

PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL

**Unidad 3:
Lámina planoparalela y prismas**

Jaume Escofet

Uso de este material

Copyright  2011 by Jaume Escofet

El autor autoriza la distribución de la versión electrónica de **Problemas de  ptica Geométrica e Instrumental. Unidad 3: Lámina planoparalela y prismas** sin previo consentimiento del mismo siempre que se haga de forma gratuita. Se prohíben expresamente la venta, distribución, comunicación pública y alteración del contenido. Por versión electrónica se entiende exclusivamente el archivo en formato PDF; las versiones impresas est n sujetas a los usos definidos en la Ley de la Propiedad Intelectual o los acuerdos que puedan tomarse con el autor. El permiso sobre el uso del archivo en formato PDF incluye la realización de una copia impresa para uso exclusivamente personal. Se prohíbe también el paso del archivo electrónico a otro formato a excepción de aquéllos que permitan la compresión, facilitando así su almacenamiento. El autor se reserva el derecho de modificar el contenido tanto textual como de gráficos e imágenes sin necesidad de especificar versiones de trabajo y sin previo aviso por ningún medio.

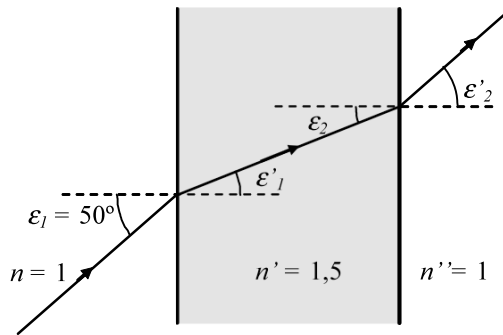
Terrassa, Septiembre de 2011.

UNIDAD 3. PROBLEMAS

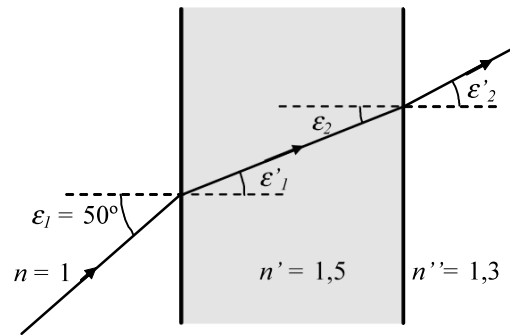
1. Sean las láminas planoparalelas de las figuras adjuntas. Un rayo de luz incide en la primera cara formando un ángulo de 50° con la normal. Determina en cada caso:

a) Los ángulos ε'_1 , ε_2 y ε'_2

b) La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.



(a)



(b)

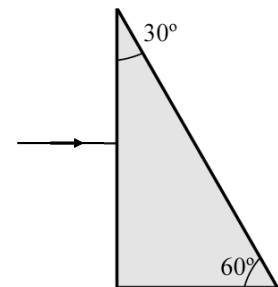
R/ Figura a) a) $\varepsilon'_1 = 30,7^\circ$, $\varepsilon_2 = 30,7^\circ$, $\varepsilon'_2 = 50^\circ$; b) $\delta = 0^\circ$.

Figura b) a) $\varepsilon'_1 = 30,7^\circ$, $\varepsilon_2 = 30,7^\circ$, $\varepsilon'_2 = 36,1^\circ$; b) $\delta = 13,9^\circ$.

2. Sea el prisma de vidrio de la figura, sumergido en aire, cuyo índice de refracción es $n = 1,5$. Un rayo de luz incide perpendicularmente a la primera cara. Determina:

a) Los ángulos ε'_1 , ε'_2 , ε_2 y ε'_2 que determina el rayo de luz en su trayectoria.

b) La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.

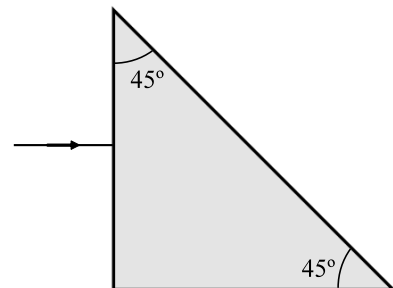


R/ $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 = 0^\circ$; $\varepsilon_2 = 30^\circ$, $\varepsilon'_2 = 48,6^\circ$; b) $\delta = 18,6^\circ$.

3. Sea el prisma de vidrio de la figura, sumergido en aire, cuyo índice de refracción es $n = 1,5$. Un rayo de luz incide perpendicularmente a la primera cara. Determina:

a) Los ángulos ε'_1 , ε'_2 , ε_2 y ε'_2 que determina el rayo de luz en su trayectoria.

b) La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.

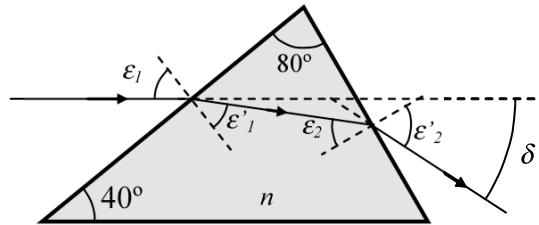


R/ $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 = 0^\circ$; $\varepsilon_2 = 45^\circ$, $\varepsilon'_2 = 45^\circ$; b) $\delta = 90^\circ$.

4. Sea el prisma de índice $n = 1,3$ sumergido en aire. Un rayo de luz incidente, paralelo a la base del prisma, recorre la trayectoria que se indica en la figura. Determina:

a) Los ángulos $\varepsilon_1, \varepsilon_1', \varepsilon_2, \varepsilon_2'$

b) La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.

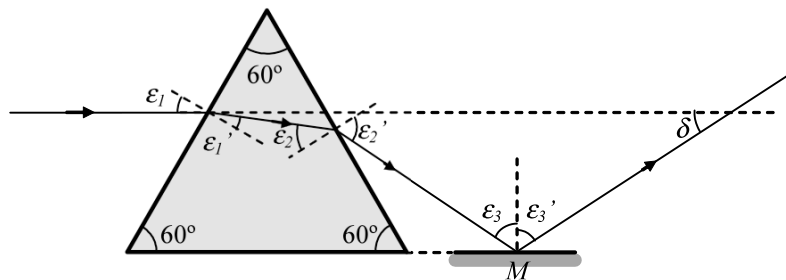


R/ a) $\varepsilon_1 = 50^\circ; \varepsilon_1' = 36,1^\circ; \varepsilon_2 = 43,9^\circ; \varepsilon_2' = 64,3^\circ$; b) $\delta = 34,3^\circ$.

5. Un rayo de luz incide paralelo a la base de un prisma equilátero de índice $n = 1,5$. A la salida del prisma dicho rayo se refleja en un espejo plano, paralelo a la base del prisma, según se muestra en la figura. Determina:

a) Los ángulos $\varepsilon_1, \varepsilon_1', \varepsilon_2, \varepsilon_2', \varepsilon_3, \varepsilon_3'$

b) La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.

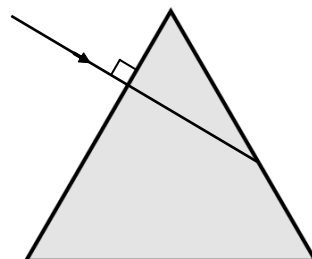


R/ $\varepsilon_1 = 30^\circ; \varepsilon_1' = 19,5^\circ; \varepsilon_2 = 40,5^\circ; \varepsilon_2' = 76,9^\circ; \varepsilon_3 = 43,1^\circ; \varepsilon_3' = 43,1^\circ; \delta = 46,9^\circ$.

6. Un rayo de luz incide perpendicular a la primera cara de un prisma equilátero de índice $n = 1,5$ sumergido en aire. Determina:

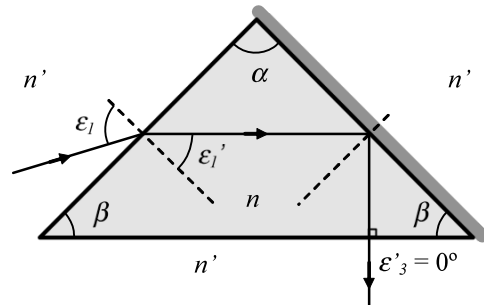
a) Los ángulos $\varepsilon_1, \varepsilon_1', \varepsilon_2, \varepsilon_2', \varepsilon_3$ y ε_3' .

b) La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.



R/ a) $\varepsilon_1 = 0^\circ, \varepsilon_1' = 0^\circ, \varepsilon_2 = 60^\circ, \varepsilon_2' = 60^\circ, \varepsilon_3 = 0^\circ, \varepsilon_3' = 0^\circ$; b) $\delta = 60^\circ$.

