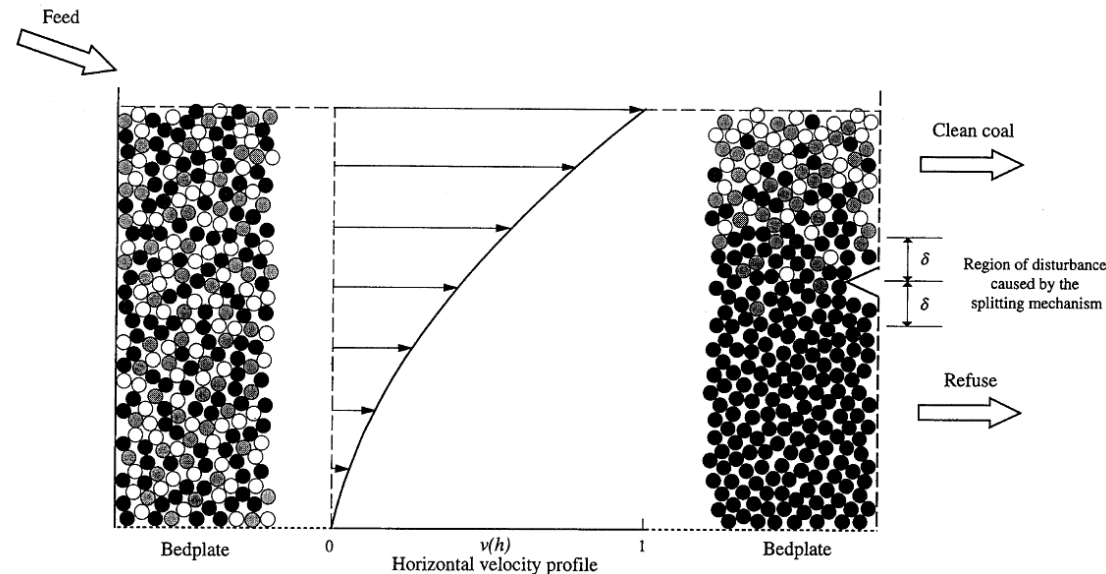
La velocitat d'aquest desplaçament; que segons es mostra en la figura, ve definit per una velocitat que va de quasi 0, a la superfície, fins a la màxima a l'alçada de $h=1$. Aquesta velocitat, es pot escriure com:

$$v(h) = kh + (1 - k)h^2$$

On k és un paràmetre del model.

Podem escriure la velocitat relativa $v(h)$, deduïda de la velocitat absoluta $V(h)$ i la màxima, $V_{m\grave{a}x}$, com:

$$v(h) = \frac{V(h)}{V_{m\grave{a}x}}$$



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Atenent a aquest comportament podem escriure:

$$C_{\rho}^F = \frac{\int_0^1 C_{\rho}(h)V(h)dh}{\int_0^{\infty} \int_0^1 C_{\rho}(h)V(h)dh d\rho} = \frac{\int_0^1 C_{\rho}(h)v(h)dh}{\int_0^{\infty} \int_0^1 C_{\rho}(h)v(h)dh d\rho}$$

Si discretíssim les densitat en un número limitat “n” de minerals:

$$C_i^F = \frac{\int_0^1 C_i(h)v(h)dh}{\sum_{i=1}^n \int_0^1 C_i(h)v(h)dh}$$

També podem escriure:

$$C_i^F = \frac{\int_0^1 C_i(h)v(h)dh}{\sum_{i=1}^n \int_0^1 C_i(h)v(h)dh} = \beta \int_0^1 C_i(h)v(h)dh$$

Com sabem que val $C_i(h)$, podem substituir:

$$C_i^F = \beta \int_0^1 C_i(0)v(h) e^{-\alpha \cdot \rho_i \cdot h + \alpha \cdot \int_0^h \bar{\rho}(h) \cdot dh} dh$$

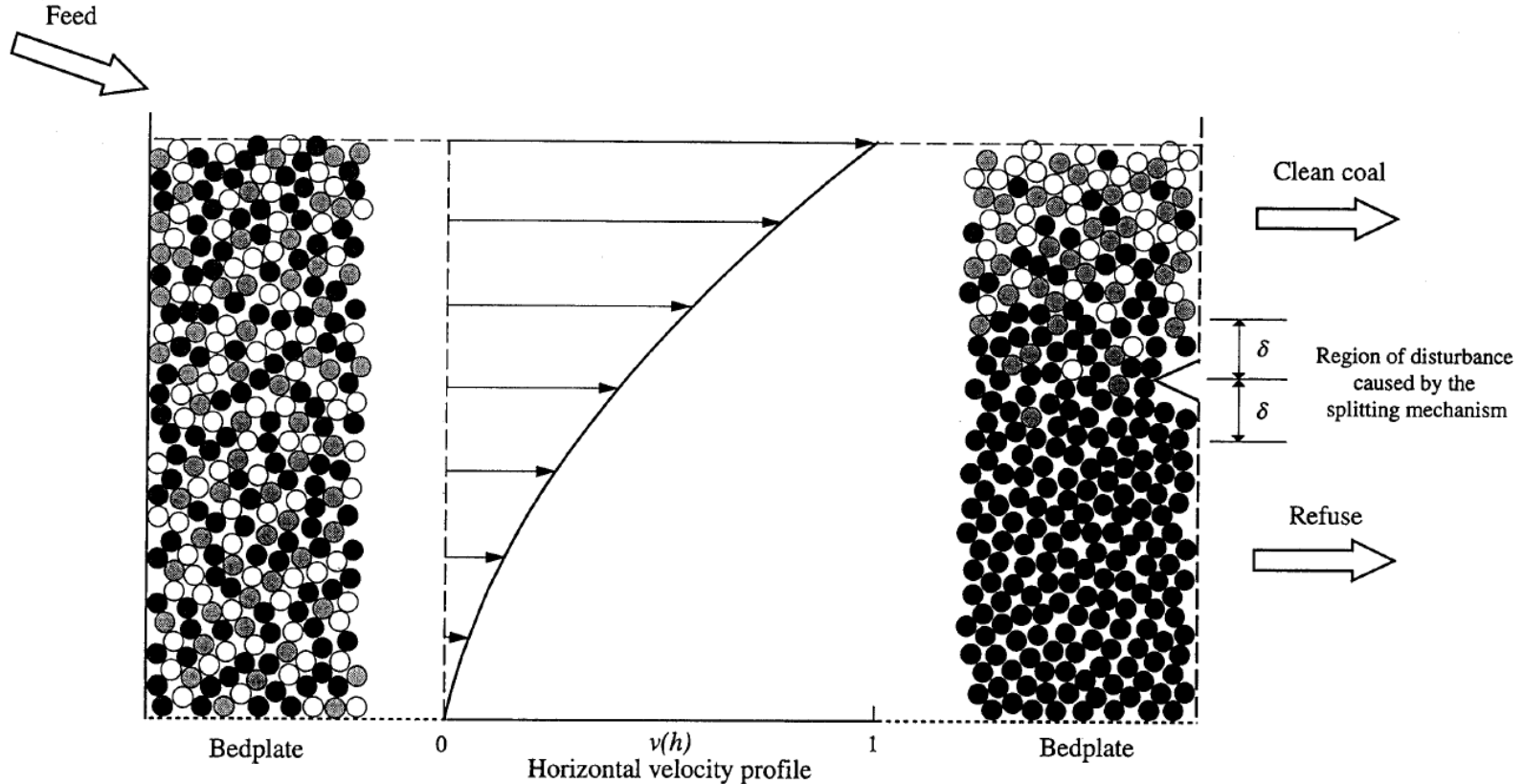
Aïllant:

$$\beta C_i(0) = \frac{C_i^F}{\int_0^1 v(h) e^{-\alpha \cdot \rho_i \cdot h + \alpha \cdot \int_0^h \bar{\rho}(h) \cdot dh} dh}$$



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Cal tenir en compte també que a la zona de descàrrega de la impulsora, i degut a la presència de la cunya separadora, es produeix una zona de remescla.



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Atès l'absència de quantificació d'aquesta remescla, valorada en alçada com a 2δ , ens porta a agafar un valor mig, que a l'equació de càlcul de recuperació de sòlids per sobre de h_s o producte lleuger queda expressat com:

$$Y(h_s, \delta) = \frac{\frac{1}{2} \int_{h_s-\delta}^{h_s+\delta} \bar{\rho}(h)v(h)dh + \int_{h_s+\delta}^1 \bar{\rho}(h)v(h)dh}{\int_0^1 \bar{\rho}(h)v(h)dh}$$

La recuperació del component de densitat “i” al producte lleuger o per sobre de h_s serà:

$$R_i(h_s, \delta) = \frac{\frac{1}{2} \int_{h_s-\delta}^{h_s+\delta} C_i(h)v(h)dh + \int_{h_s+\delta}^1 C_i(h)v(h)dh}{\int_0^1 C_i(h)v(h)dh}$$

I la llei en el producte lleuger de densitat “i”:

$$C_i^P(h_s, \delta) = \frac{C_i^F \cdot R_i(h_s, \delta)}{\sum_{j=1}^n [C_j^F \cdot R_j(h_s, \delta)]}$$



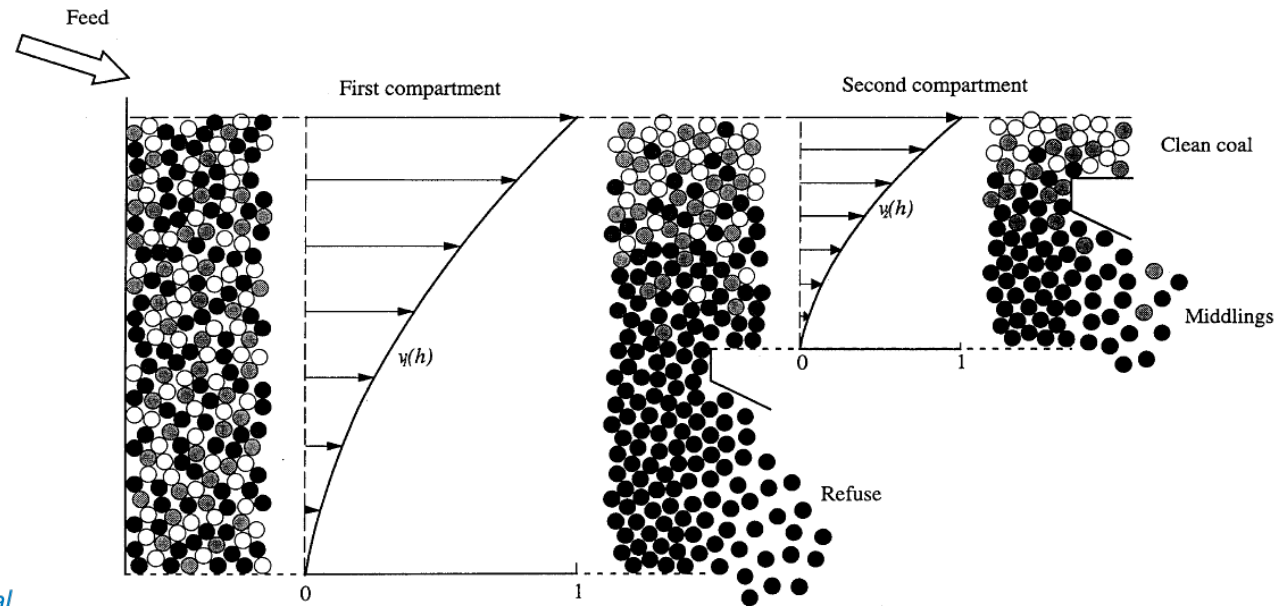
GRAVITY SEPARATION – stratification model

Pel cas d'impulsors amb més d'un compartiment. El primer compartiment es modelitza tal i com hem explicat, el segon seria com una d'un sol compartiment, però l'alimentació seria el lleuger del primer compartiment.

Aleshores d'equació seria:

$$C_i^P = \frac{\int_0^1 C_i^{(2)}(h)v_2(h)dh}{\sum_{j=1}^n \int_0^1 C_j^{(2)}(h)v_2(h)dh}$$

On C_i^P és la llei del producte de densitat i al corrent de lleugers del primer compartiment, $C_i^{(2)}(h)$ i $v_2(h)$ són la concentració i la velocitat en el segon compartiment.



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Dades operatives d'impulsors industrials:

Table 5.1 Application of the Multicomponent Continuous Model to the Operation of Industrial Jigs

Jig	Size (mm)	Stage	Measured yield (%)	Estimated value of α	Calculated cut height h_s	Calculated bed density at the cutter position $\bar{\rho}(h_s)$
Baum 1	150 x 1.4	Primary	30.6	0.027	0.56	1.78
		Secondary	13.1	0.091	0.39	1.56
Baum 2	100 x 1.4	Primary	44.5	0.046	0.65	1.45
Baum 3	50 x 1	Primary	20.6	0.009	0.49	2.10
		Secondary	30.1	0.028	0.56	1.95
Baum 4	50 x 0.6	Primary	5.0	0.006	0.27	2.56
		Secondary	71.7	0.114	0.83	1.77
Batac 1	12 x 0.6	Primary	7.4	0.019	0.30	3.40
		Secondary	96.4	0.113	0.98	1.68
Batac 2	19 x 0.6	Primary	14.8	0.028	0.39	2.23
		Secondary	17.3	0.072	0.42	1.66
Batac 3	50 x 0.6	Primary	15.2	0.068	0.42	1.70



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Exercici 1.2 Una impulsora d'una treballa amb una alimentació de 1 t/h, i una llei de lleugers de $0.2 \text{ m}^3/\text{m}^3$. Determina els productes si el tall es fa 0.5 ± 0.1 .

Dades: Densitats de 2670 i 3300 kg/m^3 , $\alpha = 0.02 \text{ m}^3/\text{kg}$ i $k = 0.6$.

F =	1	t/s	
Concentració inicial 1 =	0,2	m^3/m^3	LLEUGERS
paràmetre velocitat k =	0,6		
alfa =	0,02	m^3/kg	
c1(0)/c2(0) =	3,8539E-05		
d1 =	2670	kg/m^3	
d2 =	3300	kg/m^3	

h	C1(h)	C2(h)	densitat mitja(h)	v (h)	C1 (h) v(h)	C2 (h) v(h)	d (h) v(h)	C1 (h) v(h) dh	C2 (h) v(h) dh	d (h) v(h) dh	dh
0	3,85375E-05	0,999961462	3300,0	0	0,000	0,000	0,000	0	0	0	0,05
0,1	0,000135848	0,999864152	3299,9	0,064	0,000	0,064	211,195	8,69426E-07	0,006399131	21,11945226	0,1
0,2	0,000478757	0,999521243	3299,7	0,136	0,000	0,136	448,759	6,51109E-06	0,013593489	44,87589801	0,1
0,3	0,001685781	0,998314219	3298,9	0,216	0,000	0,216	712,571	3,64129E-05	0,021563587	71,2570599	0,1
0,4	0,005917893	0,994082107	3296,3	0,304	0,002	0,302	1002,067	0,000179904	0,030220096	100,2066605	0,1
0,5	0,020555855	0,979444145	3287,0	0,4	0,008	0,392	1314,820	0,000822234	0,039177766	131,4819925	0,1
0,6	0,068891732	0,931108268	3256,6	0,504	0,035	0,469	1641,325	0,003472143	0,046927857	164,1325497	0,1
0,7	0,20687938	0,79312062	3169,7	0,616	0,127	0,489	1952,514	0,01274377	0,04885623	195,251425	0,1
0,8	0,47905242	0,52094758	2998,2	0,736	0,353	0,383	2206,673	0,035258258	0,038341742	220,6672974	0,1
0,9	0,764256768	0,235743232	2818,5	0,864	0,660	0,204	2435,200	0,066031785	0,020368215	243,5199756	0,1
1	0,919543494	0,080456506	2720,7	1	0,920	0,080	2720,688	0,045977175	0,004022825	136,0343799	0,05
								0,164529062	0,269470938	1328,546691	1



GRAVITY SEPARATION – stratification model

Si $h_s = 0,5$

$\Delta = 0,1$

Recuperació al corrent de lleugers = $98,61\%$ de lleugers
 Recuperació al corrent de lleugers = $62,99\%$ de densos

Recuperació al corrent de densos = $1,39\%$ de lleugers
 Recuperació al corrent de densos = $37,01\%$ de densos

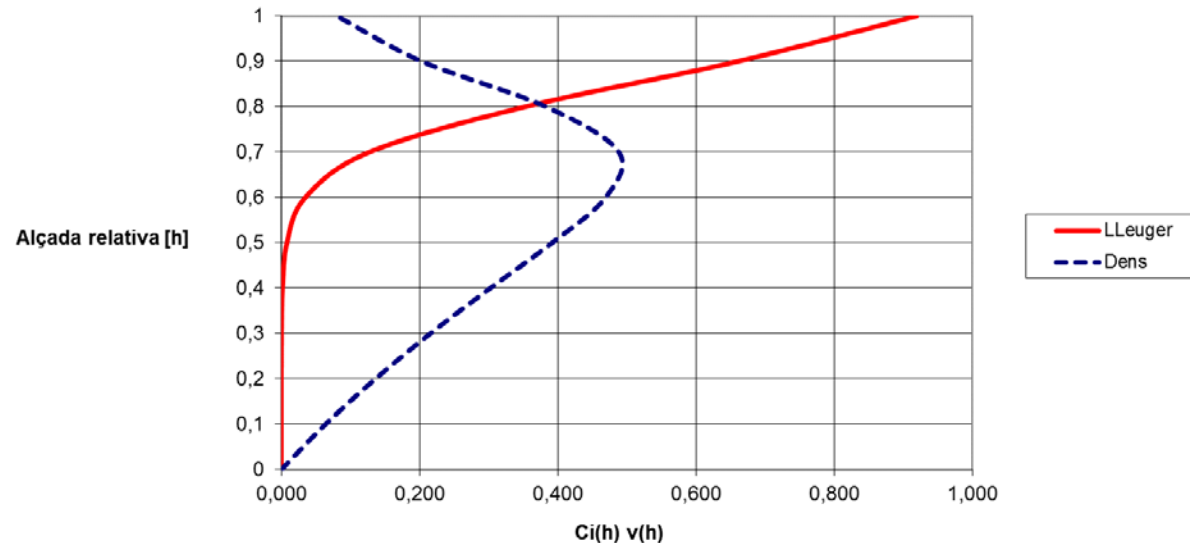
Llei al corrent de lleugers = $0,28$ m^3 lleugers/ m^3
 Llei al corrent de lleugers = $0,72$ m^3 densos/ m^3

Llei al corrent de densos = $0,01$ m^3 lleugers/ m^3
 Llei al corrent de densos = $0,99$ m^3 densos/ m^3

Flux lleugers = $0,75$ t/s

Flux densos = $0,25$ t/s

ESTRATIFICACIÓ



GRAVITY SEPARATION – model for the pinched sluice and the Reichert cone

Els canals i cons Reichert són dos equips que la separació es basa en models simples d'estratificació.

El principi de funcionament del con Reichert és a la figura adjunta, i els tipus també.

D = doble con
SV = con simple

Per exemple:
DSV = doble con més con simple
DSVSV = 1 doble con més dos de simples

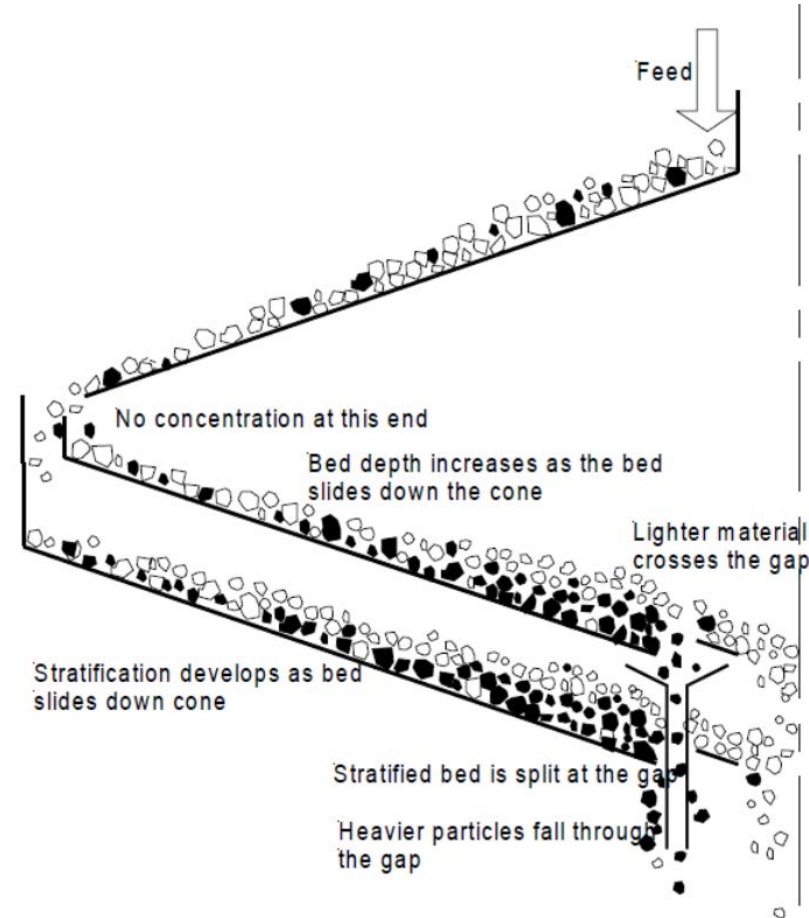


Figure 7-7 Details of the concentrating action of the Reichert cone. A double cone is illustrated.



GRAVITY SEPARATION – model for the pinched sluice and the Reichert cone

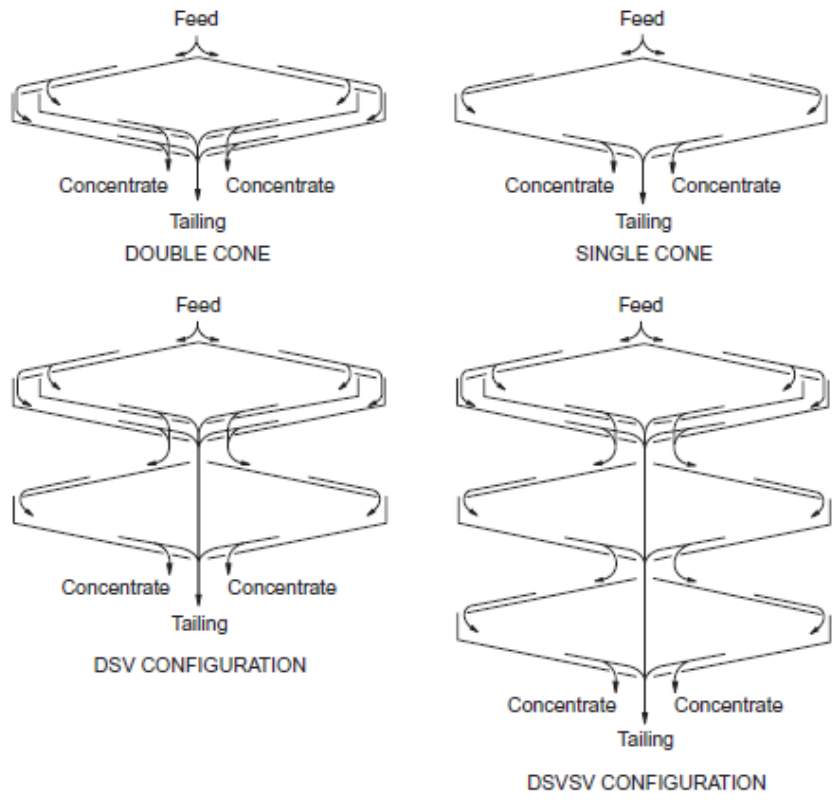


Figure 7.14 The four basic cone modules from which operating Reichert cone sta are assembled

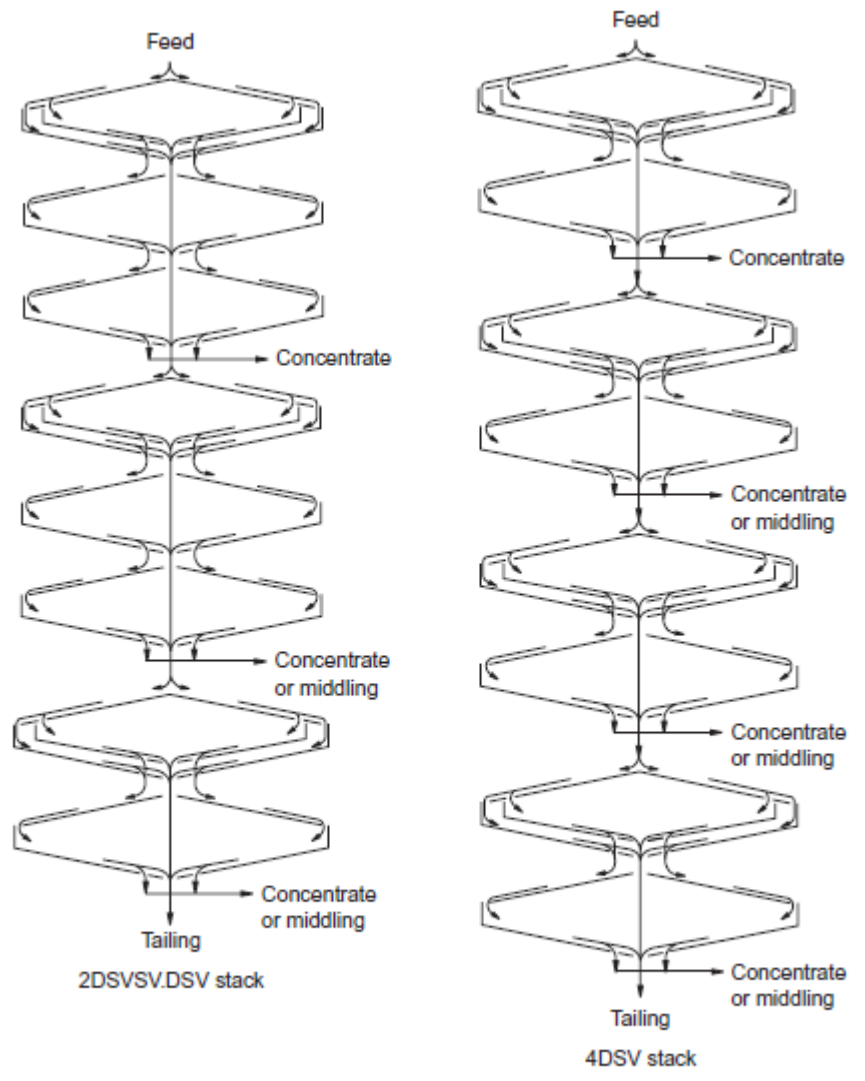


Figure 7.15 2DSVSV.DSV and 4DSV Reichert cone stacks that are commonly used for cleaning and roughing duties respectively

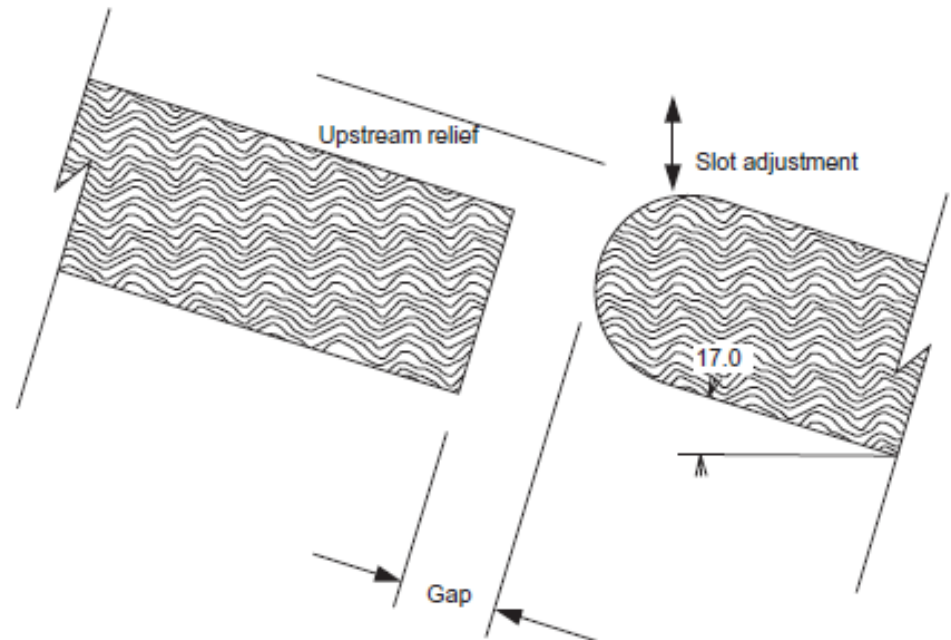
GRAVITY SEPARATION – model for the pinched sluice and the Reichert cone

Cada separació al con Reichert permet regular la alçada h_s , mitjançant un slot ajustable amb nou posicions (posició 1 seria la màxima i la 9 la mínima) figura adjunta.

Els flux de lleugers passarà per sobre de l'slot ajustable i el flux de densos passaria per sota.

Els paràmetres a considerar serien:

$$\alpha = 0,0008 \text{ m}^3/\text{kg}$$



GRAVITY SEPARATION – model for the pinched sluice and the Reichert cone

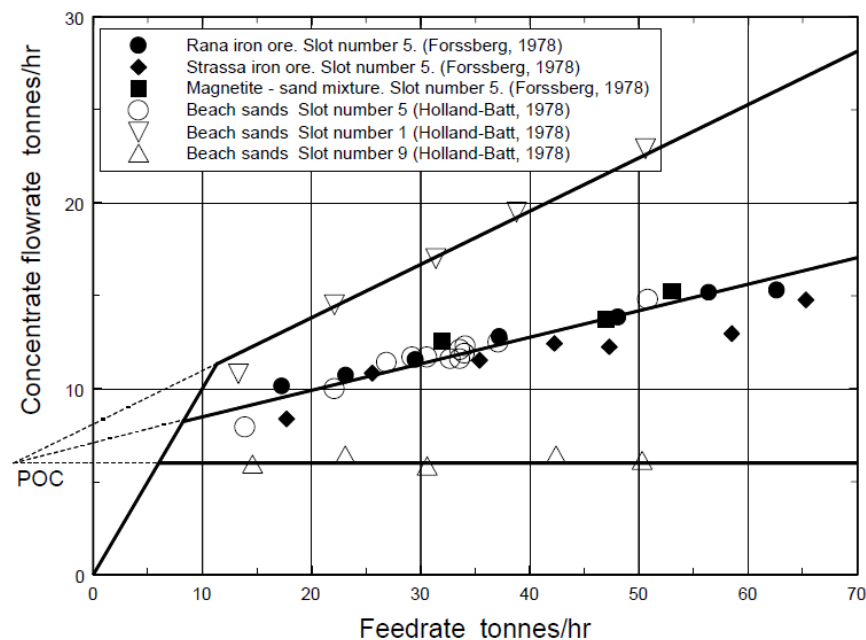
Si grafiquem flux de concentrat en front de flux d'aliment per cons Reichert en diferents minerals i diferents posicions d'slots, podem veure que hi ha una relació lineal per a cada posició de l'slot.

Si projectem aquestes línies, veurem que totes presenten un punt de convergència POC.

La taula de sota hi ha valors d'aquest POC.

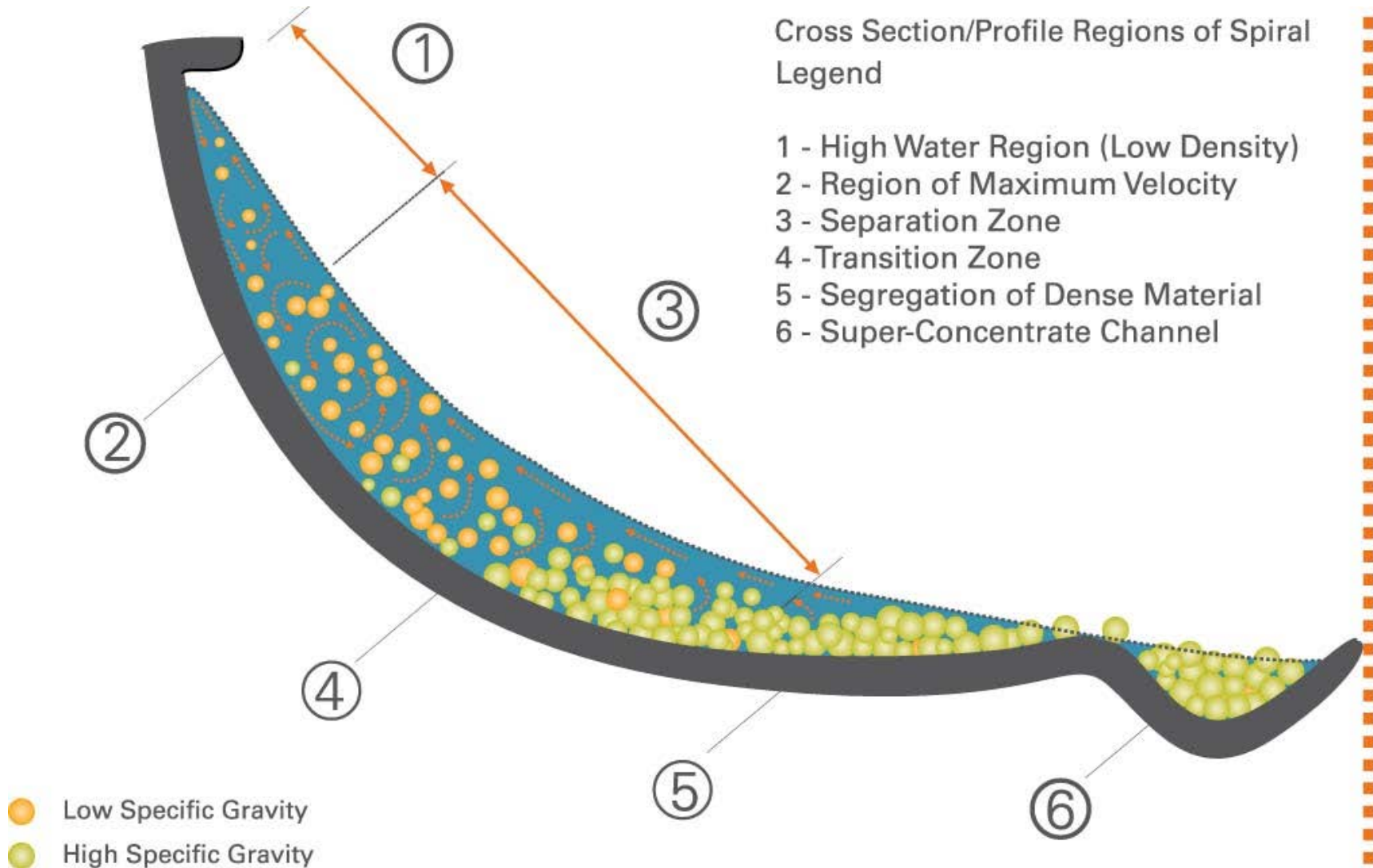
Table 7.4 Parameters that define the flow split at the gap of a single cone


Ore type	Coordinates of POC	Slope of the line	Reference
Beach sands	(-7.3, 6.0)	0.0359 (9-slot #)	Holland-Batt, 1978
Iron ore and magnetite-sand mixtures	(-31.0, 2.5)	0.0359 (9-slot #)	Forssberg, 1978, Forssberg and Sandström, 1981
Witwatersrand quartzite	(0.0, 3.5)	0.055 (9-slot #)	Holland-Batt, 1978



Cross Section/Profile Regions of Spiral Legend

- 1 - High Water Region (Low Density)
- 2 - Region of Maximum Velocity
- 3 - Separation Zone
- 4 - Transition Zone
- 5 - Segregation of Dense Material
- 6 - Super-Concentrate Channel



-  Low Specific Gravity
-  High Specific Gravity



GRAVITY SEPARATION – Kapur-Meloy model

Kapur, P.C., Meloy, T.P., *Spirals Observed, International Journal of Mineral Processing*, 53 (1998), 15-28.

Geometria de l'espiral

L'operació d'una espiral depèn fortament dels seus paràmetres geomètrics de disseny, tals com el diàmetre, l'alçada, el nombre de girs, la distància entre les espires i les pendents.

El recorregut a l'espiral es pot visualitzar com un conjunt de corbes helicoïdals; i les coordenades cartesianes x , y i z de les equacions, venen donades per les següents fórmules:

$$x = r \sin t \quad y = r \cos t \quad 0 \leq t \leq N2\pi$$

$$z = \frac{u}{2\pi} t \quad 0 \leq z \leq H$$

on	t	és la posició angular
	N	és el nombre de girs de l'espiral
	H	és l'alçada de l'espiral
	r	és el radi des de l'eix central
	u	és la distància entre espires contigües



GRAVITY SEPARATION – Kapur-Meloy model

A partir d'aquestes relacions, la pendent longitudinal tangencial “S” a qualsevol punt de l'esprial es pot escriure com:

$$S = \tan(\alpha) = \frac{u}{2\pi r}$$

on α és l'angle de la pendent de la tangent longitudinal al punt a distància r del centre

L'esprial transversalment té una corba el·líptica on l'angle tangencial en un punt del canal és calcula a partir de la següent expressió:

$$\tan[\theta] = \frac{c_y}{r_0 - r_i} \tan\left(\arcsin\left[\frac{r - r_i}{r_0 - r_i}\right]\right)$$

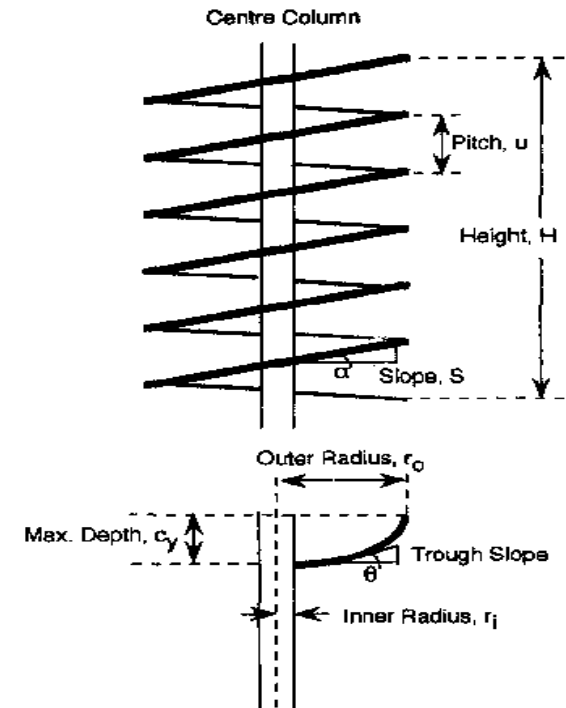
On;

θ és l'angle local de la pendent en la direcció transversal

c_y és la màxima profunditat del canal

r_i és el radi interior del canal des de l'eix central

r_0 és el radi exterior del canal des de l'eix central



GRAVITY SEPARATION – Kapur-Meloy model

Forces que actuen sobre les partícules

Al llarg del descens de les partícules per l'esprial, la partícula està sotmesa a diferents fluxos (laminar, transició i turbulent). Aquest moviment té el seu origen en l'aparició de les forces que actuen en les partícules, anem a veure quines són:

Força gravitatòria

$$F_g = mg = \frac{\pi}{6} d^3 g (\rho - \rho_f)$$

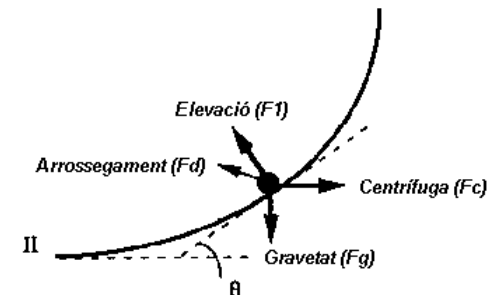
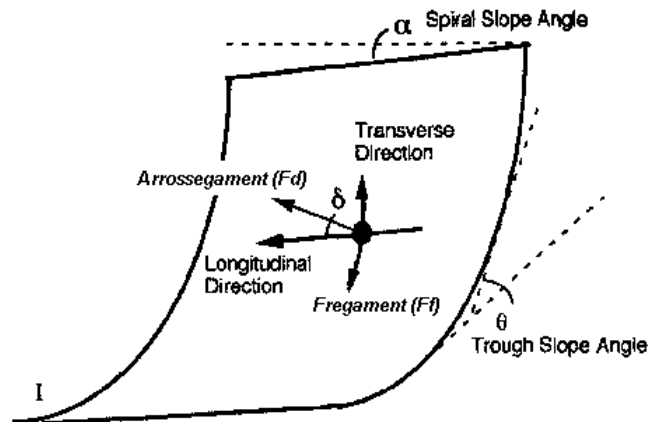
On:

d és el diàmetre de la partícula [m]

ρ és la densitat de la partícula [kg/m^3]

ρ_f és la densitat del fluid on se submergeix la partícula [kg/m^3]

g és la constant de gravetat [m/s^2]



GRAVITY SEPARATION – Kapur-Meloy model

Força centrífuga

$$F_c = m \frac{v^2}{r} = \frac{\pi d^3 v^2 (\rho - \rho_f)}{6 r}$$

On;

v és la velocitat lineal a la que es mou la partícula en el camí circular, [m/s]

r és la posició radial de la partícula, [m]

Força d'arrossegament

És exercida sobre el cos de la partícula pel fluid on flueix, degut al fregament superficial i a la pressió diferencial entre davant i darrera, resultant l'expressió:

$$F_d = \frac{\pi}{4} \rho_f g h d^2 \sin[\alpha]$$

On;

H és la profunditat del flux a la posició r, [m]

α és l'angle que defineix la pendent entre espines a la posició r, normalment va de 0,2 a 0,5 rad.