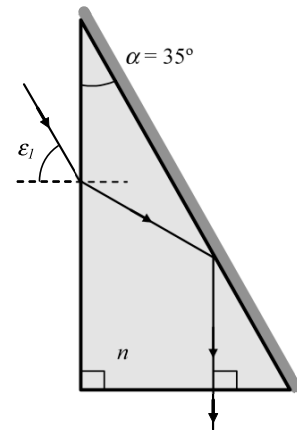
7. Sea el prisma isosceles de la figura, sumergido en agua ($n' = 4/3$), con $\alpha = 90^\circ$, índice de refracción $n = 1,75$ y con una de sus superficies espejada. Un rayo de luz incide en el prisma de manera que el rayo emergente se propaga en dirección perpendicular a la base del prisma. Determina:



- Los ángulos ϵ_1 , ϵ_1' , ϵ_2 y ϵ_2' .
- La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.
- El valor máximo del ángulo β para que se produzca reflexión total en la segunda cara.

R/ a) $\epsilon_2 = 45^\circ = \epsilon_2'$; $\epsilon_1' = 45^\circ$; $\epsilon_1 = 67,3^\circ$; b) $\delta = 67,7^\circ$; c) $\beta \leq 40,4^\circ$.

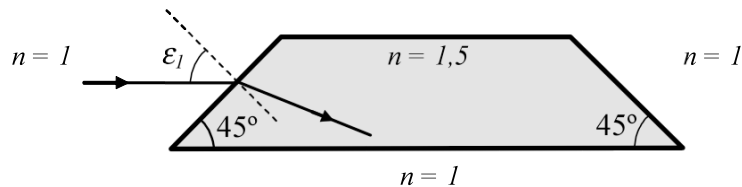
8. Un rayo de luz incide en un prisma de índice $n = 1,48$ sumergido en aire y con una de sus caras espejada, tal como se indica en la figura. Determina:



- El valor del ángulo de incidencia ϵ_1 para que el rayo emerja del prisma perpendicular a la base del prisma.
- La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.
-  Es posible realizar la misma trayectoria sin que la segunda superficie del prisma est  espejada?

R/ a) $\epsilon_1 = 30,4^\circ$; b) $\delta = 59,6^\circ$; c) Sí.

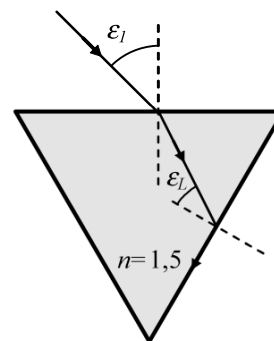
9. Un rayo de luz incide paralelelo a la base de un prisma de Dove según se muestra en la figura. Determina:



- Los ángulos de incidencia y de reflexión/refracción en cada una de las superficies del prisma donde incida.
- La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.

R/ a) $\epsilon_1 = 45^\circ$; $\epsilon_1' = 28^\circ$; $\epsilon_2 = 73,1^\circ$; $\epsilon_2' = 73,1^\circ$; $\epsilon_3 = 28,1^\circ$; $\epsilon_3' = 45^\circ$; b) $\delta = 0^\circ$.

10. Sea el prisma equilátero de la figura. Determina el ángulo de incidencia ε_I para que el rayo luminoso incida en la superficie de salida con ángulo límite.



R/ $\varepsilon_I = 27,9^\circ$.

11. Un rayo de luz policromática incide en condiciones de desviación mínima en un prisma equilátero. Con la ayuda de la fórmula de Cauchy completa la tabla siguiente:

n_C	n_d	n_F	v_d	$\Delta\delta_{min}$
1,4978	1,5000			

R/ $n_F = 1,5051$; $v_d = 68,49$; $\Delta\delta_{min} = 0,63^\circ$.

12. Sea un rayo de luz policromática que incide en un prisma equilátero en condiciones de desviación mínima. Determina la dispersión angular $\Delta\delta_{min}$ en el caso de que el material sea:

a) CROWN de índices: $n_C = 1,5205$; $n_d = 1,5230$; $n_F = 1,5286$.

b) FLINT de índices: $n_C = 1,7076$; $n_d = 1,7205$; $n_F = 1,7328$.

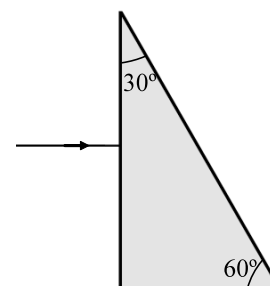
R/ a) $\Delta\delta_{min} = 0,013 \text{ rad} = 0,74^\circ$; b) $\Delta\delta_{min} = 0,049 \text{ rad} = 2,8^\circ$

13. Sea un prisma de vidrio Crown de la figura cuyos índices de refracción para la luz verde y violeta son, respectivamente, 1,510 y 1,523. Un rayo, cuya luz es una mezcla de luz verde y violeta, incide en el prisma perpendicularmente a la primera cara.

Determina:

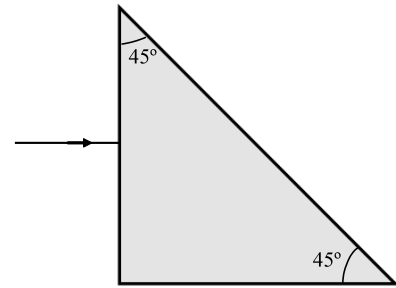
a) Los ángulos ε_I , ε_I' , ε_2 y ε_2' para cada rayo de luz.

b) La dispersión angular $\Delta\delta$ entre ambos rayos.



R/ a) $\varepsilon_I = \varepsilon_I' = 0^\circ$, $\varepsilon_2 = 30^\circ$, $\varepsilon_2' = 49,60^\circ$ (violeta), $\varepsilon_2' = 49,03^\circ$ (verde); b) $\Delta\delta = 0,57^\circ$.

14. Sea un prisma de vidrio Crown de la figura cuyos índices de refracci3n para la luz verde y violeta son, respectivamente, 1,510 y 1,523. Un rayo, cuya luz es una mezcla de luz verde y violeta, incide en el prisma perpendicularmente a la primera cara. Determina:
- Los ángulos ε_1 , ε_1' , ε_2 y ε_2' para cada rayo de luz.
 - La dispersi3n angular $\Delta\delta$ entre ambos rayos.

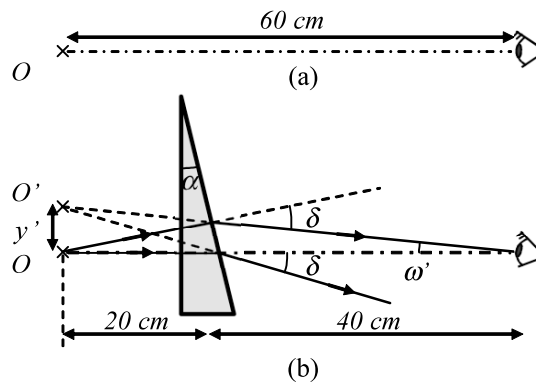


- R/ a) $\varepsilon_1 = \varepsilon_1' = 0^\circ$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2' = 45^\circ$ (violeta y verde),
b) $\Delta\delta = 0^\circ$.

15. Sea un prisma delgado de índice $n = 1,5$ y poder prismático $Z = 1^\Delta$. Determina:
- La desviaci3n angular δ del rayo de luz
 - El  ngulo de refringencia α de dicho prisma.

R/ $\delta = 1/100 \text{ rad} = 0,57^\circ$; $\alpha = 1/50 \text{ rad} = 1,14^\circ$.

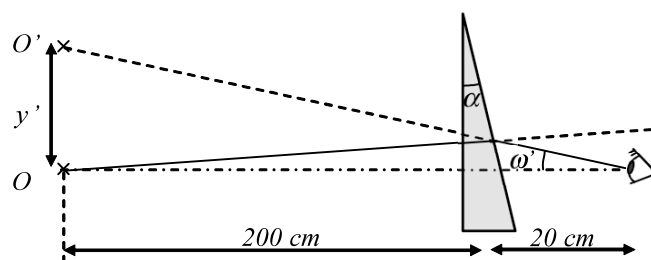
16. Un observador se encuentra mirando un objeto puntual, situado a 60 cm de distancia, según se muestra en la figura (a). A continuaci3n se sitúa, a 20 cm del objeto, un prisma delgado de poder prismático $Z = 3^\Delta$ (Figura (b)) e índice de refracci3n $n = 1,5$. Determina:
- El  ngulo de refringencia α del prisma.
 - El desplazamiento y' de la imagen.
 - El  ngulo ω' que deberá rotar el ojo del observador para poder ver la imagen O' .
 - El poder prismático efectivo Z_e de este prisma.



R/a) $\alpha = 3/100 \text{ rad}$; b) $y' = 0,6 \text{ cm}$; c) $\omega' = 1/100 \text{ rad} = 0,57^\circ$; d) $Z_e = 1^\Delta$.

17. Un prisma de poder prismático $Z = 8^\Delta$ está situado a 20 cm del ojo. Se observa a través del prisma un objeto O que dista 200 centímetros de él tal y como se indica en la figura. Determina:

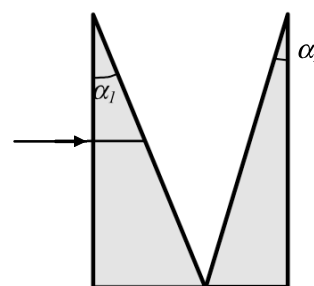
- El desplazamiento y' de la imagen.
- El ángulo ω' que deberá rotar el ojo del observador para poder ver la imagen O' .
- El poder prismático efectivo del prisma para esta situación.