GRAVITY SEPARATION – Kapur-Meloy model

Força d'elevació

Aquestes ajuda a dilatar o esponjar el llit de manera que facilita la segregació i classificació d'acord amb la mida i la densitat de partícula:

$$F_e = k_1 F_d$$

On;
k1 és una constant de proporcionalitat, de valors entre 0,14 a 1.

Força de fricció

És la resistència al moviment de la partícula en el canal de l'esprial, la qual és proporcional a la suma total de les components normals de totes les forces F_N que actuen en la partícula.

$$F_f = F_N \tan[\phi]$$

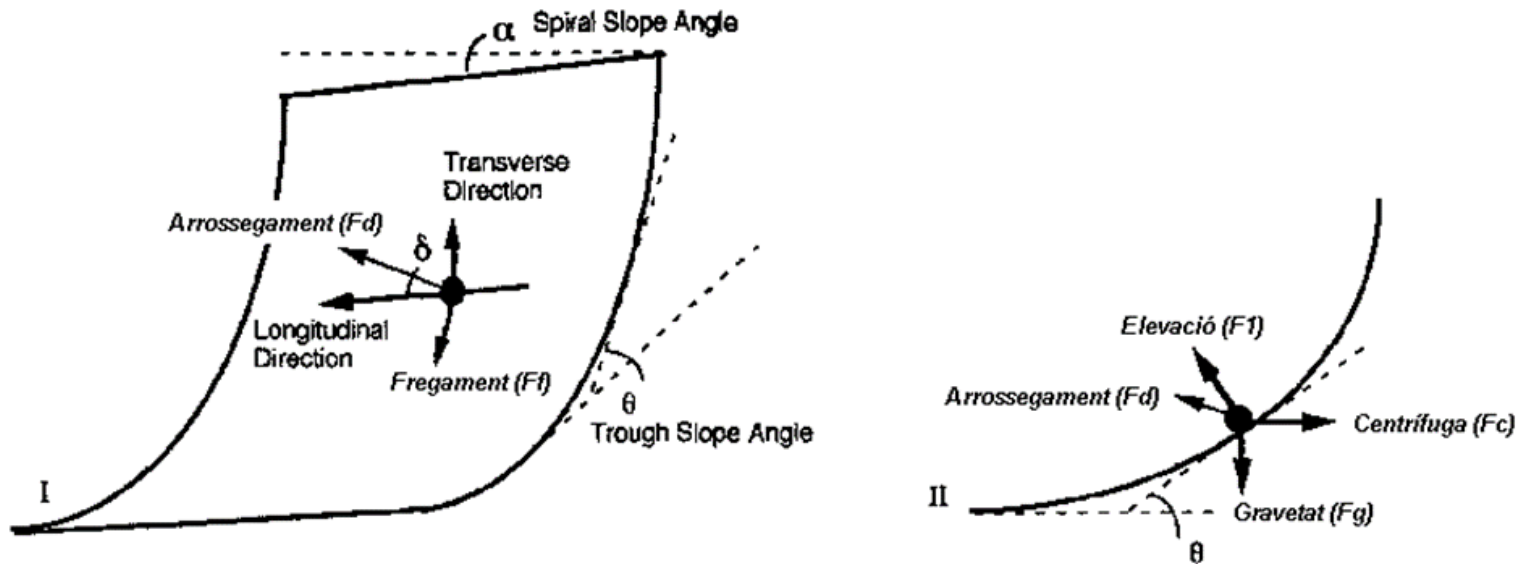
El valor de $\tan[\Phi]$ resta indicat a la literatura sent de l'ordre de 0,5.



GRAVITY SEPARATION – Kapur-Meloy model

Model de forces en equilibri

El moviment de les partícules és una combinació de mecanismes en els quals el llit de transport juga un paper important. De totes formes, és molt difícil realitzar el seguiment de la trajectòria d'una partícula, per això es presenten algunes hipòtesis. A la figura 7 es pot observar la representació gràfica de les forces que actuen sobre la partícula.



GRAVITY SEPARATION – Kapur-Meloy model

Així doncs, fent el balanç de les forces que actuen sobre la partícula, la resultant per a la **component longitudinal** F_L ha d'ésser zero, atès que és desplaça a velocitat constant, i el balanç és:

$$F_L = F_g \sin[\theta] \sin[\alpha] - F_C \cos[\theta] \sin[\alpha] + F_d \cos[\delta] - F_N \tan[\phi] = 0$$

A més a més, la component normal de les forces és:

$$F_N = F_g \cos[\theta] + F_C \sin[\theta] - F_1$$

I la **component transversal** F_T , que actua sobre el moviment transversal de la partícula, en equilibri també serà zero, i el balanç és:

$$F_T = F_C \cos[\theta] \cos[\beta] + F_d \sin[\delta] - F_g \sin[\theta] \cos[\beta] = 0$$



GRAVITY SEPARATION – Kapur-Meloy model

Combinant aquestes expressions resulta:

$$\frac{\rho_f h S}{4\sqrt{1+S^2}} \left[\frac{k_1 \tan[\phi] + \cos[\delta] + \sin[\delta] \tan[\varepsilon] + \tan[\phi] \sec[\alpha] \sin[\delta] \tan[\theta]}{\cos[\theta] \sin[\alpha] + \tan[\phi] \sin[\theta]} \right] - \frac{d g \tan[\phi] (\rho - \rho_f)}{6} \left[\frac{\cos[\theta] + \sin[\theta] \tan[\theta]}{\cos[\theta] \sin[\alpha] + \tan[\phi] \sin[\theta]} \right] = 0$$

Aquesta expressió permet calcular la posició r per a una partícula de mida d i densitat ρ , tenint en compte totes les especificacions de disseny de l'espiral r_i , r_o , c_y i u .

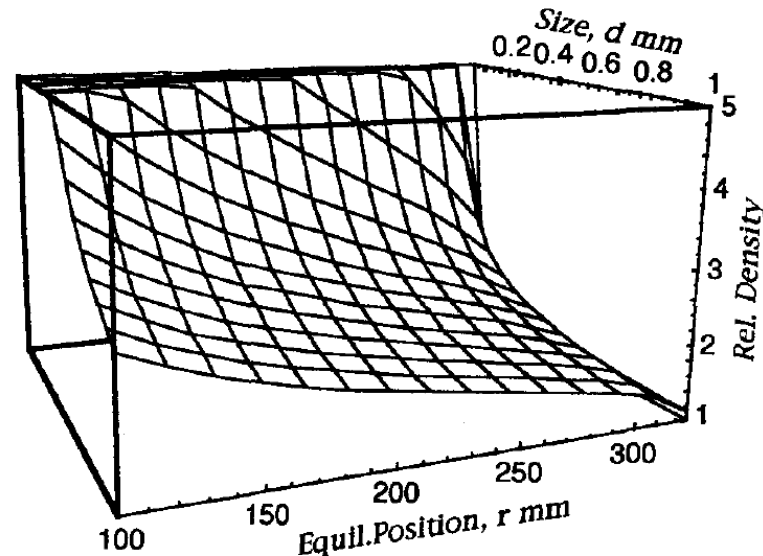


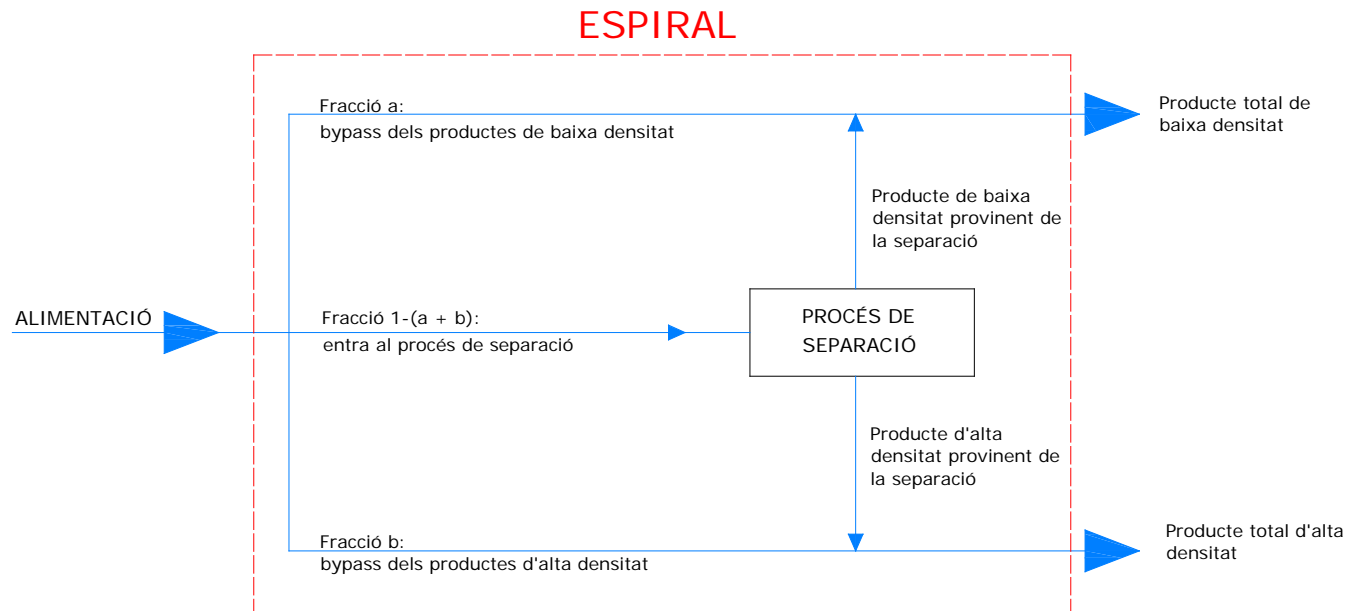
Fig. 3. Simulated 3-D plot of particle relative density as a function of size and equilibrium radial position on the trough for a spiral of specifications $r_i = 0.1$ m, $r_o = 0.325$ m, $c_y = 0.15$ m and $u = 0.35$ with a slurry feed rate of $4 \text{ m}^3/\text{h}$.



GRAVITY SEPARATION – Kelly-Gomer-Pillai-Bull-Spotiswood model

Kelly, E.G., Gomer, J.S., Pillai, K.J., Bull, W.R., Spotiswood, D.J., The Development and Application of Mathematical Models of Concentrating Spirals. In XVI International Mineral Processing Congress. Amsterdam, 1988, pp. 1771-1780

Model per a spirals basat en dos bypass:



GRAVITY SEPARATION – Kelly-Gomer-Pillai-Bull-Spootiswood model

Equacions del bypass

- Espiral *Mineral Deposits*

$$\text{bypassA} \quad \text{o} \quad \text{bypassB} = k_1 + k_2 F + k_3 x + k_4 \left(\frac{F}{x} \right) + k_5 (F \cdot x)$$

On:

F es el cabal de sòlids en l'aliment [t/h], en cas de subíndex aquest indica el cabal d'aquesta mida.

x és la fracció de sòlids en l'aliment [% de sòlids en massa]

k_n són els paràmetres a determinar per als diferents rangs de mida de partícula.

Valors de k_n per als diferents rangs de mida de partícula

Eq:	Rang de mida (mm)	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	Coefficient regressió r
a	1700-850	0,0411	-0,0243	-0,00275	0,225	0,00129	0,88
	300-106	-0,178	-0,0510	0,00421	4,35	-	0,91
b	850-300	0,0396	-0,0465	0,000254	0,121	0,000752	0,99
	300-106	0,221	-0,0020	-0,00545	-1,890	0,00155	0,94



GRAVITY SEPARATION – Kelly-Gomer-Pillai-Bull-Spootiswood model

- Espiral Humphreys

$$BypassA = k_1 + k_2x + k_3(m_{850}^F) + k_4(m_{300}^F) + k_5(m_{106}^F) + k_6(m_{38}^F)$$

$$BypassB = k_1 + k_2F + k_3x + k_4(m_{850}^F) + k_5(m_{300}^F) + k_6(m_{106}^F) + k_7(m_{38}^F)$$

On:

m_i^F és la fracció de massa de mida "i" en l'aliment

k_n són els paràmetres a determinar per als diferents rangs de mida de partícula.

Valors de k_n per als diferents rangs de mida de partícula

Eq:	Rang de mida (mm)	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	Coefficient de regressió r
a	1700-850	-0,365	-0,00507	1,41	-2,19	-4,9	9,03	-	0,94
	300-106	-0,0708	-	-	1,21	1,41	-	-	0,88
b	850-300	0,168	0,161	-0,00653	0,296	-3,72	9,29	-7,27	0,99
	300-106	-1,70	-0,0027	0,0423	4,83	-16,8	36,7	-28,7	98



GRAVITY SEPARATION – Kelly-Gomer-Pillai-Bull-Spootiswood model

Model d'eficàcia

$$y = \exp \left[-0,693 \left(\frac{\rho}{\rho_{50,C}} \right)^n \right]$$

On:

n és el paràmetre a determinar (taula)

$\rho_{50,C}$ és la densitat de tall corregida:

$$\rho_{50,C} = k_1 + k_2 F + k_3 x + k_4 \left(\frac{F}{x} \right)$$

k_n són els paràmetres a determinar per als diferents rangs de mida de partícula.

Valors de n per als diferents rangs de mida de partícula

Tipus d'espiral	Rang de mida (mm)	n
<i>Mineral Deposits</i>	1700-850	13,05
	850-300	11,17
	300-106	6,24
<i>Humphreys Spiral</i>	1700-850	12,6
	850-300	10,6
	300-106	6,9

Valors de k_n per als diferents rangs de mida de partícula

Tipus d'espiral	Rang de mida (mm)	k_1	k_2	k_3	k_4	Coefficient de regressió r
<i>Mineral Deposits</i>	1700-850	1,54	0,099	-0,00190	0,79	0,89
	850-300	1,21	0,036	0,00717	2,44	0,94
	300-106	1,49	0,0703	-0,00285	3,54	0,98
<i>Humphreys Spiral</i>	1700-850	0,153	-1,20	0,0621	32,1	0,92
	850-300	-1,11	-1,69	0,0912	52,2	0,98
	300-106	-0,164	0,0432	-0,768	34,2	0,94



GRAVITY SEPARATION – Kelly-Gomer-Pillai-Bull-Spootiswood model

Model de distribució d'aigua

Fracció d'aigua que surt pel corrent de lleugers, R_F :

$$R_F = k_1 + k_2 F_S + k_3 x + k_4 \left(\frac{F_S}{x} \right)$$

k_n són els paràmetres a determinar per als diferents rangs de mida de partícula.

Valors de k_n per a totes les mida de partícula

Tipus d'espiral	k_1	k_2	k_3	k_4	Coefficient de regressió r
<i>Mineral Deposits</i>	99,9	3,74	-0,465	-26,5	0,98
<i>Humphreys Spiral</i>	-79,8	-117,0	5,25	3449,0	0,91



GRAVITY SEPARATION – Tavares-Rubio model

Tavares, L.M., Rubio, J., *Performance evaluation and simulation of a Batac Jig cleaning pyrite from coal washery Tailings*, In *Processing and Utilization of High-Sulfur Coals IV*. ed. P.R. Dugan, D.R. Quigley and Y.A. Attia. Amsterdam, 1991, pp. 597-607

Modelització

Model basat en el concepte de dos bypass. Comparant els models de partició, el més ajustat fou el model de Lynch.

$$y = 100 \left[a + (1 - a - b) \left(1 - \frac{\exp\left(k \frac{\rho}{x_0}\right)}{\exp\left(k \frac{\rho}{\rho_{50}}\right) + \exp(k) - 2} \right) \right]$$

On;

ρ és la densitat

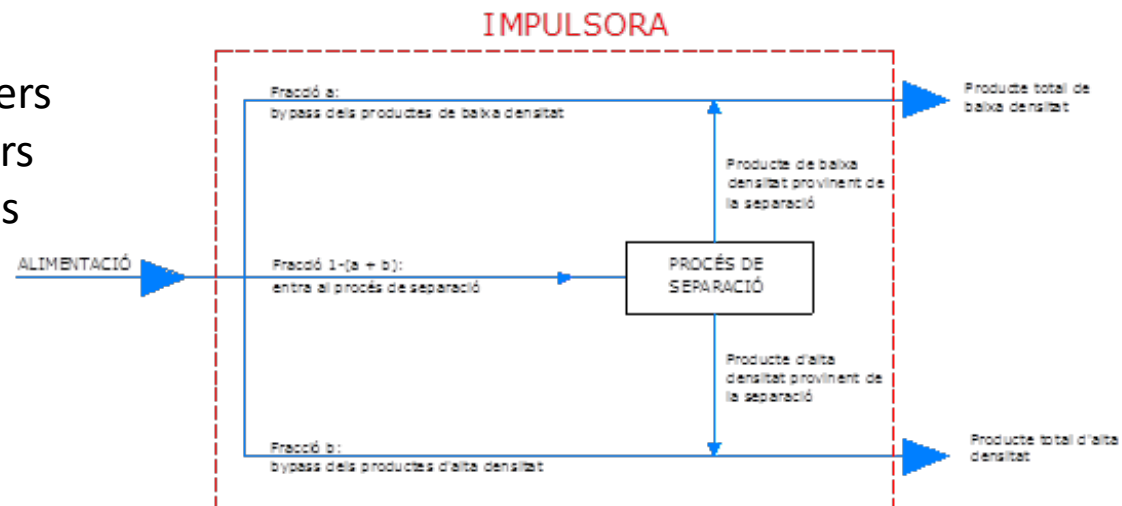
y és la recuperació al corrent de lleugers

a és el bypass directe al flux de lleugers

b és el bypass directe al flux de densos

k i x_0 són paràmetres del model

ρ_{50} és la densitat de tall



GRAVITY SEPARATION – Manser model

Manser, R.J., Barley, R.W., Wills, B.A., The Shaking Table Concentrator – The influence of operating conditions and table parameters on mineral separation- The Development of a Mathematical Model for Normal Operating Conditions, Minerals Engineering, 1991, Vol.4, No. 3/4, 369-381

Manser, R.J., The Study and Development of a Mathematical Model of a Shaking Table Concentrator. Ph.D Thesis, Camborne School of Mines, Cornwall (1987)

Modelització

La funció logística modificada s'utilitza com a model per predir la recuperació de les espècies minerals a la sortida a una determinada posició de la taula, utilitzant una mescla sintètica (ferrosílíce per al concentrat, ilmenita per als mixtes, i quars per a l'estèril) que representa un mineral típic metàl·lic. La forma general de l'equació proposada és la següent:

$$y_i = \frac{\tanh^2(s \cdot a_3)}{1 + \exp[-(a_1 + a_2[s - 1])]}$$

on:

- y és la fracció de recuperació d'una espècie a la sortida en la posició s ;
- s és la posició de la sortida a la banda (cm), seguint la referència de la figura.
- a_1 és un factor d'escala;
- a_2 és un factor que representa el gradient de la corba;
- a_3 és el superior asimptòtic



GRAVITY SEPARATION – Manser model

$$a_1 = -\frac{\ln\left(\frac{\rho_i - k_1}{k_2}\right)}{k_3}$$

$$a_2 = k_7 + k_8(-a_1)k_9$$

$$a_3 = \frac{k_4}{1 + \exp(-(k_5 + k_6 \cdot \rho))}$$

on:

$k_1 = 2,20 \text{ g/cm}^3$

$k_2 = 0,0585d + 0,8224$

$k_3 = 0,3716 \ln(d) - 2,0406$

ρ és la densitat, g/cm^3 , del mineral que volem determinar

la seva eficàcia a l'equació logística modificada

d és la mida de partícula, en μm , del mineral que volem determinar

la seva eficàcia a l'equació logística modificada

k_7 és un paràmetre a determinar

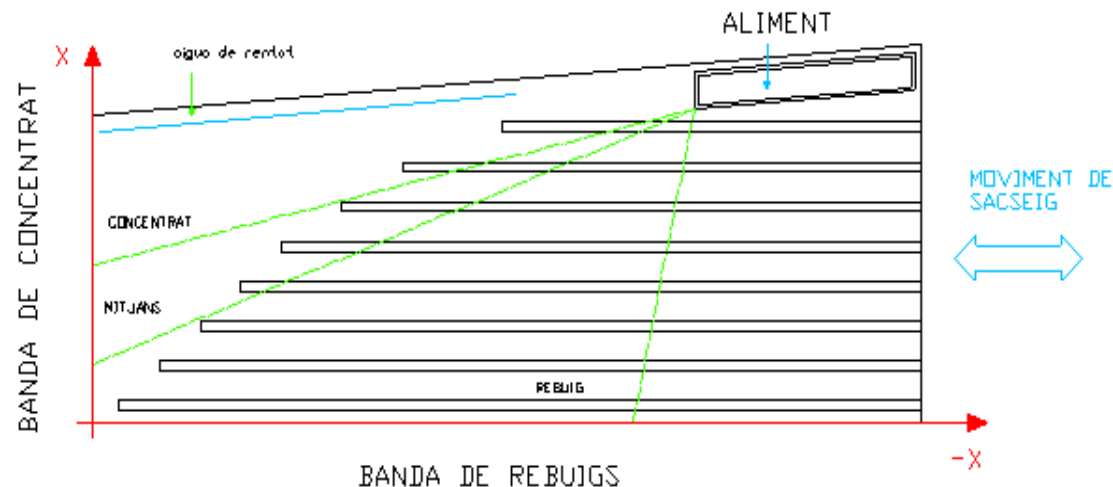
$k_8 = 0,0095$

$k_9 = 2,785$

$k_4 = 101,7$

$k_5 = -7,229$

$k_6 = 10,0/\ln(d)$



GRAVITY SEPARATION – Razali-Veasey model

Razali, R., Veasey, T.J., *Statistical Modelling of a Shaking Table Separator Part One. Minerals Engineering, 1990, Vol. 3, No. 2/4, 287-294*

Modelització

Prediccions de punt de sortida variant una o dues variables d'operació, utilitzant una mescla sintètica (ferrosílíce per al concentrat, ilmenita per als mixtes, i quars per a l'estèril) que representa un mineral típic metàl·lic. .

Variables i rangs d'operació

<i>Variable d'operació</i>	<i>Rang d'operació</i>
w : aigua de rentat (cm^3/min)	400 - 4000
Q : cabal (g/s)	11,5 – 43,5
ρ : fracció de sòlids en l'aliment (%)	12,0 – 51,0
a : llei de l'aliment (%)	0,18 – 8,39
α : inclinació ($^\circ$)	2,5 – 9,0
ω : velocitat (rpm)	250 - 450



GRAVITY SEPARATION – Razali-Veasey model

Models per a dues variables d'operació modificades

<i>Variables d'operació modificades</i>	<i>Model ajustat</i>	<i>r</i>
w : aigua de rentat (cm ³ /min)	$c = 14,56 - 0,00124w + 0,00001w \cdot w + 0,00029\rho$	0,955
ρ : densitat de la polpa (%)	$r = 7,23 - 0,00136w + 0,00107\rho^2 + 0,00000019w^2 - 0,000013w\rho$	0,944
w : aigua de rentat (cm ³ /min)	$c = 17,18 - 0,0263w + 0,0000023w^2 - 0,0413Q$	0,990
Q : cabal (g/s)	$r = 7,88 - 0,00189w + 0,000000Q^2$	0,896
α : inclinació (º)	$c = 33,22 - 6,88\alpha + 0,41Q^2$	0,972
Q : cabal (g/s)	$r = 26,87 - 7,30\alpha + 0,54Q^2$	0,953

on c és la predicció del model per a la posició de sortida del concentrat a la banda

r és la predicció del model per a la posició de sortida del rebuig a la banda



GRAVITY SEPARATION – Razali-Veasey model

Models per a una variable d'operació modificada

<i>Variable d'operació modificada</i>	<i>Model ajustat</i>	<i>r</i>
w: aigua de rentat (cm ³ /min)	$c = 31,1 - 0,00142w$ $r = 22,8 - 0,00102w$	0,992 0,987
Q: cabal (g/s)	$c = 18,9 - 0,0776Q + 0,0089Q^2 - 0,00012Q^3$ $r = 11,8 - 0,0622Q + 0,00356Q^2$	1 0,997
ρ : fracció de sòlids en l'aliment (%)	$c = c$ (acceptant la pendent de regressió com a zero) $r = 7,08 - 0,189\rho$	0,950
a : relació sòlid/líquid (%)	$c = 27,5 + 1,45a - 0,109a^2$ $r = 26,4 - 1,9x + 0,324a^2 - 0,0236a^3$	0,996 0,972
α : inclinació (°)	$c = -4,31 + (74,8/\alpha)$ $r = 1/(-0,140 + 0,708\alpha)$	0,994 0,999
ω : velocitat (rpm)	$c = \exp(1,94 + 0,0078\omega - 0,000014\omega^2)$ $r = \exp(-0,24 + 0,0186\omega - 0,00003\omega^3)$	0,955 0,945
<i>on</i>	<i>c és la predicció del model per a la posició de sortida del concentrat a la banda (cm)</i> <i>r és la predicció del model per a la posició de sortida del rebuig a la banda (cm)</i>	



GRAVITY SEPARATION – Bergmann et al. model

C. Bergmann, V. Govender, A.A. Corfield. Using mineralogical characterisation and process modelling to simulate the gravity recovery of ferrochrome fine, Minerals Engineering, Volume 91, 15 May 2016, Pages 2-15

B.V. Rao. Weibull partition surface representation for gravity concentrators. Minerals Engineering, Volume 17 (2004) 953-956



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Campus d'Excel·lència Internacional

GRAVITY SEPARATION – Bergmann et al. model

Partition function: modified form of the Weibull model

$$Y = 100 \left(1 - e \left(- \left(\ln \left(\frac{1}{1 - Y_p} \right) \right) \left(\frac{\rho}{\rho_p} \right)^{p(d^q)} \right) \right)$$

on:

Y representa la partició i és una funció de diàmetre “d” i “ρ” densitat de les partícules.

La forma de la superfície de partició es fixa per a un conjunt específic de quatre paràmetres: Y_p , ρ_p , p i

q:

Y_p , bypass, representa fracció de derivació en concentradors de gravetat

ρ_p : densitat de pivot (en kg / m³)

efectes de viscositat: p

efectes de flux: q

Per a les condicions de funcionament especificades, els paràmetres Y_p i ρ_p romanen constants.

Els paràmetres p i q determinen col·lectivament la nitidesa de la partició, i representen,

respectivament, la força de les forces viscoses i la turbulència en el separador.



GRAVITY SEPARATION – Bergmann et al. model

Table 1

Summary of Weibull partition surface parameters and sum of squared errors (SSE) for various gravity concentrators

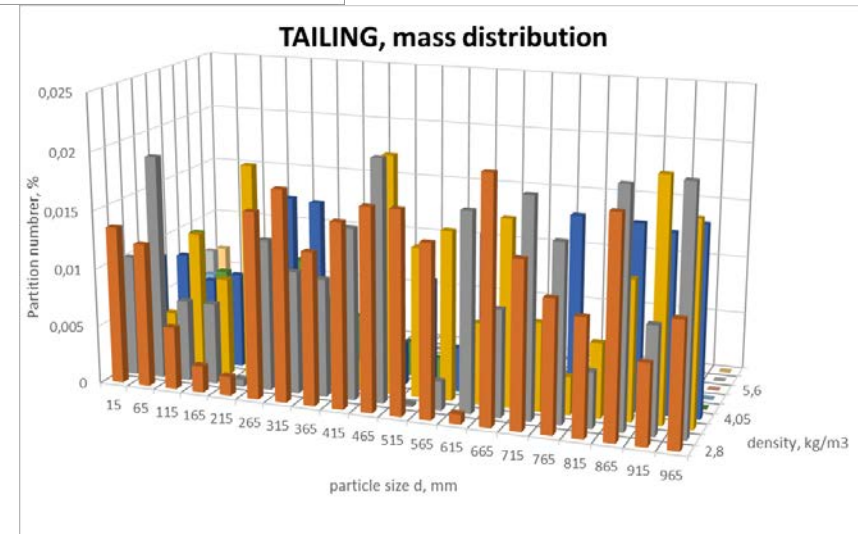
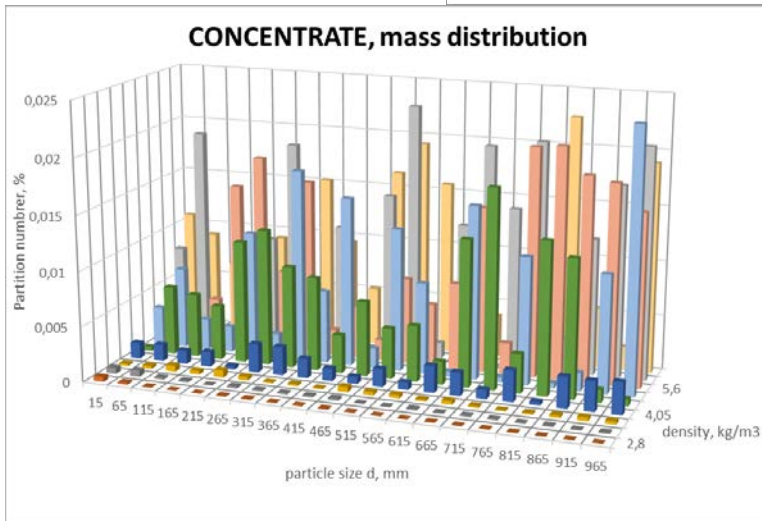
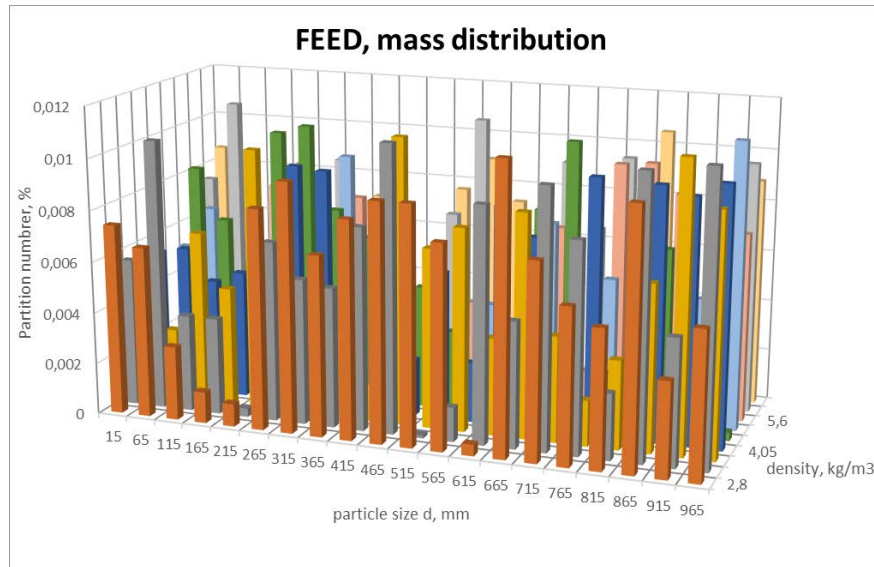
S.No.	Separator type	Weibull model				SSE	Reference
		Y_p	ρ_p	p	q		
1	Dense medium cyclone	0.194	1496	62.748	1.536	0.294	Survey 1.1 of Scott
2	Dense medium cyclone	0.395	1456	20.013	1.096	0.371	Survey 1.2 of Scott
3	Dense medium cyclone	0.602	1432	16.203	1.062	0.300	Survey 1.3 of Scott
4	Dense medium cyclone	0.226	1565	12.758	1.072	0.247	Survey 2.1 of Scott
5	Dense medium cyclone	0.330	1556	12.744	0.940	0.214	Survey 2.2 of Scott
6	Dense medium cyclone	0.544	1554	9.362	1.078	0.134	Survey 2.3 of Scott
7	Dense medium cyclone	0.323	1337	2.904	1.362	0.283	Survey 3.1 of Scott
8	Dense medium cyclone	0.297	1404	48.628	0.570	0.054	King and Jukes
9	VORSYL separator	0.186	2757	13.796	0.414	0.079	Fig. 9 of Collins et al.
10	Dense medium cyclone	0.467	1220	62.883	0.835	0.042	Restarick and Krnic
11	Dense medium cyclone	0.106	2997	16.448	0.922	0.179	Lynch and Napier-Munn
12	Chance cone separator	0.143	1334	4.311	0.796	0.048	Palowitch and Deurbrouck
13	Dense medium cyclone	0.203	1306	5.692	0.581	0.068	Palowitch and Deurbrouck
14	TRI FLO separator	0.567	2430	101.982	1.794	0.055	Fig. 8 of Ferrara and Schena
15	TRI FLO separator	0.572	2563	21.212	1.126	0.068	Fig. 9 of Ferrara and Schena
16	Media densifying cyclone	0.199	3658	37.374	0.666	0.021	Fig. 10 of Ferrara and Schena
17	Reflux classifier	7.112E-05	1061	21.296	0.362	0.103	Galvin et al.
18	Air table	1.116E-04	459	4.539	0.235	0.069	Llewellyn et al.
19	Wemco drum separator	0.455	2853	1.186	0.711	0.254	Scott et al.
20	Feldspar Jig	1.000E-06	701	14.774	0.111	0.133	Deurbrouck and Palowitch
21	Richert spiral	0.220	1517	12.775	0.609	0.260	Fig. 1 of Atesok et al.
22	Richert spiral	0.213	1462	17.422	0.565	0.123	Fig. 2 of Atesok et al.
23	Shaking table	0.114	1397	15.173	0.302	0.442	Deurbrouck and Palowitch
24	Humphreys spiral	0.504	1810	12.175	0.947	0.545	Kelly et al.
25	Falcon concentrator	3.042E-05	922	26.403	0.241	0.041	Honaker et al.
26	Spiral concentrator	0.256	1681	19.684	0.729	0.127	Nicol and Bensley
27	Spiral concentrator	0.210	1632	23.050	0.583	0.249	Apodaca
28	Water only cyclone	1.009E-03	761	10.663	0.314	0.052	Miller
29	Heavy media cyclone	9.432E-03	1370	32.326	0.201	0.028	Deurbrouck and Hudy

Partition number Y is expressed in fraction, particle size d in millimeters and particle density ρ in kg/m^3 .



GRAVITY SEPARATION – Bergmann et al. model

Exercici:



SEPARACIÓ PER MEDI DENSOS - DENSE (OR HEAVY) MEDIA SEPARATION

MODELS QUANTITATIUS PER A SEPARADORS PER MEDI DENS

Els factors que defineixen el funcionament de la separació són:

- Punt de tall o densitat de separació
- La eficàcia de la separació
- El circuit-curt o short circuit de l'aliment cap als enfonsats.
- El circuit-curt o short circuit de l'aliment cap als flotats.

Corbes típiques de partició a la figura adjunta per a diferents densitats de medi.

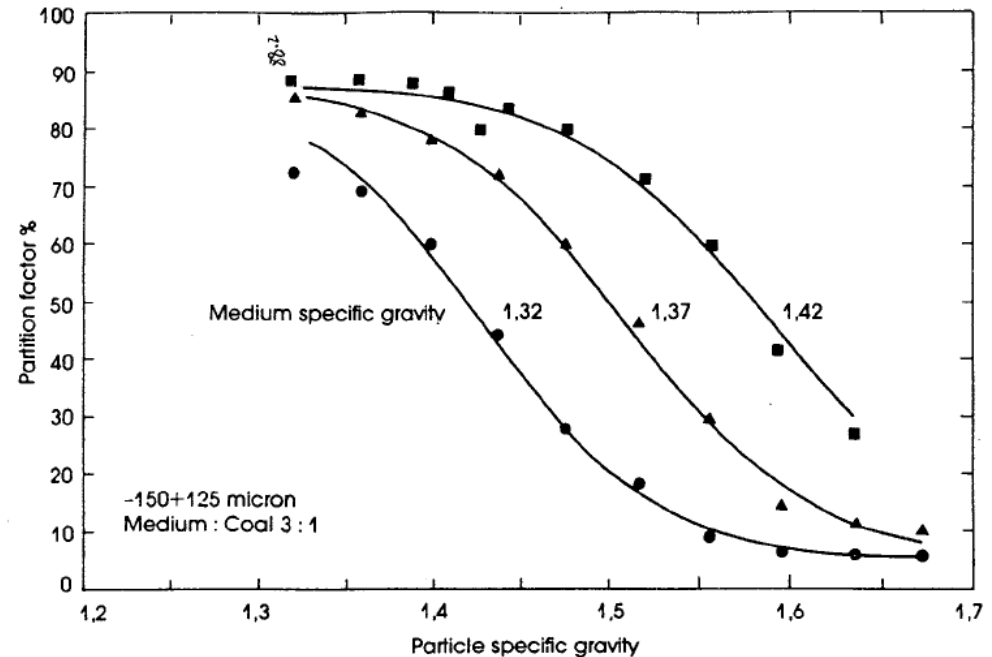


Figure 4-1 Measured partition curves for different particles sizes in a 150 mm dense-medium cyclone.



DENSE MEDIA SEPARATION: Cutpoint o punt de tall

El punt de tall, ρ_{50} , es defineix com la densitat que la funció de partició dona un valor de 0,5. S'ajusta amb la densitat del medi (ρ_m).

Per hidrociclons i partícules que orbiten en l'equilibri: $\rho_{50} > \rho_m$, aleshores definim el punt de tall normalitzat per medi com NCPS:

$$NCPS = \frac{\rho_{50} - \rho_m}{\rho_m}$$

Aquest punt de tall normalitzat invrementarà amb la disminució de la mida de partícula, per a carbons en medi dens aquesta llei és:

$$NCPS = 0,4 dp^{-0,32}$$

Si $0,015 < dp < 1$ mm.



DENSE MEDIA SEPARATION: Short circuits

La corba de partició, $R(x)$, inclou el circuit curt i la partició ideal o corregida $R_c(x)$, on x representa el cocient ρ/ρ_{50} . Aleshores:

$$R(x) = \beta + (1 - \alpha - \beta)R_c(x)$$

On:

α és la fracció del circuit curt cap els enfonsats,

β és la fracció cap els flotats.

Les funcions dels circuits curts són funcions de la mida de partícula

Un cas per ciclons en medi dens i partícules de 150 μm és:

$$\alpha = R_f e^{-b dp}$$

Amb $b=5,43 \text{ mm}^{-1}$ i dp en mm . R_f és la fracció de fluid que es recupera amb els enfonsats.

El circuit curt dels flotats en despreciable per mides $<0,5 \text{ mm}$.

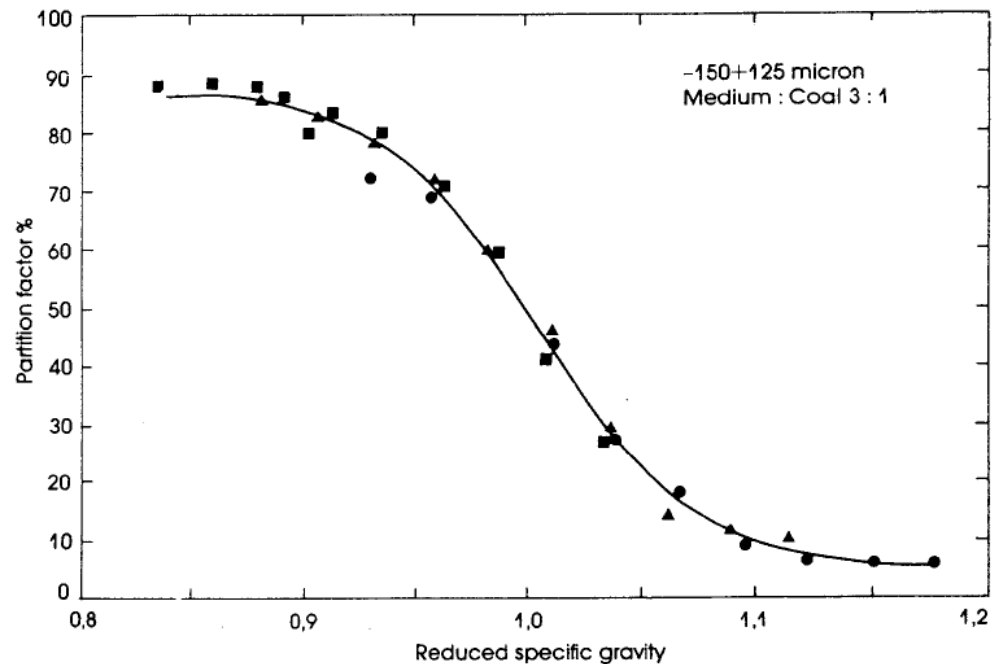


Figure 4-2 Normalization of the partition function for a dense-medium cyclone. The presence of short circuit flows is clearly evident in this data.



DENSE MEDIA SEPARATION: eficàcia

L'eficàcia de separació és especificada en termes de imperfecció de la separació I_c :

$$I_c = \frac{\rho_{25} - \rho_{75}}{2\rho_{50}} = \frac{EPM}{\rho_{50}}$$

On;

$$R_c(\rho_{25}) = 0,25$$

i

$$R_c(\rho_{75}) = 0,75$$

La imperfecció és independent del circuit curt. La imperfecció incrementa si la mida de partícula decreix (figura 4-3). La imperfecció pot ser quantificada per ciclons com:

$$I_c = \frac{3,8}{dp} + 0,013$$

On dp és en micres.

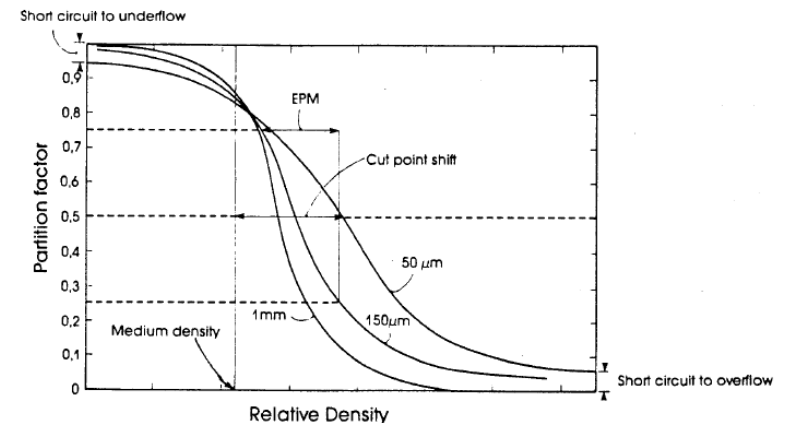


Figure 4-3 Generalized partition curves for dense-medium separators.

DENSE MEDIA SEPARATION: funcions de partició

Table 4.1. Empirical equations for the corrected partition function for dense-medium separators. $x = \rho/\rho_{50}$

Type	Function	Relationship between I_c and λ
1	$R(x) = G[\lambda(1 - x)]$	$\lambda I_c = 0.674$
2	$R(x) = 1 - G(\lambda \ln x)$	$I_c = \sinh\left(\frac{0.674}{\lambda}\right)$
3	$R(x) = \frac{1}{1 + \exp(\lambda(x - 1))}$	$\lambda I_c = 1.099$
4	$R(x) = \frac{1}{1 + x^\lambda}$	$I_c = \sinh\frac{1.099}{\lambda}$
5	$R(x) = \exp(-0.693x^\lambda)$	$2I_c = 2^{1/\lambda} - 0.415^{1/\lambda}$
6	$R(x) = 1 - \exp(-0.693x^{-\lambda})$	$2I_c = 2.411^{1/\lambda} - 0.5^{1/\lambda}$
7	$R(x) = \frac{e^\lambda - 1}{e^\lambda + e^{\lambda x} - 2}$	$2\lambda I_c = \ln\left(\frac{9e^\lambda - 6}{e^\lambda + 2}\right)$
8	$R(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(\lambda(x - 1))$	$\lambda I_c = 1.0$
9	$R(x) = \frac{1}{1 + \exp(\lambda(x^n - 1))}$	$2I_c = \left(1 + \frac{1.099}{\lambda}\right)^{1/n} - \left(1 - \frac{1.099}{\lambda}\right)^{1/n}$ $2I_c < 2^{1/n}$



DENSE MEDIA SEPARATION: funcions de partició

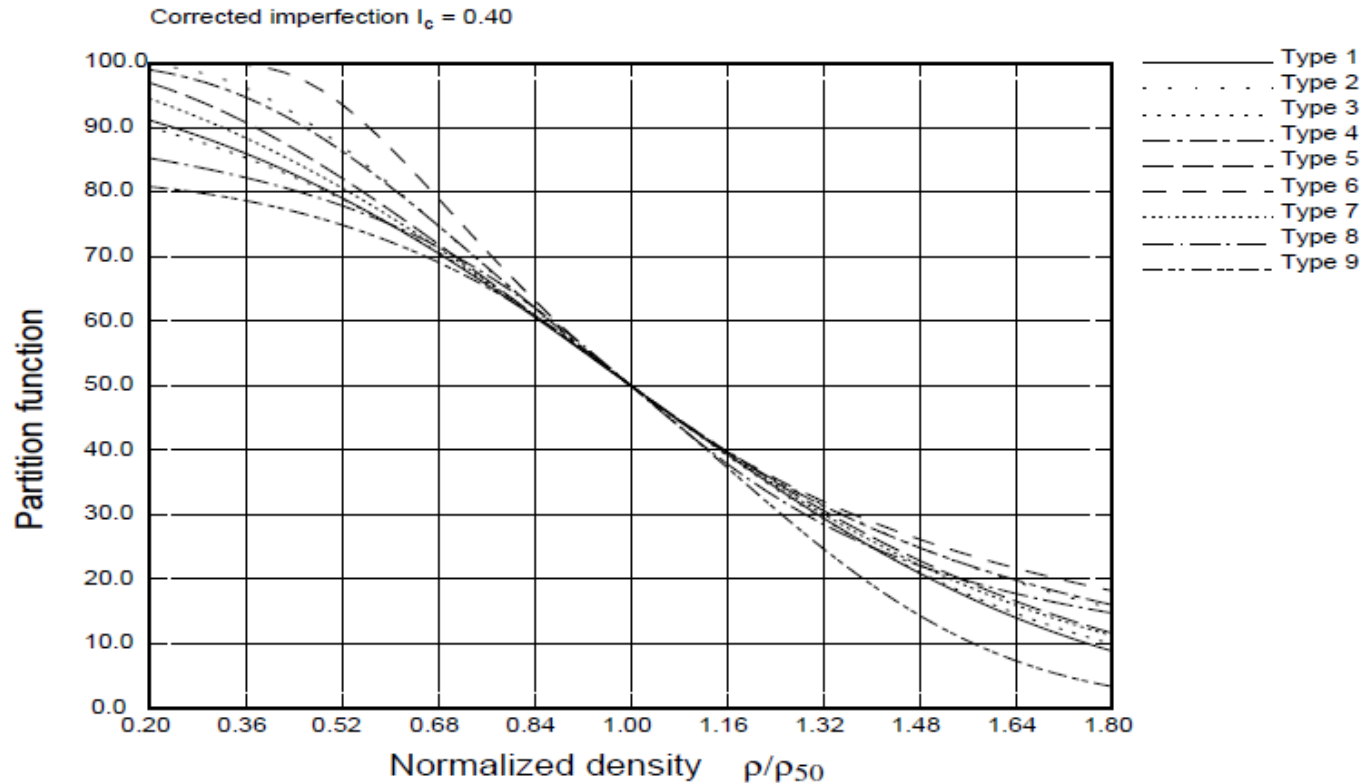


Figure 4-4 *Nine models from table 4.1 for the partition function. All models have the same value of the imperfection $I_c = 0.4$*

DENSE MEDIA SEPARATION: funcions de partició

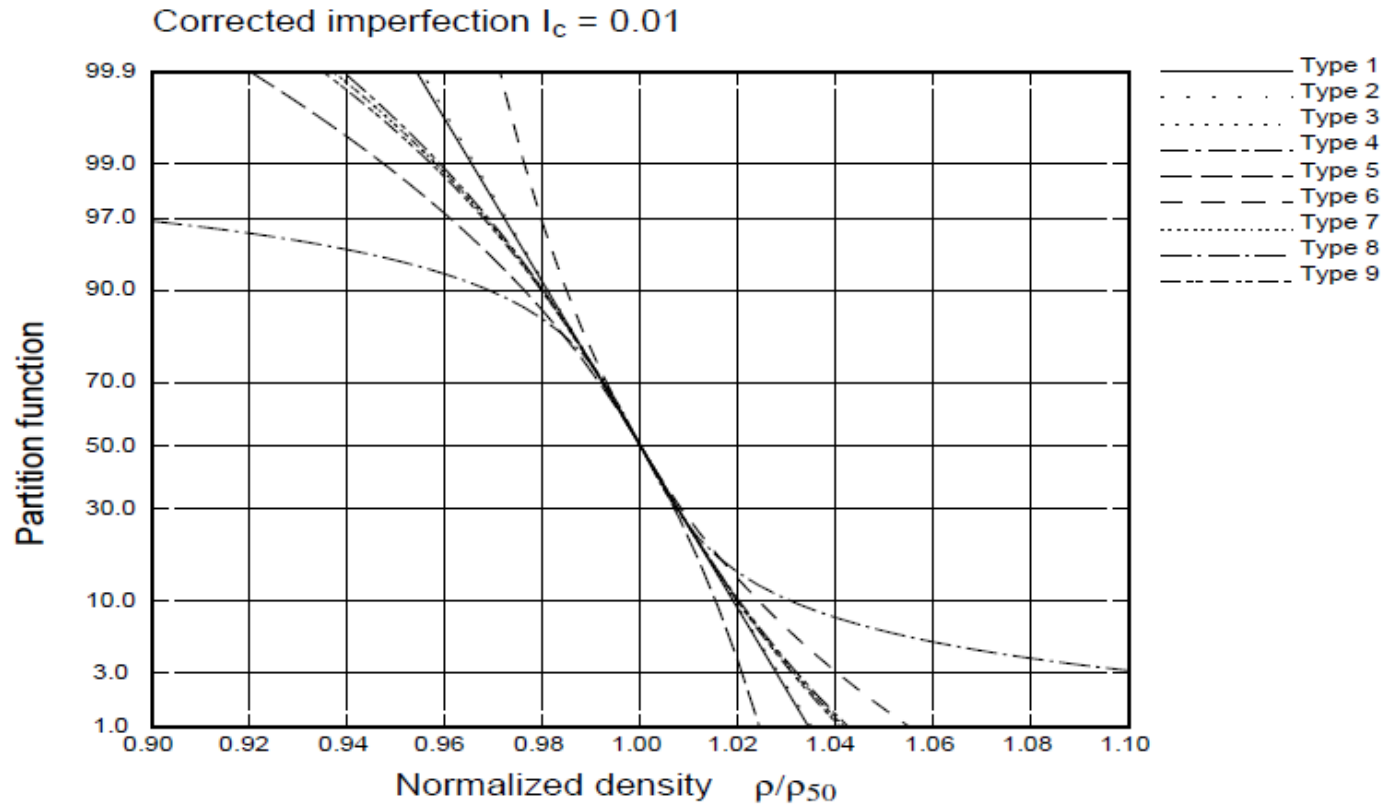


Figure 4-5 *Nine models for the partition function. The ordinate is a probability scale. All models have the same value of the imperfection I_c .*

DENSE MEDIA SEPARATION - DMS

Table 4.2 Typical values of cut point shift and imperfection for dense medium separators

Separator type	Cut point	Cut point shift	Sp. Gr. differential	Imperfection	Particle size	Reference
Chance cone	1.54 1.37 1.37	0.033		0.021 0.01 0.03 0.015	+50mm 12.5×6.5 mm	Leonard 4 th ed. FRI
Dense medium vessel	1.41 1.35			0.020 0.018 0.033	50×25mm 12.5×6.3 mm	Leonard 4 th ed
Dense medium cyclone	1.49 1.50 1.51 1.53 1.57			0.019 0.017 0.021 0.025 0.051	½"×¾" ¾"×¼" ¼"×8# 8#×14# 14#×28#	SME Handbook p4-19
Dense-medium cyclone	1.325 1.488	0.045 0.142		0.014 0.015	1"×28# 1"×28#	SME Handbook p4-18
Dense-medium cyclone	3.65 3.385	0.59 0.54	0.39 0.51	0.043 0.028	3/16×28# 3/16×28#	Iron ore SME Handbook p4-20
Dense-medium cyclone	3.065 3.095 2.907 3.065	0.455 0.345 0.217 0.215	0.41 0.27 0.28 0.25	0.036 0.045 0.018 0.027	3/16×65# 3/16×65# 3/16×35# 3/16×35#	Chromium ore SME Handbook p4-20
Dense-medium cyclone	2.82 2.4	0.42 0.55	0.41 0.58	0.028 0.037	3/16×28# 3/16×28#	Magnesite Copper ore Davis, Driesen & Oliver

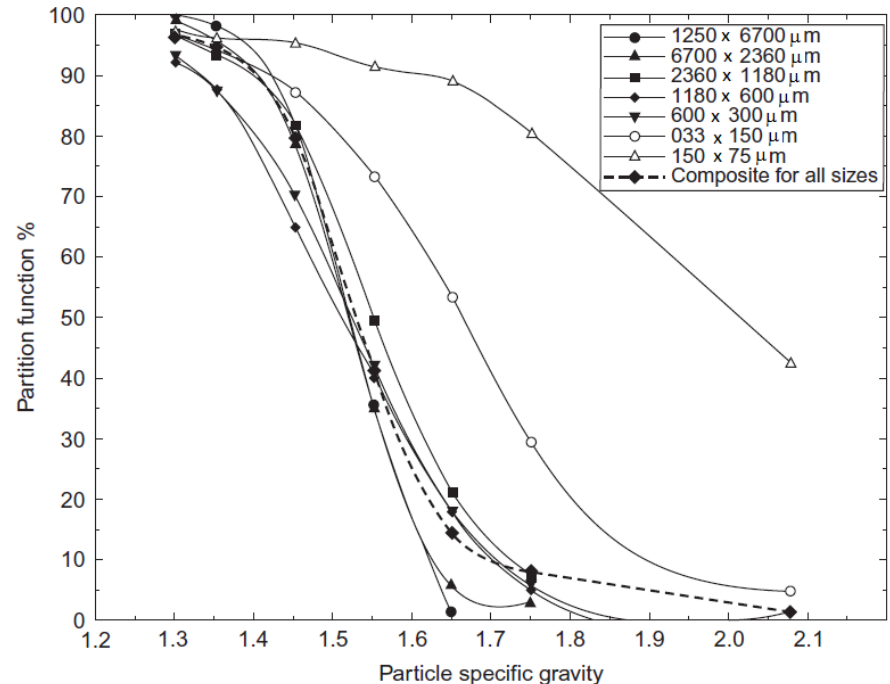


GRAVITY SEPARATION – generalització dels models

En general per a aquest tipus de separacions el punt de tall de densitat varia en funció de la mida de partícula (figura), de manera que podem escriure la relació, r:

$$r = \frac{SG_s}{\underline{SG}_s} = f\left(\frac{dp}{d_{50}}\right)$$

On SG_s és el valor del punt de tall de densitat per a un dp , i \underline{SG}_s és el punt de tall mig per al valor de dp mig.



e 7.18 Measured partition functions for coal in a dense-medium cyclone. Individual reactions are shown as well as the composite over all sizes. Data from Sokaski and (1963)



GRAVITY SEPARATION – generalització dels models

Aquesta funció r és pot escriure com:

$$r = a + be^{\left(-c\frac{dp}{dp}\right)}$$

On a , b i c són paràmetres que depenen de l'equip de separació gravimètrica utilitzat, taula.

Table 7.5 Parameters to relate cut points for narrow size fractions to the composite cut point

<i>Unit type</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Water-only cyclone	0.8	0.6	1.26
Dense-medium cyclone	0.98	0.1	1.61
Shaking table	0.97	0.3	7.7
Coal washing drum	0.98	0.1	1.61



GRAVITY SEPARATION – generalització dels models

Osborne 1988, proposa que EPM varia segons:

$$EPM = f_1 f_2 f_3 ES$$

On;

- f_1 varia segons la mida de la partícula (de 2 a 0,75 per mides de partícula de 0,5 a 10 mm en ciclons medi dens, o 0,5 per carbó gros i 1,4 per carbó petit i en medi dens en recipient, o entre 3 i 0,5 per mides de partícula entre 1 a 100 mm en impulsors).
- f_2 varia segons la mida de l'equip,
- f_3 varia entre 1,1 a 1,2,
- ES representa el tipus d'equip de separació:

Per a ciclons de medi dens: $ES = 0,027\rho_{50} - 0,01$

Ciclons Dynawhirpool: $ES = 0,15\rho_{50} - 0,16$

Medi dens en batch: $ES = 0,047\rho_{50} - 0,05$

Impulsora Baum: $ES = 0,78(\rho_{50}(\rho_{50} - 1) + 0,01)$

Hidrocicló: $ES = 0,33\rho_{50} - 0,31$

Taula sacseig i espirals: $ES = \rho_{50} - 1$



SEPARACIÓ MAGNÈTICA – MAGNETIC SEPARATION



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Campus d'Excel·lència Internacional

SEPARACIÓ MAGNÈTICA – MAGNETIC SEPARATION

La separació magnètica s'ha fet servir durant gairebé 200 anys en la concentració de minerals de ferro, i encara s'empra extensament en l'actualitat. Per aconseguir això, s'han utilitzat una gran varietat de dispositius.

Des del començament del segle XX va tenir lloc una expansió constant tant en l'equip disponible com en la gamma de minerals per als quals és aplicable la separació magnètica.

La separació de petites quantitats de ferro i minerals ferrífers dels minerals industrials s'ha tornat en una important aplicació, igual que la concentració de diversos minerals fèrrics i no fèrrics.



SEPARACIÓ MAGNÈTICA – MAGNETIC SEPARATION

La propietat del material que determina la resposta al camp magnètic és la **susceptibilitat magnètica**. La susceptibilitat magnètica es pot expressar en massa (χ) o volum (κ) (SI):

$$\kappa = \chi \rho_s$$

On ρ_s és la densitat del mineral.

Amb base a aquesta propietat els minerals poden dividir-se en:

- DIAMAGNÈTICS: Són repel·lits pel camp magnètic (quarts, feldspats).
- PARAMAGNÈTICS: Són atrets pel camp magnètic (hematites, ilmenita, pirrotita). Dins d'aquest grup hi ha els vigorosament atrets pels camp magnètic que s'anomenen FERROMAGNÈTICS (ferro, magnetita).

Taula amb classificació dels minerals:



Tabla de susceptibilidad magnética de los minerales

Mineral	Origen de la muestra	Susceptibilidad relativa	Mineral	Origen de la muestra	Susceptibilidad relativa	Mineral	Origen de la muestra	Susceptibilidad relativa
Grupo 1 – Ferromagnéticos								
Hierro		100.00	Rutilo	Graves Mountain, Ga.	0.095	Serpentina, roja	Desconocido	0.016
Magnetita	Desconocido	48.000	Oropimente	Felsobanya, Hungría	0.089	Calcita	Joplin, Mo.	0.013
Magnetita	Port Henry, N. Y.	14.862	Bornita	Nueva Gales del Sur, Australia	0.086	Estibnita	Juab County, Utah	0.013
Franklinita	Franklin Furnace, N.J.	13.089	Apatita	Eganville, Ontario	0.083	Dioplasa	Desconocido	0.012
Grupo 2 – Moderadamente magnéticos								
Ilmenita	Edge Hill, Pa.	9.139	Tetraedrita	Perú	0.080	Cuprita	Cornwall, Inglaterra	0.0096
Mica, moteada, rubí	Bengal, India	5.880	Wilmita	Franklin Furnace, N.J.	0.076	Galena	Galena, Ill.	0.0096
Pirrotita	Sudbury, Ontario	2.490	Bornita	Union Bridge, Maryland	0.067	Pirita	Desconocido	0.008
Franklinita	Franklin Furnace, N.J.	1.480	Esfalerita	Iowa	0.057	Witerita	Cumberland, Inglaterra	0.0064
Grupo 3 – Débilmente magnéticos								
Hematita	Distrito del Lago Superior	0.789	Cerusita	Nueva Gales del Sur, Australia	0.057	Rutilo	Desconocido	0.0034
Siderita	Roxbury, Conn.	0.743	Dolomita	Sing Sing, N.Y.	0.057	Mica, rubí, clara	Bengala, India	0.0032
Rodonita	Franklin Furnace, N.J.	0.560	Fluorita	Jefferson County, N.Y.	0.054	Ortoclasa	Alexandria, N.Y.	0.0032
Hematita	Iron Mountain, Minn.	0.531	Arsenopirita	Acton, York Co., Maine	0.054	Cobaltita	Desconocido	0.0023
Limonita	Nueva Escocia	0.314	Calcopirita	Sur de Australia	0.051	Safiro	Desconocido	0.0023
Pirolusita	Turingia	0.280	Cuprita	Bisbee, Arizona	0.051	Pirita	Desconocido	0.002
Corindón	Gaston County, N.C.	0.264	Molibdenita	Nueva Gales del Sur, Australia	0.048	Turmalina	Desconocido	0.0012
Hematita	Cumberland, Inglaterra	0.257	Celestita	Strontium Island, Ohio	0.038	Dolomita	Desconocido	0.0011
Pirolusita	Barlow County, Ga.	0.248	Calcocita	Butte, Montana	0.038	Espinel	Desconocido	0.001
Pirita	French Creek, Pa.	0.203	Cinabrio	New Almaden, California	0.038	Berilo	Desconocido	0.0008
Manganita	Bridgeville, Nueva Escocia	0.194	Yeso	Derbyshire, Inglaterra	0.038	Feldespató	Desconocido	0.0006
Calamina	Friedensville, Pa.	0.187	Cincita	Franklin Furnace, N.J.	0.038	Esfalerita	Jefferson City, Tenn.	0.0005
Esfalerita	Friburgo, Alemania	0.182	Ortoclasa	Elam, Pa.	0.035	Circón	Desconocido	0.0002
Dolomita	Cumberland, Inglaterra	0.178	Epidoto	Desconocido	0.033	Grupo 5 – No magnéticos y diamagnéticos		
Cuarzo	Maine	0.175	Fluorita	Rosiclare, Ill.	0.032	Barita	Bartow County, Ga.	0.0
Rutilo	Magnet Cove, Ark.	0.168	Smithsonita	Mineral Point, Wis.	0.029	Adularia	Desconocido	-0.0004
Siderita	Desconocido	0.160	Augita	Desconocido	0.027	Calcita	Desconocido	-0.0004
Granate	Desconocido	0.149	Talco	Marietta, Ga.	0.026	Fluorita	Desconocido	-0.0004
Serpentina, verde	Desconocido	0.140	Hornblendita	Desconocido	0.025	Halita	Desconocido	-0.0004
Circón	Hendersonville, N.C.	0.134	Grupo 4 – Muy débilmente magnéticos			Esfalerita	Desconocido	-0.0004
Molibdenita	Frankford, Pa.	0.118	Pirita	Río Tinto, España	0.022	Celestita	Desconocido	-0.0005
Mica, moteada	Bengala, India	0.115	Smithsonita	Kelly, N.M.	0.022	Cuarzo	Desconocido	-0.0005
Huebnerita	Henderson, N.C.	0.105	Esfalerita	Joplin, Mo.	0.022	Corindón	Desconocido	-0.0006
Cerargirita	Silver City, N.M.	0.105	Estibnita	Alemania	0.022	Topacio	Desconocido	-0.0006
Wolframita	Chochiwon, Corea	0.105	Criolita	Groenlandia	0.019	Galena	Desconocido	-0.0011
Argentina	Guanajuato, México	0.102	Enargita	Butte, Montana	0.019	Antimonio, nativo	Desconocido	-0.0023
Ferberita	Malaya	0.101	Galena	Joplin, Mo.	0.019	Bismuto	Desconocido	-0.0032
Wolframita	Climax, Colo.	0.100	Magnesita	Lancaster County, Texas	0.019	Apatita	Desconocido	-0.0034
			Senarmonita	Desconocido	0.019	Argonita	Desconocido	-0.0048
			Yeso	Grand Rapids, Michigan	0.016	Grafito	Ceilán	-0.0056
			Nicolita	Bebra Hasse, Alemania	0.016	Grafito	Ceilán	-0.032



Table 17.1: Magnetic susceptibility of selected minerals [13].

	Density (t/m ³)	Volume Magnetic Susceptibility SI units × 10 ⁻⁶	Mass Magnetic Susceptibility m ³ kg ⁻¹ × 10 ⁻⁸
Non Iron-Bearing Minerals			
Galena, PbS	7.50	-33	-0.44
Quartz, SiO ₂	2.65	-13 to -17	-0.5 to -0.6
Cassiterite, SnO ₂	6.99	1100	16
Sphalerite, ZnS	4.00	-31 to -750	-0.77 to -19
Iron-Bearing Minerals			
Biotites	3.00	1500 to 2900	52 to 98
Siderite, FeCO ₃	3.96	1300 to 11,000	32 to 270
Chromite, FeCr ₂ O ₄	4.80	3000 to 120,000	63 to 2500
Fayalite, Fe ₂ SiO ₄	4.39	5500	130
Franklinites (Zn, Fe, Mn) (Fe, Mn) ₂ O ₄	5.21	450,000	8700
Iron Sulfides			
Chalcopyrite, CuFeS ₂	4.20	23 to 400	0.55 to 10
Pyrrhotite, Fe ₁₁ S ₁₂	4.62	1,200	25
Pyrrhotite, Fe ₇ S ₈	4.62	3,200,000	69,000
Pyrite, FeS ₂	5.02	35 to 5000	1 to 100
Iron-Titanium Oxides			
Hematite, α-Fe ₂ O ₃	5.26	500 to 40,000	10 to 760
Maghemite, γ-Fe ₂ O ₃	4.90	2,000,000 to 2,500,000	40,000 to 50,000
Ilmenite, FeTiO ₃	4.72	2,200 to 3,800,000	46 to 80,000
Magnetite, Fe ₃ O ₄	5.18	1,000,000 to 5,700,000	20,000 to 110,000



Table 8.3. Specific magnetic susceptibility of diamagnetic materials
(293 K, after Hopstock, 1985)

Mineral and its chemical formula	$-\chi_w(10^{-6} \text{ cm}^3/\text{g})$ (SI)	Mineral and its chemical formula	$-\chi_w(10^{-6} \text{ cm}^3/\text{g})$ (SI)
Elements			
Diamond, C	6.17	Silver, Ag	2.41
Graphite, C	44	Gold, Au	1.79
Sulfur, α -S	6.09	Bismuth, Bi	16.8
Copper, Cu	1.08		
Sulfides			
Sphalerite, ZnS	3.27	Stibnite, Sb_2S_3	3.17
Molybdenite, MoS_2	6.05	Cinnabar, HgS	2.99
Argentite, Ag_2S	3.71	Galena, PbS	4.40
Oxides			
Water (ice), H_2O	9.07	Cuprite, Cu_2O	1.76
Corundum, Al_2O_3	3.80	Zincite, ZnO	4.29
Quartz, SiO_2	6.20	Cassiterite, SnO_2	2.33
Halogens			
Halite, NaCl	6.49	Fluorite, CaF_2	4.51
Sylvite, KCl	6.54		
Carbonates			
Magnesite, MgCO_3	4.83	Cerussite, PbCO_3	2.88
Calcite, CaCO_3	4.80		
Sulfates			
Anhydrite, CaSO_4	4.47	Barite, BaSO_4	3.84
Gypsum, $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	5.33	Anglesite, PbSO_4	2.89
Smitsonite, ZnSO_4	3.41		



Table 8.10. Specific (mass) magnetic susceptibility of minerals (after Hopstock, 1985)

Mineral	Chemical formula	χ_w (10^{-3} cm ³ /g) (SI)
Sulfides		
Pyrite	FeS ₂	0.004–0.013
Markasite	FeS ₂	0.004–0.013
Millerite	NiS	0.003–0.048
Chalcopyrite	CuFeS ₂	0.011–0.055
Bornite	Cu ₅ FeS ₄	0.092–0.100
Arsenides		
Nickeline	NiAs	0.005–0.011
Oxides		
Goethite	FeOOH	0.38–0.46
Manganite	MnOOH	0.36–0.50
Pyrolusite	MnO ₂	0.30–0.48
Wolframite	(Fe, Mn)WO ₄	0.40–0.53
Chromite	FeCr ₂ O ₄	0.32–0.38
Carbonates		
Siderite	FeCO ₃	1.06–1.30
Rodochrosite	MnCO ₃	1.31–1.34
Silicates		
Olivine	(Mg, Fe) ₂ SiO ₄	0.11–1.26
Orthopyroxene	(Mg, Fe)SiO ₃	0.04–0.92
Clinopyroxene	Ca(Mg, Fe)(SiO ₃) ₂	0.08–0.80
Amphiboles	Hydrated silicates	0.08–1.13
Biotite	K(Mg, Fe) ₃ AlSi ₃ O ₁₁ ·H ₂ O	0.05–0.98
Cordierite	(Mg, Fe) ₂ Al ₄ Si ₅ O ₁₈	0.08–0.41
Garnet	(Ca, Mg, Fe, Mn) ₃ (Al, Fe, Cr) ₂ (SiO ₄) ₃	0.14–0.95
Rodonite	(Mn, Ca)SiO ₃	0.67–1.10
Diopside	CuSiO ₃ ·H ₂ O	0.106–0.111
Garnierite	(Ni, Mg)SiO ₃ ·H ₂ O	0.38–0.39



Magnetic susceptibilities (SI units) of common rocks and ores (*from J. Milsom, Field Geophysics, 1996*)

<i>Common rocks</i> (κ)		<i>Ores</i> (κ)	
Salt	0 – 0.001	Pyrite	0.0001 – 0.005
Slate	0 – 0.002	Haematite	0.0001 – 0.001
Limestone	0.00001 – 0.0001	Pyrrhotite	0.001 – 1.0
Granulite	0.0001 – 0.05	Chromite	0.0075 – 1.5
Rhyolite	0.00025 – 0.01	Magnetite	0.1 – 20.0
Greenstone	0.0005 – 0.001		
Basalt	0.001 – 0.1		
Dolerite	0.01 – 0.15		

Table 8.2 Magnetic susceptibilities of minerals at 20 C (Lawver and Hopstock, 1974)

<i>Mineral</i>	<i>Chemical composition</i>	<i>(m^3/kg)</i>
Quartz	SiO ₂	-6.19 10 ⁻⁹
Calcite	CaCO ₃	-4.80 10 ⁻⁹
Sphalerite	-ZnS	-3.23 10 ⁻⁹
Pyrite	FeS ₂	3.57 10 ⁻⁹
Hematite	-Fe ₂ O ₃	259 10 ⁻⁹
Goethite	-FeOOH	326 10 ⁻⁹
Siderite	FeCO ₃	123 10 ⁻⁸
Fayalite	FeSiO ₄	126 10 ⁻⁸



MAGNETIC SEPARATION: BASES

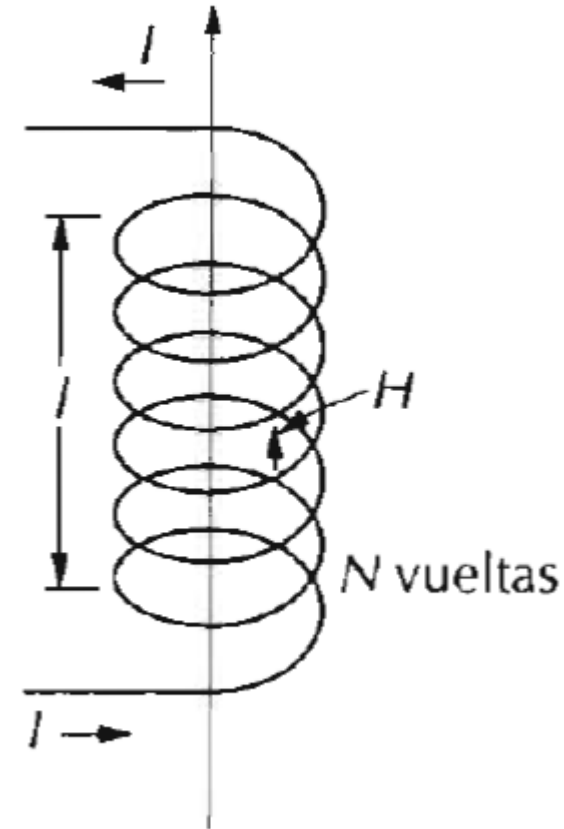
El camp magnètic externament aplicat es denomina **intensitat de camp magnètic**, H . Si el camp magnètic és generat per una bobina cilíndrica formada per “ N ” espires una al costat de l’altre amb una allargada total “ l ” i portant una intensitat “ I ”, aleshores:

$$H = \frac{N I}{l}$$

Les unitats de la intensitat de camp magnètic, H , són: A-volta/m o A/m.

La **inducció magnètica** o **densitat de flux magnètic**, B , és la magnitud de la intensitat de camp magnètic dins d’una substància sotmesa la camp H .

Les unitat de la densitat de flux magnètic són: tesla o weber/m²
= T o Wb/m²



MAGNETIC SEPARATION: BASES

La inducció magnètica, B , i la intensitat de camp magnètic, H , són vectors, i estan caracteritzats per magnitud i direcció a l'espai. Estan relacionats:

$$B = \mu H \quad \text{dimensionalment} \quad \left[\frac{Wb}{m^2} \right] = \left[\frac{Wb}{A \cdot m} \right] \left[\frac{A}{m} \right]$$

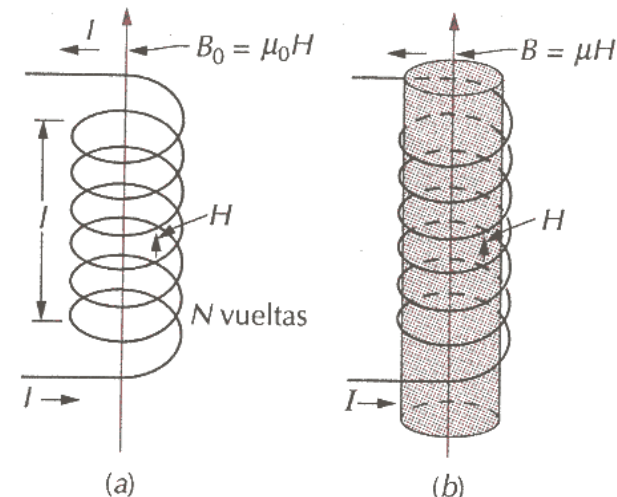
On μ és la **permeabilitat magnètica** en $Wb/A \cdot m$ o H/m (henri/metro), és característica de cada mineral i mesura el grau en que un mineral pot ser magnetitzat o la facilitat en fer gran B al aplicar H .

La permeabilitat magnètica de buit és: $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ H/m} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$.

La **permeabilitat magnètica relativa**, μ_r , de un mineral és defineix com:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Figura 21.3 (a) El camp magnètic H generat per una bobina depèn de la corrent I , del nombre de voltes N i de la longitud l de la bobina, segons l'Equació 21.1. La densitat de flux magnètic B_0 en presència del buit és igual a $\mu_0 H$, on μ_0 és la permeabilitat del buit, $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$. (b) La densitat de flux magnètic dins d'un material sòlid és igual a μH , on μ és la permeabilitat del material sòlid. (Adaptat de A. Guy, *Essentials of Materials Science*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1976.)

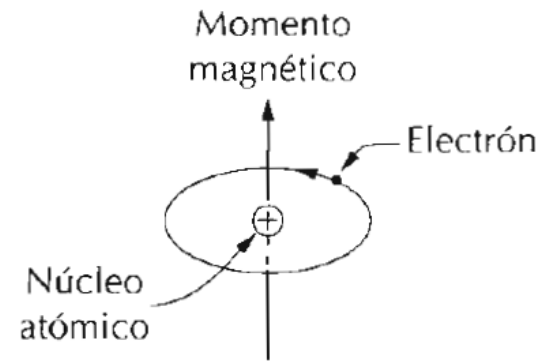


MAGNETIC SEPARATION: BASES

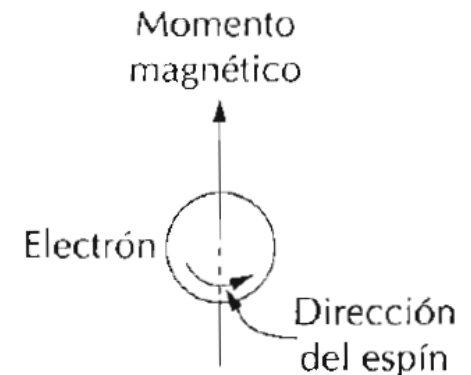
Las propietats magnètiques macroscòpiques són conseqüència dels **moments magnètics** associats als electrons individuals.

En un mineral els moments magnètics són generats a l'interior del mineral pels següents motius:

Moment orbital: electró movent-se al voltant del nucli



Moment d'espín: moviment de l'electró sobre si mateix



MAGNETIC SEPARATION: BASES

La **magnetització de un mineral**, M , és la magnitud d'augment dels camp magnètic degut als moments magnètics del mineral. Aleshores:

$$B = \mu_0(H + M)$$

La magnetització s'expressa igual que la intensitat de de camp, en A/m.

$$B = \mu_0 H + \mu_0 M = \mu_0 H + J$$

On J és la **polarització magnètica**, en Wb m/m³ o Wb/m².

$$J = \mu_0 M$$

La **magnetització** és proporcional a la intensitat de camp magnètic. Aquesta proporcionalitat depèn de cada mineral:

$$M = \chi H$$

On χ és la susceptibilitat magnètica.

Aleshores:

$$J = \mu_0 \chi H$$



MAGNETIC SEPARATION: BASES

Com sabem:

$$B = \mu_0 H + J = \mu_0 H + \mu_0 \chi H = \mu_0 (1 + \chi) H = \mu H$$

Aleshores podem demostrar que:

$$\mu_0 (1 + \chi) = \mu$$

$$1 + \chi = \frac{\mu}{\mu_0} = \mu_r$$

$$1 + \chi = \mu_r$$

Tabla 21.1 Unidades magnéticas y factores de conversión para los sistemas SI y cgs-uem

Magnitud	Símbolo	Unidades SI		Unidades cgs-uem	Conversión
		Derivada	Fundamental		
Inducción magnética (densidad de flujo)	B	Tesla (Wb/m ²) ^a	kg/s-C	gauss	1 Wb/m ² = 10 ⁴ gauss
Intensidad del campo magnético	H	amp-vuelta/m	C/m-s	oersted	1 amp-vuelta/m = 4π × 10 ⁻³ oersted
Magnetización	M (SI) I (cgs-uem)	amp-vuelta/m	C/m-s	maxwell/cm ²	1 amp-vuelta/m = 10 ⁻³ maxwell/cm ²
Permeabilidad del vacío	μ_0	henrio/m ^b	kg-m/C ²	sin unidades (uem)	4π × 10 ⁻⁷ henrio/m = 1 uem
Permeabilidad relativa	μ_r (SI) μ' (cgs-uem)	sin unidades	sin unidades	sin unidades	$\mu_r = \mu'$
Susceptibilidad	χ_m (SI) χ'_m (cgs-uem)	sin unidades	sin unidades	sin unidades	$\chi_m = 4\pi\chi'_m$

^a Las unidades del weber (Wb) son voltios-segundo.

^b Las unidades del henrio son weber por amperio.

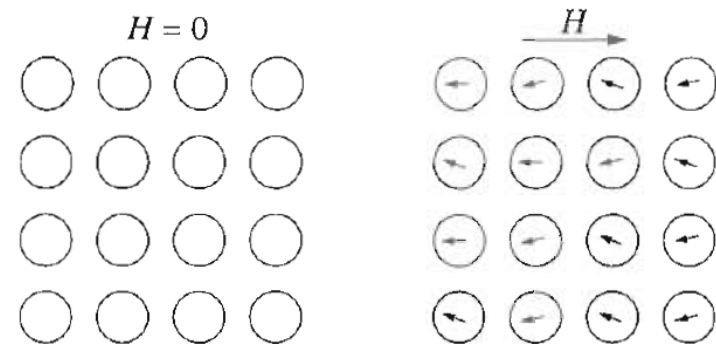


MAGNETIC SEPARATION: BASES

Si un mineral no està sotmès a cap camp magnètic la suma dels moments magnètics dels àtoms s'anul·len i resulta zero.

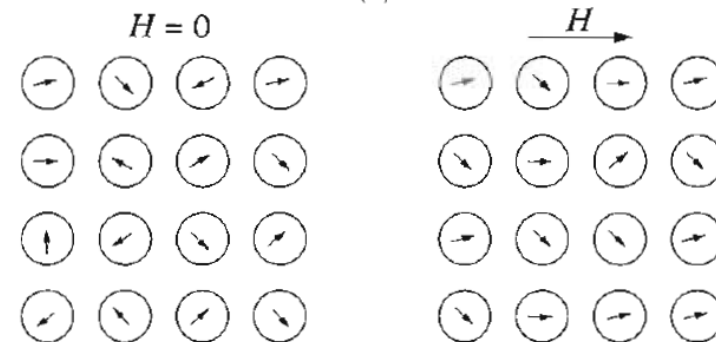
MINERAL DIAMAGNÈTIC:

Forma dèbil de magnetisme no permanent. La magnitud del moment magnètic induït és molt petita i en direcció oposada a la del camp magnètic aplicat.



MINERAL PARAMAGNÈTIC:

Cada àtom presenta un moment magnètic diferent de zero, però amb els àtoms veïns és compensa i el resultat del mineral és zero. Amb presència de un camp magnètic extern s'alineen en la direcció del camp.



MAGNETIC SEPARATION: BASES

Table 1.4: Magnetic susceptibility in various types of magnetism.