R/ a) $y' = 16$ cm; b) $\omega' = 73/1000$ rad = $4,18^\circ$; c) $Z_e = 7,3^\Delta$.

18. Se agrupan dos prismas delgados de poderes prismáticos respectivos $Z_1 = 1^\Delta$ y $Z_2 = 2^\Delta$ según se muestra en la figura. Determina:

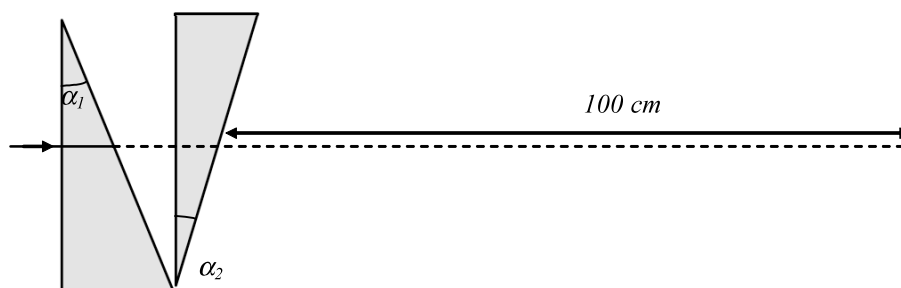
- El poder prismático total de la asociación.
- La desviación y' del rayo a la distancia de 100 cm.



R/ a) $Z = 3^\Delta$; b) $y' = 3$ cm.

19. Se agrupan dos prismas delgados de poderes prismáticos respectivos $Z_1 = 1^\Delta$ y $Z_2 = 2^\Delta$ según se muestra en la figura. Determina:

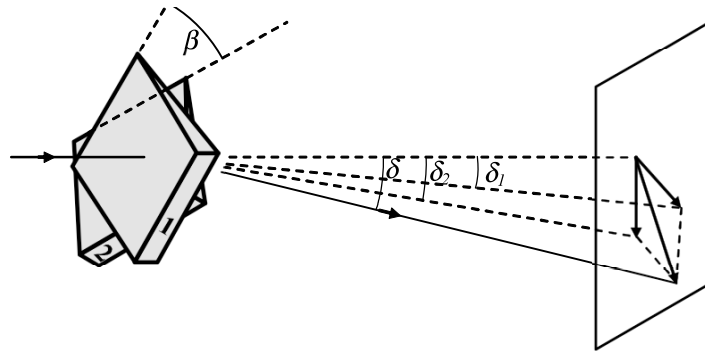
- El poder prismático total de la asociación.
- La desviación y' del rayo a la distancia de 100 cm.



R/ a) $Z = -1^\Delta$; b) $y' = -1$ cm.

20. Un prisma de Risley está compuesto por dos prismas idénticos cuyo poder prismático de cada uno es de 10^{Δ} . Determina el poder prismático de este prisma para los siguientes valores de β :

β	$\beta = 0^{\circ}$.	$\beta = 45^{\circ}$	$\beta = 90^{\circ}$.	$\beta = 135^{\circ}$	$\beta = 180^{\circ}$
Z					



Comentarios a los problemas de la Unidad 3

La mayoría de estos problemas se resuelven aplicando la ley de la refracción y relaciones de geometría entre los ángulos.

En el caso de prismas delgados, por ser los ángulos pequeños, es recomendable utilizar la aproximación $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$. Siendo θ cualquier ángulo utilizado. Recordar también que la equivalencia entre radianes y grados es: π radianes = 180° .

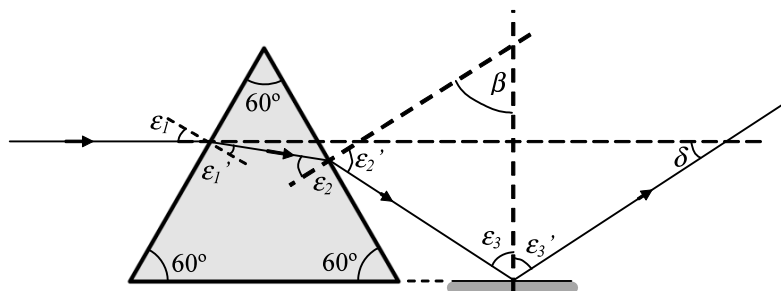
1. Debe tenerse en cuenta la relación geométrica entre ε'_1 y ε_2 . En la figura a), debido a que el índice de refracción a la entrada de la lámina es el mismo que a la salida, existe simetría entre el rayo a la entrada y el rayo a la salida. En el caso de la figura b) esta simetría ha desaparecido.

2. Ejercicio tipo de cálculo de la trayectoria de un rayo en un prisma. Debido a su particular incidencia la trayectoria resulta muy sencilla de calcular.

3. Debe analizarse con cuidado la incidencia del rayo de luz en la segunda cara.

4. Ejercicio tipo de cálculo de la trayectoria de un rayo en un prisma.

5. El  ngulo ε_1 se determina geométricamente teniendo en cuenta que el rayo incidente es paralelo a la base. A continuación se procede como en los ejercicios anteriores. Para determinar ε_3 se procede de la manera siguiente: Se prolongan las normales según se muestra en la figura.  Cu nto vale β ?  Qu  relación existe entre β , ε'_2 y ε_3 ?  Qu  relación existe entre ε'_3 y δ ?



6. Prisma equilátero significa que los tres lados son iguales. En este caso,  Cu nto valdrán los ángulos? Por incidir normalmente,  Cu nto valen ε_1 y ε'_1 ? Una vez conocido el valor de ε_1 , ε_2 debe calcularse por geometría. ε'_2 se determina aplicando la ley de la refracción. La desviación angular δ es el ángulo que forma el rayo incidente con el rayo a la salida.

7. Conocido α y teniendo en cuenta que el triángulo es isósceles (2 lados o 2 ángulos iguales) el ángulo β puede calcularse fácilmente. En este ejercicio se tendrá en cuenta la reversibilidad en las trayectorias de los rayos de luz. Una vez conocido β , por geometría se

calcula a partir de la formula
$$\Delta\delta_m = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - n_d^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} \Delta n$$
 dónde α es conocido ya que el

prisma es equilátero y $\Delta n = n_F - n_C$.

12. Ejercicio muy parecido al anterior aunque no tan largo ya que en este caso se conocen todos los valores de los índices de refracción necesarios para el cálculo.

13. Debe calcularse la trayectoria para el rayo de luz verde y para el rayo de luz violeta. La trayectoria de estos rayos es muy semejante a la del ejercicio 2. La desviación angular entre ambos rayos es la diferencia entre los ángulos de refracción a la salida ( Por qué?).

14. Ejercicio parecido al anterior, aunque el resultado es muy diferente.

15. Aplicación directa de la definición de dioptría prismática.

16. De aplicación directa del concepto de poder prismático efectivo.

17. Ejercicio muy similar al anterior.

18. Las desviaciones y los poderes prismáticos, en este caso, se suman.

19. Las desviaciones y los poderes prismáticos, en este caso, se restan.

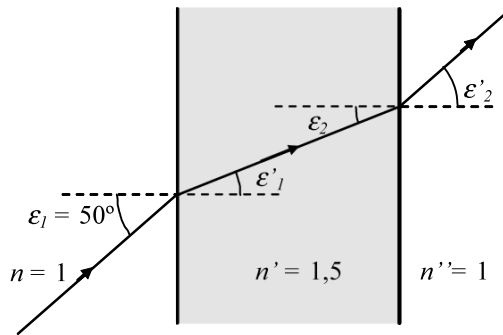
20. De aplicación directa de la fórmula del poder prismático en un prisma de Risley.

UNIDAD 3. SOLUCIONES

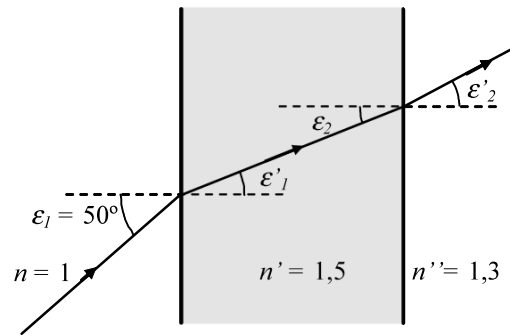
1. Sean las láminas planoparalelas de las figuras adjuntas. Un rayo de luz incide en la primera cara formando un ángulo de 50° con la normal. Determina en cada caso:

a) Los ángulos ε'_1 , ε_2 y ε'_2

b) La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.