Parameter	Diamagnetism	Paramagnetism Antiferromagnetism	Ferromagnetism Ferrimagnetism
Susceptibility	< 0	≥ 0	$\gg 0$
Relative permeability	< 1	≥ 1	$\gg 1$

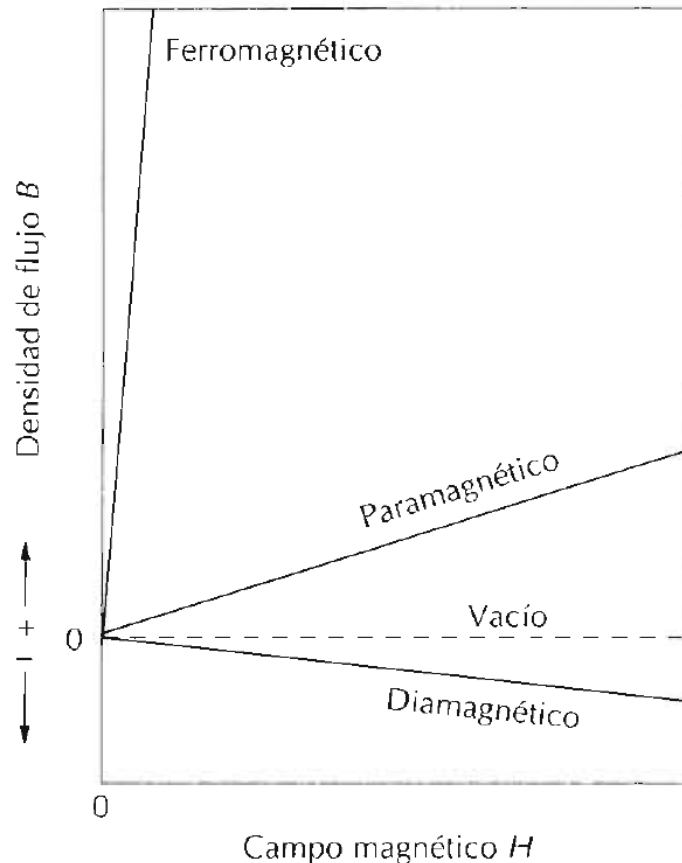


Table 1.6: Mass magnetic susceptibilities of assorted diamagnetic minerals. Table 1.7: Magnetic susceptibilities of paramagnetic materials.

Mineral	Chemical formula	Mass magnetic susceptibility [m ³ /kg] × 10 ⁹
Quartz	SiO ₂	- 6.0
Calcite	CaCO ₃	- 4.8
Sphalerite	ZnS	- 3.2
Galena	PbS	- 4.4
Baddeleyite	ZrO ₂	- 1.4
Barite	BaSO ₄	- 3.8
Magnesite	MgCO ₃	- 6.4
Apatite	Ca ₅ [PO ₄] ₃ (F,Cl)	- 3.3
Fluorite	CaF ₂	- 7.9
Halite	NaCl	- 9.0
Kaolinite	Al ₄ Si ₄ O ₁₀ (OH) ₈	- 20.0

Material	Mass magnetic susceptibility [m ³ /kg] × 10 ⁹	Volume magnetic susceptibility [SI] × 10 ⁵
Aluminium	7.67	2.1
Chromium	42.0	30.2
Titanium	42.2	19.0
Vanadium	73.0	44.5
Platinum	12.3	26.4
Zirconium	16.7	10.8
CuSO ₄ ·5H ₂ O	76.7	17.5
NiSO ₄ ·7H ₂ O	201	39.8
MnO	860	445.5

Table 1.8: Magnetic susceptibilities of paramagnetic minerals.

Mineral	Chemical composition	Mass magnetic susceptibility [m ³ /kg] × 10 ⁹
Hematite	α-Fe ₂ O ₃	250 - 3800
Siderite	FeCO ₃	350 - 1500
Goethite	FeOOH	250 - 400
Ilmenite	FeTiO ₃	200 - 1500
Rutile	TiO ₂	10 - 50
Wolframite	(Mn,Fe)WO ₄	350 - 1200
Pyrite	FeS ₂	3 - 200
Limonite	Fe ₂ O ₃ ·nH ₂ O	100 - 400
Manganite	MnO ₂ ·Mn(OH) ₂	100 - 500
Pyroxene	(Mg,Fe) ₂ Si ₂ O ₆	40 - 1000
Dolomite	CaMg(CO ₃) ₂	5 - 20

MAGNETIC SEPARATION: BASES

MINERAL FERROMAGNÈTIC i FERRIMAGNÈTICS:

Moments magnètics permanents sense camp magnètic extern, H , i magnetització permanent molt gran. Les susceptibilitats magnètics dels ferromagnètics poden ser molt altes (10^6).

Els **ferrimagnètics** són materials ceràmics que presenten algun tipus de magnetització permanent. La diferència resideix en l'origen dels moments magnètics.

Els **ferromagnètics** tenen més contribució dels moments magnètics d'espín que no dels orbitals.

Alineació dels moments magnètics en un mineral ferromagnètic.

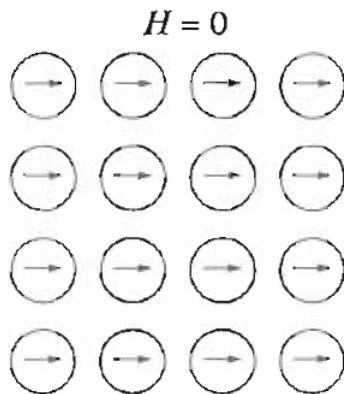


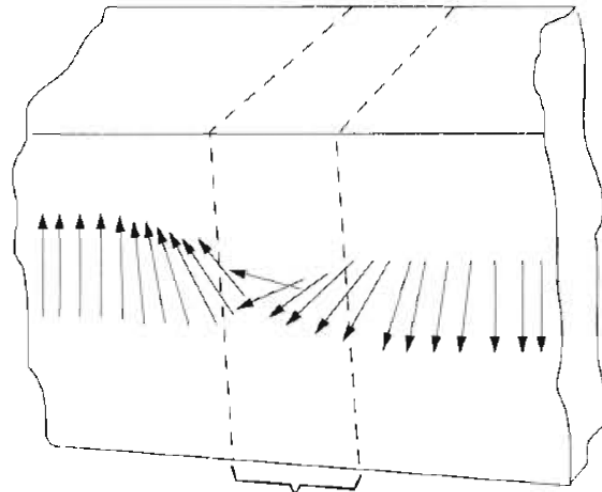
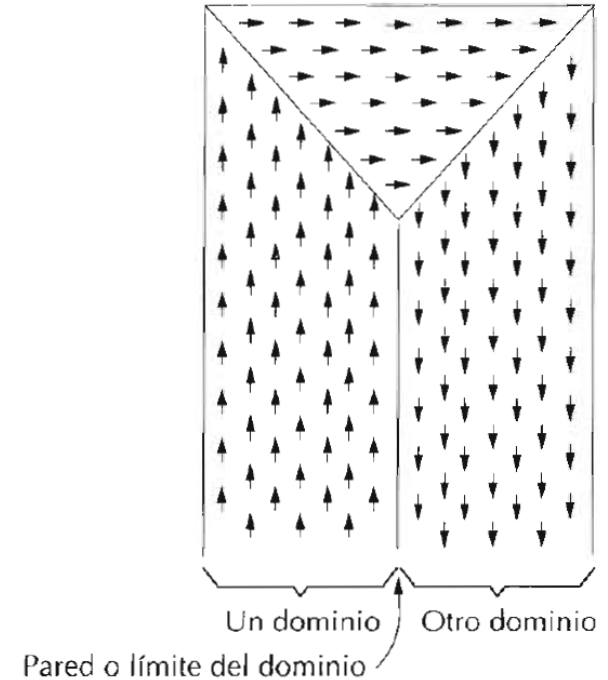
Figura 21.7 Il·lustració esquemàtica de la alineació mutua de dipòls atòmics per a un material ferromagnètic, el qual existeix encara en absència d'un camp extern aplicat.

MAGNETIC SEPARATION: BASES

Els moments magnètics s'alineen per **dominis**. Dins cada domini estan alineats. La direcció de l'alineació a cada domini pot ser diferent. Un cristall pot estar format per més d'un domini.

D'un domini a l'altre hi ha una transició gradual de l'alineació dels moments magnètics.

La **magnetització de saturació** o màxima magnetització és quan tots els moments magnètics de una partícula mineral estan alineats amb el camp extern, i generen una densitat de flux de saturació B_s .



MAGNETIC SEPARATION: BASES

Cicle d'estèresis

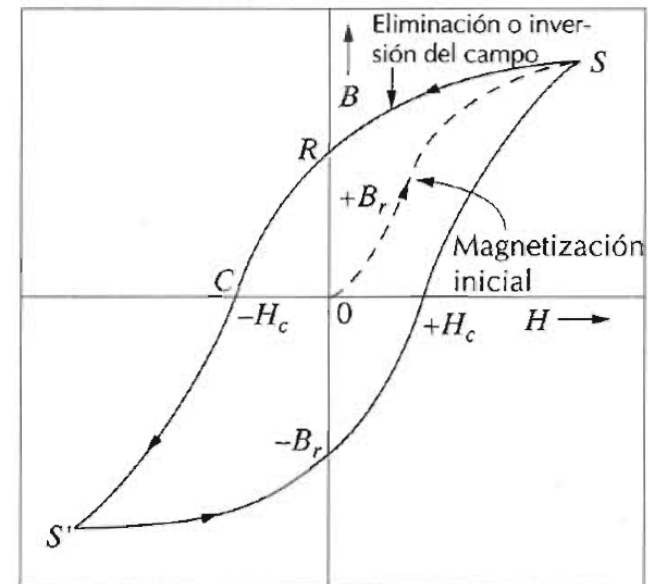
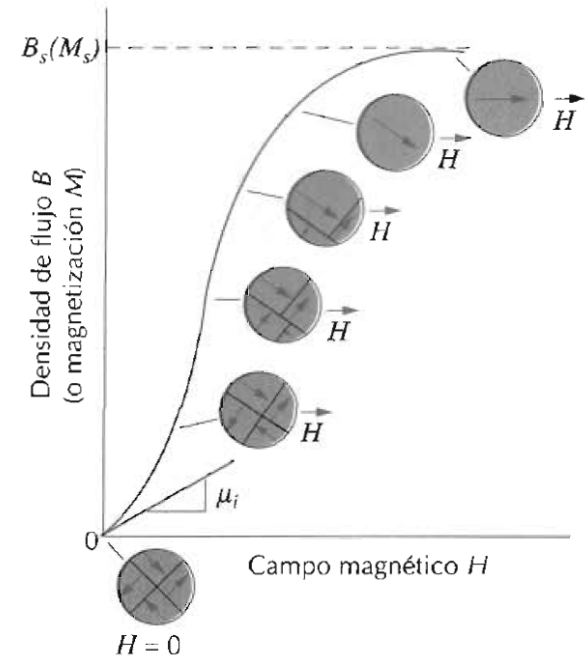
La relació entre densitat de flux magnètic (B) o magnetització (M) amb intensitat de camp magnètic no és lineal. Orientació i creixement de dominis a mida que augmenta la intensitat de camp fins a la **magnetització de saturació** (M_s) o densitat de flux de saturació (B_s).

La permeabilitat magnètica va variar durant l'aplicació del camp magnètic:

$$B_i = \mu_i H_i$$

Si ara reduïm la intensitat de camp magnètic, H , fins a zero, apareix una magnetització permanent en el mineral ferromagnètic que anomenem **remanència**, R , o densitat de flux remanent, B_r .

Si volem eliminar aquesta magnetització permanent tenim que anar aplicant camp magnètic en sentit contrari (negatiu $-H_c$) fins al punt C , que anomenem **coercitivitat**.

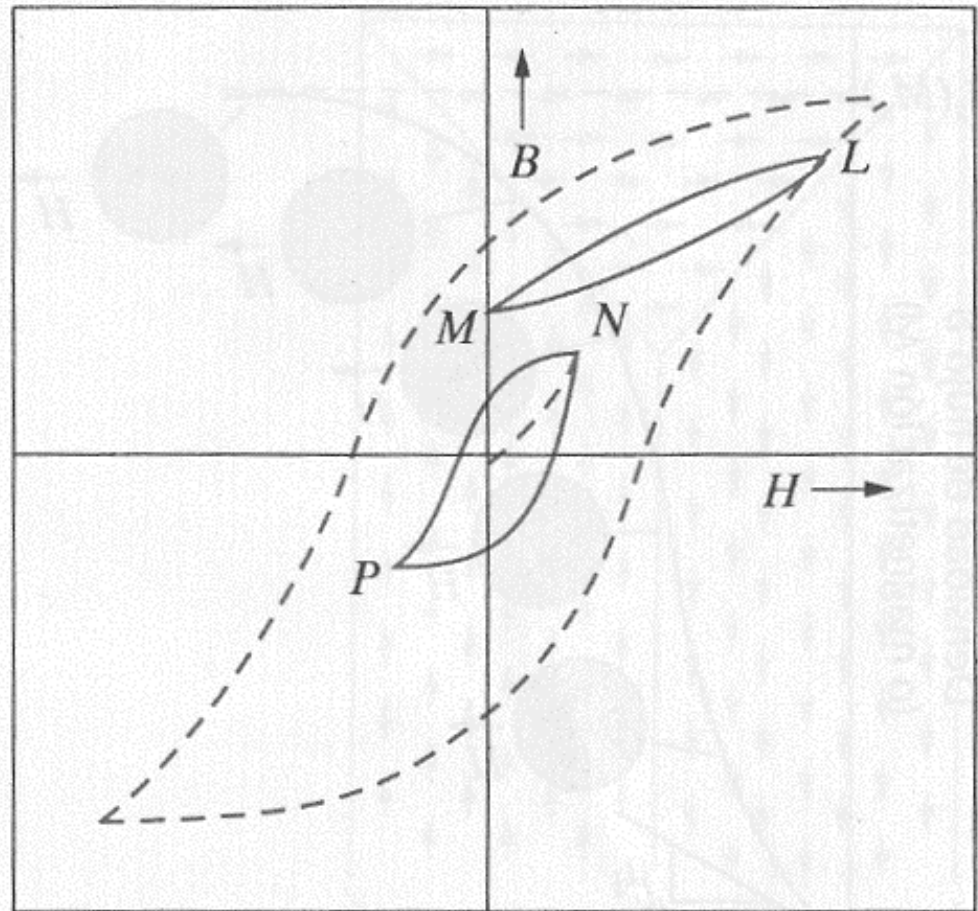


MAGNETIC SEPARATION: BASES

Si seguim aplicant camp magnètic negatiu arribem al simètric de la magnetització de saturació, si ara reduïm el camp fins a zero arribem al simètric de la remanència, i si augmentem el camp fins a fer la magnetització zero ens cal aplicar un camp positiu de coercitivitat. Tot aquest cicle s'anomena cicle d'estèresis.

Poden haver-hi cicles més petits dins el cicle gran d'estèresis, i fins i tot altres cicles segons d'on partim i la intensitat de camp magnètic aplicada.

Una manera de desmagnetitzar imants és completant ràpidament cicles aplicant una intensitat de camp magnètic que alterna direcció i disminució de magnitud.



MAGNETIC SEPARATION: FORÇA MAGNÈTICA

Si considerem una partícula mineral prou petita perquè el camp magnètic aplicat sigui uniforme dins la partícula, de manera que és pot considerar un únic dipol magnètic puntual situat al centre de masses de la partícula.

La força magnètica a la que es veu sotmesa aquesta partícula es pot escriure com:

$$F = m H$$

On “F” és la força magnètica en N, “m” és la intensitat del dipol magnètic en Wb i H és el camp extern aplicat. Dimensionament:

$$[N] = [Wb] \left[\frac{A}{m} \right]$$
$$[N] = \left[\frac{N \cdot m}{A} \right] \left[\frac{A}{m} \right]$$



MAGNETIC SEPARATION: FORÇA MAGNÈTICA

Si considerem un dipol magnètic de longitud δ , i posat inclinat respecte el camp θ (figura).

On apliquem un camp H , ens els camps x i y . Les forces que tendiran a orientar el dipol al camp seran les indicades a la figura, F_s i F_n .

Com:

$$\Delta H = H(x + \Delta x; y + \Delta y) - H(x; y)$$

Si fem balanç de forces respecte el eix x :

$$F_x = F_{n_x} - F_{s_x} = m \Delta H_x = m \left[\frac{\delta H_x}{\delta x} \Delta x + \frac{\delta H_x}{\delta y} \Delta y \right]$$

Si el fem respecte l'eix y :

$$F_y = F_{n_y} - F_{s_y} = m \Delta H_y = m \left[\frac{\delta H_y}{\delta x} \Delta x + \frac{\delta H_y}{\delta y} \Delta y \right]$$

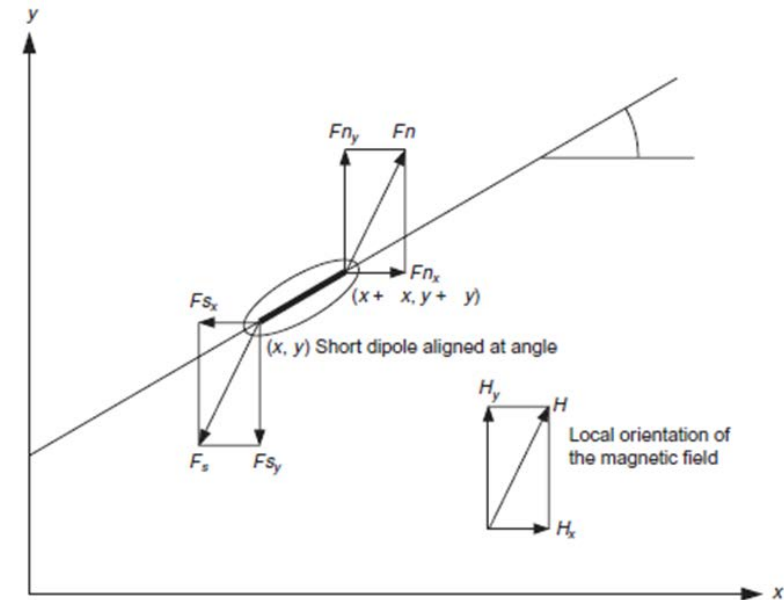


Figure 8.2 Forces on a small dipole in a magnetic field



MAGNETIC SEPARATION: FORÇA MAGNÈTICA

Com trigonomètricament podem escriure:

$$\Delta x = \delta \cos\theta$$

$$\Delta y = \delta \sin\theta$$

Aleshores substituïnt:

$$F_x = m \delta \left[\frac{\delta H_x}{\delta x} \cos\theta + \frac{\delta H_x}{\delta y} \sin\theta \right]$$

$$F_y = m \delta \left[\frac{\delta H_y}{\delta x} \cos\theta + \frac{\delta H_y}{\delta y} \sin\theta \right]$$

Com ja hem vist i sabem:

$$B = \mu_0 H + \mu_0 M = \mu_0 H + J$$

On la **polarització magnètica**, J (Wb/m²), és pot expressar en dues components com:

$$v_p J_x = m \delta \cos\theta$$

$$v_p J_y = m \delta \sin\theta$$

On v_p és el volum de partícula. Dimensionalment serà:

$$[m^3] \left[\frac{Wb}{m^2} \right] = [Wb][m]$$



MAGNETIC SEPARATION: FORÇA MAGNÈTICA

Aleshores substituïnt:

$$F_x = v_p J_x \frac{\delta H_x}{\delta x} + v_p J_y \frac{\delta H_x}{\delta y}$$
$$F_y = v_p J_x \frac{\delta H_y}{\delta x} + v_p J_y \frac{\delta H_y}{\delta y}$$

La **pertorbació de les línies de flux del camp magnètic**, H , depèn de la forma de la partícula i de la seva susceptibilitat magnètica. Les línies pertorbades, H' ; passen per dins la partícula, ja que prefereixen passar per la partícula al ser més densa.

$$H' = \frac{H}{1 + \kappa N}$$

Aleshores la polarització magnètica, J , canvia i la podem escriure com:

$$\mu_0 \kappa H = \frac{\mu_0 \kappa H}{1 + \kappa N} = J$$

On “ N ” és un factor geomètric:

$N = 0,333$ per esferes

$N = 0,27$ per cilindres on $L=10D$.

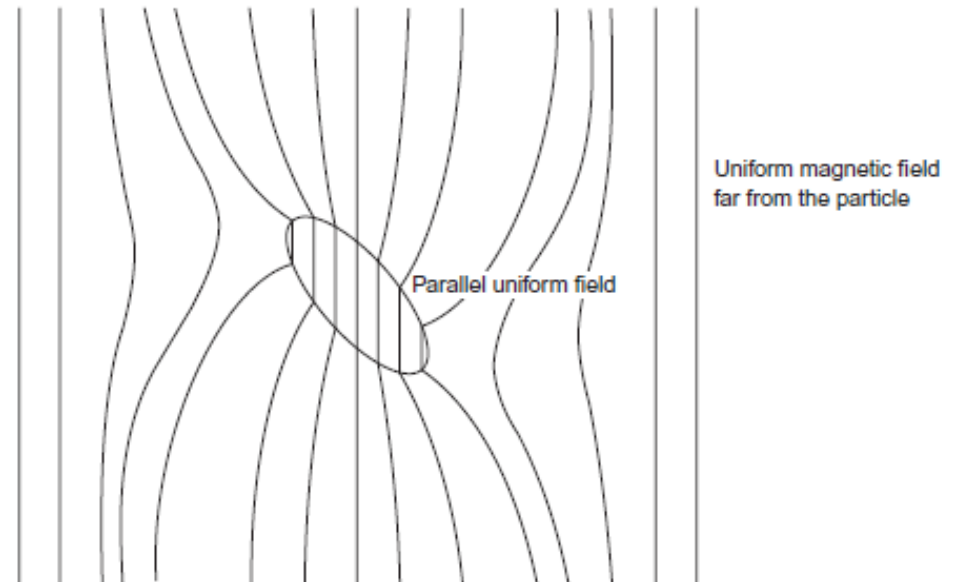


Figure 8.1 Distribution of the magnetic field caused by a paramagnetic particle. The magnetic field inside the particle is parallel to the inducing field



MAGNETIC SEPARATION: FORÇA MAGNÈTICA

Aleshores substituïnt:

$$F_x = v_p \frac{\mu_0 \kappa}{1 + \kappa N} \left[H_x \frac{\delta H_x}{\delta x} + H_y \frac{\delta H_x}{\delta y} \right]$$
$$F_y = v_p \frac{\mu_0 \kappa}{1 + \kappa N} \left[H_x \frac{\delta H_y}{\delta x} + H_y \frac{\delta H_y}{\delta y} \right]$$

Si considerem que el camp magnètic ve com una gradient de un potencial magnètic (φ):

$$H_x = -\frac{\delta \varphi}{\delta x}$$
$$H_y = -\frac{\delta \varphi}{\delta y}$$

Podem escriure:

$$\frac{\delta H_x}{\delta y} = -\frac{\delta^2 \varphi}{\delta x \delta y} = -\frac{\delta^2 \varphi}{\delta y \delta x} = \frac{\delta H_y}{\delta x}$$

Ara podem re-escriure les forces tenint en compte això:

$$F_x = v_p \frac{\mu_0 \kappa}{1 + \kappa N} \left[H_x \frac{\delta H_x}{\delta x} + H_y \frac{\delta H_y}{\delta x} \right]$$
$$F_y = v_p \frac{\mu_0 \kappa}{1 + \kappa N} \left[H_x \frac{\delta H_x}{\delta y} + H_y \frac{\delta H_y}{\delta y} \right]$$



MAGNETIC SEPARATION: FORÇA MAGNÈTICA

Com:

$$H^2 = H_x^2 + H_y^2$$
$$\frac{\delta H^2}{\delta x} = 2H_x \frac{\delta H_x}{\delta x} + 2H_y \frac{\delta H_y}{\delta x}$$
$$\frac{\delta H^2}{\delta y} = 2H_x \frac{\delta H_x}{\delta y} + 2H_y \frac{\delta H_y}{\delta y}$$

Amb això podem escriure la força com:

$$F_x = v_p \frac{\mu_0 \kappa}{1 + \kappa N} \frac{1}{2} \frac{\delta H^2}{\delta x}$$
$$F_y = v_p \frac{\mu_0 \kappa}{1 + \kappa N} \frac{1}{2} \frac{\delta H^2}{\delta y}$$

Si generalitzem:

$$F = \frac{0,5 v_p \kappa}{1 + \kappa N} \mu_0 \nabla H^2$$
$$F = V_m \mu_0 \nabla H^2$$
$$F = V_m f_m$$

On “Vm” és en m³ i “fm” en N/m³.



MAGNETIC SEPARATION

Exercici 7.1

Calcula la component radial de la força que li aplica a una partícula esfèrica ($N=0,333$) de 100 micres de diàmetre un camp magnètic definit com:

$$H_r = \left[H_s \frac{a^2}{r^2} + H_0 \right] \cos\theta$$
$$H_\theta = \left[H_s \frac{a^2}{r^2} - H_0 \right] \cos\theta$$
$$H_z = 0$$

On;

$$H_s = 2 \cdot 10^3 \frac{A}{m} \text{ (saturació)}$$
$$H_0 = 3 \cdot 10^3 \frac{A}{m}$$
$$a = 1$$

La partícula està situada a $r=1,05$ m i $\theta=0^\circ$. La seva susceptibilitat magnètica és $1,36 \cdot 10^{-3}$ (κ).

Solució:

$$F = V_m f_m = \frac{0,5 v_p \kappa}{1 + \kappa N} \mu_0 \frac{\delta H^2}{\delta r}$$



MAGNETIC SEPARATION

$$H^2 = H_r^2 + H_\theta^2 + H_z^2$$

$$H^2 = \left[H_s \frac{a^2}{r^2} + H_0 \right]^2 \cos^2 \theta + \left[H_s \frac{a^2}{r^2} - H_0 \right]^2 \sin^2 \theta + 0^0$$

$$\frac{\delta H^2}{\delta r} = -4 \left[H_s \frac{a^2}{r^2} + H_0 \right] H_s \frac{a^2}{r^3} \cos^2 \theta - 4 \left[H_s \frac{a^2}{r^2} - H_0 \right] H_s \frac{a^2}{r^3} \sin^2 \theta$$

Substituïnt:

$$\begin{aligned} & \frac{\delta H^2}{\delta r} \\ &= -4 \left[2 \cdot 10^3 \frac{1^2}{1,05^2} + 3 \cdot 10^3 \right] 2 \cdot 10^3 \frac{1^2}{1,05^3} \cos^2 0 - 4 \left[2 \cdot 10^3 \frac{1^2}{1,05^2} - 3 \cdot 10^3 \right] 2 \cdot 10^3 \frac{1^2}{1,05^3} \sin^2 0 \\ &= 3,325 \cdot 10^{10} \end{aligned}$$

Calculem V_m ;

$$V_m = \frac{0,5 v_p \kappa}{1 + \kappa N} = \frac{0,5 \left(\frac{\pi}{6} \{100 \cdot 10^{-6}\}^3 \right) 1,36 \cdot 10^{-3}}{1 + 0,333 \cdot 1,36 \cdot 10^{-3}} = 3,559 \cdot 10^{-16} m^3$$

Calculem f_m :

$$f_m = \mu_0 \frac{\delta H^2}{\delta r} = 1,257 \cdot 10^{-6} \cdot 3,325 \cdot 10^{10} = 4,18 \cdot 10^4 \frac{N}{m^3}$$



$$F = V_m f_m = 3,559 \cdot 10^{-16} m^3 \cdot 4,18 \cdot 10^4 \frac{N}{m^3} = 1,49 \cdot 10^{-11} N$$

MAGNETIC SEPARATION: FORCES EN COMPETÈNCIA

En el separador magnètic actuen més forces que la magnètica. Les podem resumir com:

Força de gravetat

$$F_g = m g = v_p (\rho_s - \rho_L) g = \left(\frac{\pi}{6} d_p^3 \right) (\rho_s - \rho_L) g$$

Determinant per a partícules grans.

Força d'arrossegament hidràulic

$$F_d = 3 \pi d_p v \mu$$

On “v” és la velocitat de la partícula en relació a la del fluid, i “μ” és la viscositat.

Determinant per a partícules petites.

Força centrífuga

$$F_c = v_p \rho_s w^2 R$$

On “w” és la velocitat de gir del tambó en rpm, i R és el seu radi.

Le força de fricció i inèrcia són menys importants i per tant en molts casos no es consideren.



MAGNETIC SEPARATION: MODEL HOPSTOCK (1975)

Aplicable a via seca i baixa intensitat magnètica (per a minerals d'alta susceptibilitat magnètica i ferromagnètics).

En un tambó on hi ha posats quatre dipols magnètics alternats, la intensitat de camp magnètic H es pot escriure com:

$$H_r = H_0 \cos\left(\pi \frac{\theta}{\theta_0}\right) \exp\left(\frac{-\pi(r - R)}{\theta_0 R}\right)$$

$$H_\theta = H_0 \sin\left(\pi \frac{\theta}{\theta_0}\right) \exp\left(\frac{-\pi(r - R)}{\theta_0 R}\right)$$

$$H_z = 0$$

On "R" és el radi del tambó, " θ_0 " és l'angle d'un pol magnètic i " H_0 " la intensitat del camp a la superfície del tambó.

Aleshores:

$$H^2 = H_r^2 + H_\theta^2 + H_z^2 = H_0^2 \exp\left(\frac{-2\pi(r - R)}{\theta_0 R}\right)$$

La força radial serà:

$$F_r = V_m \mu_0 \frac{\delta H^2}{\delta r} = -V_m \mu_0 H_0^2 \frac{-2\pi}{\theta_0 R} \exp\left(\frac{-2\pi(r - R)}{\theta_0 R}\right)$$

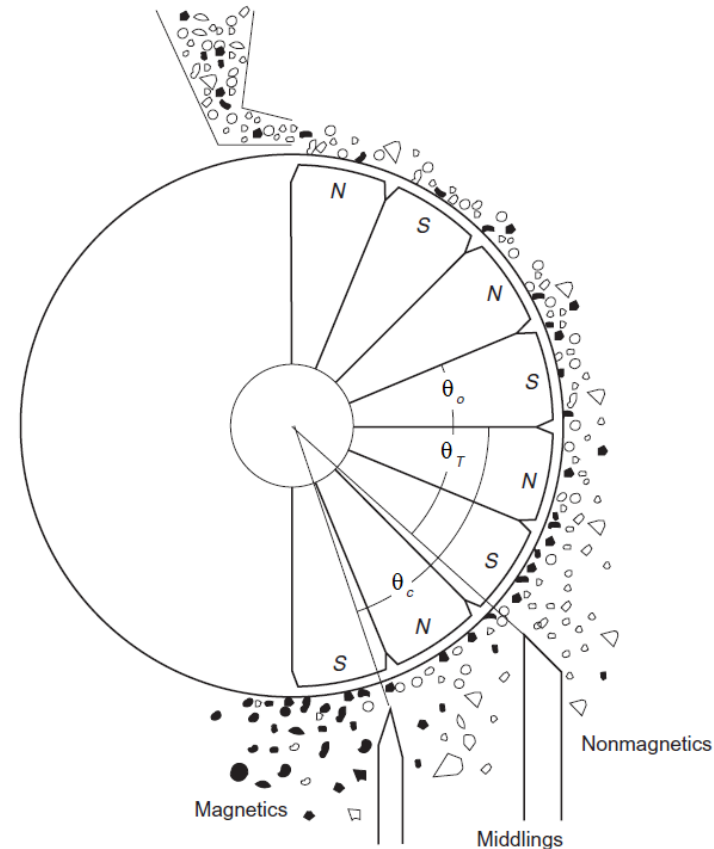


Figure 8.6 Dry drum magnetic separator



MAGNETIC SEPARATION: MODEL HOPSTOCK (1975)

Que també podem escriure com per $r=R$:

$$F_r = -V_m \mu_0 H_0^2 \frac{-2\pi}{\theta_0 R} = V_m f_m$$

Punt de desenganxament

Correspon a l'angle del segon quadrant on la partícula es desenganxa, ja que:

$$F_r < F_c + F_g$$

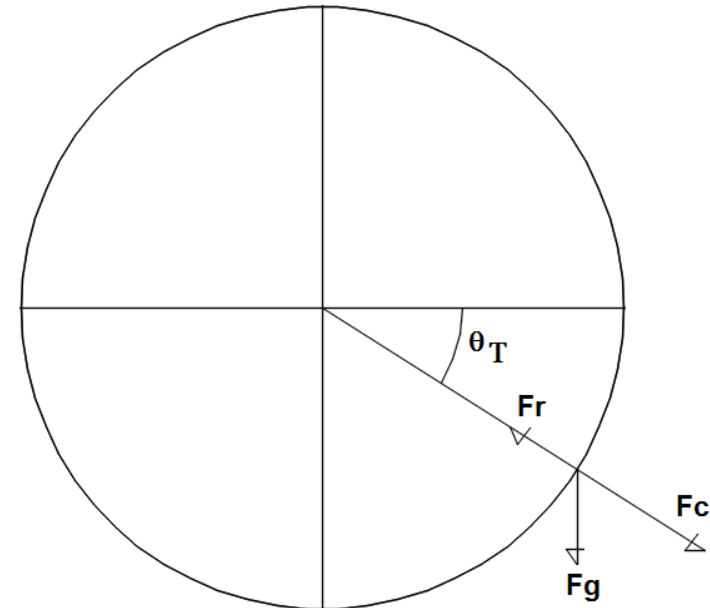
Aleshores al cas límit:

$$F_r = F_c + F_g$$
$$V_m f_m = v_p \rho_s w^2 R + v_p \rho_s g \sin \theta_T$$

Aïllant l'angle de desenganxament tenim:

$$\sin \theta_T = \frac{V_m f_m}{v_p \rho_s g} - \frac{w^2 R}{g}$$

On " θ_T " és on es desenganxa la partícula de mida dp i susceptibilitat magnètica determinada.



MAGNETIC SEPARATION: MODEL HOPSTOCK (1975)

Velocitat crítica de gir del tambó

Correspon a la velocitat màxima per evitar llançaments al primer quadrant.

S'ha de complir en qualsevol punt del primer quadrant:

$$F_c < F_r + F_g$$

El cas límit és al final del primer quadrant quant la component radial de F_g és 0, aleshores s'ha de complir:

$$F_c < F_r$$

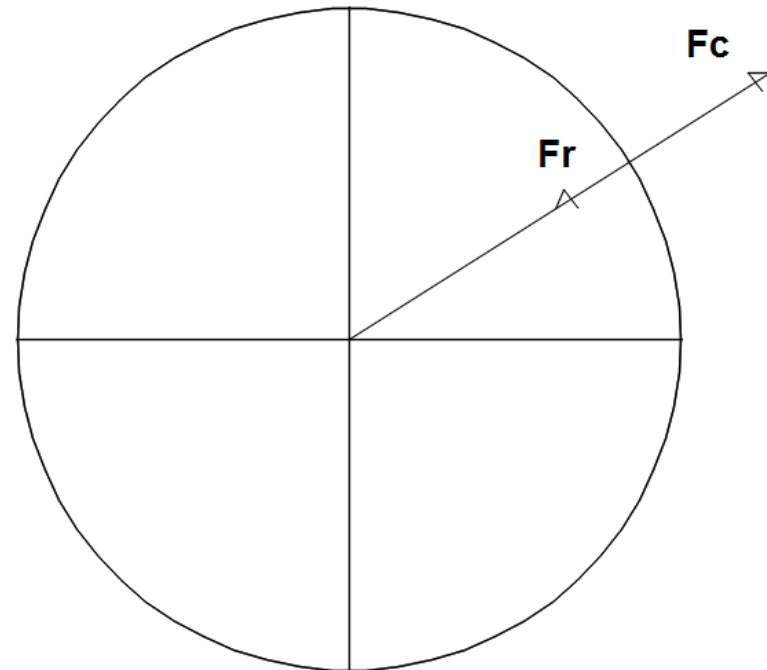
Al cas límit:

$$F_c < F_r$$

$$v_p \rho_s w^2 R = -V_m \mu_0 H_0^2 \frac{-2\pi}{\theta_0 R}$$

Aïllant:

$$w_c = \frac{H_0}{R} \sqrt{\frac{2\pi V_m \mu_0}{\theta_0 R v_p}}$$



MAGNETIC SEPARATION: MODEL HOPSTOCK (1975)

Capacitat del separador

Podem escriure:

$$Q \left(\frac{t}{h} \right) = w R \rho_b b$$

On “b” és alçada del llit de separació i “ ρ_b ” la densitat aparent.

Una altre expressió:

$$Q \left(\frac{t}{h} \right) = \rho_b b H_0 \left[\frac{\pi \mu_0 \kappa}{\theta_0 \rho_s (1 + \kappa N)} \right]^{1/2}$$



SEPARACIÓ ELECTROCTÀTICA - ELECTRICAL SEPARATION



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Campus d'Excel·lència Internacional

SEPARACIÓ ELECTROCTÀTICA - ELECTRICAL SEPARATION

Els separadors electrostàtics es van **usar per primera vegada en els últims anys del segle XIX**, principalment per efectuar la separació d'or i sulfurs metàl·lics d'alta amb conductivitat de la seva ganga sílica de baixa conductivitat. No obstant això, l'adopció del procés de flotació va posar punt final a la majoria de les operacions electrostàtiques

No va ser fins a 1940 i els anys següents, quant en augmentar ràpidament la demanda de rútil, va renéixer l'interès en la separació electrostàtica. Els dipòsits de rútil contenen generalment altres minerals de densitat similar, i les seves propietats superficials no van fer possible dur a terme la flotació selectiva. Però, el rútil és considerablement més conductor, per la qual cosa es va estimular el desenvolupament de noves màquines de separació electrostàtica. Els avançaments assolits amb suma rapidesa tant en la tècnica com en l'equip, van permetre que l'ús de la separació electrostàtica s'estengués a altres minerals.

La separació electrostàtica té la seva aplicació més important en el processament de sorres de platja i dipòsits al·luvials que contenen minerals de titani. A l'actualitat hi ha al món poques plantes de sorres de platja que no utilitzin el procés de separació electrostàtica para separar el rútil i la ilmenita del zirconi i la monazita. La major part del rútil i el zirconi del món es produeix a Austràlia, i totes les plantes productores d'aquest país utilitzen la separació electrostàtica.

Moltes plantes importants de mineria d'estany de Malàisia, Tailàndia i Nigèria utilitzen el procés de separació electrostàtica per separar la cassiterita, columbita i la ilmenita dels minerals de ganga. Les mines de Wabush a Canadà, utilitzen la separació electrostàtica per produir 1000 t/h d'hematites d'alta qualitat.

S'ha demostrat que la separació electrostàtica és capaç de produir concentrats de mineral de ferro el contingut del qual en sílice és molt baix (0.1 %).



ELECTRICAL SEPARATION: Principi

L'alimentació és portada pel rotor, posat a terra, fins **al camp d'un elèctrode ionitzant carregat**. Les partícules de l'alimentació reben una càrrega per bombardeig de ions:

- 1.- Les **partícules conductores** lliuren la seva càrrega al rotor connectat a terra i són llançades des de la superfície d'aquest per la força centrífuga;
- 2.- Les **partícules no conductores** no són capaces de dissipar la seva càrrega ràpidament cap al rotor, i en conseqüència són retingudes en la superfície del rotor per les seves pròpies forces d'imatge.

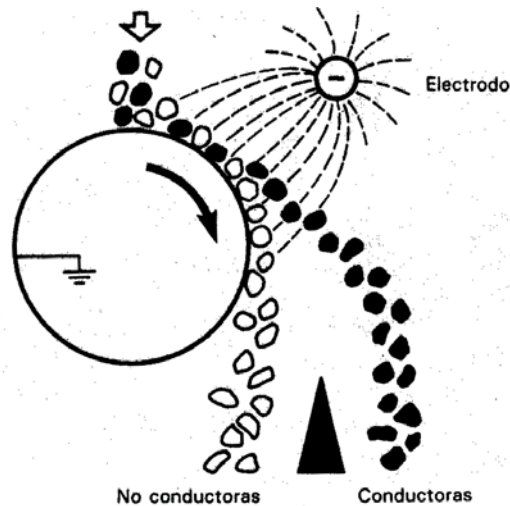


Figura 15.4 Separador electro-estático del tipo de rotor.

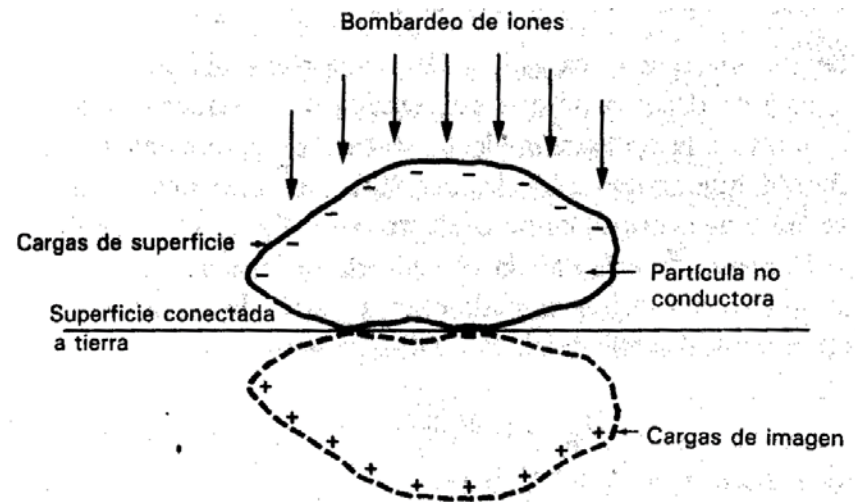


Figura 15.7 Concepto de la fuerza de "imagen".