(a)



(b)

SOLUCIÓN:

Figura (a)

a) Aplicando la ley de la refracción en el punto I :

$$1 \sin 50 = 1,5 \sin \varepsilon'_1; \quad \varepsilon'_1 = 30,71^\circ.$$

Teniendo en cuenta que las caras de la lámina son paralelas:

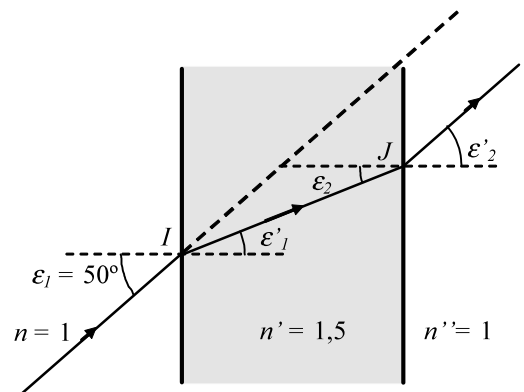
$$\varepsilon_2 = \varepsilon'_1 = 30,71^\circ;$$

Aplicando la ley de la refracción en el punto J :

$$1,5 \sin 30,71 = 1 \sin \varepsilon'_2; \quad \varepsilon'_2 = 50^\circ.$$

El resultado es lógico si se tiene en cuenta la reversibilidad del rayo de luz en el punto J .

b) El rayo incidente y el emergente son paralelos, lo que significa que $\delta = 0^\circ$.



(a)

Figura (b)

a) Procediendo del mismo modo que en el caso anterior se obtiene:

$$\varepsilon'_1 = 30,71^\circ \text{ y } \varepsilon_2 = \varepsilon'_1 = 30,71^\circ.$$

Aplicando la ley de la refracción en el punto J :

$$1,5 \sin 30,71 = 1,3 \sin \varepsilon'_2; \quad \varepsilon'_2 = 36,10^\circ.$$

b) Del triángulo KIJ de la figura:

$$\hat{I} = (90 - \varepsilon_1) + 90 + \varepsilon'_1 = (90 - 50) + 90 + 30,71 = 160,71;$$

$$\hat{J} = \varepsilon'_2 - \varepsilon'_1 = 36,10 - 30,71 = 5,39^\circ;$$

$$\hat{K} = \delta.$$

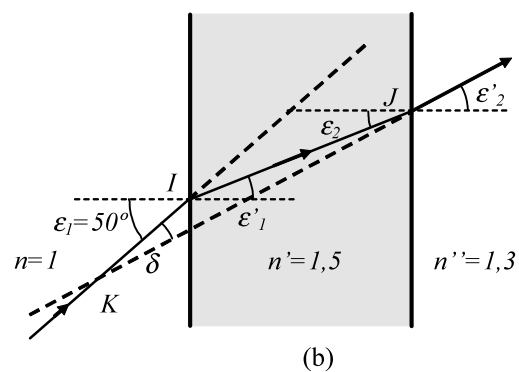
La suma de los ángulos del triángulo debe ser 180° .

$$\hat{I} + \hat{J} + \hat{K} = 180^\circ; \quad 160,71 + 5,39 + \delta = 180^\circ; \quad \delta = 13,90^\circ.$$

Otra manera de calcular δ es a partir de la desviación producida por cada cara:

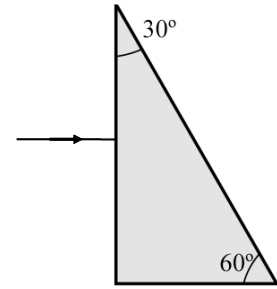
$$\delta = \delta_1 + \delta_2; \quad \delta_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon'_1 \quad \delta_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon'_2;$$

$$\delta = \varepsilon_1 - \varepsilon'_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon'_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon'_2 = 50 - 36,10 = 13,90^\circ.$$



2. Sea el prisma de vidrio de la figura, sumergido en aire, cuyo índice de refracción es $n = 1,5$. Un rayo de luz incide perpendicularmente a la primera cara. Determina:

- Los ángulos ε'_1 , ε'_2 , ε_2 y ε_1 que determina el rayo de luz en su trayectoria.
- La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.



SOLUCIÓN:

a) De la figura 1:

Punto *I*: Debido a que la incidencia es normal a la superficie el ángulo de incidencia es igual a cero, por lo tanto:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 = 0^\circ$$

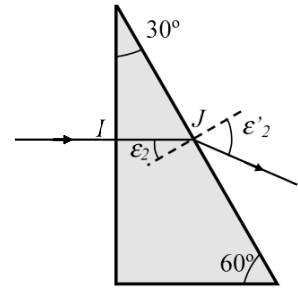


Figura 1

Punto *J*: Teniendo en cuenta que las rectas que forman el ángulo ε_2 son perpendiculares, respectivamente, a la primera y segunda cara del prisma se obtiene que $\varepsilon_2 = 30^\circ$.

Aplicando la ley de refracción en el punto *J*:

$$n \sin \varepsilon_2 = n' \sin \varepsilon'_2; \quad 1,5 \sin 30 = 1 \sin \varepsilon'_2; \quad \varepsilon'_2 = 48,6^\circ.$$

b) La desviación angular δ se muestra en la figura 2.

$$\delta = \varepsilon'_2 - \varepsilon_2; \quad \delta = 48,6^\circ - 30^\circ; \quad \delta = 18,6^\circ.$$

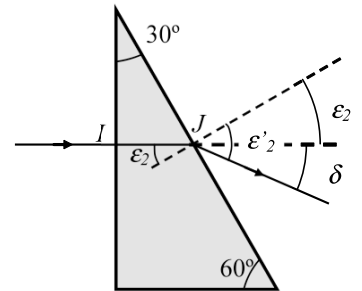


Figura 2

3. Sea el prisma de vidrio de la figura, sumergido en aire, cuyo índice de refracción es $n = 1,5$. Un rayo de luz incide perpendicularmente a la primera cara. Determina:

a) Los ángulos ε'_1 , ε'_2 , ε_2 y ε'_3 que determina el rayo de luz en su trayectoria.

b) La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.

SOLUCIÓN:

a) Punto *I*: Debido a que la incidencia es normal a la superficie el ángulo de incidencia es igual a cero (igual que en el ejercicio anterior), por lo tanto:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 = 0^\circ$$

Punto *J*: Teniendo en cuenta que las rectas que forman el ángulo ε_2 son perpendiculares, respectivamente, a la primera y segunda cara del prisma se obtiene que $\varepsilon_2 = 45^\circ$.

Aplicando la ley de refracción en el punto *J*:

$$n \sin \varepsilon_2 = n' \sin \varepsilon'_2; \quad 1,5 \sin 45 = 1 \sin \varepsilon'_2; \quad \varepsilon'_2 = \text{ERROR}.$$

Al buscar el valor de ε'_2 en la calculadora aparece el mensaje de error. Esto significa que $\sin \varepsilon'_2 > 1$, lo cual, matemáticamente, no es posible.

En el punto *J* no se produce refracción ya que ε_2 es mayor que el ángulo límite que determinan ambos medios. En efecto:

$$\sin \varepsilon_L = \frac{1}{1,5}; \quad \varepsilon_L = 41,8^\circ.$$

En nuestro caso se cumple que $\varepsilon_2 = 45 > \varepsilon_L = 41,8^\circ$.

Así pues en el punto *J* se produce reflexión total por lo que $\varepsilon'_2 = 45^\circ$.

El rayo incide perpendicularmente en la tercera cara del prisma en el punto *K* con $\varepsilon_3 = 0^\circ$, lo que significa que $\varepsilon'_3 = 0^\circ$.

b) La desviación angular δ se muestra en la figura 2. Se deduce fácilmente que: $\delta = 90^\circ$.

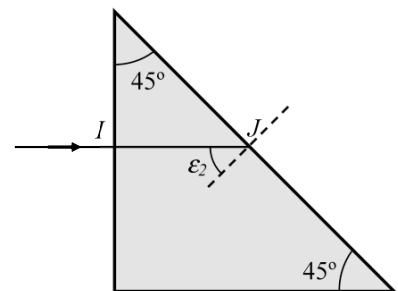
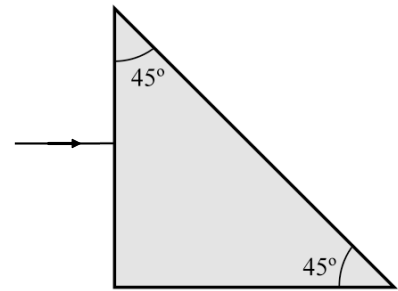


Figura 1

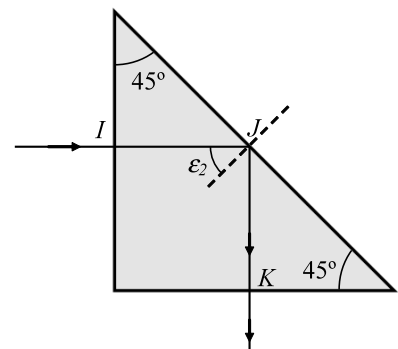
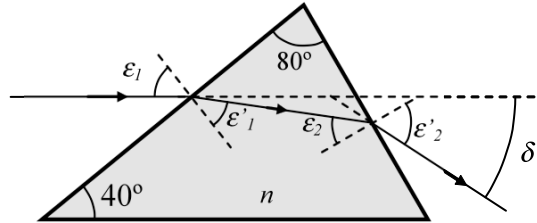


Figura 2

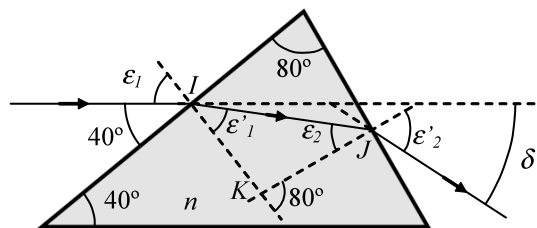
4. Sea el prisma de índice $n = 1,3$ sumergido en aire. Un rayo de luz incidente, paralelo a la base del prisma, recorre la trayectoria que se indica en la figura. Determina:

a) Los ángulos $\varepsilon_1, \varepsilon_1', \varepsilon_2, \varepsilon_2'$

b) La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.