ELECTRICAL SEPARATION: Mecanisme de separació

Hi ha tres etapes diferents dels processos de separació electrostàtica que han de considerar-se:

- 1.- La càrrega de les partícules.
- 2.- La separació deguda a una superfície posada a terra
- 3.- La separació causada per la trajectòria de les partícules.

A continuació s'estudien breument els mecanismes que intervenen en cadascuna d'aquestes etapes.



ELECTRICAL SEPARATION: Càrrega de partícules

En la separació electrostàtica de minerals, les partícules es poden carregar per:

1. Càrrega per contacte de partícules o electrificació per contacte.
2. Càrrega per bombardeig d'ions.
3. Càrrega per inducció.

Característiques:

- Cadascun d'aquests mecanismes dóna origen a una càrrega superficial.
- Cadascun és un mecanisme diferent, però en tot procés de separació ocorren dues o més alhora.
- Aquests mecanismes tenen altres denominacions: "electrificació per contacte", "electrificació per bombardeig de ions" i "electrificació per inducció conductiva."



ELECTRICAL SEPARATION: Càrrega de partícules

Càrrega per contacte de partícules o electrificació per contacte

Quan les la superfície de **dues partícules es posen en contacte i després es separen, en general una es càrrega positiva i l'altra negativa**. Com l'àrea de contacte entre les partícules és bastant petita, per acumular una càrrega apreciable en la superfície és necessari fer que es produeixin contactes repetits.

Això **passa sempre que hi ha moviment massiu de partícules**. Si les partícules es componen de minerals poc conductors, la densitat de càrrega de la superfície de les partícules pot tornar-se prou alta com per ser aplicable aquest mecanisme com a base per a la separació de minerals.

La **teoria de la càrrega per contacte de minerals és complexa**, es creu que la transferència de càrrega es deu a la transferència d'electrons, encara que hi ha evidència en alguns sistemes que la càrrega es per transferència d'ions.

Es va fer ús d'aquest mecanisme en els separadors electrostàtics de caiguda lliure. **No és un mecanisme important en cap dels dispositius electrostàtics que hi ha en ús actualment.**



ELECTRICAL SEPARATION: Càrrega de partícules

Càrrega per bombardeig d'ions

El "bombardeig" d'ions o electrons a través de l'aire no és més que la conducció d'electricitat per l'aire.

Els sòlids condueixen per moviment d'electrons; i les solucions aquoses, la càrrega és transportada per ions. Als gasos no hi ha ni ions ni electrons, i les molècules de gas estan bastant apartades; en conseqüència, els gasos actuen com a bons aïlladors. Però si **s'eleva suficientment el potencial entre dos elèctrodes**, es produeix un **trencament elèctric del gas i condueix**.

S'ha establert que perquè hi hagi descàrrega cap a una superfície plana (o una superfície cilíndrica de gran diàmetre), un filferro fi paral·lel al cilindre dona la descàrrega de corona o arc òptima.



ELECTRICAL SEPARATION: Càrrega de partícules

Si es fan passar les partícules minerals dins de l'arc o corona sortiran carregades:

- 1) Les **partícules que són bones conductores** perden la seva càrrega cap a la superfície connectada a terra.

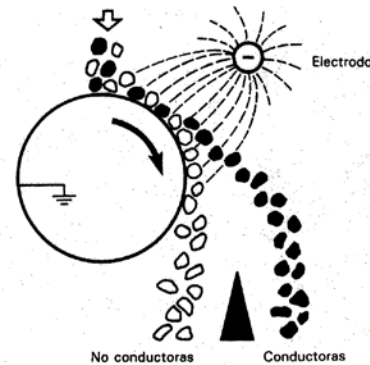


Figura 15.4 Separador electro-estático del tipo de rotor.

- 2) Les **partícules que són males conductores o no conductores** retenen la seva càrrega, i es mantenen sobre la superfície per la seva pròpia força de "imatge".

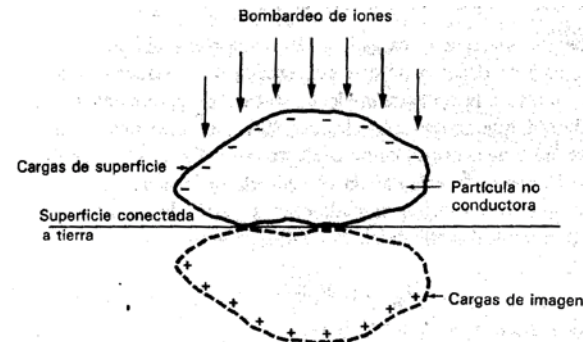


Figura 15.7 Concepto de la fuerza de "imagen".

ELECTRICAL SEPARATION: Càrrega de partícules

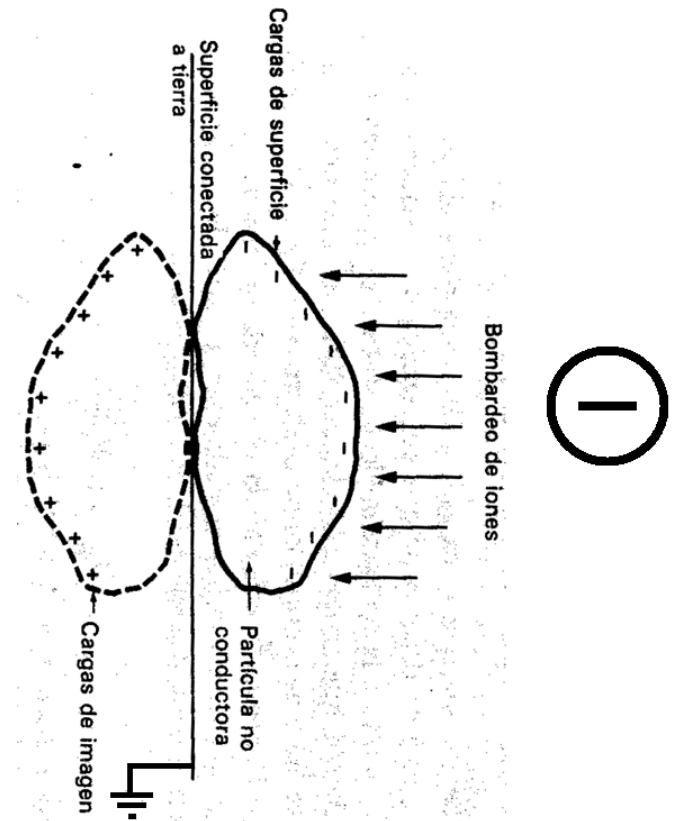
La força de "imatge" entre la partícula no conductora carregada i la superfície connectada a terra, és equivalent a una càrrega similar de signe contrari en la posició d'imatge de mirall.

La força d'imatge s'expressa per:

$$F_i = \frac{1}{k_\epsilon} \frac{e^+ e^-}{y^2}$$

Aquesta equació és la llei de Coulomb, on "e-" és la càrrega elèctrica negativa sobre la partícula i "e+" és la càrrega d'imatge positiva; "y" o "dp" és la distància de la càrrega negativa a la superfície connectada a terra, i "Kε" és la constant dielèctrica. Aquesta equació pot escriure's per la separació electrostàtica en el aire com:

$$F_i = 9 \cdot 10^9 \frac{e^+ e^-}{y^2}$$



ELECTRICAL SEPARATION: Càrrega de partícules

Càrrega per inducció

Si es col·loca una partícula sobre un conductor connectat a terra en presència d'un camp elèctric, ràpidament es desenvoluparà en la partícula una càrrega superficial per inducció (**POLARITZACIÓ**).

Tant les partícules conductores com les no conductores es polaritzen. Les partícules conductores tindran una superfície equipotencial mitjançant el seu contacte amb el conductor connectat a terra. La partícula no conductora romandrà polaritzada.

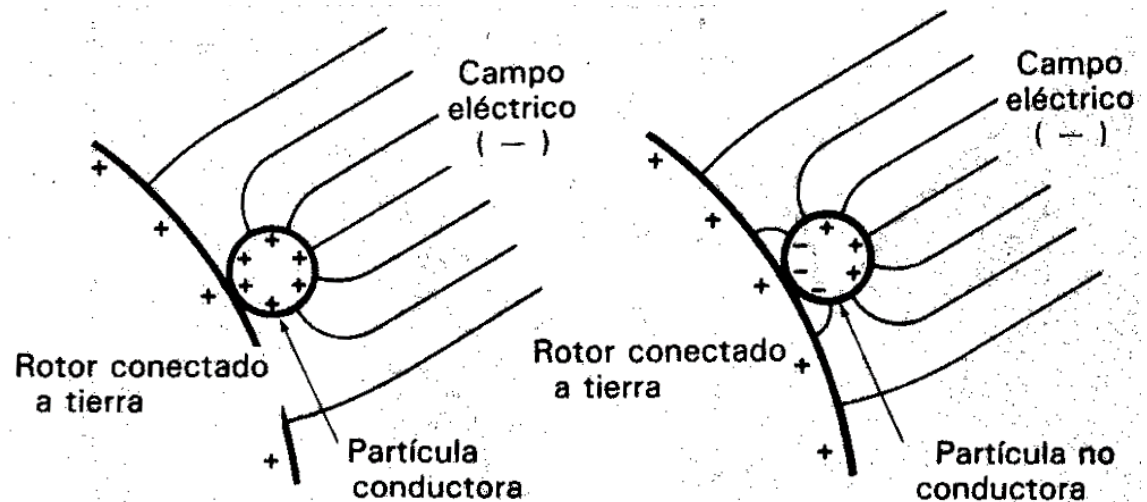


Figura 15.8 Carga de partículas por inducción.

ELECTRICAL SEPARATION: Càrrega de partícules

Existeix un **temps** que es requereix perquè es carregui una partícula. Aquest s'expressa per:

$$e^{\pm} = K_{cp} V \left[1 - e^{\frac{-t}{K_r K_{cp}}} \right]$$

On:

e^{\pm} és la càrrega elèctrica assolida;

K_{cp} és la capacitància de la partícula;

K_r és la resistència de la partícula;

V és el potencial aplicat;

t és el temps.

En una partícula conductora la conductivitat de la qual és alta, la partícula aconsegueix ràpidament la seva càrrega total, i per això experimenta una **força elèctrica F_e** , la qual s'expressa per:

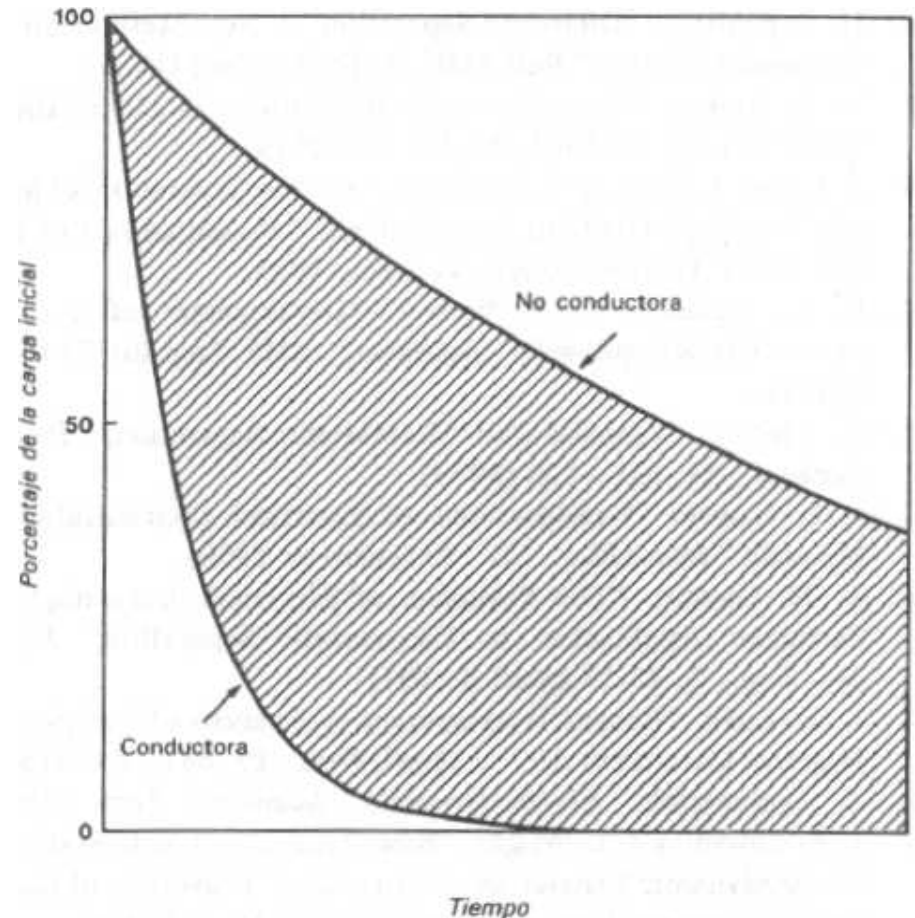
$$F_e = e^{\pm} E$$

On E és la intensitat del camp elèctric.



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Campus d'Excel·lència Internacional



ELECTRICAL SEPARATION: Separació per una superfície posada a terra

La separació que passa en la superfície posada a terra en els separadors electrostàtics resulta de la combinació de forces elèctriques, centrífugues i de gravetat.

F_e és la força elèctrica;

Actua en la direcció del camp elèctric. És la força d'atracció entre la partícula carregada i l'elèctrode, la qual s'obté mitjançant l'equació anterior quan la partícula està en un camp elèctric d'intensitat constant, com pot estimar-se que és el camp quant està a prop de la superfície del tambor.

$$F_e = e^{\pm}E$$

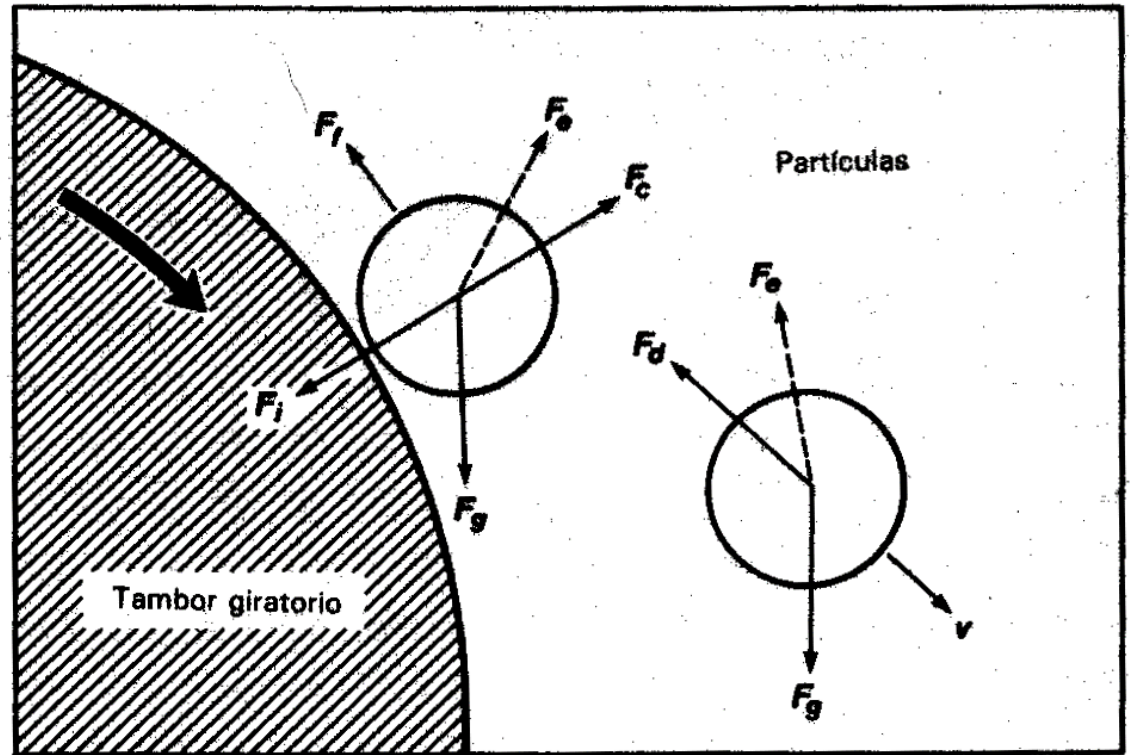


Figura 15.9 Fuerzas que actúan sobre la partícula en los separadores electrostáticos.

ELECTRICAL SEPARATION: Separació per una superfície posada a terra

F_i és la força d'imatge;

$$F_i = 9 \cdot 10^9 \frac{e^+ e^-}{dp^2}$$

És la força d'atracció entre una partícula carregada i una superfície posada a terra com la del rotor o tambor.

F_c és la força centrífuga;

La força centrífuga es deu a la rotació de la superfície posada a terra. Per a una partícula de densitat ρ_s i mida dp , s'expressa per l'equació:

$$F_c = m \frac{v^2}{R} = V \rho_s w^2 R = \frac{\pi dp^3}{6} \rho_s w^2 R$$

On: w és la velocitat angular del rotor i R el radi.

F_g és la força deguda a la gravetat;

$$F_g = mg = V \rho_s g = \frac{\pi dp^3}{6} \rho_s g$$

F_R és la força de fregament;

Valor petit, no considerable.

F_d és l'empenta a l'aire;

És la força deguda al aire desocupat. Valor molt petit.



ELECTRICAL SEPARATION: Separació per una superfície posada a terra

A) En els separadors d'alta tensió, en els que el mecanisme principal de càrrega és el **bombardeig de ions**, les forces importants són la d'imatge i la centrífuga. L'equilibri entre aquestes dues forces dóna lloc a un **factor de fixació**:

$$\frac{F_i}{F_c} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{e^+ e^-}{dp^2}}{\frac{\pi dp^3}{6} \rho_s w^2 R} = \frac{6}{9 \cdot 10^9 \pi \rho_s} \frac{(e^\pm)^2}{w^2 R dp^5}$$

El factor de fixació és una mesura de la tendència d'una partícula a quedar fixada a la superfície del rotor:

- Si el factor de fixació és > 1 , la partícula s'adhereix a la superfície del rotor; és a dir, la partícula es classifica com no conductora.
- Si el factor de fixació és < 1 , la partícula es desprèn de la superfície del rotor com a conductora.

En aquesta anàlisi no s'ha pres en consideració l'efecte de les capes múltiples de partícules, com es troba en la separació industrial. Encara que, s'ha vist que aquest enfocament proporciona una predicció acceptable del radi del rotor i de la seva velocitat angular que permeten efectuar la separació de dos minerals.



ELECTRICAL SEPARATION: Separació per una superfície posada a terra

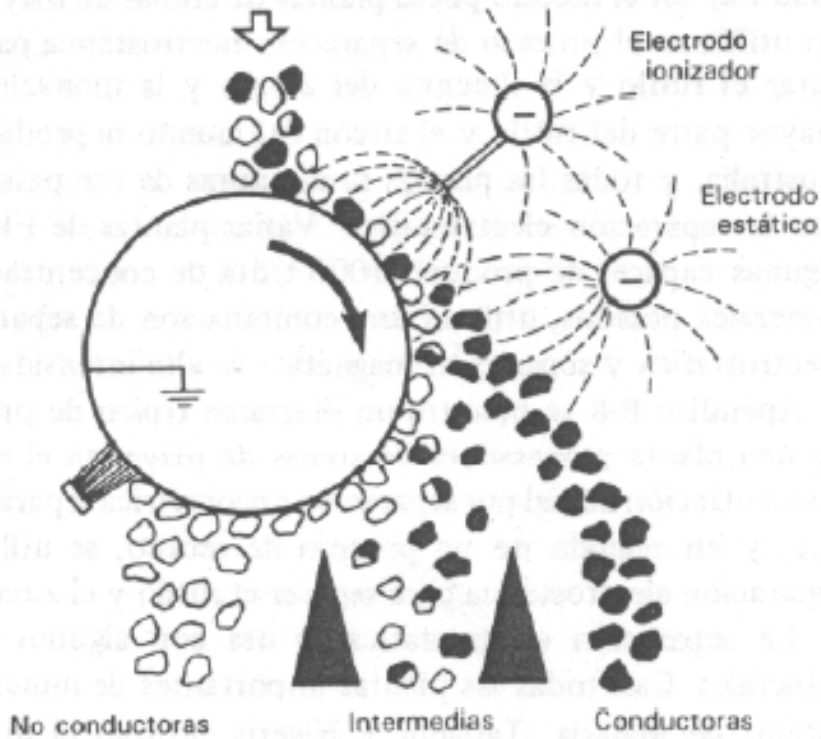


Figura 15.1 Separador electrodinámico o de alta tensión.

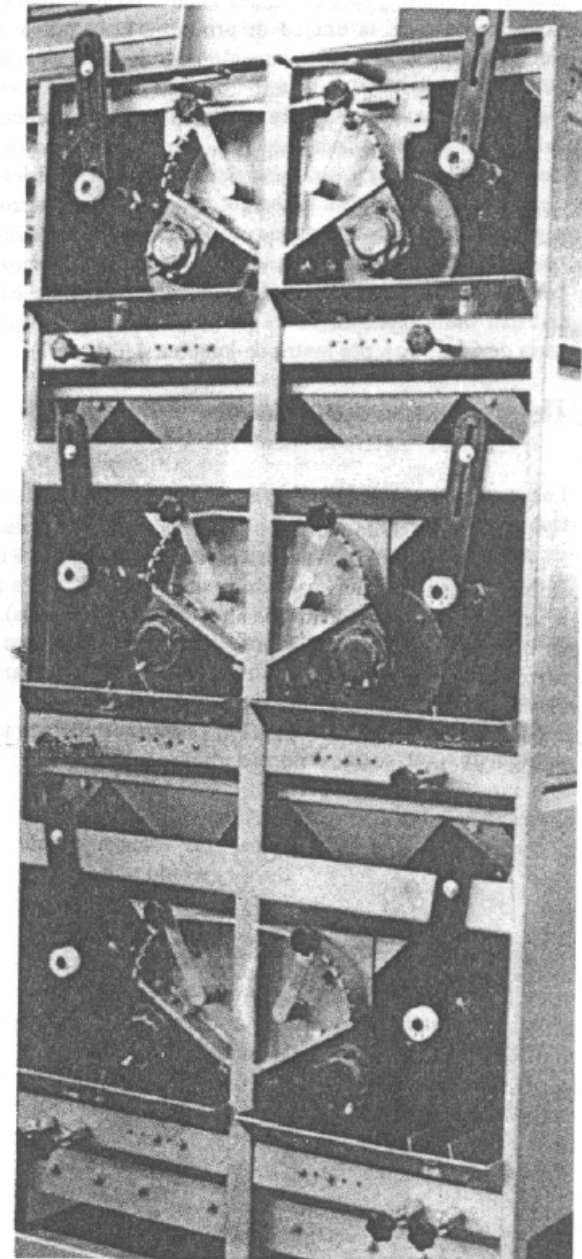


Figura 15.3 Banco de separadores electrodinámicos o de alta tensión. (Cortesía de Mineral Deposits Ltd.)

ELECTRICAL SEPARATION: Separació per una superfície posada a terra

B) En els separadors electro-estàtics del tipus de rotor on el mecanisme principal és la inducció, les forces significatives són l'elèctrica i la centrífuga. Pot definir-se un **factor d'elevació** com:

$$\frac{F_e}{F_c} = \frac{e^\pm E}{\frac{\pi dp^3}{6} \rho_s w^2 R} = \frac{6E}{\pi \rho_s w^2 R} \frac{e^\pm}{dp^3}$$

En aquest cas, el factor d'elevació és una mesura de la tendència d'una partícula a ser aixecada de la superfície del rotor i atreta cap a l'elèctrode.

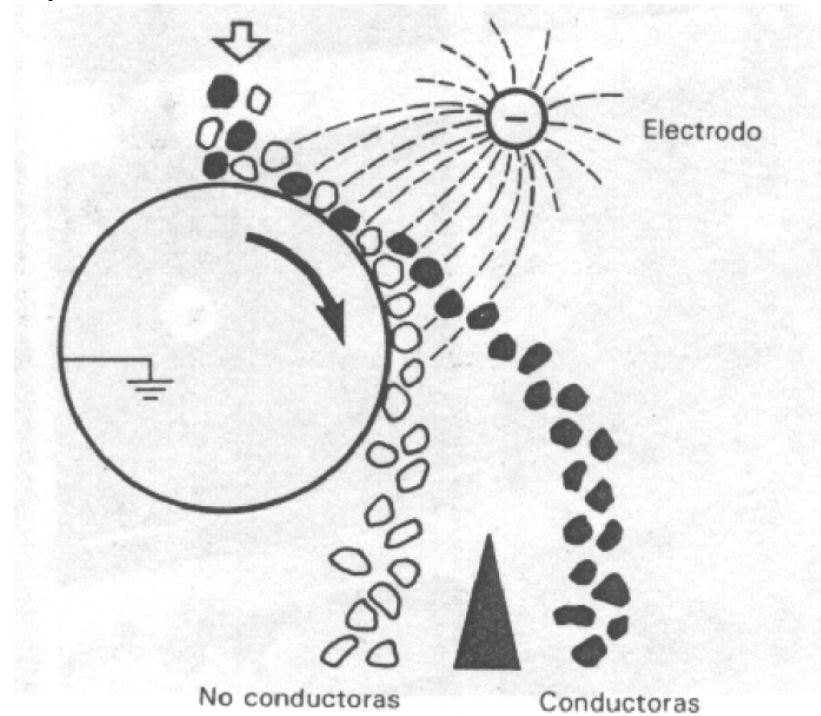


Figura 15.4 Separador electro-estàtic del tipus de rotor.

ELECTRICAL SEPARATION: Separació per una superfície posada a terra

C) En les separadors electro-estàtics del tipus de plaques on el mecanisme principal és la inducció, pot caracteritzar-se també per un factor d'elevació. En aquest cas les forces significatives són la elèctrica i la de gravetat. El factor d'elevació en aquest cas s'expressa per l'equació:

$$\frac{Fe}{Fg} = \frac{e^{\pm}E}{\frac{\pi dp^3}{6} \rho_s g} = \frac{6E}{\pi g \rho_s} \frac{e^{\pm}}{dp^3}$$

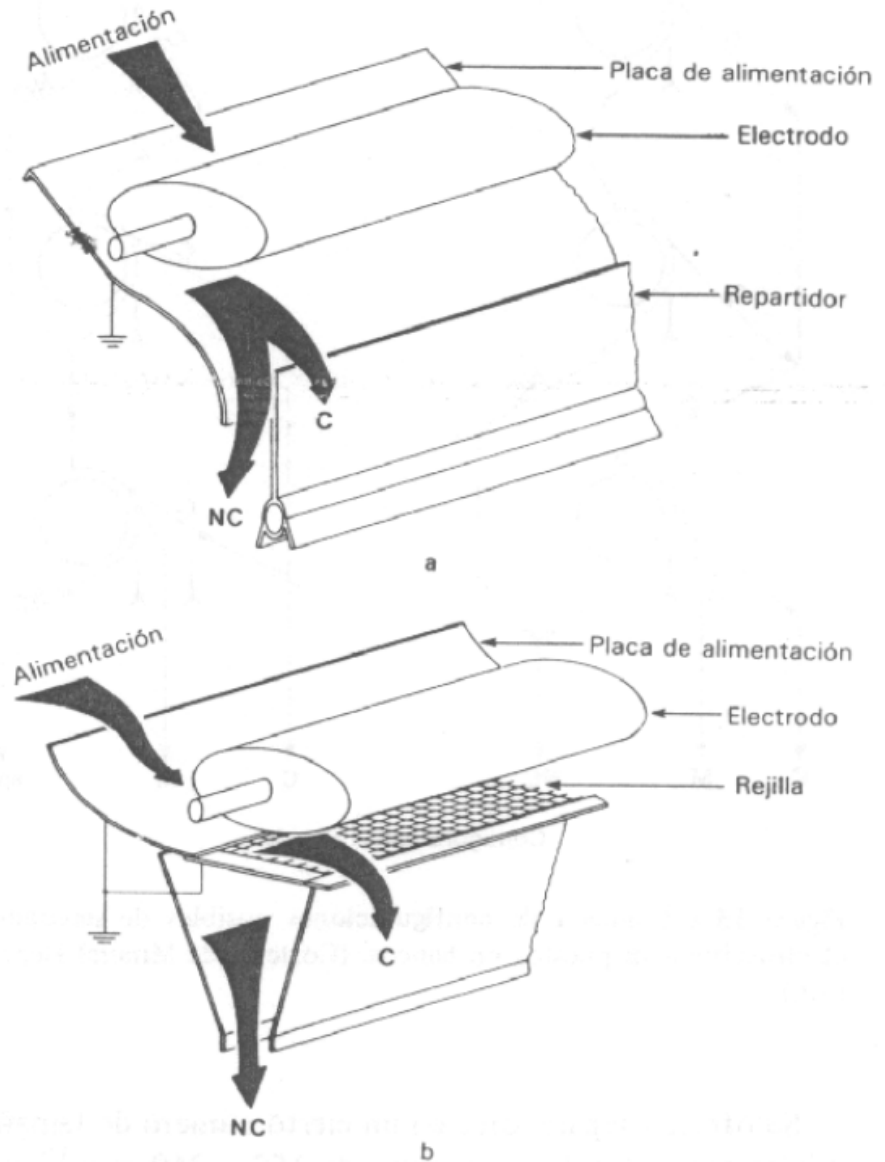


Figura 15.5 Separadores electro-estáticos. a) De placas y b) de rejilla. (Cortesía de Mineral Deposits Ltd.)

ELECTRICAL SEPARATION: Separació per la trajectòria de les partícules

La trajectòria d'una partícula la defineix el vector de velocitat de desplaçament.

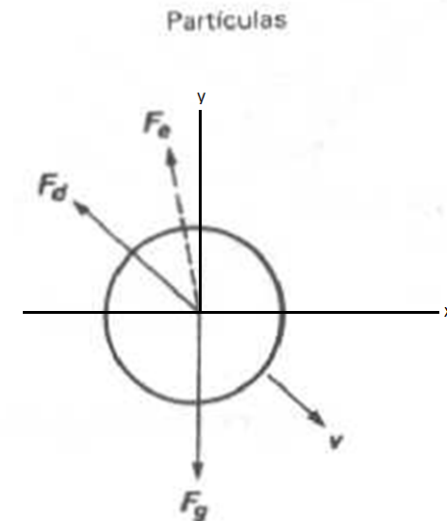
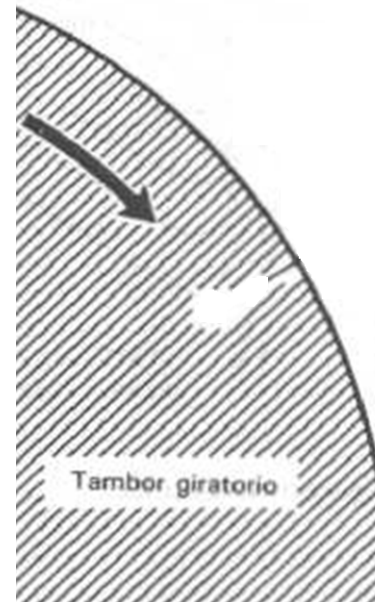
Fent balanç de forces podem determinar aquest vector velocitat d'acord amb (mirar figura):

$$F_x = -F_{dx} + F_{ex} = -F_d \cdot \frac{v_x}{v} + e^\pm E_x$$
$$F_y = -F_{dy} + F_{ey} - F_g = -F_d \cdot \frac{v_y}{v} + e^\pm E_y - M g$$

Per triangles semblants tenim:

$$\frac{F_{dx}}{F_d} = \frac{v_x}{v}$$
$$\frac{F_{dy}}{F_d} = \frac{v_y}{v}$$

Resolent aquest sistema tenim la trajectòria i podríem aleshores fer el disseny mecànic de l'equip.



ELECTRICAL SEPARATION: Separació en etapes

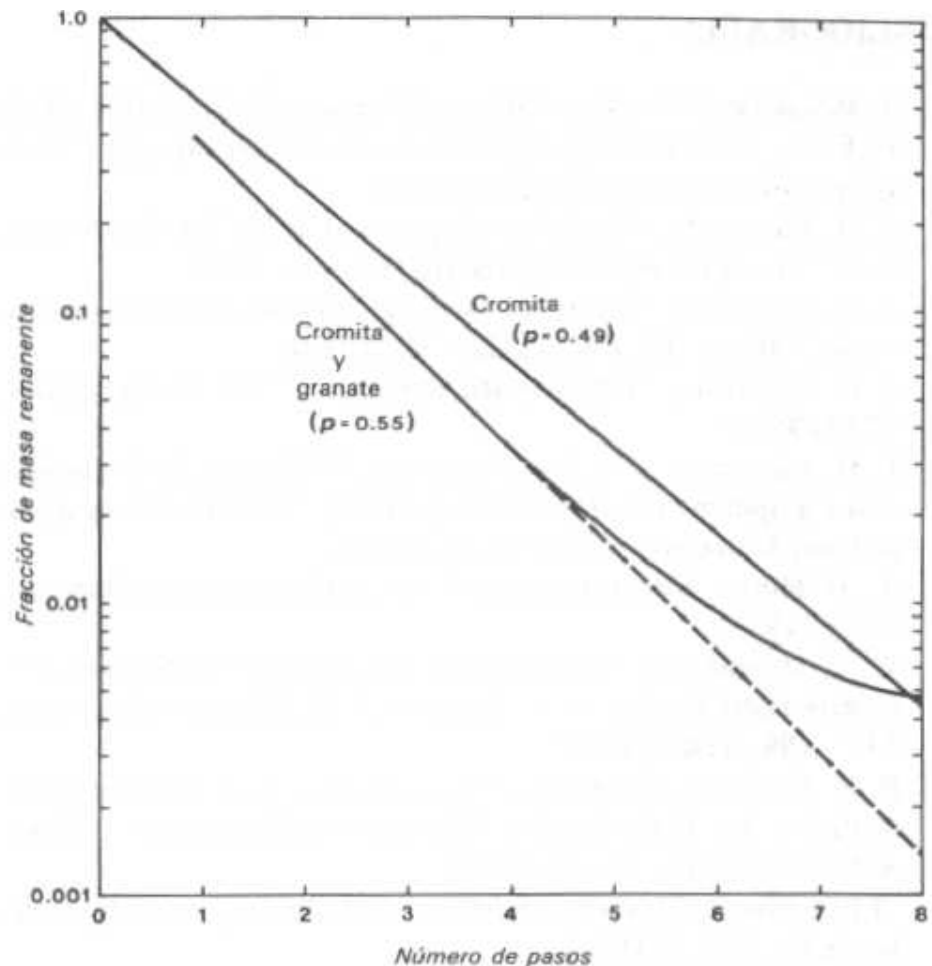
La fracció de massa no conductora, M , separada després de n etapes es pot expressar com:

$$\log\left(\frac{M}{M_I}\right) = n \log(1 - p)$$

On: M_I i M són la massa inicial d'alimentació i massa romanent en el producte no conductor després de "n" etapes, respectivament; "p" és la probabilitat que una partícula sigui desviada al producte conductor.

Figura: La probabilitat que una partícula de cromita sigui desviada al producte conductor és un sol valor constant ($p = 0.49$). Això significa que **cada vegada que una partícula de cromita passa pel separador, té la mateixa probabilitat de ser extreta com una partícula conductora.**

Pel cas de la barreja de cromita i granate, les dades es desvien d'una línia recta per mes de quatre passades. La corba està composta per dues rectes, una que representa a la cromita i l'altra al granate.



ELECTRICAL SEPARATION: Separació en etapes

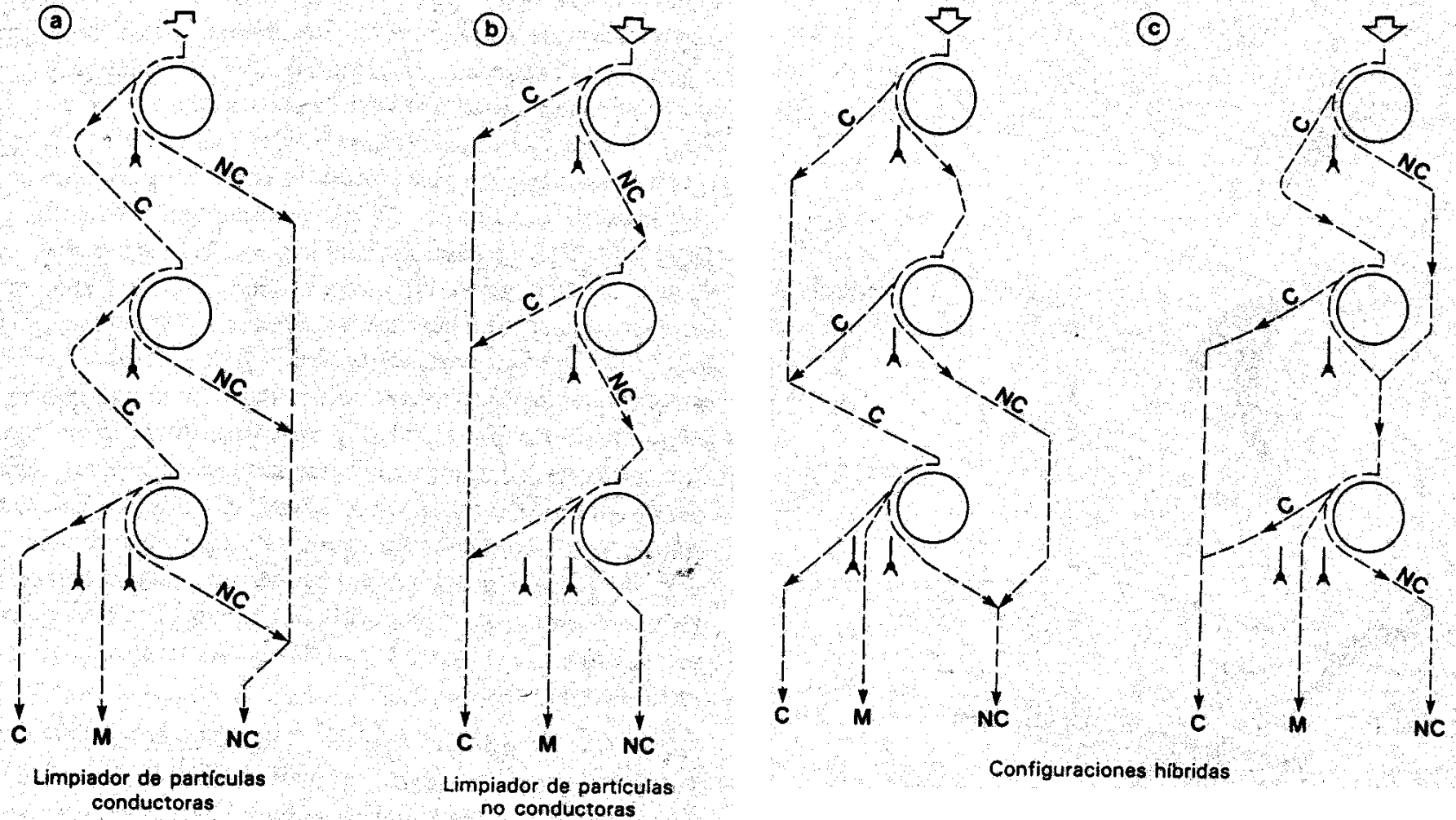


Figura 15.2 Esquema de configuraciones posibles de separadores electrostáticos dispuestos en bancos. (Cortesía de Mineral Deposits Ltd.)

ELECTRICAL SEPARATION: Temperatura

La temperatura del mineral té un efecte important en la seva conductivitat.

Aquestes dades, per exemple, indiquen que encara que la conductivitat del circon i la monazita (no conductors) roman essencialment sense canvi en augmentar la temperatura, la del **rútil augmenta considerablement en l'interval de 50-300°C**. Això significa que la separació es fa en forma més eficient a una temperatura elevada.

La pràctica normal d'operació en la separació del rútil és efectuar-la a una **temperatura de partícula de 90°C o més gran**.

Els separadors electrostàtics es fabriquen amb **bobines d'escalfament en la tremuja d'alimentació**. També es proporciona **escalfament a la zona del camp elèctric, generalment per mitjà de llums**.



ELECTRICAL SEPARATION: Medi separació

Via seca. No ha d'haver-hi humitat en la superfície de les partícules.

Evitar la humitat no representa un problema seriós, ja que l'assecat superficial és bastant fàcil d'aconseguir. La dificultat radica a mantenir les superfícies sense humitat quan la humitat ambient és alta.

Si incrementa la humitat es redueix la selectivitat en qualsevol separació elèctrica.