SOLUCIÓN:



a) A la vista de la figura, aplicando geometría de ángulos en el punto I :

$$\varepsilon_1 + 40 = 90;$$

$$\varepsilon_1 = 50^\circ.$$

Aplicando la ley de la refracción en el punto I :

$$1 \text{ sen } 50 = 1,3 \text{ sen } \varepsilon_1';$$

$$\varepsilon_1' = 36,10^\circ.$$

Del triángulo IJK : $\varepsilon_1' + \varepsilon_2 = 80^\circ$;

$$36,10 + \varepsilon_2 = 80^\circ;$$

$$\varepsilon_2 = 43,90^\circ.$$

Aplicando la ley de la refracción en el punto J :

$$1,3 \text{ sen } 43,90 = 1 \text{ sen } \varepsilon_2'$$

$$\varepsilon_2' = 64,36^\circ.$$

b) La desviación angular δ es igual a la suma de desviaciones que se producen en cada cara:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2;$$

$$\delta_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_1' = 50 - 36,10 = 13,90^\circ.$$

$$\delta_2 = \varepsilon_2' - \varepsilon_2 = 64,36 - 43,90 = 20,46^\circ.$$

$$\delta = 13,90 + 20,46 = 34,36^\circ.$$

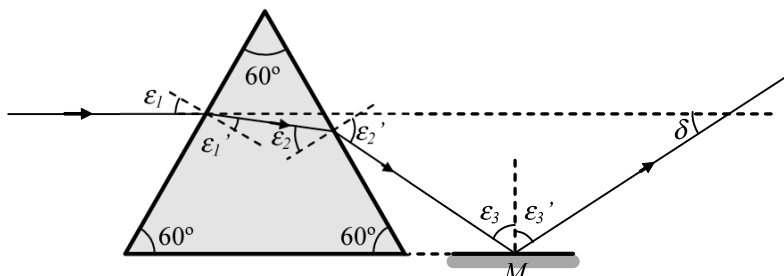
Otra manera de calcular δ es a partir de la fórmula:

$$\delta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2' - \alpha;$$

$$\delta = 50 + 64,36 - 80 = 34,36^\circ.$$

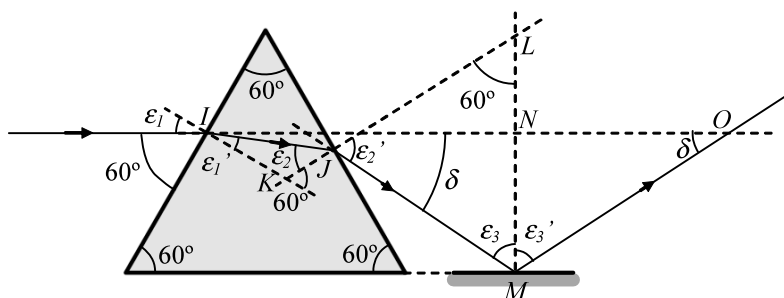
5. Un rayo de luz incide paralelo a la base de un prisma equilátero de índice $n = 1,5$. A la salida del prisma dicho rayo se refleja en un espejo plano, paralelo a la base del prisma, según se muestra en la figura. Determina:

- Los ángulos $\varepsilon_1, \varepsilon_1', \varepsilon_2, \varepsilon_2', \varepsilon_3, \varepsilon_3'$
- La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.



SOLUCIÓN:

a) La trayectoria del rayo en el prisma es muy parecida a la del problema anterior.



Aplicando geometría de ángulos en el punto I :

$$\varepsilon_1 + 60 = 90; \quad \varepsilon_1 = 30^\circ.$$

Aplicando la ley de la refracción en el punto I :

$$1 \operatorname{sen} 30 = 1,5 \operatorname{sen} \varepsilon_1'; \quad \varepsilon_1' = 19,5^\circ.$$

Del triángulo IJK :

$$\varepsilon_1' + \varepsilon_2 = 60^\circ; \quad 19,5 + \varepsilon_2 = 60^\circ; \quad \varepsilon_2 = 40,5^\circ.$$

Aplicando la ley de la refracción en el punto J :

$$1,5 \operatorname{sen} 40,5 = 1 \operatorname{sen} \varepsilon_2' \quad \varepsilon_2' = 76,9^\circ.$$

Del triángulo JLM $\hat{L} = 60^\circ$ por estar formado por dos rectas perpendiculares a dos lados que forman un ángulo de 60° entre si.

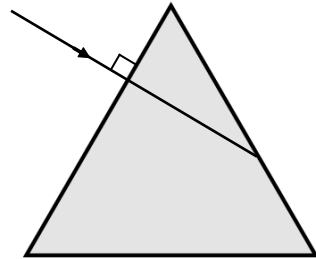
$$\text{Del triángulo } JLM: 76,9 + 60 + \varepsilon_3 = 180^\circ; \quad \varepsilon_3 = 43,1^\circ.$$

$$\text{Aplicando la ley de la reflexión en el punto } M: \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_3' = 43,1^\circ.$$

$$\text{b) Del triángulo } NMO: 43,1 + \delta = 90^\circ; \quad \delta = 46,9^\circ.$$

6. Un rayo de luz incide perpendicular a la primera cara de un prisma equilátero de índice $n = 1,5$ sumergido en aire. Determina:

- Los ángulos $\varepsilon_1, \varepsilon_1', \varepsilon_2, \varepsilon_2', \varepsilon_3$ y ε_3' .
- La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.



SOLUCIÓN:

a) Por incidir perpendicular a la primera cara en el punto I se cumple que: $\varepsilon_1 = \varepsilon_1' = 0^\circ$.

Por ser un prisma equilátero, los tres ángulos son iguales: $\alpha = 60^\circ$.

En el punto J , al estar ε_2 formado por rectas perpendiculares a dos lados, se cumple que: $\varepsilon_2 = \alpha = 60^\circ$.

Debido que $\varepsilon_2 > \varepsilon_L$ se produce reflexión total.

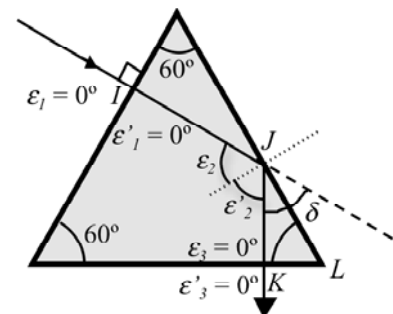
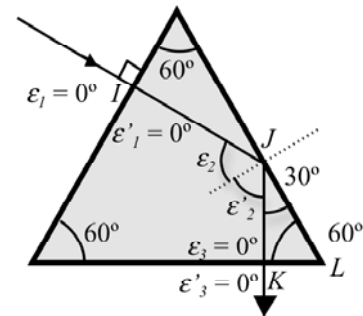
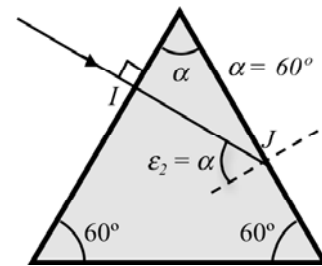
Así pues: $\varepsilon_2' = \varepsilon_2 = 60^\circ$.

Teniendo en cuenta la relación entre los ángulos del triángulo JKL la incidencia en el punto K es perpendicular a la superficie lo que significa que $\varepsilon_3 = 0^\circ$ y, consecuentemente, $\varepsilon_3' = 0^\circ$.

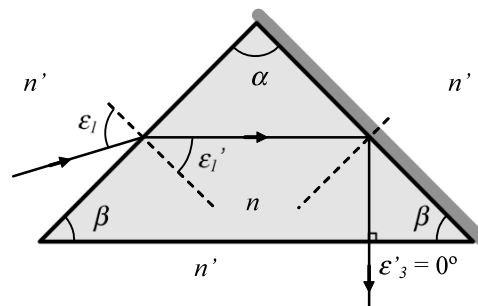
b) La desviación δ se obtiene aplicando geometría de ángulos en el punto J :

$$\varepsilon_2 + \varepsilon_2' + \delta = 180^\circ; \quad 60 + 60 + \delta = 180^\circ.$$

$$\delta = 60^\circ.$$



7. Sea el prisma isósceles de la figura, sumergido en agua ($n' = 4/3$), con $\alpha = 90^\circ$, índice de refracción $n = 1,75$ y con una de sus superficies espejada. Un rayo de luz incide en el prisma de manera que el rayo emergente se propaga en dirección perpendicular a la base del prisma. Determina:



- Los ángulos ϵ_1 , ϵ_1' , ϵ_2 y ϵ_2' .
- La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.
- El valor máximo del ángulo β para que se produzca reflexión total en la segunda cara.