ELECTRICAL SEPARATION: Exercici

SEPARADOR ELECTROSTÀTIC PER VIA SECA

Aliment:
 $F = 115$ t/h
 $Llei = 0,18$ t/t

Dades separació: probabilitat de que una partícula sigui desviada al producte conductor

	p
Cromita	0,49
Ganga	0,08

SEPARACIÓ:

Etapa (n) = 1

Etapa (n) = 2

Etapa (n) = 3

Minerals	m_A	Etapa (n) = 1		Etapa (n) = 2		Etapa (n) = 3	
		Massa NO conductora final etapa 1	Massa conductora final etapa 1	Massa NO conductora final etapa 2	Massa conductora final etapa 2	Massa conductora NO final etapa 3	Massa conductora final etapa 3
Cromita	0,18	0,0918	0,108485	0,149160078	0,424311964	0,114908826	0,7513404
Ganga	0,82	0,7544	0,891515	0,361013264	0,065514694	0,104150122	0,29600651
	1	0,8462	1	0,510173342	1	0,219058948	1

$F_1 = 17,687$ t/h
 $Llei_{F1} = 0,573472$ t/t

$F_2 = 97,313$ t/h
 $Llei_{F2} = 0,108485$ t/t

$F_3 = 8,6635641$ t/h
 $Llei_{F3} = 0,8662492$ t/t

$F_4 = 9,0234359$ t/h
 $Llei_{F4} = 0,2923714$ t/t

$F_5 = 6,765733$ t/h
 $Llei_{F5} = 0,962096$ t/t

$F_6 = 1,897831$ t/h
 $Llei_{F6} = 0,524557$ t/t

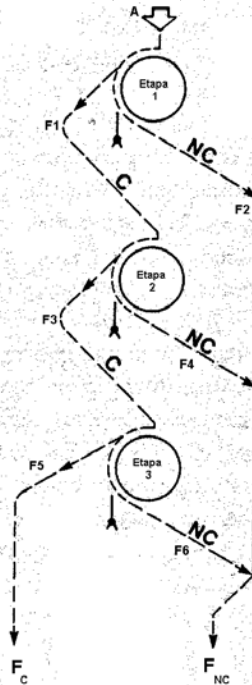
Resultat de la separació:

$F_C = 6,765733$ t/h
 $Llei_{FC} = 0,962096$ t/t

$F_{NC} = 108,2343$ t/h
 $Llei_{NC} = 0,131111$ t/t

RECUPERACIÓ

$R = 31,45\%$



FLOTACIÓ EN ESPUMA – FROTH FLOTATION



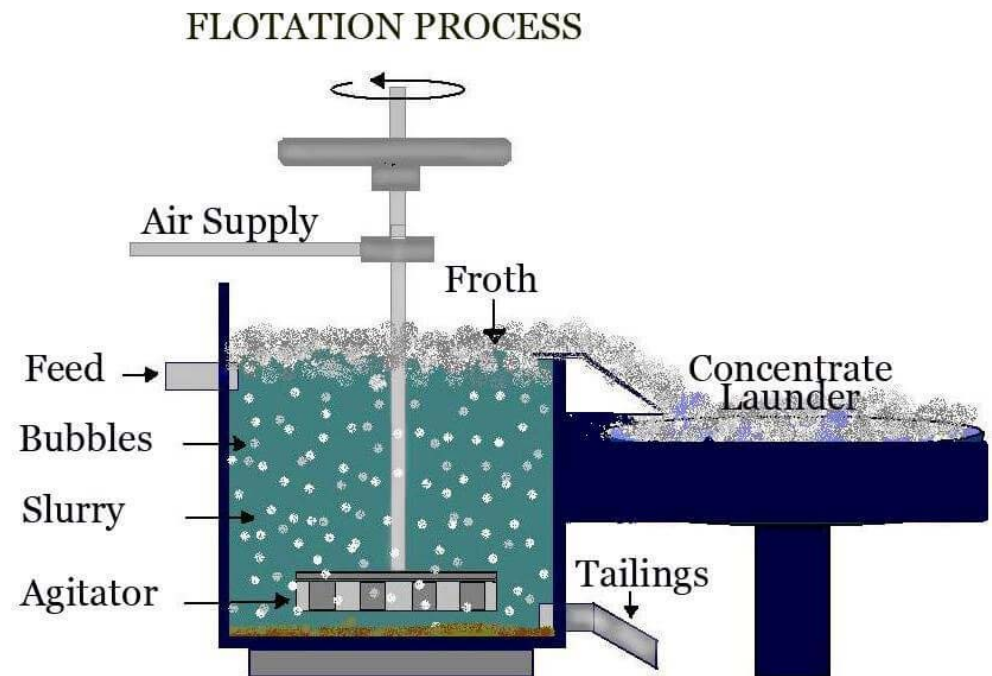
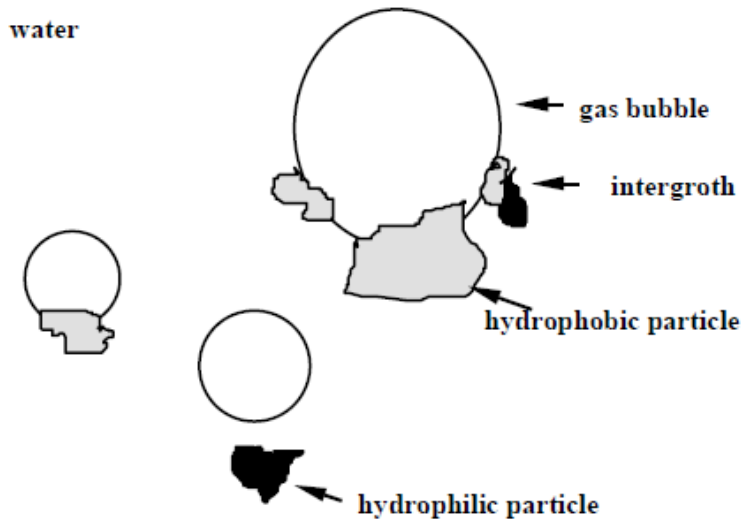
UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Campus d'Excel·lència Internacional

FLOTACIÓ EN ESPUMA (FROTH FLOTATION)

L'any 1905 a Broken Hill (Australia) va tenir lloc la introducció comercial de la flotació en espuma. Va permetre la separació de partícules amb mida d'alliberament inferior del que permetia les tècniques de separació per gravetat.

És una tècnica basada en l'energia de superfície. Diferencia dos tipus de superfícies: hidrofòbica i hidrofílica.



FLOTACIÓ EN ESPUMA (FROTH FLOTATION)

Tres parts:

- Termodinàmica de superfícies.
- Reactius i química de flotació
- Modelització del procés de flotació en espuma.



**UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH**

Campus d'Excel·lència Internacional

TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

L'estructura cristal·lina de les partícules minerals acaba bruscament a la superfície de la partícula, tenint aquests àtoms de superfície de la partícula d'estar en equilibri amb els ions de la solució aquosa que l'envolta.

La interfase mineral-solució és la més important en el processament de minerals.

L'entalpia per unitat d'àrea de qualsevol superfície o **energia total de superfície** (E_s), s'expressa com:

$$E = G + TS$$

On "G" és l'energia lliure de la superfície per unitat d'àrea i pot considerar-se igual a la **tensió superficial o interfacial**, "T" és la temperatura absoluta i "S" és l'entropia de la superfície per unitat d'àrea.

L'entropia a pressió constant és pot expressar com:

$$S = \frac{-dG}{dT}$$

Substituint:

$$E = G - T \frac{dG}{dT}$$

A les solucions aquoses en contacte amb aire, la tensió superficial disminueix amb la temperatura. A l'aigua a 20°C la tensió superficial amb aire és 0,073 N/m.



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

L'adsorció en una interfase es descriu per l'equació d'adsorció de Gibbs:

$$dG = -SdT - \sum_{i=1}^1 \Gamma_i dU_i$$

On “ U_i ” és el potencial químic de l'espècie “ i ” i “ Γ_i ” és la densitat d'adsorció de l'espècie “ i ”. Aquesta equació relaciona la tensió superficial a qualsevol temperatura amb el potencial químic i la densitat d'adsorció.

El potencial químic d'una espècie en solució és relaciona amb l'activitat o concentració d'aquesta espècie:

$$U_i = U_i^0 + RT \ln a_i$$

On “ R ” és la constant que val 0,08205746 L atm/K mol, “ U_i^0 ” és el potencial químic estàndard de l'espècie “ i ” en solució.

Un canvi de potencial:

$$dU_i = RT d(\ln a_i)$$

Com sabem:

$$a_i = \gamma_i c_i$$

Per concentracions baixes, el coeficient d'activitat és quasi 1, i aleshores:

$$a_i \approx c_i$$



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

Si ara substituïm a l'equació de Gibbs:

$$dG = -SdT - \sum_{i=1}^1 \Gamma_i dU_i = -SdT - \sum_{i=1}^1 \Gamma_i RT d(\ln a_i)$$

Per temperatura constant i per una única espècie:

$$dG = -\Gamma_i RT d(\ln a_i)$$

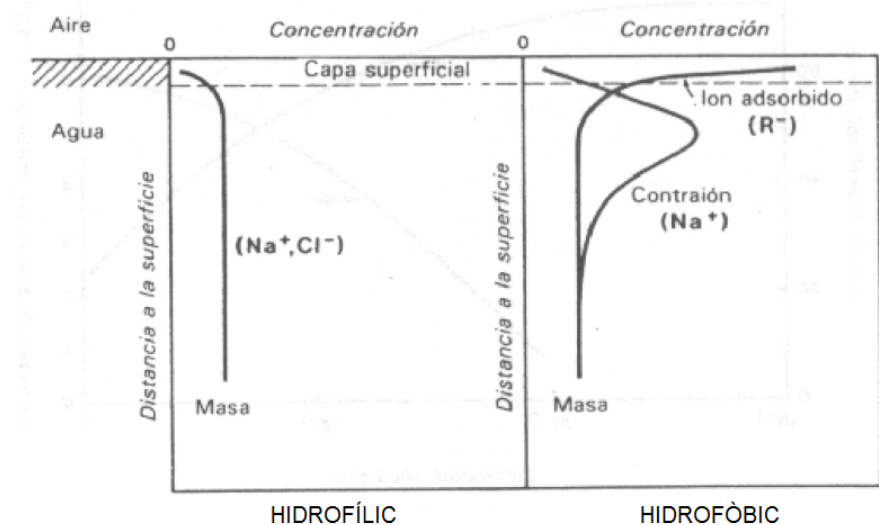
$$\Gamma_i = - \frac{1}{RT} \frac{dG}{d(\ln a_i)}$$

$$\Gamma_i = - \frac{1}{RT} \frac{dG}{d(\ln c_i)}$$

Si la densitat d'adsorció per una ió és " $\Gamma_i < 0$ ", hi ha un esgotament a la superfície aire-aigua per l'ió (majoria de sals inorgàniques), i no és adsorbit = IÓ HIDROFÍLIC.

Si la densitat d'adsorció per a un ió és " $\Gamma_i > 0$ ", l'ió és adsorbit a l'interfase aire-aigua = IÓ HIDROFÒBIC.

Els espumants, majoritàriament alcohols, redueixen la tensió superficial aire-aigua.



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

La doble capa elèctrica

L'adsorció a la superfície del mineral es regula en gran mesura per la naturalesa elèctrica de la superfície del mineral.

Si una espècie iònica és adsorbida químicament a la superfície del mineral (quimiadsorció), aquests ions quimiadsorbits a la superfície del mineral estableixen la seva càrrega elèctrica a la superfície i es denominen **ions determinats del potencial (potencial de superfície)**.

Poden ser:

- Ions del mineral
- Ions d'hidrogen o hidroxils
- Ions d'espècies en solució tals com col·lector, depressor o activador.

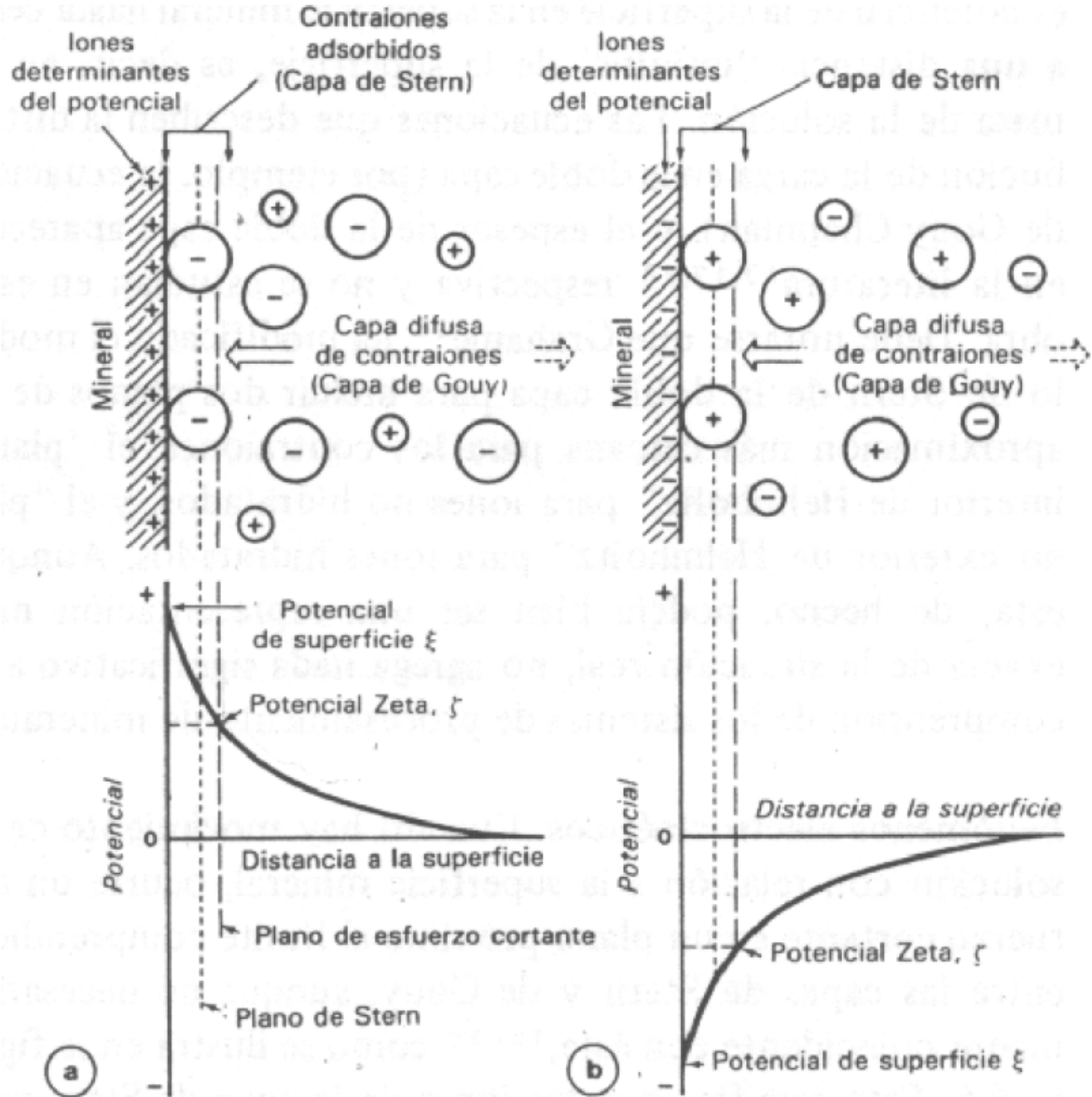


TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

Aleshores també s'han d'adsorbir (atracció electrostàtica) un altres contraions per la electroneutralitat, la primera línia d'ions que fan aquesta funció és denominen **contraions adsorbits o capa d'Stern (potencial Zeta)**.

La figura representa una superfície del mineral y una doble capa elèctrica que es coneix com **model d'Stern de la doble capa elèctrica**.

La capa d'Stern genera una concentració d'ions amb càrrega, de manera que cal unes poques capes d'ions (3-4) per fer equilibri amb entorn, aquesta zona es coneix com **zona o capa de Gouy**.



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

Si mesurem el potencial des de la superfície dels mineral fins a la solució en equilibri, podem veure que aquest decreix des del **potencial de la superfície**, valor més alt, passant pel **potencial zeta**, fins arribar a la solució en equilibri on és zero.

La densitat d'adsorció dels ions determinats del potencial determina la **càrrega de superfície del mineral**, σ_s , que s'obté amb l'equació:

$$\sigma_s = F(\Gamma_{M+} - \Gamma_{A-})$$

On “F” és la constants de Faraday (96485,34 C/mol) i “ Γ_{M+} ” i “ Γ_{A-} ” són les densitats d'adsorció del catió i de l'anió determinats del potencial.

Hi ha molts minerals, per exemple òxids minerals, on aquest són H^+ i OH^- , així seria:

$$\sigma_s = F(\Gamma_{H+} - \Gamma_{OH-})$$



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

Les condicions que fan:

$$\sigma_s = 0$$

Són:

$$\Gamma_{M+} = \Gamma_{A-}$$

A aquesta activitat igual dels ions determinats del potencial que fa la càrrega de superfície y potencial de superfície (ϵ) igual a zero es denomina **punt de càrrega zero (PCC)**.

Si els ions determinants del potencial són H^+ i OH^- , el PCC s'expressa com a funció del pH.

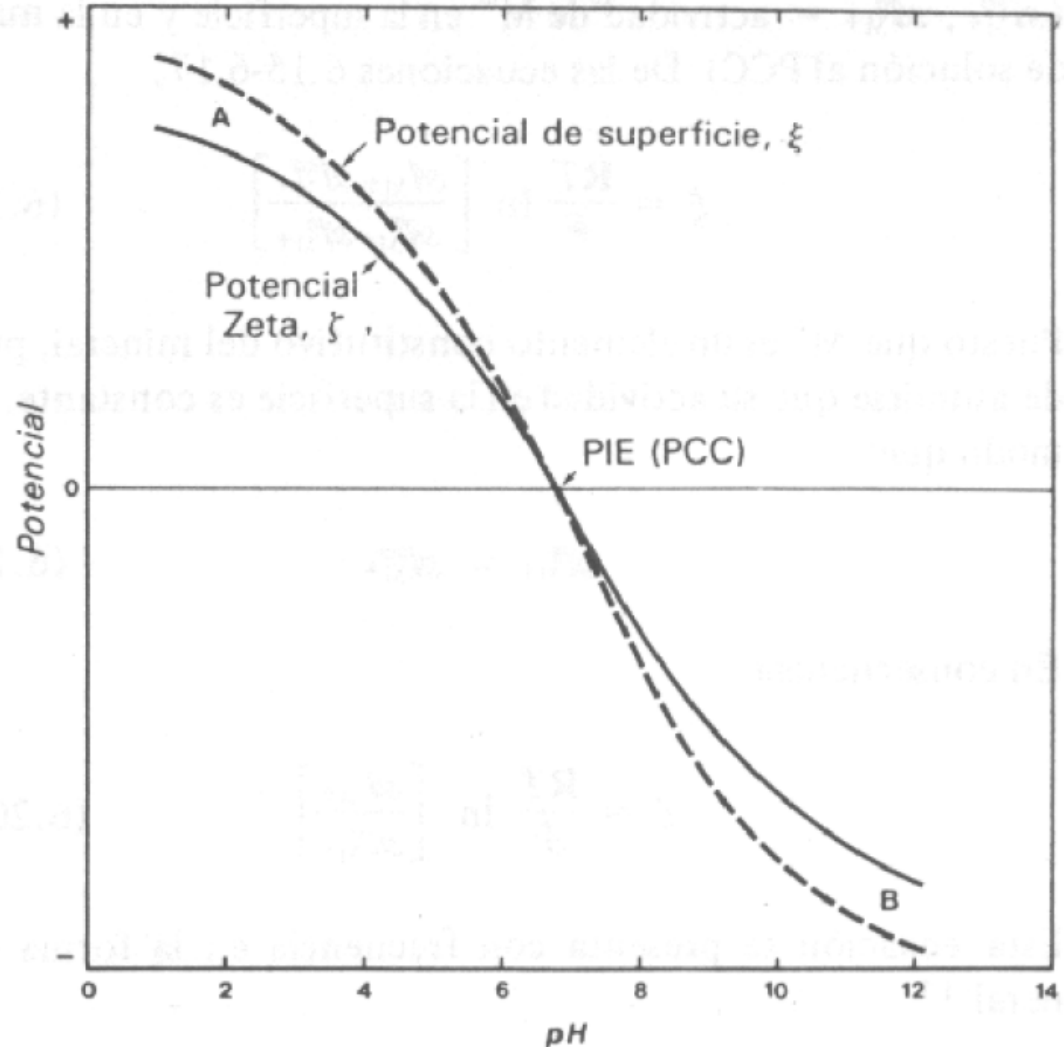


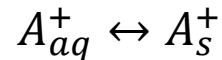
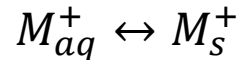
Figura 6.7 Representación del efecto de la actividad del ion determinante de potencial sobre el potencial de superficie y el potencial zeta en una interfase mineral-solución.

TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

La concentració dels ions a la fase líquida serà:

$$K_{sp} = a_{M^+} a_{A^-}$$

On “ K_{sp} ” és el producte de solubilitat i “ a_{M^+} ” i “ a_{A^-} ” són les activitats de catió i l’anió respectivament. Cada ió està en equilibri amb la superfície del mineral:



Si considerem només l’adsorció del catió. El canvi associa a l’energia lliure per l’adsorció del catió a la superfície del mineral, G , pot escriure's com:

$$\Delta G_{ads} = \Delta G_{ads}^0 + RT \ln \left[\frac{a_{M^+}^s}{a_{M^+}^{aq}} \right]$$

On “ ΔG_{ads} ” i On “ ΔG_{ads}^0 ” són els canvis d’energia lliure d’adsorció i en condicions estàndard, i “ a ” és l’activitat del catió a la superfície i a la solució aquosa.

A l’equilibri, el treball químic te que ser igualat a l’elèctric, de manera que:

$$\Delta G_{ads} = F \varepsilon$$

On “ ε ” és el potencial de superfície. Recordem que per $\varepsilon=0$ és el PCC punt de càrrega zero.



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

Així al PCC;

$$\begin{aligned}\Delta G_{ads} &= \varepsilon = 0 \\ 0 &= \Delta G_{ads}^0 + RT \ln \left[\frac{a_{M+}^{s0}}{a_{M+}^{aq0}} \right] \\ \Delta G_{ads}^0 &= -RT \ln \left[\frac{a_{M+}^{s0}}{a_{M+}^{aq0}} \right]\end{aligned}$$

On “ a_{M+}^{s0} ” i “ a_{M+}^{aq0} ” són les activitats de catió a la superfície i a la solució al PCC. Si substituïm a l’equació general:

$$\Delta G_{ads} = -RT \ln \left[\frac{a_{M+}^{s0}}{a_{M+}^{aq0}} \right] + RT \ln \left[\frac{a_{M+}^s}{a_{M+}^{aq}} \right] = F \varepsilon$$

Operant queda:

$$\varepsilon = \frac{RT}{F} \ln \left[\frac{a_{M+}^{aq} a_{M+}^{s0}}{a_{M+}^s a_{M+}^{aq0}} \right]$$

Com $M+$ a la superfície del mineral és un element constitutiu del mineral, pot considerar-se:

$$a_{M+}^s = a_{M+}^{s0}$$



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

Aleshores:

$$\varepsilon = \frac{RT}{F} \ln \left[\frac{a_{M+}^{aq}}{a_{M+}^{aq0}} \right]$$

Generalitzant:

$$\varepsilon = \frac{R T}{N F} \ln \left[\frac{a}{a_{PCC}} \right]$$

On “N” és la valència de l’ió, i “a” és l’activitat de l’ió i l’activitat de l’ió al PCC.

El PCC és molt important ja que determina en quin pH hi ha el canvi de signe de la càrrega de superfície.



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

Com hem dit, on el potencial de superfície (ϵ) és igual a zero es denomina **punt de càrrega zero (PCC)**. El punt el potencial zeta és igual a zeros es denomina **punt isoelèctric (PIE)**.

En molt casos el PCC i el PIE coincideixen o són molt semblants, però no sempre és així.

La taula 6.1 mostra valors de PCC o PIE per diversos minerals, no són un valor exacte, ja que pot variar per la presència de traces d'elements en l'estructura del mineral.

Tabla 6.1 Valores de PCC o PIE para diversos minerales.

<i>Mineral</i>	<i>PCC o PIE</i>
Barita	3,4 (pBa 3.9 - 7.0)
Calcita	8.2
Casiterita	4.5
Calcopirita	2.0 - 3.0
Cromita	5.6 - 7.2
Corindón	9.0 - 9.4
Fluorita	6,2 (pCa 2.6 - 7.7)
Galena	2.4 - 3.0
Göetita	6.7 - 6.8
Hemalita	4.8 - 6.7
Caolinita	3.4
Magnetita	6.5
Molibdenita	1.0 - 3.0
Pirita	6.2 - 6.9
Pirrotita	3.0
Cuarzo	2.0 - 3.7
Rutilo	5.8 - 6.7
Schelita	10.2 (pCa 4.0 - 4.8)
Esfalerita	2.0 - 7.5
Circón	4.0 - 5.8



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

La figura a), mostra el valor potencial zeta per tres nivells de concentració de NaCl per a la goethita. El valor de potencial zeta zero correspon al PIE. El PIE és independent de la concentració de NaCl.

La figura b) la recuperació de goethita per flotació. Veiem que per pH's inferior al PIE cal un col·lector aniònic i per pH's més grans al PIE cal un col·lector catiònic, degut a la càrrega de la superfície que es reflexa al signe del potencial zeta.

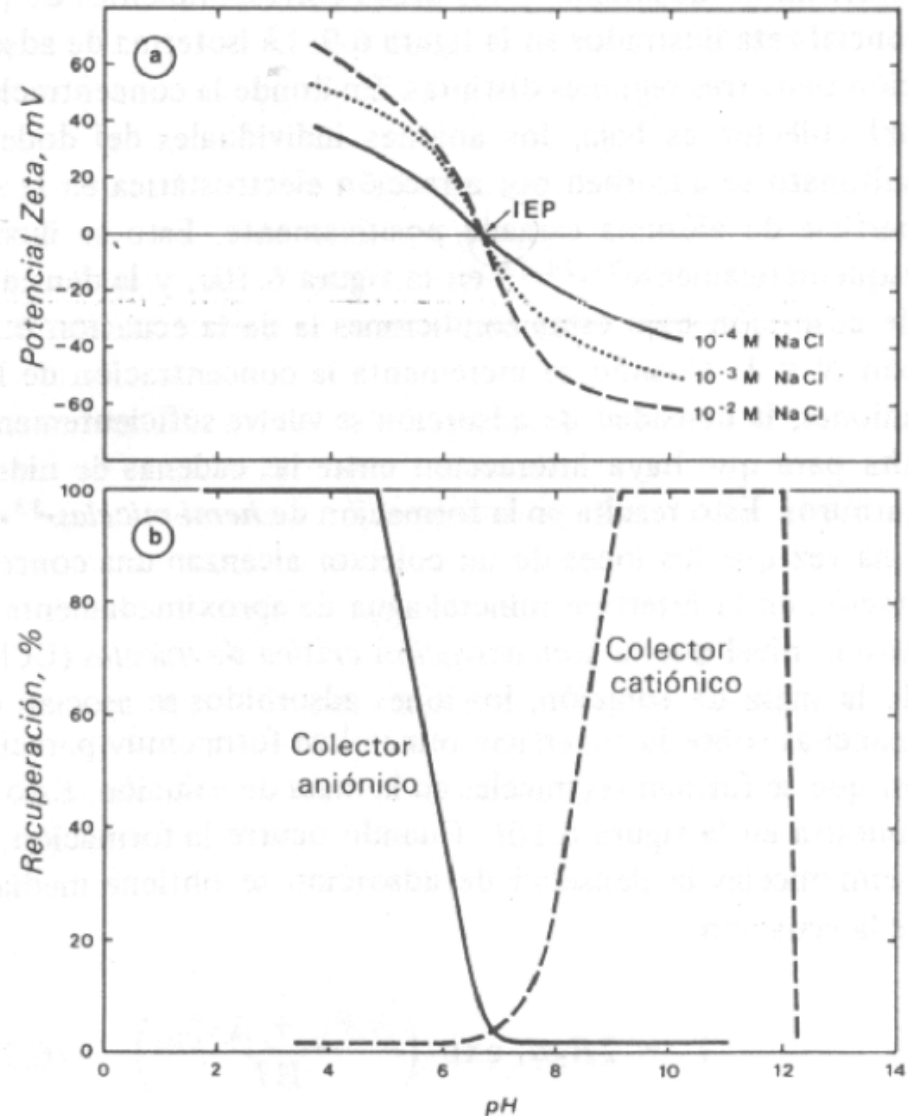


Figura 6.8 Efecto del potencial zeta y el PIE en la flotación de goethita. (Según Iwasaki y asociados,²¹)

TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

Interfase mineral-aigua

L'adsorció d'ions procedents de la solució a la interfase mineral-aigua depèn de:

- Composició química i estructura del mineral
- De la doble capa elèctrica de la interfase

L'adsorció pot produir-se com:

- Reacció química entre l'espècie adsorbent i els ions de la superfície dels mineral= **quimiadsorció** (energia adsorció >40 kJ/mol).
- Una atracció elèctrica entre contraions = **adsorció física**.

En un sistema heterogeni, **l'equilibri s'aconsegueix si el potencial químic (U) de totes les espècies és igual en totes les fases**, així el potencial químic ha de ser igual a la superfície (s) que a la solució (aq), és dir:

$$U_i = U_i^{aq} = U_i^s$$

Així quedarà:

$$U_i = U_i^0 + RT \ln a_i = U_i^{s0} + RT \ln a_i^s$$



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

Recordem l'expressió:

$$\Delta G_{ads}^0 = -RT \ln \left[\frac{a_i^{s0}}{a_i^{aq0}} \right]$$

Si utilitzem l'expressió:

$$a_i^s = \frac{\Gamma_i}{2R_i} \quad \text{dimensionament} \left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \right] = \frac{\left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^2} \right]}{[\text{m}]}$$

On “R_i” és el radi efectiu de l'ió, i “Γ_i” és la densitat d'adsorció. Com ja hem vist: $a_i^s = a_i^{s0}$

Substituint:

$$\frac{-\Delta G_{ads}^0}{RT} = \ln \left[\frac{\Gamma_i}{2R_i a_i} \right]$$

$$e^{\frac{-\Delta G_{ads}^0}{RT}} = \frac{\Gamma_i}{2R_i a_i}$$

$$\Gamma_i = 2R_i a_i e^{\frac{-\Delta G_{ads}^0}{RT}}$$

Sent aquesta **d'equació d'Stern-Grahame**.



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

L'energia lliure d'adsorció estàndard és la força impulsora del fenomen d'adsorció, i està formada per dos termes segons les contribucions:

$$\Delta G_{ads}^0 = \Delta G_{electrica}^0 + \Delta G_{química}^0$$

Contribució de l'energia lliure d'adsorció electrostàtica i energia lliure per la formació d'unions químiques.

Si només és electrostàtica la contribució, aleshores:

$$\Delta G_{ads}^0 = \Delta G_{electrica}^0 = NF\zeta$$

On “ ζ ” és el valor del potencial zeta.

Substituint a l'equació d'Stern-Grahame queda:

$$\Gamma_i = 2R_i a_i e^{\frac{-NF\zeta}{RT}}$$



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

Un estudi d'adsorció sobre mineral d'alúmina per part del col·lector dodecil sulfat de sodi es pot veure que la densitat d'adsorció augmenta amb la concentració del col·lector a la solució (figura 6.9).

Per concentracions baixes d'adsorció és per **atracció electrostàtica** a la superfície de l'alúmina carregada positivament (figura 10.a).

A mida que la concentració augmenta fins a la concentració crítica de miscel·les (CCM), la densitat d'adsorció és prou alta per que hi hagi interacció entre les cadenes hidrocarbonades, formant-se **hemi-miscel·les (s'enllacen entre si pels seus extrems hidròfobs que corresponen a les cadenes hidrocarbonades)**. Figura 10.b.

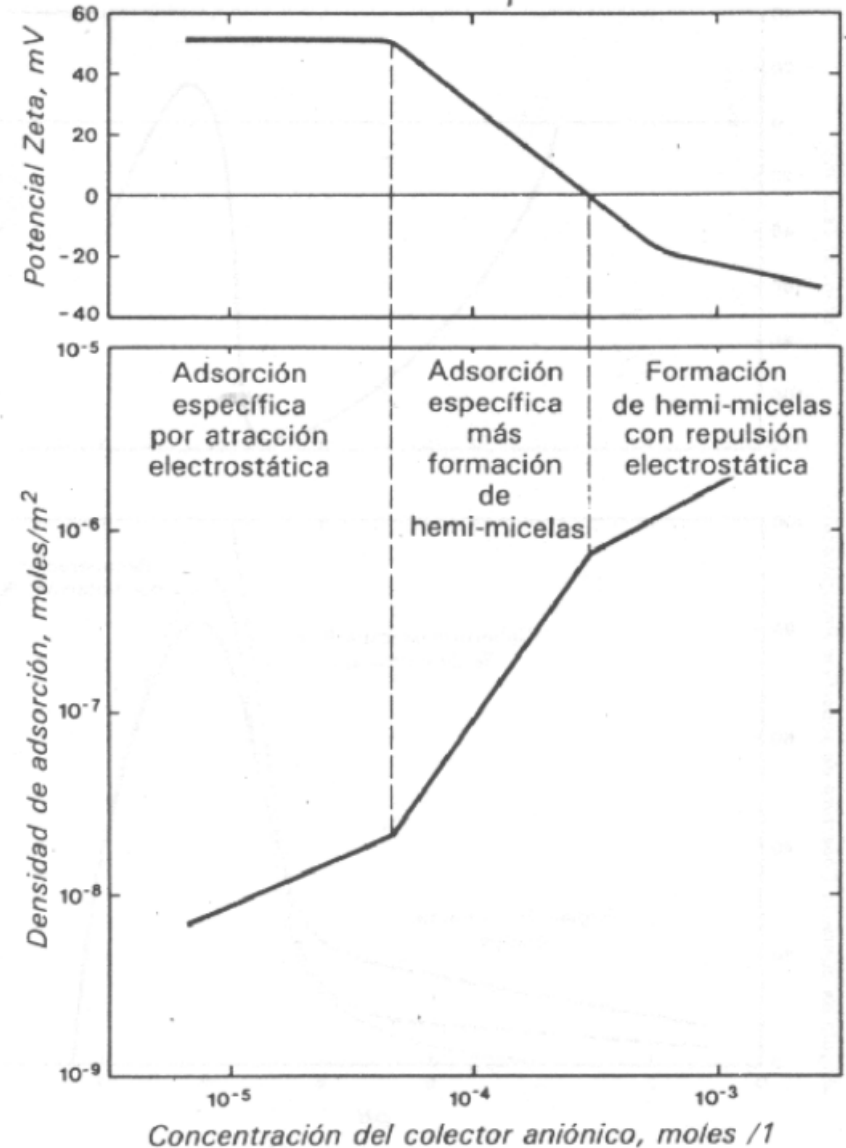


Figura 6.9 Datos de isoterma de adsorción y potencial zeta correspondiente para la adsorción del dodecil sulfonato de sodio en alúmina. (Según Wakamatsu y Fuerstenau,³⁰)

TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

Si segueix augmentant la concentració, és quant l'adsorció és superior a una monocapa i pot passar a ser multicapa, figura 10.c, situació indesitjable ja que la superfície deixa de ser hidrofòbica. Ja que el signe del potencial zeta canvia de positiu a negatiu, figura 6.9, i la isoterma decreix en pendent, però segueix augmentant.

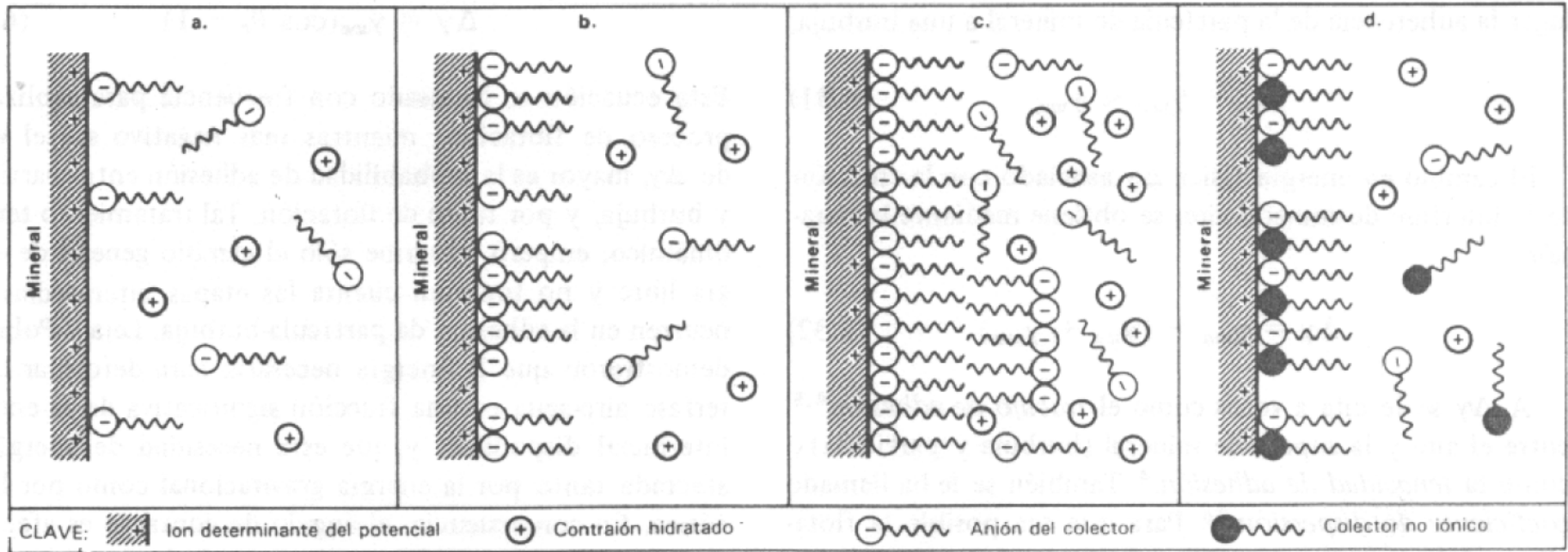
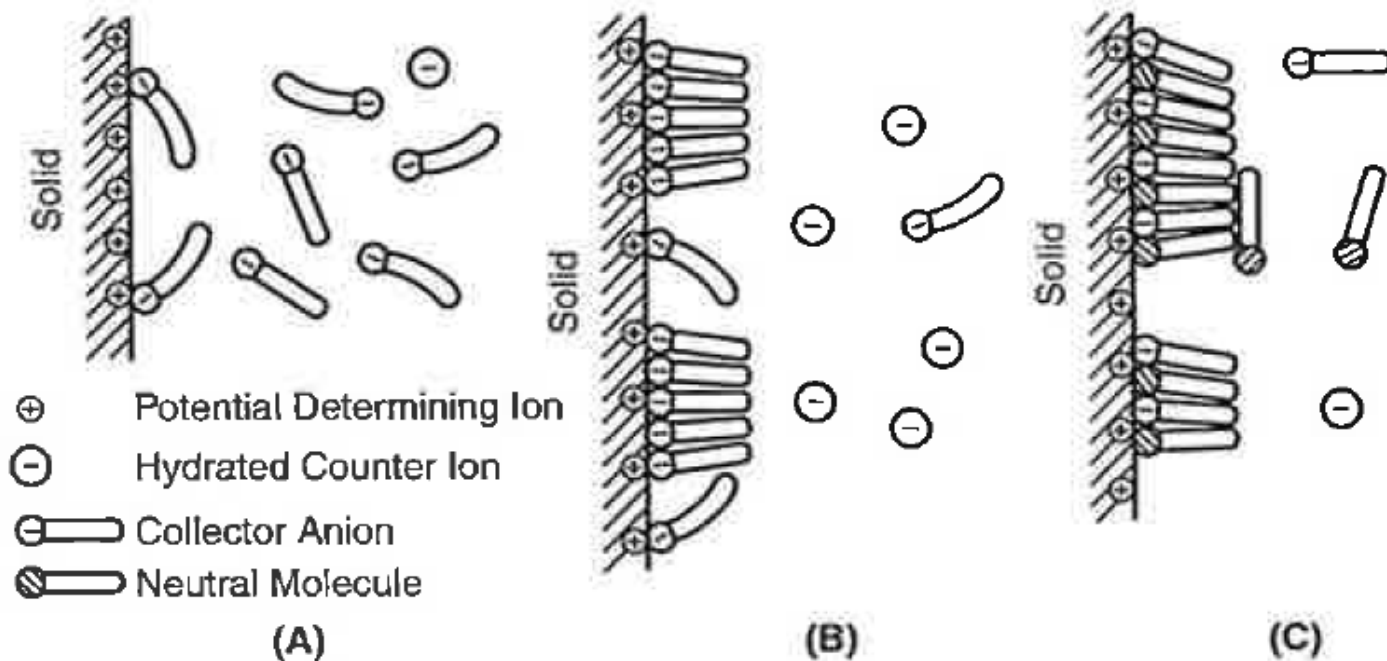


Figura 6.10 Representación esquemática de la interfase mineral-solución en presencia de un colector aniónico. *a)* Adsorción de un solo ion a concentraciones bajas. *b)* Formación de hemi-micelas a concentraciones más altas. *c)* Adsorción en multicapas. *d)* Coadsorció de molècules neutrals. (Según Gaudin y Fuerstenau.³³)



Figura 10.d, la presència de molècules neutrals tals com alcohols de cadena llarga, redueix les forces repulsives entre les cadenes i baixa el CCM, permeten que aquests s'adsorbeixin també.

TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES



Source: Aplan and Fuerstenau 1962.

FIGURE 8.25 Schematic representation of the electrical double layer in the presence of surface-active organic compounds: (A) adsorption as single ions at low collector concentration, (B) hemimicelle formation at higher concentration, and (C) co-adsorption of collector ions and neutral molecules



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

POLARITAT DELS MINERALS

Els minerals poden ser classificats en polars o no-polars, segons les característiques de la seva superfície.

Superfícies no-polars

Estan caracteritzades per enllaços moleculars relativament dèbils. Aquest minerals estan compostats per molècules covalents que s'enllacen entre elles per forces de Van der Waals, de manera que a les superfícies no-polars no s'hi enganxen les molècules d'aigua i són en conseqüència hidrofòbics.

Minerals com grafit, sofre, molibdenita, diamant, carbó i talc, tenen flotabilitat natural amb angles de contacte de 60-90°. Podem flotar sense reactius, però s'hi afegeixen per millorar la flotació. Reactius del tipus olis hidrocarbonatats o reactius escumants.

Un exemple creosota per la flotació de carbó, un altre és la grassa de petroli pels diamants.

Superfícies polars

Minerals amb forts enllaços covalents o iònics. Les superfícies polars reaccionen fortament amb l'aigua, i són minerals hidrofílics.



TERMODINÀMICA DE SUPERFÍCIES

La polaritat dels minerals ha estat classificada en 5 grups de menys a més (1-5). Taula 12.1.

A part dels metalls nadius, els minerals del grup 1 són tots els sulfurs, que són poc polars pel seu enllaç covalent, que és relativament feble en comparació amb l'enllaç iònic dels minerals de carbonat i sulfat.

En general el grau de polaritat augmenta des dels minerals sulfurats, passant pels sulfatats fins els carbonats, halites, fosfats, etc, després els òxids-hidròxids i finalment silicats i quars.

Table 12.1 Classification of polar minerals

<i>Group 1</i>	<i>Group 2</i>	<i>Group 3(a)</i>	<i>Group 4</i>	<i>Group 5</i>
Galena	Barite	Cerrusite	Hematite	Zircon
Covellite	Anhydrite	Malachite	Magnetite	Willemite
Bornite	Gypsum	Azurite	Gothite	Hemimorphite
Chalcocite	Anglesite	Wulfenite	Chromite	Beryl
Chalcopyrite			Ilmenite	Feldspar
Stibnite		<i>Group 3(b)</i>	Corundum	Sillimanite
Argentite		Fluorite	Pyrolusite	Garnet
Bismuthinite		Calcite	Limonite	Quartz
Millerite		Witherite	Borax	
Cobaltite		Magnesite	Wolframite	
Arsenopyrite		Dolomite	Columbite	
Pyrite		Apatite	Tantalite	
Sphalerite		Scheelite	Rutile	
Orpiment		Smithsonite	Cassiterite	
Pentlandite		Rhodochrosite		
Realgar		Siderite		
Native Au, Pt, Ag, Cu		Monazite		



REACTIUS DE FLOTACIÓ: FLOTATION REAGENTS

La majoria de minerals són hidrofílics, només un petit número de mineral són hidrofòbics per naturalesa, com la molibdenita i el carbó mineral.

Cal convertir selectivament la superfície de mineral en hidrofòbica, això s'aconsegueix amb regulació química i l'ús del col·lector.

Tipus de reactius de flotació:

- Col·lector (**collector**)
- Escumants (**frothers**)
- Reguladors (**promoters**) (activadors, depressors i reguladors de pH)
- Dispersors (**dispersants**) (assegurar que les superfícies dels minerals estan lliures de partícules fines)



FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR

És el reactiu més decisiu de la flotació.

El temps per aconseguir adsorció de col·lector es coneix com a **període d'acondicionament**.

Els col·lectors són molècules o ions orgànics que s'adsorbeixen selectivament sobre les superfícies dels minerals, fent:

- Convertint la superfície en hidrofòbica
- Permetent l'adherència entre bombolla d'aire i partícula
- Reduint el temps d'inducció (temps entre el contacte i l'adhesió)

La majoria dels col·lectors són **ionitzants** (per a minerals polars), per exemple àcids dèbils, bases o les seves sals. Són heteropolars, i pot considerar-se que tenen dos extrems funcionals:

- Un iònic que pot adherir-se a la superfície del mineral ja sigui per reacció química amb els ions de la superfície dels mineral (**quimiadsorció**) o per atracció electrostàtica a la superfície del mineral (**adsorció física**).
- L'altre extrem és una cadena o grup orgànic, que proporciona la superfície hidrofòbica al mineral.

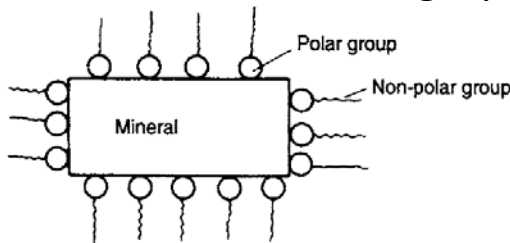


Figure 12.6 Collector adsorption on mineral surface

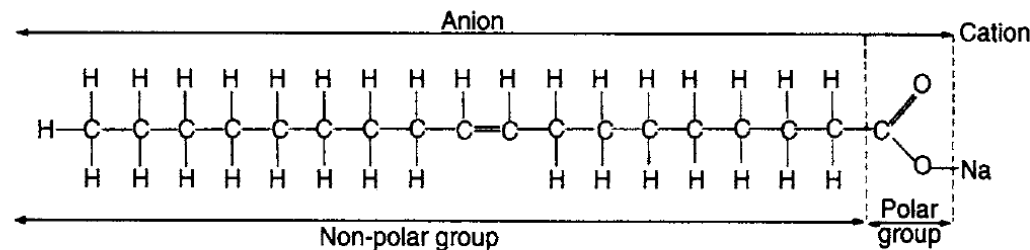


Figure 12.5 Structure of sodium oleate

FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR

Hi ha un altre tipus que són els **no ionitzants** aplicats a minerals no polars (hidrocarburs no polars que no es dissocien mb aigua), on el **mineral no-polar es recobert per una capa fina del col·lector convertint-lo en hidrofòbic** de la mateixa manera que no fan els col·lectors ionitzants. Per exemple la grassa de petroli per recuperar diamants.

Tipus de col·lectors ionitzants:

- Aniònics
- Catiònics

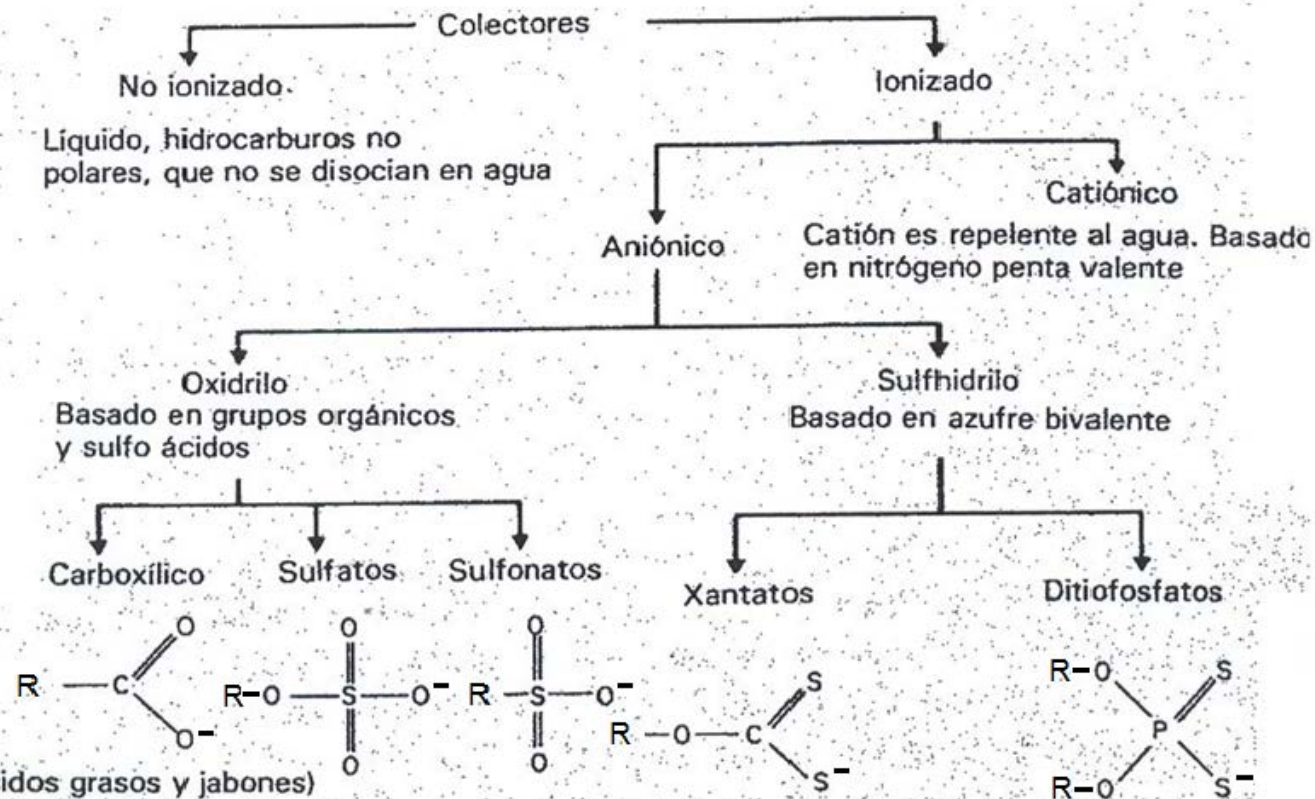


Figura 12.4 Clasificación de los colectores (después de Glembotskii y otros).²

FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR

COL·LECTORS ANIÒNICS

Són els més utilitzats.

Dos tipus:

- Oxidril (oxyhydril)
- Sulfidril (sulphydryl)

Col·lector aniònic oxidril

Característiques:

1. S'utilitzen per flotar minerals no sulfurosos.
1. Tenen com a grups polars anions orgànics i sulfat-àcids.
2. Com a tots els col·lectors aniònic el catió no intervé de manera decisiva en la reacció amb el mineral.
3. Són àcids grassos o sabons.



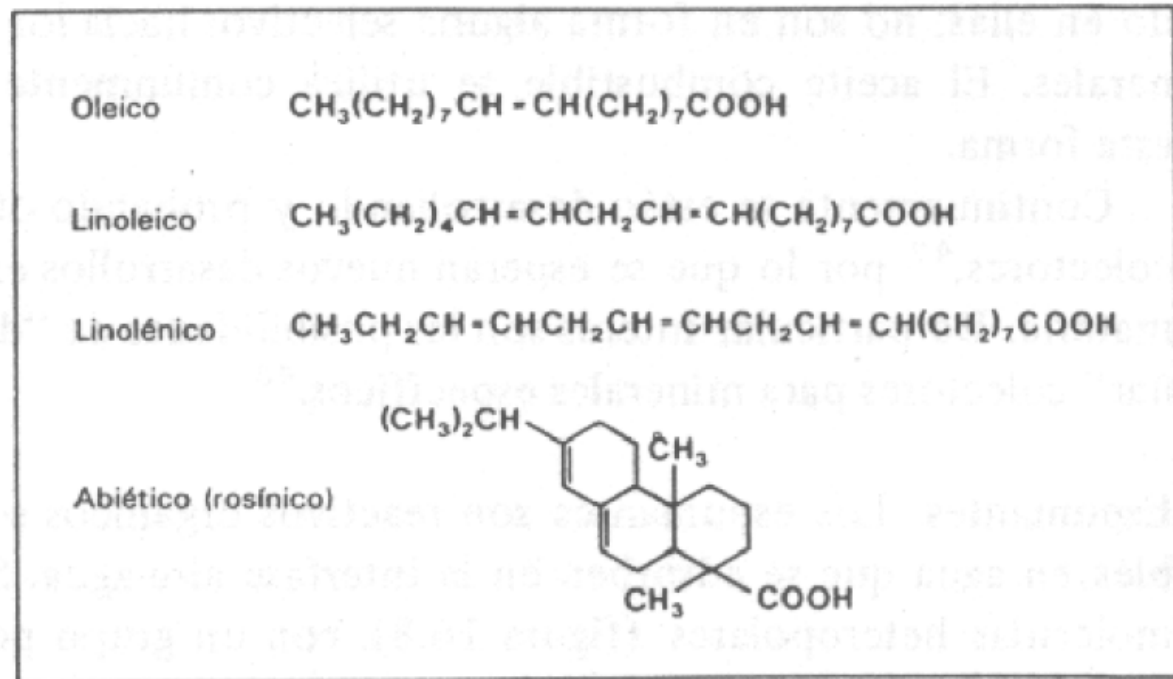
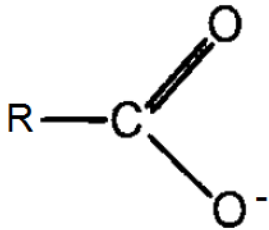
FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR

Tipus:

- *Carboxilats*

Són àcids grassos i s'obtenen d'olis vegetals i grasses animals per destil·lació i cristal·lització. Ex: sals de l'àcid oleic com oleat sòdic (figura 12.5). Un altres molt utilitzat és oli de fusta "tail oil", un subproducte de la polpa de fusta, està compostat d'un 50% d'àcids oleic i quantitats menors d'àcid linoleic, rosínic (abiètic) i linoleic.

Carboxylic



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Campus d'Excel·lència Internacional

Figura 16.7 Ácidos carboxílicos que se encuentran en el aceite de pulpa de madera.

FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR

Quant més llarga la cadena hidrocarbonatada per gran la repulsió a l'aigua i més petita la solubilitat a l'aigua (excepte els sabons, sals d'àcids grassos, que són solubles tot i la cadena llarga).

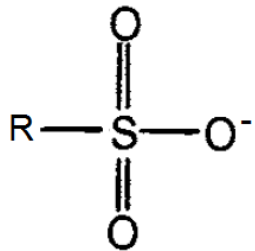
Són col·lectors forts, però tenen baixa selectivitat.

S'utilitzen per a la flotació de minerals de calci, bari, estronci i magnesi, carbonats de metalls no ferris i sals solubles de metall alcalins això com metall alcalins de terres rares.

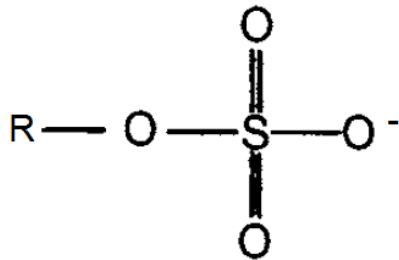
- Sulfat i sulfonats

Propietats similars als àcids grassos. Tenen més selectivitat però menys poder col·lector. S'utilitzen per flotar cassiterita, barita, kianita i scheelita.

Sulphonates



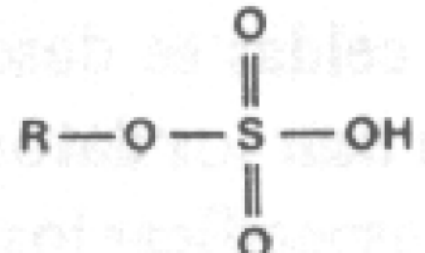
Sulphates



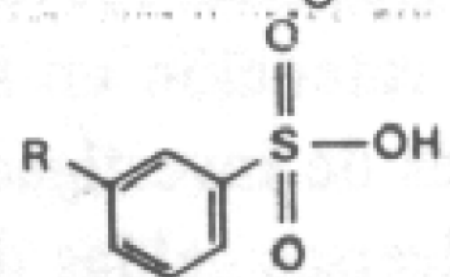
UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Campus d'Excel·lència Internacional

Alquilsulfato



Alquil aril sulfonato (sulfonato de petróleo)



FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR

Col·lector aniònic sulfidril

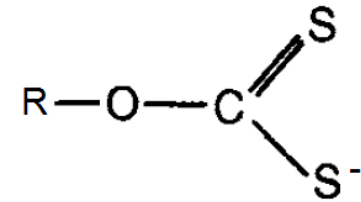
El grup polar té sofre divalent.

Són molt poderosos i selectius per flotar minerals de sulfur.

Xantats

Són els més importants per la flotació de minerals sulfurats. Les cadenes R tenen entre 1 a 6 àtoms de carboni (més freqüents: etílic, isopropílic, isobutílic, amílic i hexílic).

Xanthates



Ex: xantat etílic de sodi (figura 12.7).

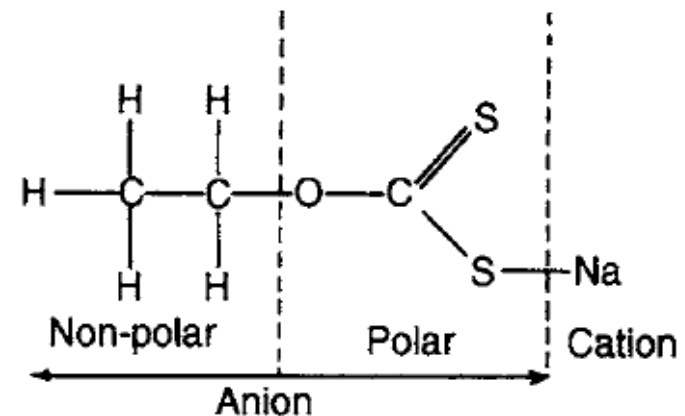


Figure 12.7 Structure of sodium ethyl xanthate

FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR

Mecanisme:

La unió del col·lector xantat i el mineral sulfurat és complexa. S'assumeix que aquesta unió és deguda a forces químiques entre el grup polar i la superfície. També s'han proposat mecanismes que impliquen la formació i adsorció d'altres espècies, i s'ha demostrat que no hi ha unió sense acció prèvia de l'oxigen. **Amb tot això es considera que la reacció entre el xantat i el mineral sulfurat oxidat de superfície és l'intercanvi iònic.** Un alt grau d'oxidació de superfície amb formació de sulfats reaccionen amb el xantat i escamen el mineral i impedeixen la flotació.

Els xantats etílics són col·lectors dèbils de l'esfalerita, però la substitució del zinc a la xarxa cristal·lina pel coure millora la flotació.

Els xantats no tenen acció col·lectora, ni sobre òxids, silicats o aluminosilicats, lo que fa molt selectiva la flotació de sulfurs.

Es descomponen en mitja àcids i valors alts de pH, de manera que el pH de treball ha de ser lleugerament alcalí.



FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR

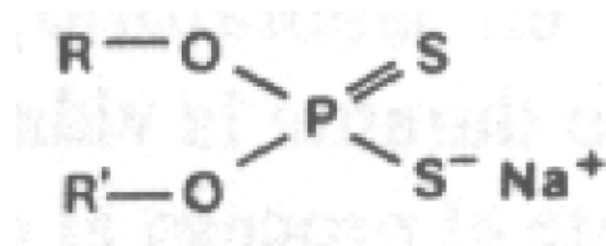
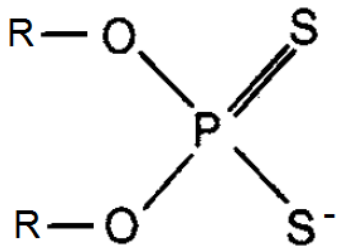
Ditiofosfats

Són comparativament dèbils però donen bons resultats amb els xantats.

Mecanisme: formació d'un producte d'oxidació del ditiofosfat que és que s'adsorbeix a la superfície del mineral.

Per això cal la presència d'oxigen o agent oxidant per a la flotació. Fortes condicions oxidants són contraproductes degut a la oxidació del mineral que impedeix la seva adsorció.

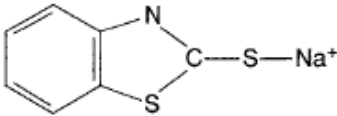
Dithiophosphates



Dialquil ditiofosfato

FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR

Table 12.2 Common thiol collectors and their uses

<i>Reagent</i>	<i>Formula</i>	<i>pH range</i>	<i>Main uses</i>	<i>References</i>
<i>O</i> -alkyl dithiocarbonates (Xanthates)	$\begin{array}{c} \text{R}-\text{O}-\text{C} \begin{array}{l} \text{=S} \\ \text{-S}^--\text{K}^+ \end{array} \\ \text{(or Na}^+\text{)} \end{array}$	8–13	Flotation of sulphides, oxidised minerals such as malachite, cerussite, and elemental metals	Leja (1982); Rao (1971)
Dialkyl dithiophosphates (Aerofloats)	$\begin{array}{c} \text{R}-\text{O} \quad \text{S} \\ \quad \quad \text{=P} \\ \text{R}-\text{O} \quad \text{S}^--\text{K}^+ \\ \text{(or Na}^+\text{)} \end{array}$	4–12	Selective flotation of copper and zinc sulphides from galena	Mingione (1984)
Dialkyl dithiocarbamate	$\begin{array}{c} \text{R} \quad \text{S} \\ \quad \quad \text{=C} \\ \text{R}-\text{N} \quad \text{S}^--\text{K}^+ \\ \text{(or Na}^+\text{)} \end{array}$	5–12	Similar properties to xanthates, but more expensive	Jiwu et al. (1984)
Isopropyl thionocarbamate (Minerec 1661/Z-200)	$\begin{array}{c} \text{S} \\ \quad \quad \text{=C} \\ (\text{CH}_3)_2\text{CH}-\text{O}-\text{C}-\text{N} \begin{array}{l} \text{H} \\ \text{C}_2\text{H}_5 \end{array} \end{array}$	4–9	Selective flotation of copper sulphides from pyrite	Ackerman et al. (1984)
Mercaptobenzothiazole (R404/425)		4–9	Flotation of tarnished or oxidised lead and copper minerals. Floats pyrite at pH 4–5	Fuerstenau and Raghavan (1986)



FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR



**UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH**

Campus d'Excel·lència Internacional

FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR

COL·LECTORS CATIÒNICS

A diferència dels aniònics, és que el catió produeix la repulsió de l'aigua al ser no polar. Els anions són normalment halurs i algunes vegades hidroxils (figura amina).

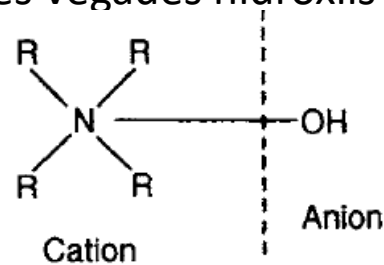


Figure 12.10 Cationic amine collector

S'adsorbeixen a la superfície del mineral degut a l'atracció electrostàtica entre el cap polar del col·lector i la doble capa carregada elèctricament de la superfície del mineral. Aquestes forces d'adsorció són més dèbil que el cas dels col·lectors aniònics.

Són col·lectors molt sensibles al pH del medi, més actius en solucions lleugerament àcides e inactius en solucions fortament alcalines i àcides.

S'utilitzen per flotar: òxids, carbonats y metalls de les terres alcalines (barita, carnal·lita i silvita).



FLOTATION REAGENTS: COLLECTOR

	Reactivo	Fórmula
CATIÓNICOS	Amina primaria	$\begin{array}{c} R \\ \diagdown \\ N \\ \diagup \\ H \end{array} \begin{array}{c} H \\ \diagup \\ \\ \diagdown \\ H^+ Cl^- \end{array}$
	Amina cuaternaria	$\begin{array}{c} R'' \\ \diagdown \\ N \\ \diagup \\ R' \end{array} \begin{array}{c} R''' \\ \diagup \\ \\ \diagdown \\ R^+ Cl^- \end{array}$

	Reactivo	Fórmula
ANIÓNICOS	Alquilmercaptano	$R-SH$
	Alquil ditiocarbonato (Xantato)	$R-O-C \begin{array}{l} \diagup S \\ \diagdown S^- Na^+ \end{array}$
	Diaquil disulfuro (Dixantógeno)	$R-O-C \begin{array}{l} \diagup S \\ \diagdown S-S-C-O-R' \end{array}$
	Formiatos de xantógeno	$R-O-C \begin{array}{l} \diagup S \\ \diagdown S \end{array} -C(=O)-O-R'$
	Diaquil ditiocarbamato	$\begin{array}{c} R' \\ \diagdown \\ N \\ \diagup \\ R \end{array} -C \begin{array}{l} \diagup S \\ \diagdown S^- Na^+ \end{array}$
	Diaquil tionocarbamato	$R-O-C \begin{array}{l} \diagup S \\ \diagdown N \end{array} \begin{array}{c} H \\ \diagup \\ \\ \diagdown \\ R' \end{array}$
	Tiocarbàniluro	$\begin{array}{c} S \\ \parallel \\ N \end{array} \begin{array}{c} \diagup \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{c} \text{C} \\ \parallel \\ N \end{array} \begin{array}{c} \diagup \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{c} \text{C}_6\text{H}_5 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{array}$
	Mercaptobenzotiazolo	$\begin{array}{c} N \\ \parallel \\ S \end{array} \begin{array}{c} \diagup \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{c} \text{C} \\ \parallel \\ O \end{array} -S^- Na^+$
	Diaquil ditiiofosfato	$R-O-P \begin{array}{l} \diagup S \\ \diagdown S^- Na^+ \end{array}$
	Carboxilato (àcid graso)	$R-C(=O)-O^- H^+$
	Alquilulfato	$R-O-S(=O)(OH)-O^- H^+$
	Alquil aril sulfonato (sulfonato de petròleo)	$R-C_6H_4-S(=O)(OH)-O^- H^+$



FLOTATION REAGENTS: FROTHER

Els escumants són generalment reactius orgànics solubles en aigua que s'adsorbeixen a la interfase aire-aigua. Molècules heteropolars, amb un grup polar que dona solubilitat a l'aigua i un grup hidrocarbonat no polar.

Quan els escumants reaccionen amb l'aigua, els dipols d'aigua es combinen fàcilment amb els grups polars i els hidraten, però pràcticament no hi ha cap reacció amb el grup d'hidrocarburs no polars, la tendència és obligar aquesta última a la fase d'aire. D'aquesta manera, l'estructura heteropolar de la molècula de l'escumant condueix a la seva adsorció, és a dir, les molècules es concentren a la capa de superfície amb els grups no polars orientats cap a l'aire i els grups polars cap a l'aigua (figura 12.11).

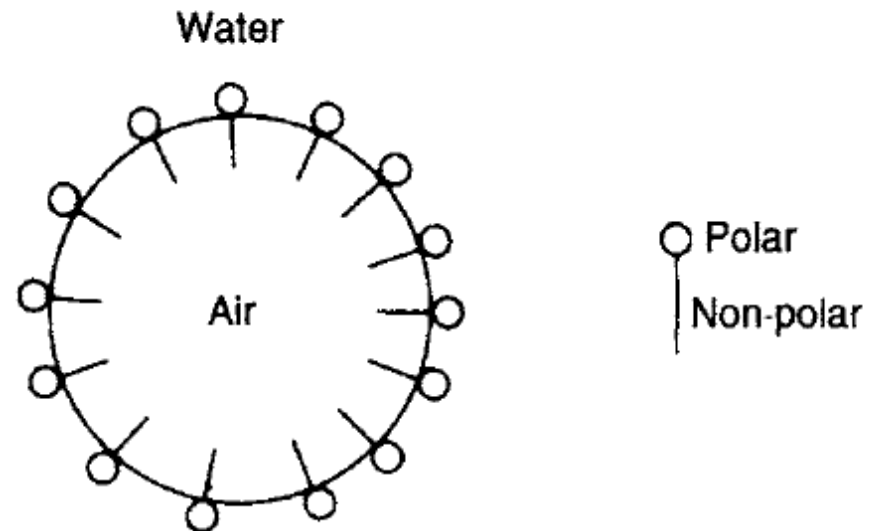


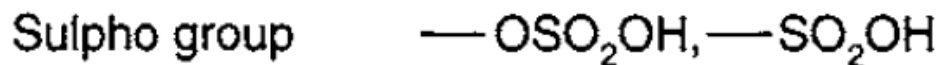
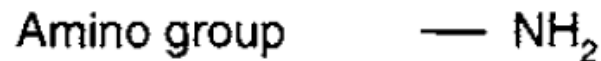
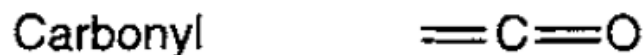
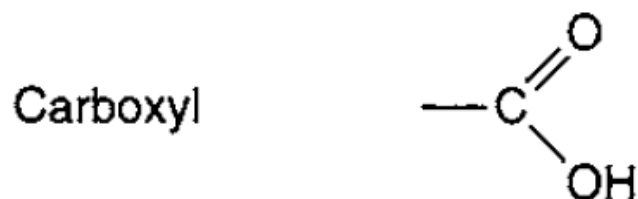
Figure 12.11 Action of the frother

FLOTATION REAGENTS: FROTHER

Característiques:

- Ser prou estable per formar una escuma sobre la fase líquida i per evitar la desintegració i el retorn de les partícules a la polpa abans que l'escuma sigui retirada de la cel·la.
- S'ha de desintegrament ràpidament una vegada retirada de la cel·la, per evitar problemes de bombeig i altres.
- No ser adsorbit a les partícules minerals i actuar com a col·lector, reduint la selectivitat del col·lector efectiu. Alguns col·lectors tenen propietats escumants (àcids grassos).

Són àcids, amines i alcohols. Els escumants més efectius inclouen en la seva composició algun dels següents grups funcionals:



FLOTATION REAGENTS: FROTHER

Dos tipus:

- Naturals: Alcohols aromàtics procedents de fonts naturals. **L'oli de pi**, que conté alcohols aromàtics (terpinol) és àmpliament utilitzat. El **cresol** (àcids cresílic) també s'utilitza molt.
- Sintètics: Són compostos més estables i composició química més controlada que ajuda a mantenir l'estabilitat de la planta. El carbinol isobutil metil (MIBC) i éters de poliglicol són molt efectius. Es venen sota noms tals com Dowfrith 250. Cyanamid R-65, Cytec Oreprep 549, Cytec Aerofroth 65 i Unión Carbide PG-400 per exemple.

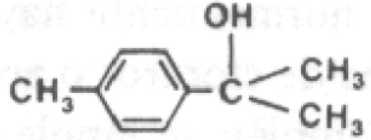
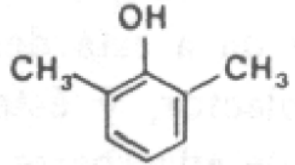
Reactivo	Fórmula
Eter glicol polipropileno i	$\text{CH}_3-(\text{O}-\text{C}_3\text{H}_6)_n-\text{OH}$
Metil isobutil carbinol (MIBC)	$\text{CH}_3-\underset{\text{CH}_3}{\text{CH}}-\text{CH}_2-\underset{\text{OH}}{\text{CH}}-\text{CH}_3$
Terpineol (Aceite de pino)	
Xilenol (Acido cresílico)	

Figura 16.8 Espumantes comunes para flotación.



FLOTATION REAGENTS: REGULATORS

Els reguladors o modificadors s'utilitzen per modificar l'acció del col·lector, ja sigui intensificant o reduint el seu efecte, d'aquesta manera fan més selectiva la seva acció de col·lector sobre els minerals.

Tipus:

- Activadors
- Depressors
- Reguladors de pH



FLOTATION REAGENTS: ACTIVATORS

Els activadors són espècies químiques que alteren la naturalesa química de la superfície del mineral per afavorir l'acció del col·lector sobre ella.

Cas: ACTIVACIÓ ESFARELITA

Mineral: Esfalerita

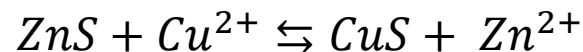
Col·lector: xantat

Activador: coure en solució

Descripció:

L'esfalerita no flota satisfactòriament amb el xantat, ja que el xantat de zinc és soluble en aigua i no proporciona la pel·lícula hidrofòbica a la partícula. Es pot millorar amb grans quantitats de xantat de cadena llarga, però una alternativa amb la que millora molt és amb ions de coure amb solució.

L'activació es produïda per la formació de molècules de sulfur de coure en superfície:



Aquest sulfur de coure de superfície reacciona ràpidament amb el xantat per formar un xantat de coure insoluble que fa hidrofòbica la superfície.

Especial atenció al procés, primer activació i després addicionar el col·lector.



FLOTATION REAGENTS: ACTIVATORS

Cas: ACTIVACIÓ CERUSITA, SMITHSONITA, AZURITA I MALAQUITA

Mineral: Òxids i carbonats de plom, zinc i coure (cerussita, smithsonita, atzurita i malaquita)

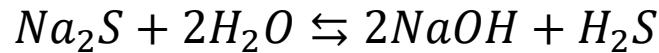
Col·lector: sulfhídric

Activador: sulfurs o hidrosulfur de sodi

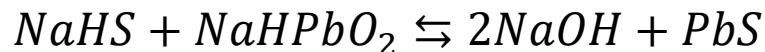
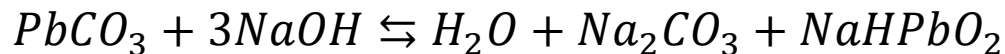
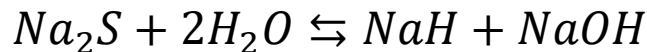
Descripció:

Aquest minerals no flota satisfactòriament amb els col·lectors sulfhídric i que en requereixen una quantitat extremadament alta.

L'activador sulfur de soli s'hidrolitza e solució i després es dissocia:



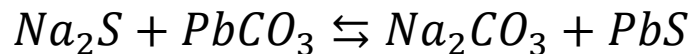
La constant de dissociació del H_2S és molt baixa i la del $NaOH$ és alta, per això la formació de OH^- augmenta ràpidament i el pH també. Els ions OH^- , HS^- i S^{2-} reaccionen amb la superfície del mineral, modificant-la i donant-li un recobriment superficial de pseudosulfur i permet la flotació pel col·lector sulfhídric. Pel cas de la cerussita seria:



Resumint:



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH



FLOTATION REAGENTS: DEPRESSANTS

S'utilitzen per incrementar la selectivitat de la flotació, tornant hidrofíliques superfícies de certs minerals i evitant la seva flotació. Alguns exemples:

Depressor: llots

Acció: el llot recobreix les partícules a flotar dificultant-la.

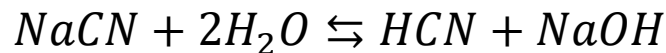
Correcció: agitació elimina llots de sobre les partícules netejant-les, o reactius químics com el silicat de sodi que activa i incrementa la càrrega a la doble capa elèctrica sobre la partícula eliminant els llots, actuant com a col·lector.

Depressor: cianurs

Minerals: flotació selectiva de menes de plom-zinc-coure coure-zinc.

Acció: deprimeix l'esfalerita, pirita i certs sulfurs de coure, agafant el coure de la superfície amb la formació de complexos solubles de cianur.

ATENCIÓ: Possible formació de HCN (àcid cianhídric) molt tòxic i mortal. S'ha de treballar a pH alcalins que forcen la reacció cap a l'esquerra i eviten la formació de HCN:



FLOTATION REAGENTS: DEPRESSANTS

Depressor: dicromat de potassi ($K_2Cr_2O_7$)

Minerals: flotació selectiva de menes de plom-coure.

Acció: deprimeix la galena, per l'acció depressiva dels anions CrO_4^{2-} que reaccionen a la superfície de la galena produint dicromat de plom insoluble que augmenta característica hidrofílica de la superfície evitant la flotació.

Depressor: midó, “quebracho” (fusta dura), dextrina i tanino.

Minerals: Talc, calcita i grafit

Acció: S'utilitzen en petites quantitats. Formen partícules col·loïdals que es depositen sobre les partícules a flotar dificultant-la. No són gaire selectius.



FLOTATION REAGENTS: pH REGULATORS

Resulta clar que el pH de la solució és molt important i complex en la flotació, i en la pràctica permet la flotació i la selectivitat.

La majoria de col·lectors treballen en condicions alcalines.

L'alcalinitat es controla normalment mitjançant l'addició de **calç**, **carbonat de sodi** (cendra de sosa) i en menor mesura amb **hidròxid sòdic o amoníac**. S'utilitzen **àcids sulfúrics o sulfurós** quant es requereix una disminució del pH.

Aquests productes químics s'utilitzen sovint en quantitats molt significatives en gairebé totes les operacions de flotació. Encara que són més econòmics que els col·lectors i els escumants, el cost és generalment més alt dels reguladors de pH per tona de mineral tractat que el de qualsevol altra substància química de processament. Per exemple, el cost de la calç en la flotació de sulfur mineral és aproximadament el doble que el cost del col·lector utilitzat, de manera que es poden aconseguir estalvis de costos operatius significatius mitjançant l'elecció i l'ús adequats dels reguladors de pH.



FLOTACIÓ DE SULFURS

Els aspectes químics de la flotació de sulfurs els dividim en dues parts:

- Adsorció del col·lector.
- Activadors i depressor per millorar la selectivitat.



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Campus d'Excel·lència Internacional

FLUTACIÓ DE SULFURS: ADSORCIÓ DEL COL·LECTOR

S'accepta que hi ha dos mecanismes pels que s'adsorbeix el col·lector als minerals sulfurats.

- Un és el químic, que es tradueix en la presentació de xantat metàl·lic (o altre ió col·lector) **quimiadsorbit** a la superfície del mineral (domina en minerals: galena, calcopirita i esfalerita).
- L'altre mecanisme és l'**electroquímic**, i dona un producte d'oxidació que és l'espècie adsorbida a la superfície del mineral (domina en minerals: pirita, arsenopirita i pirrotina).

Added to grinding circuit:—

Soda ash or lime	2-6	lb. per ton.
Thio-carbanilide, if required	0.05-0.10	„ „
Coal-tar creosote, if required	0.05-0.20	„ „
Aerofloat, if xanthates not used	0.05-0.15	„ „

Added to lead conditioner:—

Sodium cyanide	0.1-0.4	„ „
Zinc sulphate	0.3-1.2	„ „

Added to lead rougher:—

Cresylic acid or pine oil	0.02-0.15	„ „
Xanthate reagents, if aerofloat not used	0.02-0.10	„ „

Added to zinc conditioner:—

Lime or soda ash	1-4	lb. per ton,
Copper sulphate (CuSO ₄ .5H ₂ O)	1-2	„ „

Added to zinc rougher:—

Pine oil or cresylic acid	0.05-0.15	„ „
Xanthate reagents	0.10-0.20	„ „
and/or		
Aerofloat	0.05-0.20	„ „
and/or		
Di-thio-phosphate (often added to zinc conditioner)	0.02-0.10	„ „

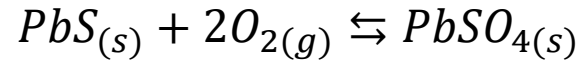


FLOTACIÓ DE SULFURS: ADSORCIÓ DEL COL·LECTOR

MECANISME DE QUIMIADSORCIÓ

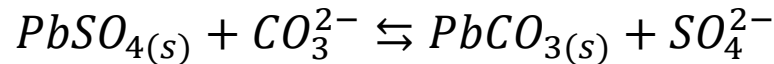
Segueix els següents passos (aplicat al cas de la galena):

1. Oxidació del sulfuro de la superfície a sulfat (o tiosulfat) per l'oxigen dissolt a la polpa:



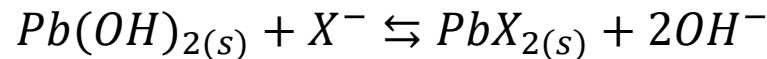
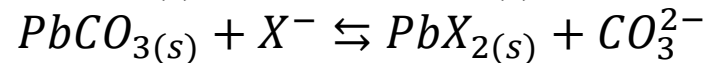
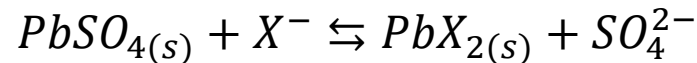
La constant d'equilibri d'aquesta reacció és 10^{126} , i la pressió parcial d'oxigen 10^{-63} atm, pel que la pressió 0,2 atm de la polpa és suficient.

2. Intercanvi d'ions a la superfície (ió sulfat per ió carbonat):



A les polpa airejades hi ha ions carbonats, i els productes de solubilitat demostren aquesta reacció.

3. Intercanvi de l'ió carbonat, sulfat o hidroxil (segons pH) pel ió xantat (indicat com X):



Com el xantat de plom és més estable que el carbonat o el sulfat de plom, es forma el xantat de plom.