SOLUCIÓN:

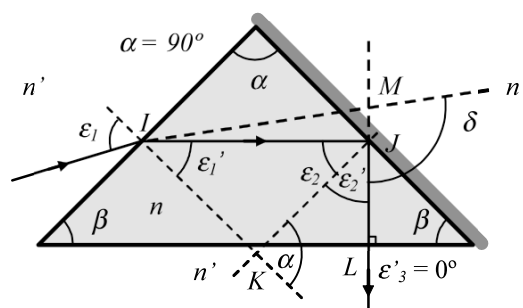


Figura 1

- En la figura 1, por ser el prisma isósceles, resulta que $\alpha + 2\beta = 180^\circ$; $90 + 2\beta = 180^\circ$; $\beta = 45^\circ$.

Se procederá siguiendo la trayectoria del rayo en sentido inverso.

En el punto L , por ser el rayo perpendicular a la superficie, $\epsilon_3' = 0$, lo que significa que también $\epsilon_3 = 0$.

En el punto J , al estar ϵ_2 formado por rectas perpendiculares a dos lados, se cumple que: $\epsilon_2' = \beta = 45^\circ$. Aplicando la ley de la reflexión en el punto J resulta que $\epsilon_2 = 45^\circ$.

Del triángulo IJK : $\alpha = \epsilon_1' + \epsilon_2$; $90 = \epsilon_1' + 45$; $\epsilon_1' = 45^\circ$.

Aplicando la ley de la refracción en el punto I :

$$n' \sin \epsilon_1 = n \sin \epsilon_1'; \quad \frac{4}{3} \sin \epsilon_1 = 1,75 \sin 45; \quad \epsilon_1 = 68,1^\circ.$$

b) Del triángulo IJM :

$$\hat{I} + \hat{J} + \hat{M} = 180^\circ; \quad \hat{I} = \varepsilon_1 - \varepsilon'_1 = 68,1 - 45 = 23,1^\circ \text{ y } \hat{J} = 180 - (2\varepsilon_2) = 180 - 90 = 90^\circ.$$

$$23,1 + 90 + \hat{M} = 180; \quad \hat{M} = 66,9^\circ.$$

$$\delta + \hat{M} = 180^\circ; \quad \delta = 113,1^\circ.$$

c) Si se considera un prisma sin la superficie espejada, para que se produzca reflexión total en dicha superficie el ángulo de incidencia debe ser mayor que el ángulo límite que determinan ambos medios. Teniendo en cuenta que:

$$\text{sen } \varepsilon_L = \frac{n_a}{n} = \frac{4}{1,75}. \text{ El valor del ángulo límite en este caso es: } \varepsilon_L = 49,6^\circ.$$

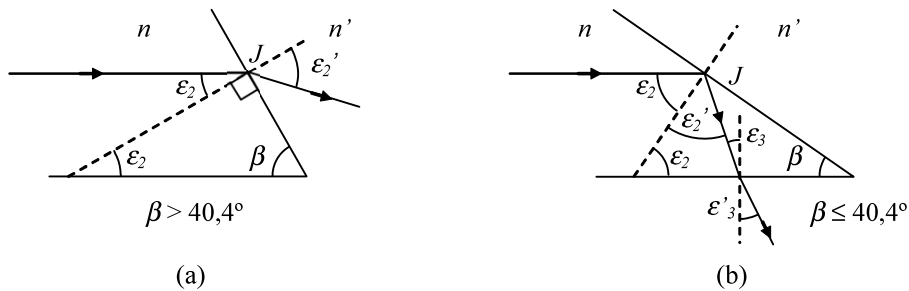


Figura 2

En la figura 2 se observa que: $\beta + \varepsilon_2 = 90^\circ$. De lo que sigue que: $\varepsilon_2 = 90 - \beta$.

Para que se produzca reflexión total en la cara que anteriormente estaba espejada se necesita que $\varepsilon_2 \geq \varepsilon_L$. Sustituyendo ε_2 obtenido anteriormente se obtiene: $90 - \beta \geq \varepsilon_L$. De lo que sigue: $\beta \leq 90 - \varepsilon_L$.

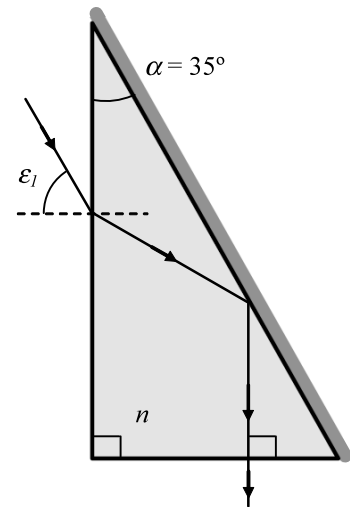
Tomando el valor del ángulo límite en nuestro caso resulta que:

$$\beta \leq 40,4^\circ.$$

Debido que, en nuestro caso, el ángulo que forma la cara del prisma con la base es de 45° el rayo de luz no sufrirá reflexión total y la trayectoria sería la que se muestra en la figura 2(a).

8. Un rayo de luz incide en un prisma de índice $n = 1,48$ sumergido en aire y con una de sus caras espejadas, tal como se indica en la figura. Determina:

- El valor del ángulo de incidencia ε_1 para que el rayo emerja del prisma perpendicular a la base del prisma.
- La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.
- ¿Es posible realizar la misma trayectoria sin que la segunda superficie del prisma esté espejada?



SOLUCIÓN:

a) Determinemos en primer lugar el valor de β .

$$\beta = 90 - \alpha; \quad \beta = 90 - 35 = 55^\circ.$$

Procedamos, al igual que en el ejercicio anterior, teniendo en cuenta la trayectoria inversa del rayo de luz. En el punto L debido que el rayo incide perpendicular a la superficie:

$$\varepsilon'_3 = \varepsilon_3 = 0^\circ.$$

En el punto J : $\varepsilon'_2 = 55^\circ$. Debido que el rayo se refleja:
 $\varepsilon_2 = 55^\circ$.

Del triángulo IJK :

$$\varepsilon_2 = \varepsilon'_1 + 35; \quad 55 = \varepsilon'_1 + 35; \quad \varepsilon'_1 = 20^\circ.$$

Aplicando la ley de la refracción en el punto I :

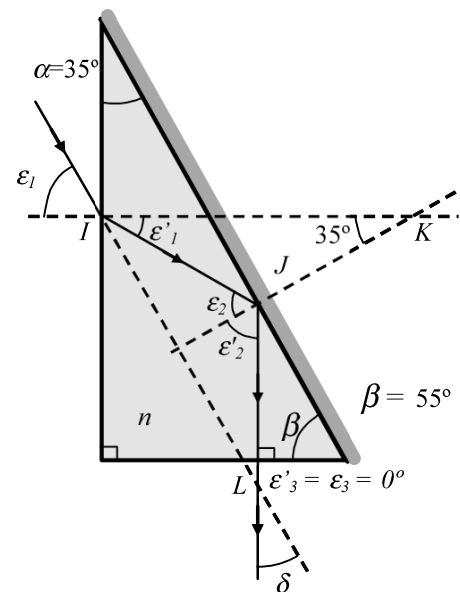
$$1 \sin \varepsilon_1 = 1,48 \sin 20; \quad \varepsilon_1 = 30,4^\circ.$$

b) Del triángulo IJL :

$$\hat{I} + \hat{J} + \hat{L} = 180^\circ. \quad \hat{I} = \varepsilon_1 - \varepsilon'_1 = 30,4 - 20 = 10,4^\circ;$$

$$\hat{J} = \varepsilon_2 + \varepsilon'_2 = 55 + 55 = 110^\circ \text{ y } \hat{K} = \delta.$$

$$10,4 + 110 + \delta = 180^\circ; \quad \delta = 59,6^\circ.$$



c) Para que se produjese la misma trayectoria debería producirse reflexión total en el punto J . Debería cumplirse que $\varepsilon_2 \geq \varepsilon_L$.

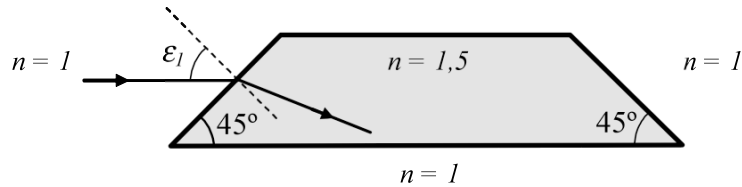
El ángulo límite en la interfase vidrio aire vale:

$$\sin \varepsilon_L = \frac{1}{1,48}; \quad \varepsilon_L = 42,5^\circ.$$

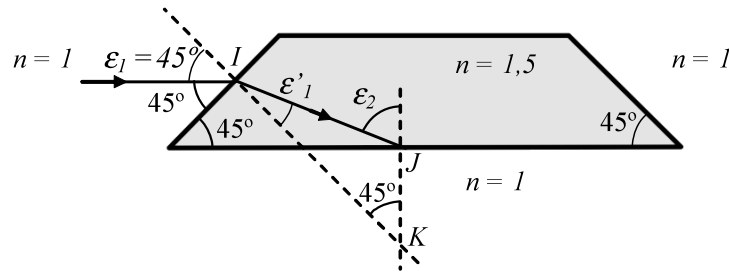
Debido que $\varepsilon_2 > \varepsilon_L$ el rayo de luz sufriría reflexión total en esta cara aunque la superficie no estuviese espejada.

9. Un rayo de luz incide paralelo a la base de un prisma de Dove segun se muestra en la figura. Determina:

- Los ángulos de incidencia y de reflexión/refracción en cada una de las superficies del prisma donde incide.
- La desviación angular δ entre el rayo incidente y el emergente.



SOLUCIÓN:



a) Por incidir el rayo paralelo a la base $\epsilon_1 = 45^\circ$.

Aplicando la ley de la refracción en el punto *I*:

$$n_1 \operatorname{sen} \epsilon_1 = n'_1 \operatorname{sen} \epsilon'_1; \quad 1 \operatorname{sen} 45 = 1,5 \operatorname{sen} \epsilon'_1; \quad \epsilon'_1 = 28,1^\circ.$$

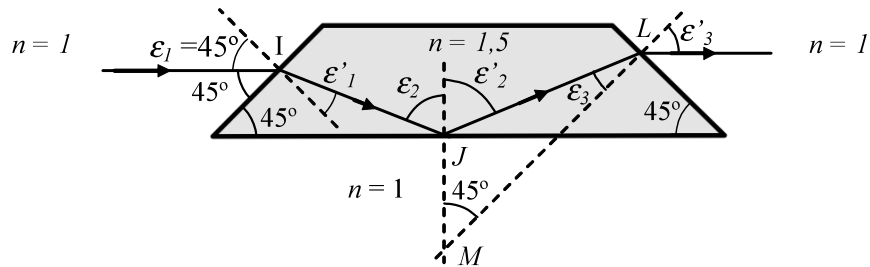
Del triángulo *IJK*: $\epsilon_2 = 45 + \epsilon'_1$; $\epsilon_2 = 45 + 28,1$; $\epsilon_2 = 73,1^\circ$.

Aplicando la ley de la refracción en el punto *J*:

$n_2 \operatorname{sen} \epsilon_2 = n'_2 \operatorname{sen} \epsilon'_2$; $1,5 \operatorname{sen} 73,1 = 1 \operatorname{sen} \epsilon'_2$. En la calculadora aparece: $\epsilon'_2 = \text{ERROR}$, lo que significa que $\epsilon_2 > \epsilon_L$. En efecto, el ángulo límite en la interfase vidrio-aire es:

$$\operatorname{sen} \epsilon_L = \frac{1}{1,50}, \quad \epsilon_L = 41,8^\circ.$$

En el punto *J* se produce reflexión total, lo que significa que $\epsilon'_2 = \epsilon_2 = 73,1^\circ$.



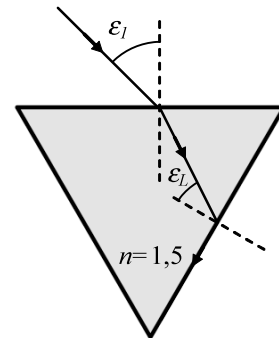
Del triángulo JML : $\varepsilon'_2 = 45 + \varepsilon_3$; $\varepsilon_3 = \varepsilon'_2 - 45$; $\varepsilon_3 = 73,1 - 45$; $\varepsilon_3 = 28,1^\circ$.

Aplicando la ley de la refracción en el punto L :

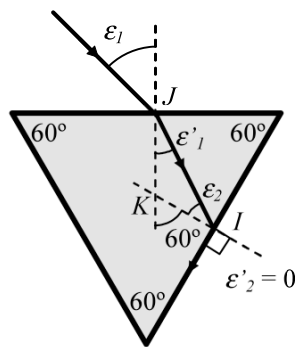
$$n_3 \operatorname{sen} \varepsilon_3 = n'_3 \operatorname{sen} \varepsilon'_3; 1,5 \operatorname{sen} 28,1 = 1 \operatorname{sen} \varepsilon'_2; \quad \varepsilon'_3 = 45^\circ.$$

b) Es evidente que el rayo que sale del prisma es paralelo al rayo incidente, lo que significa que la desviación angular es $\delta = 0^\circ$.

10. Sea el prisma equilátero de la figura. Determina el ángulo de incidencia ε_I para que el rayo luminoso incida en la superficie de salida con ángulo límite.



SOLUCIÓN:



Por ser el prisma equilátero los tres ángulos son iguales y valen 60° .

Procederemos siguiendo la trayectoria inversa del rayo de luz. Aplicando la ley de la refracción en el punto I :

$$n_2 \operatorname{sen} \varepsilon_2 = n'_2 \operatorname{sen} \varepsilon'_2; \quad 1,5 \operatorname{sen} \varepsilon_2 = 1 \operatorname{sen} 90; \quad \varepsilon_2 = 41,8^\circ = \varepsilon_L.$$

Del triángulo IJK :

$$60 = \varepsilon_2 + \varepsilon'_1; \quad 60 = 41,8 + \varepsilon'_1; \quad \varepsilon'_1 = 18,2^\circ.$$

Aplicando la ley de la refracción en el punto J :

$$n_1 \operatorname{sen} \varepsilon_1 = n'_1 \operatorname{sen} \varepsilon'_1; \quad 1 \operatorname{sen} \varepsilon_1 = 1,5 \operatorname{sen} 18,2; \quad \varepsilon_1 = 27,9^\circ.$$

11. Un rayo de luz policromática incide en condiciones de desviación mínima en un prisma equilátero. Con la ayuda de la fórmula de Cauchy completa la tabla siguiente:

n_C	n_d	n_F	v_d	$\Delta\delta_{min}$
1,4978	1,5000			

SOLUCIÓN:

Según la fórmula de Cauchy: $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$.

Teniendo en cuenta que las longitudes de onda para las líneas C , d y F del espectro de Fraunhofer son:

$$\lambda_C = 656,3 \text{ nm}; \quad \lambda_d = 587,6 \text{ nm}; \quad \lambda_F = 486,1 \text{ nm};$$

Aplicando la fórmula anterior a la longitud de onda correspondiente a la línea C :

$$1,4978 = a + \frac{b}{656,3^2} = a + \frac{b}{430729,69}.$$

Aplicando la fórmula anterior al color de la línea d :

$$1,500 = a + \frac{b}{587,6^2} = a + \frac{b}{345273,76}.$$

Resolviendo el sistema anterior se obtiene:

$$a = 1,4889; \quad b = 3829 \text{ nm}^2.$$

Para calcular n_F se sustituyen los valores de a y b obtenidos en la fórmula de Cauchy:

$$n_F = 1,4889 + \frac{3829}{486,1^2} = 1,4889 + 0,0162 = 1,5051.$$

A partir de la fórmula del número de Abbe:

$$v_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} = \frac{1,500 - 1}{1,5051 - 1,4978} = 68,49.$$

Para calcular la separación angular en desviación mínima, $\Delta\delta_{min}$, se aplicará la fórmula:

$$\Delta\delta_m = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - n_d^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} \Delta n.$$

Teniendo en cuenta que: $\alpha = 60$, $n_d = 1,5000$ y $\Delta n = n_F - n_C = 0,0073$.

$$\Delta\delta_m = \frac{2 \sin \frac{60}{2}}{\sqrt{1 - 1,5000^2 \sin^2 \frac{60}{2}}} 0,0073 = 0,011 \text{ rad} = 0,63^\circ.$$

La tabla completa presenta la forma siguiente:

n_C	n_d	n_F	v_d	$\Delta\delta_{min}$
1,4978	1,5000	1,5051	68,49	0,63°

12. Sea un rayo de luz policromática que incide en un prisma equilátero en condiciones de desviación mínima. Determina la dispersión angular $\Delta\delta_{min}$ en el caso de que el material sea:

a) CROWN de índices: $n_C = 1,5205$; $n_d = 1,5230$; $n_F = 1,5286$.

b) FLINT de índices: $n_C = 1,7076$; $n_d = 1,7205$; $n_F = 1,7328$.

SOLUCIÓN:

Por ser el prisma equilátero $\alpha = 60^\circ$.