4. Precipitació global del xantat de plom a la superfície del mineral.

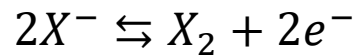


FLOTACIÓ DE SULFURS: ADSORCIÓ DEL COL·LECTOR

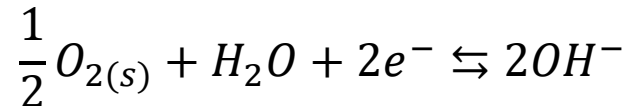
MECANISME D'OXIDACIÓ ELECTROQUÍMICA

Si un mineral és conductor (sulfurs), i està en solució aquosa, hi ha un potencial sobre ell que s'anomena "POTENCIAL DE REPÒS". Sobre el sòlid hi ha dues reaccions electroquímiques

1. Oxidació anòdica de l'ió xantat:

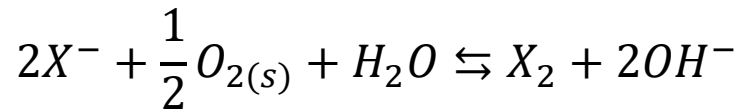


2. Reducció catòdica de l'oxigen adsorbit a la superfície del mineral:



Aquest intercanvi es fa a través del mineral sulfurós.

La reacció global és:



i es pot trobar el **potencial reversible o que fa reversible aquesta reacció**.

Si:

Potencial reversible > potencial de repòs: és xantat metàl·lic és l'espècie d'adsorció.

Potencial reversible < potencial de repòs: és formarà el dixantogen (X_2)



FLOTACIÓ DE SULFURS: SELECTIVITAT

El més normal es troba barreges de sulfurs metàl·lics a les formacions geològiques.

La selectivitat es possible quant un s'adsorbeix al col·lector i altres no poden.

Figura 16.9: **corbes crítiques de pH o corbes d'angle de contacte.** *La flotació és possible a l'esquerra de cada corba. A mida que el pH és més alt més selectivitat.*

A pH = 11, no es possible flotar res.

A pH = 9, podem flotar calcopirita.

A pH = 6, podem flotar calcopirita i galena.

A pH = 3, flota tot.

El pH és una bona eina per la selectivitat, però no sempre és l'única ni la millor.

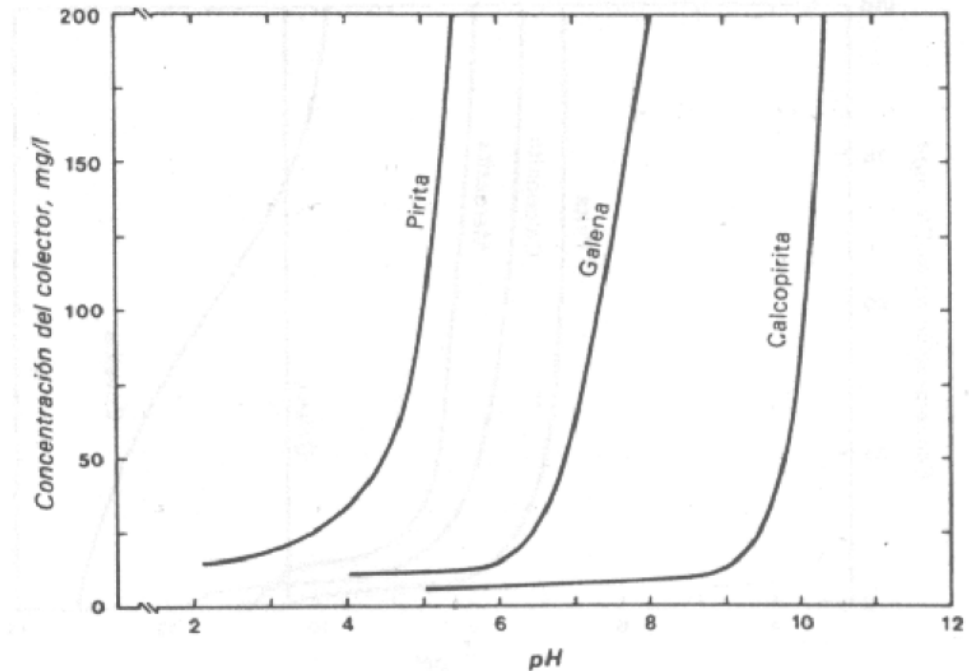


Figura 16.9 Curvas críticas de pH para flotación con dietil-ditiofosfato de sodio como colector. La flotación es posible a la izquierda de las curvas. (Según Wark y Cox,⁶¹)

FLOTACIÓ DE SULFURS: SELECTIVITAT

Un altre sistema per a la selectivitat és el de l'ió en competència.

Figures 10.10 i 16.11. Corbes crítiques de pH o angle de contacte pel cas d'utilitzar com a depressor ions cianur i ions de sulfur respectivament. *La flotació és possible a l'esquerra de cada corba.*

Si augmenta la concentració de l'ió en competència (cianur o sulfur) les corbes es mouen cap a l'esquerra reduint la flotabilitat.

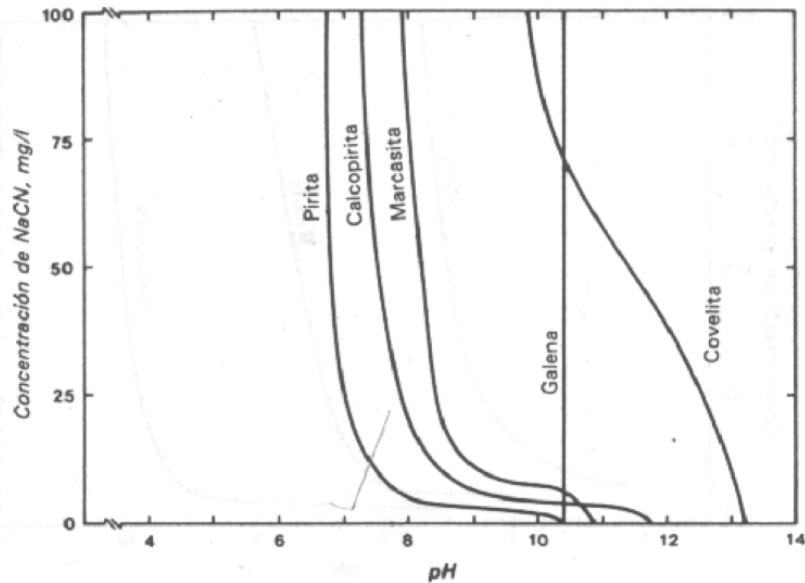


Figura 16.10 Curvas críticas de pH para flotación con xantato etílico de potasio (25 mg/l) en presencia de cianuro de sodio. La flotación es posible a la izquierda de las curvas. (Según Sutherland y Wark,²)

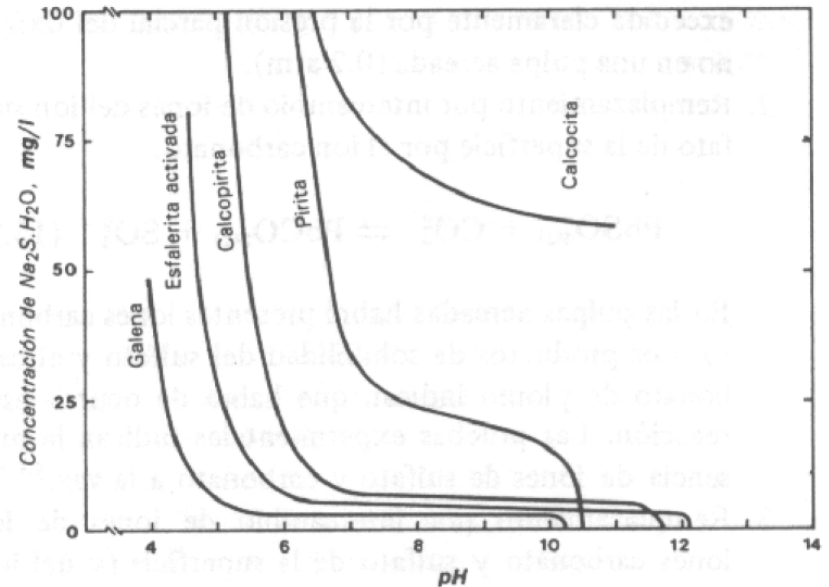


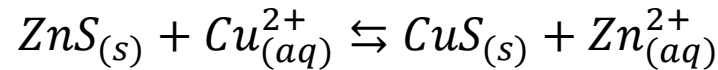
Figura 16.11 Curvas críticas de pH para flotación con xantato etílico de potasio (25 mg/l) en presencia de sulfuro de sodio. La flotación es posible a la izquierda de las curvas. (Según Wark y Cox,⁶¹)



FLOTACIÓ DE SULFURS: SELECTIVITAT

Un altre sistema per a la selectivitat és per **activació o control d'activació**.

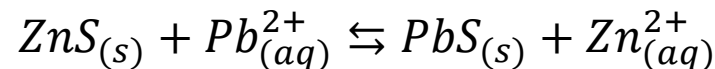
Aquest sistema és important per la flotació d'esfalerita amb col·lector de tiol. L'activació passa per substitució a la superfície de l'esfalerita per sulfurs metàl·lics més estables, tal com coure, segons la reacció:



Aquesta reacció és possible a la superfície i fa possible la flotació de l'esfalerita, convertint la superfície com una altre mineral (covel·lita) que és adsorbit pel col·lector fàcilment.

Per aconseguir això s'afegeix sulfat de coure a la solució que és la font dels ions d'activació.

En minerals plom-zinc, l'activació ve d'ions de plom, de manera que si afegim sulfat de zinc, desactivem la flotació de l'esfalerita (reacció va cap a l'esquerra):



FLOTACIÓ DE SULFURS: exemple

Pel cas d'un mineral de sulfurs barrejat de galena (PbS), esfalerita (ZnS), calcopirita (CuFeS₂), i pirita (FeS), amb carbonats i silicats, que poden tenir la composició típica: 1% de Cu, 4% Fe, 6% Pb i 10% Zn.

Els col·lectors utilitzats són xantats, els quals són susceptibles d'hidrofobar la superfície mitjançant quimisorció.

Aquesta hidrofobació depèn de la càrrega superficial i per tant del pH, que permet separar els minerals. Per altra banda, l'efecte pot inhibir-se amb una substància que tendeix a formar complexos com el cianur, o formar oxigen com el dicromat.

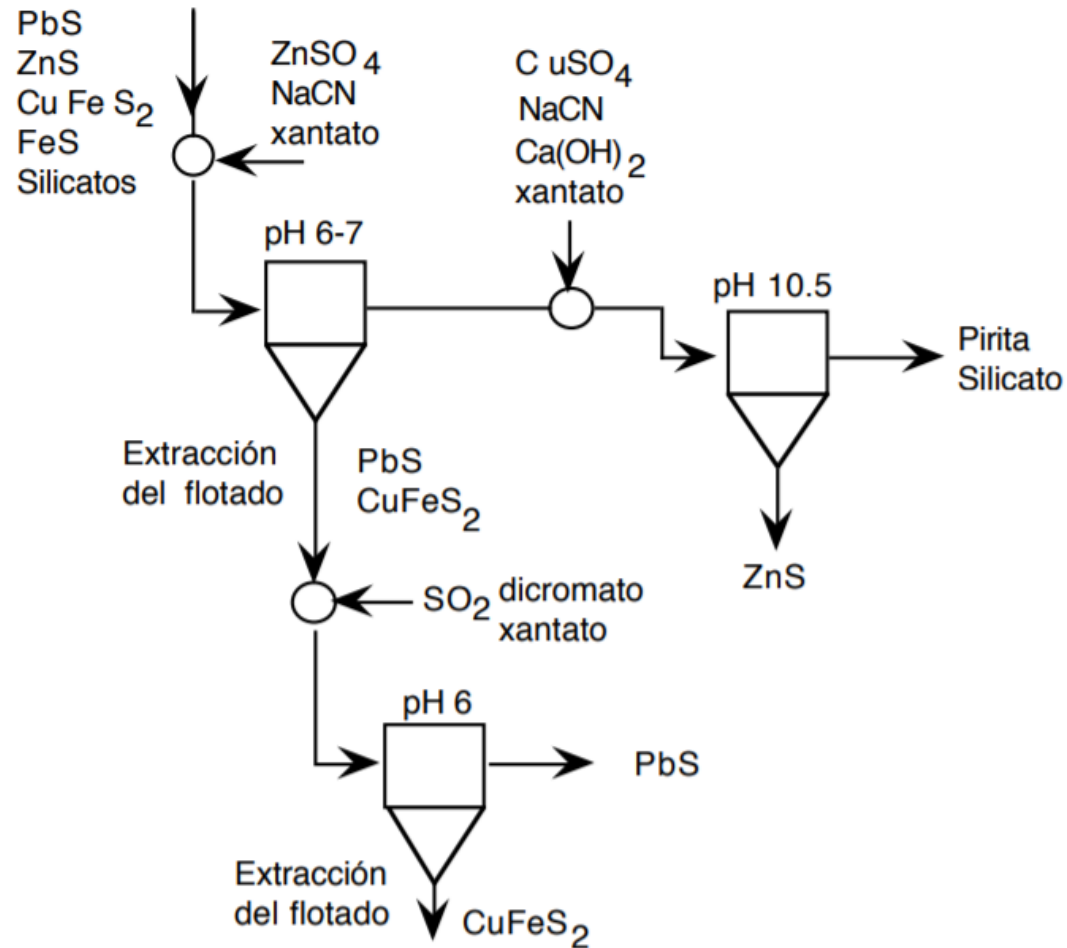


Figura 11 : Separación del cobre y del zinc de un sulfuro complejo

FLOTACIÓ D'ÒXIDS I SILICATS

Un ampla gama de minerals d'òxids i silicats es separen per flotació utilitzant tant col·lectors aniònics com catiònics.

Adsorció del col·lector

Tant els catiònics com els aniònics són adsorbits per adsorció física o electrostàticament o per quimiadsorció (col·lectors aniònics). Els col·lectors han de tenir 10 o més àtoms de carboni a la cadena d'hidrocarbur perquè es formin les hemi-micel·les i la flotació sigui efectiva.

Per a la quimiadsorció, hi ha d'haver complexos hidroxílics dels ions metàl·lics a la superfície del mineral.

Selectivitat

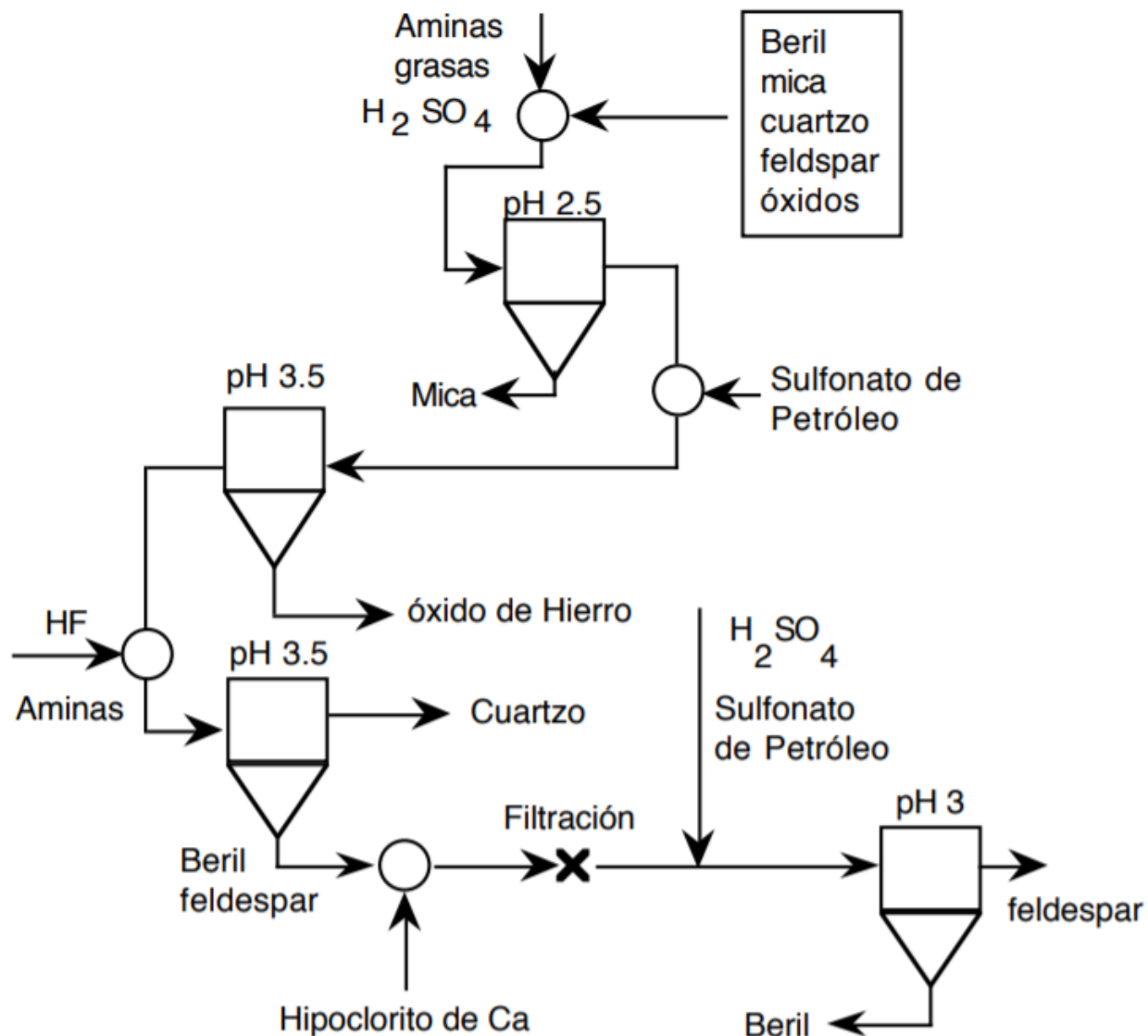
Si l'adsorció és electrostàtica hi ha competència entre els ions del col·lector i els ions inorgànics de la solució.

L'ió fluorur s'utilitza per l'activació dels silicats a la flotació i el midó, la dextrina, el tanino i el "quebracho" com a depressors.



FLOTACIÓ D'ÒXIDS I SILICATS

Un exemple és la flotació de pegmatita per separar el beril ($\text{Be}_3\text{Al}_2(\text{SiO}_3)_6$):



FLOTACIÓ DE SALS

Més solubilitat que els òxids i els silicats però menys que les sals solubles.

Hi ha minerals tals com apatita, scheelita, barita, fluorita (CaF_2), magnesita, calcita i gruix.

Són fàcils de separar d'òxids i silicats però molt difícil de separar entre ells, degut a que tenen propietats físiques i químiques semblants.

Apareixen mecanismes tant de quimiadsorció com atracció electrostàtica tant per col·lectors aniónics com catiónics.

Exemple: separació de fluorita de sulfat de bari.

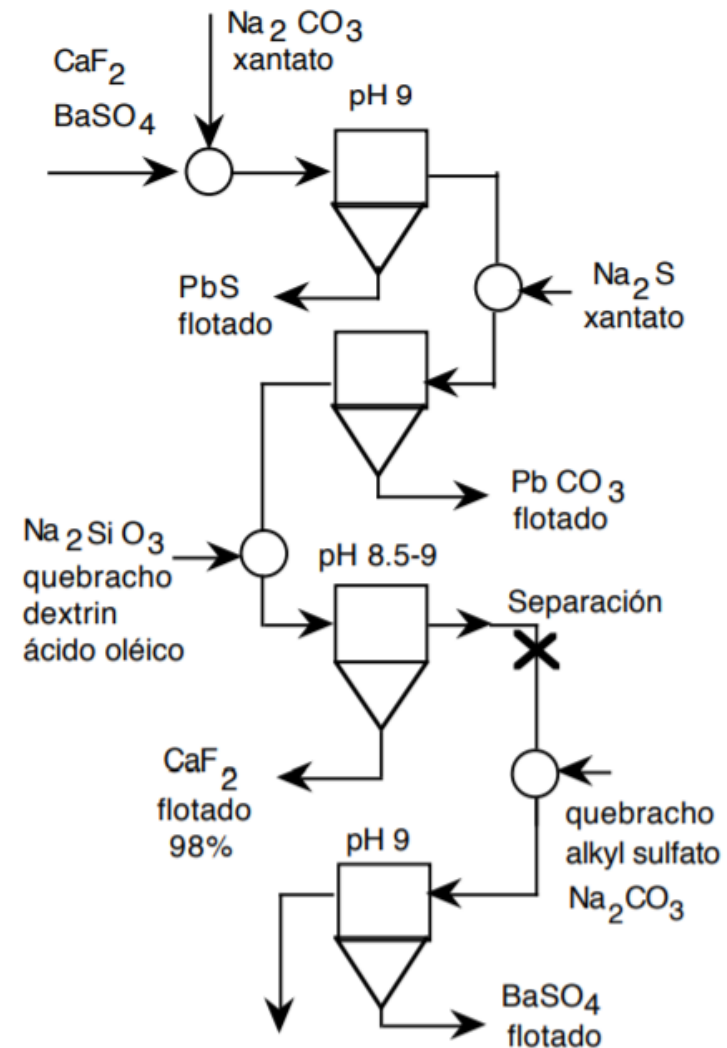


Figura 12 : Separación de fluorita y barita

FLOTACIÓ DE SALS SOLUBLES

La flotació de sals solubles com la halita (NaCl), silvinita (KCl), carnallita ($\text{KCl} \cdot \text{MgCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$) i kieserita ($\text{MgSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$) es realitza amb l'ús de col·lectors catiònics i aniònics a partir de les seves solucions saturades.

La flotació de minerals de sal solubles es realitza per separar una sal de les altres, així com per eliminar gangues que poden ser partícules fines d'alumini-silicats i altres minerals, com per exemple carbonats (dolomita). La separació de sals solubles sol estar basada en la seva càrrega superficial.



FLOTACIÓ DE SALS SOLUBLES

Es pot predir un signe de càrrega superficial de sals solubles mitjançant la teoria de la **hidratació d'ions** (taula 12.45).

Table 12.45. Sign of surface charge for selected soluble salts (after Miller et al., 1992)

Salt	Surface charge sign		Salt	Surface charge sign	
	measured	predicted*		measured	predicted*
LiF	+	+–	KBr	–	+
NaF	+	+	RbBr	–	+
KF	+	+	CsBr	+	+
RbF	+	+	LiI	–	–
CsF	+	+	NaI	–	–
LiCl	–	–	KI	+	
NaCl	+	–	RbI	–	–
KCl	–	+	CsI	+	+–
RbCl	+	+	NaI·2H ₂ O	+	
CsCl	+	+	K ₂ SO ₄	–**	
LiBr	–	–	Na ₂ SO ₄ ·10H ₂ O	–**	
NaBr	–	–	Na ₂ SO ₄	–**	

* Predicted from the ions hydration theory for ions in crystalline lattice (Miller et al., 1992).

** Hancer et al., 1997.

Per exemple, NaCl es carrega positivament mentre que el KCl és carregat negativament i, per tant, aquests minerals es poden separar per flotació utilitzant amines (en aquest cas, flotadors de KCl) o àcids grassos (per provocar la flotació de NaCl). Altres minerals tipus sal soluble també segueixen el mecanisme electrostàtic i la seva flotació amb amina es mostra a la figura 12.73.



FLOTACIÓ DE SALS SOLUBLES

El mecanisme de la interacció del col·lector en solucions salines no és ben conegut. Molt probablement no hi hagi un sol mecanisme de flotació. S'ha suposat que la flotació de KCl es produeix com a conseqüència de l'heterocoagulació del col·lector d'amina positivament carregat amb partícules KCl carregades negativament a concentracions superiors a la solubilitat d'amina, és a dir, quan l'amina en una solució aquosa està present en forma col·loïdal.

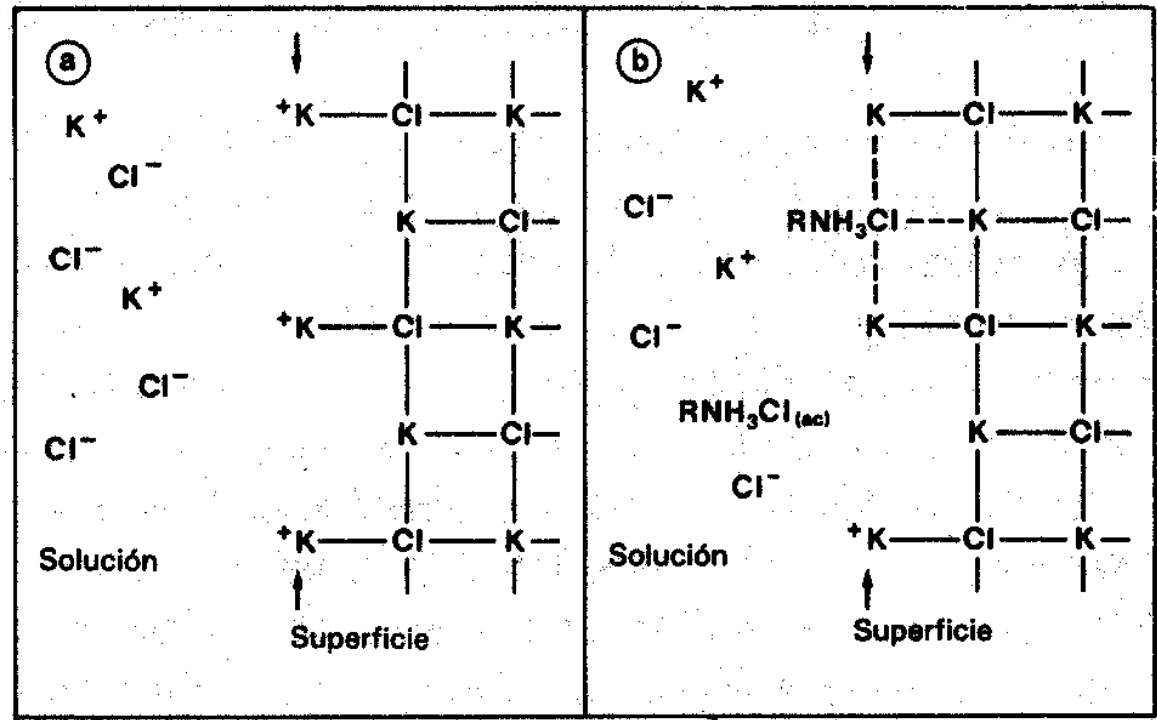


Figura 16.13 Superfície del cloruro de potasi (KCl) en *a*) absència i *b*) presència de un col·lector catiónic primari d'amina. (Según Roman y asociados, 74)

FLOTACIÓ DE SALS SOLUBLES

Un problema tècnic en la flotació de minerals solubles no és només la separació de diferents sals, sinó també l'eliminació de partícules de gangues fines. Les partícules fines no desitjades augmenten significativament el consum del col·lector, disminueixen la qualitat dels productes finals i estableixen perjudicialment l'escuma.

Reactius com:

- Carboximetilcel·lulosa (CMC)
- Poliacrilamides (PAM)
- Polímers naturals (midons o “starches”)

S'utilitzen com a depressors de partícules fines. Els reactius que deprimeixen partícules de gangues fines que s'apliquen en la flotació de sals solubles també s'anomenen “blindors”.

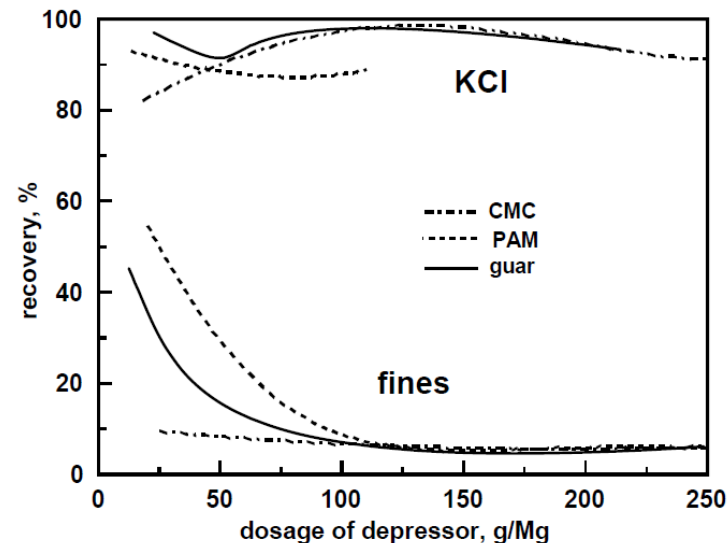
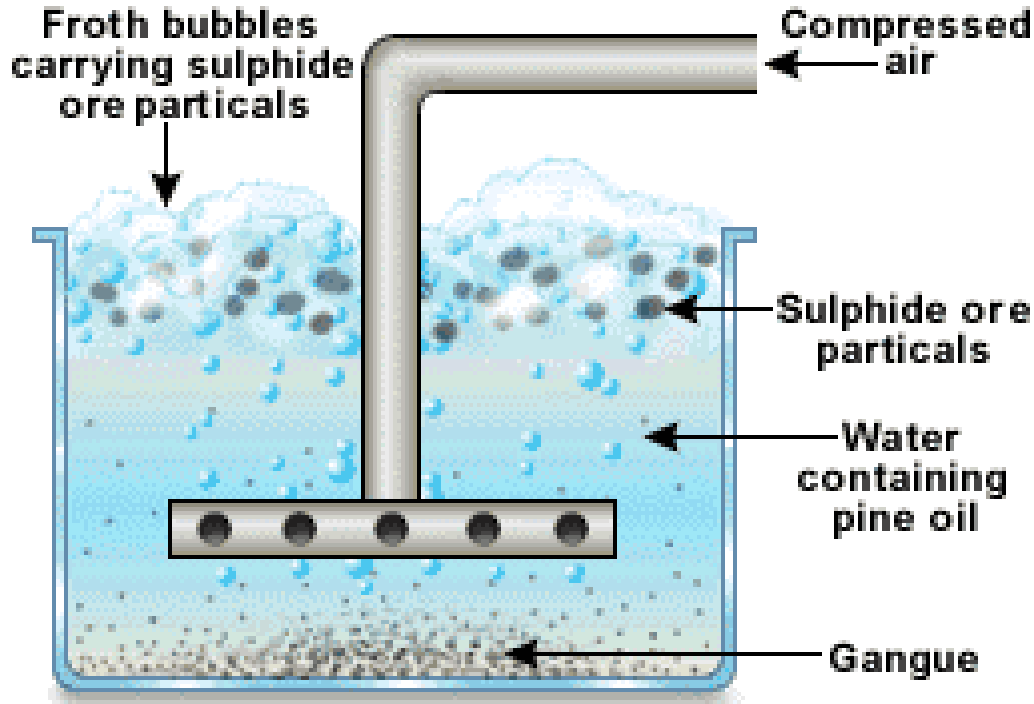
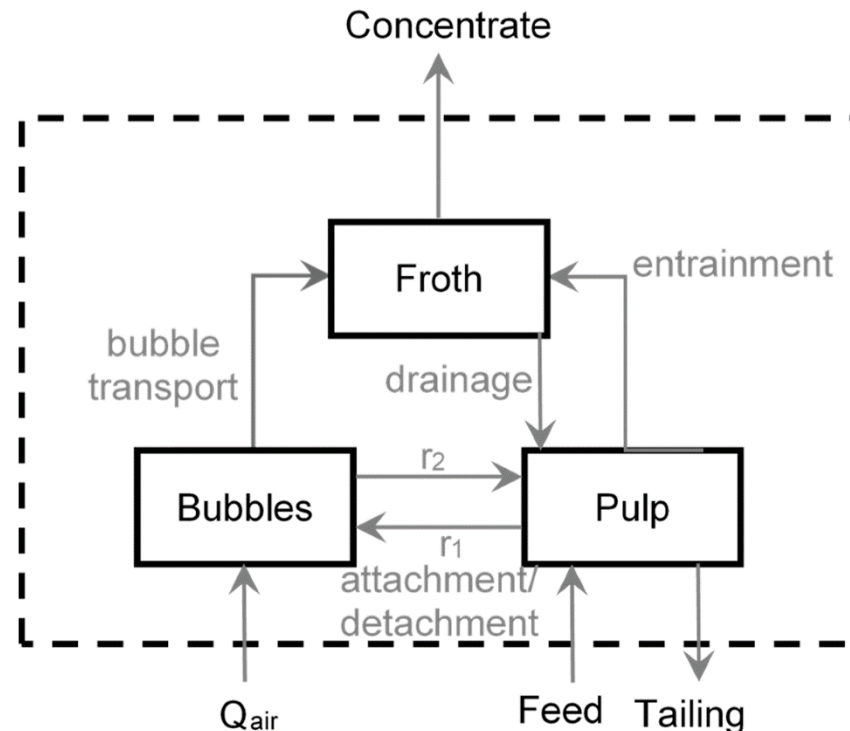


Fig. 12.74. Application of depressants for removing fines of gangue minerals during amine flotation of KCl (after Alonso and Laskowski, 1999). CMC denotes carboxymethylcellulose PAM - polyacrylamide of low molecular weight, while guar is a natural polysaccharide

FROTH FLOTATION MODEL



Froth flotation process for the concentration of sulphide ores.



FROTH FLOTATION MODEL

Condicions per a la flotació:

- Hi ha d'haver partícules hidrofòbiques.
- Partícules prou petites per estar en suspensió.
- Les partícules s'han d'adherir a les bombolles d'aire.
- Les partícules s'han de mantenir adherides a la bombolla.

Dins la cel·la de flotació hi ha dues fases:

- Fase densa o líquida
- Fase escuma

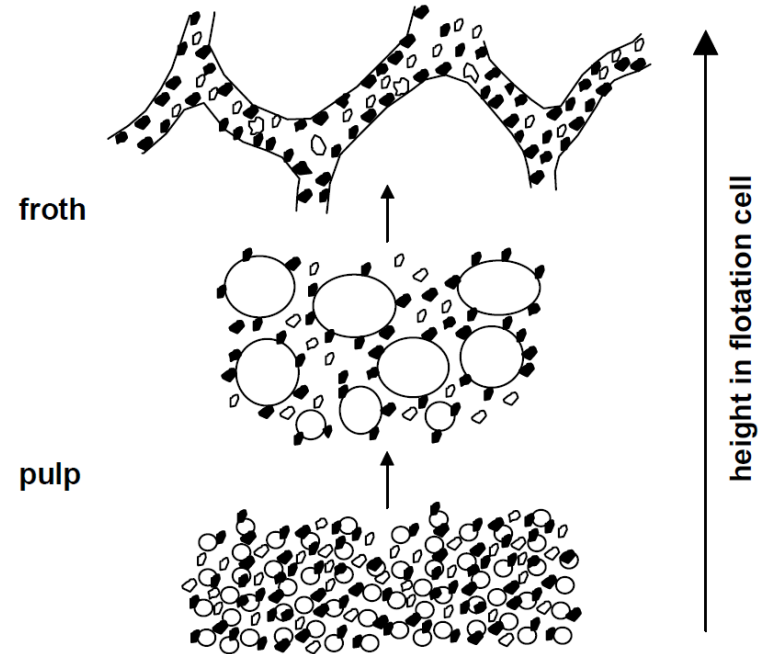


Fig. 12.41. Froth and change of its structure with the position in the flotation cell. Not to scale.

FROTH FLOTATION MODEL

Les partícules poden estar com:

- Suspeses a la fase líquida o densa.
- Adherides a la bombolla d'aire.
- Adherides a la fase escuma
- Suspeses a la fase escuma, al líquid entre les bombolles (zones de Plateau i canals).

Les bombolles al pujar a la fase escuma adquireixen formes més poligonals.

Les partícules a les zones de Plateau o als canals poden tornar a la fase líquida o densa.

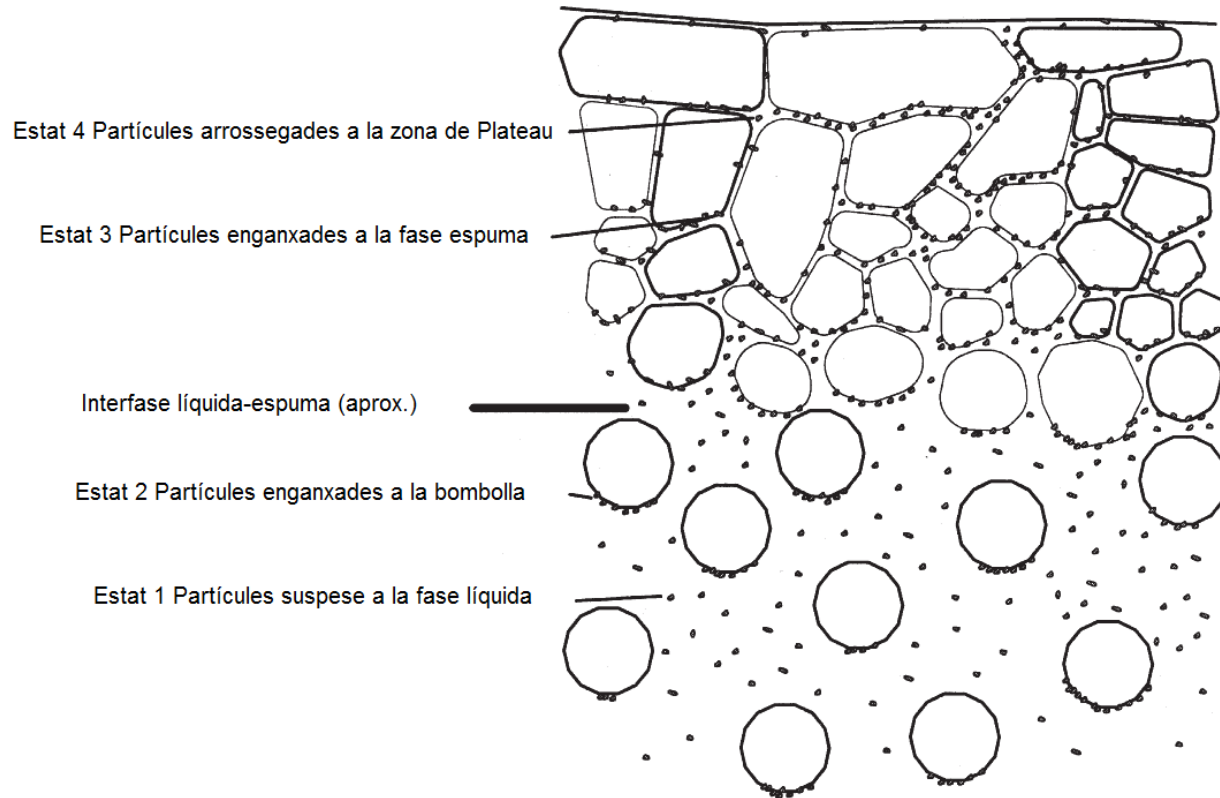


Figure 9.1 Four states in which particles exist in a flotation cell



FROTH FLOTATION MODEL

The kinetic model for flotation is based on the following simple principle:

“A single bubble rising upward through the pulp phase will collide with suspended particles and some of these particles will attach to the bubble surface and will travel upward with the bubble”.

The rate at which bubbles collide with particles depends on the size of the bubbles and the size of the particles, their relative velocities, and the concentration of particles in the pulp.

The number of particles that can collide with the bubble can be calculated in the following way:

$$\text{Collisions number with particles } ij = \frac{\pi}{4} (D_{bh} + d_{pi})^2 (U_b + v_{Tij}) C_{ij}$$

D_{bh} the bubble diameter projected on to the horizontal plane

d_{pi} is a particle size

U_b is the local rise velocity of the bubble

v_{Tij} is the free fall velocity of the particle

C_{ij} is the concentration of the particles ij in the pulp phase



FROTH FLOTATION MODEL

The rate of transfer of particles from the pulp phase to the bubble phase (transitions from state 1 to state 2 in Figure 9.1) is given by

Ideal rate of transfer = number of potential collisions × number of bubbles/unit volume

$$\text{Ideal rate of transfer} = \frac{\pi}{4} (D_{bh} + d_{pi})^2 (U_b + v_{Tij}) C_{ij} \frac{G_v \tau_b}{\frac{\pi}{6} D_{be}^3} \left[\frac{kg}{s \text{ m}^3 \text{ of cell}} \right]$$

D_{be} is the effective spherical diameter of the bubble

G_v is the specific aeration in $m^3 \text{ air/s } m^3 \text{ cell}$

τ_b is the average bubble residence time in the cell



FROTH FLOTATION MODEL

In a real flotation cell, this ideal rate of transfer is never achieved because not all of the potential collisions actually occur and, of those that do occur, not all are successful in achieving adhesion between the bubble and the particle. The ideal rate is accordingly modified to reflect these inefficiencies

$$\text{Rate of transfer} = \frac{3}{2} (D_{be} + d_{pi})^2 (U_b + v_{Tij}) C_{ij} \frac{G_v \tau_b}{D_{be}^3} E_{Cij} E_{Aij} (1 - E_{Dij}) \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s m}^3 \text{ of cell}} \right]$$

E_{Cij} is the fraction of particles that are in the path of the bubble which actually collide with it.

E_{Aij} is the fraction of bubble-particle collisions that lead to successful attachment.

E_{Dij} is the fraction of particles of type ij that are detached from the bubble during the time that it takes the bubble to rise through the pulp phase.

The development of a quantitative kinetic model for the flotation process starts with models for E_{Cij} , E_{Aij} , and E_{Dij} .