Aplicando la fórmula de la dispersión angular:

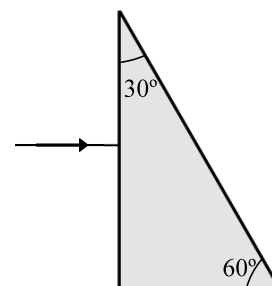
$$\text{a) } \Delta\delta_m = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - n_d^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} \Delta n = \frac{2 \sin \frac{60}{2}}{\sqrt{1 - 1,5230^2 \sin^2 \frac{60}{2}}} (1,5286 - 1,5205) = 0,013 \text{ rad} = 0,74^\circ.$$

$$\text{b) } \Delta\delta_m = \frac{2 \sin \frac{60}{2}}{\sqrt{1 - 1,7205^2 \sin^2 \frac{60}{2}}} (1,7328 - 1,7076) = 0,049 \text{ rad} = 2,8^\circ$$

13. Sea un prisma de vidrio Crown de la figura cuyos índices de refracción para la luz verde y violeta son, respectivamente, 1,510 y 1,523. Un rayo, cuya luz es una mezcla de luz verde y violeta, incide en el prisma perpendicularmente a la primera cara.

Determina:

- Los ángulos ε_1 , ε_1' , ε_2 y ε_2' para cada rayo de luz.
- La dispersión angular $\Delta\delta$ entre ambos rayos.



SOLUCIÓN:



- Por incidir normalmente a la primera superficie, punto I , $\varepsilon_1 = 0^\circ$ y, consecuentemente $\varepsilon_1' = 0^\circ$.

Por ser ángulo entre rectas perpendiculares $\varepsilon_2 = 30^\circ$. Aplicando la ley de la refracción en el punto J tendremos:

$$n_2 \operatorname{sen} \varepsilon_2 = n_2' \operatorname{sen} \varepsilon_2';$$

$$\text{Color verde: } n_2 = 1,510; \quad 1,510 \operatorname{sen} 30 = 1 \operatorname{sen} \varepsilon_2'; \quad \varepsilon_2' = 49,03^\circ.$$

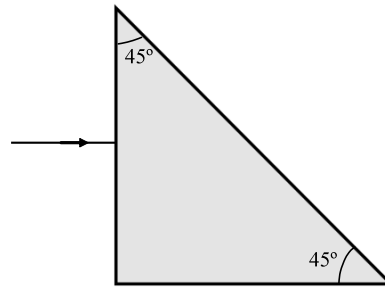
$$\text{Color violeta: } n_2 = 1,523; \quad 1,523 \operatorname{sen} 30 = 1 \operatorname{sen} \varepsilon_2'; \quad \varepsilon_2' = 49,60^\circ.$$

La separación angular entre los dos rayos a la salida será:

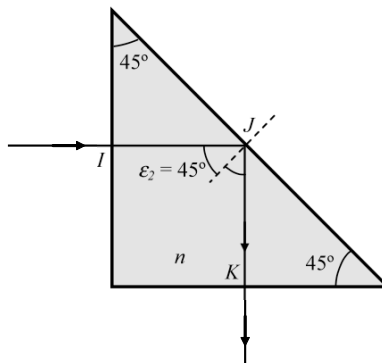
$$\text{b) } \Delta\delta = \varepsilon_{2\text{violeta}}' - \varepsilon_{2\text{verde}}' = 49,60 - 49,03 = 0,57^\circ.$$

14. Sea un prisma de vidrio Crown de la figura cuyos índices de refracci3n para la luz verde y violeta son, respectivamente, 1,510 y 1,523. Un rayo, cuya luz es una mezcla de luz verde y violeta, incide en el prisma perpendicularmente a la primera cara. Determina:

- Los ángulos ε_1 , ε_1' , ε_2 y ε_2' para cada rayo de luz.
- La dispersi3n angular $\Delta\delta$ entre ambos rayos.



SOLUCI3N:



a) Se procede como en el ejercicio anterior. Por incidir normalmente a la primera superficie en el punto I , $\varepsilon_1 = 0^\circ$ y, consecuentemente $\varepsilon_1' = 0^\circ$. Debido a que la incidencia es normal a la superficie la luz no se dispersa.

El  ngulo límite en la interfase vidrio-aire para la luz policromática es:

$$\sin \varepsilon_L = \frac{1}{n}. \text{ En el caso de la luz verde } n = 1,510. \quad \varepsilon_L = 41,5^\circ.$$

$$\text{En el caso de la luz violeta } n = 1,523. \quad \varepsilon_L = 41,0^\circ.$$

Por ser ángulo entre rectas perpendiculares $\varepsilon_2 = 45^\circ$. El rayo incide en el punto J , para el caso de los dos índices de refracci3n, con un ángulo superior al ángulo límite. Lo que significa que se produce reflexi3n total.

Por producirse reflexi3n en esta cara la luz no se dispersa.

Por incidir normalmente a la tercera superficie, punto K , $\varepsilon_3 = 0^\circ$ y, consecuentemente $\varepsilon_3' = 0^\circ$, con lo que tampoco se produce dispersi3n de la luz.

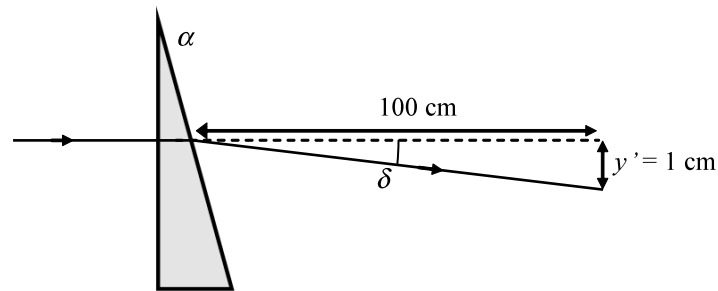
b) Al no haber dispersi3n $\Delta\delta = 0^\circ$.

15. Sea un prisma delgado de índice $n = 1,5$ y poder prismático $Z = 1^\Delta$. Determina:

a) La desviación angular δ del rayo de luz

b) El ángulo de refringencia α de dicho prisma.

SOLUCIÓN:



a) Aplicando trigonometría a la figura y teniendo en cuenta que los ángulos son pequeños se obtiene:

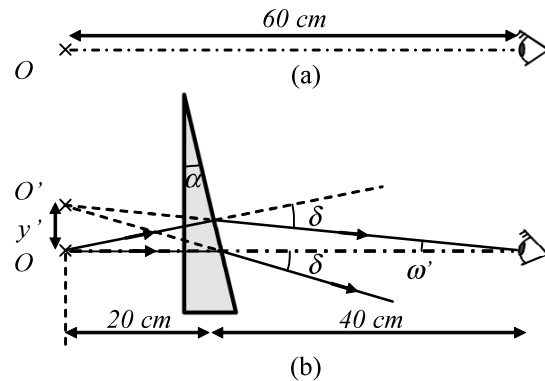
$$\tan \delta = \delta = \frac{1}{100} \text{ rad} = 0,57^\circ.$$

b) A partir de la fórmula de desviación del prisma delgado $\delta = (n - 1) \alpha$, despejando α :

$$\alpha = \frac{\delta}{(n - 1)} = \frac{100}{0,5} = \frac{1}{50} \text{ rad} = 1,14^\circ.$$

16. Un observador se encuentra mirando un objeto puntual, situado a 60 cm de distancia, segun se muestra en la figura (a). A continuaci3n se sita, a 20 cm del objeto, un prisma delgado de poder prismático $Z = 3^{\Delta}$ (Figura (b)) e índice de refracci3n $n = 1,5$. Determina:

- El  ngulo de refringencia α del prisma.
- El desplazamiento y' de la imagen.
- El  ngulo ω' que deberá rotar el ojo del observador para poder ver la imagen O' .
- El poder prismático efectivo Z_e de este prisma.



SOLUCI3N:

a) Por ser el poder prismático $Z = 3^{\Delta}$ la desviaci3n producida por el prisma vale:

$$\delta = \frac{3}{100} \text{ rad} = 1,72^{\circ}.$$

El  ngulo de refringencia, α , se obtiene a partir de la f3rmula de desviaci3n del prisma

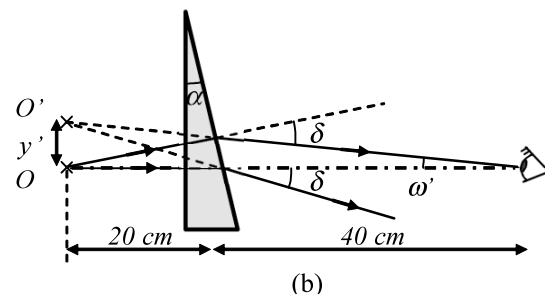
$$\delta = (n-1)\alpha. \text{ Despejando } \alpha \text{ se obtiene: } \alpha = \frac{\delta}{(n-1)} = \frac{\frac{3}{100}}{1,5-1} = \frac{3}{50} \text{ rad} = 3,44^{\circ}.$$

b) Del triángulo IJK : $\tan \delta = \delta = \frac{y'}{20}$;

$$\delta = \frac{3}{100} \text{ rad}; \quad y' = \frac{3}{100} 20 = 0,6 \text{ cm}.$$

c) Del triángulo IJM :

$$\tan \omega' = \omega' = \frac{y'}{60} = \frac{0,6}{60} = \frac{1}{100} \text{ rad} = 0,57^{\circ}.$$



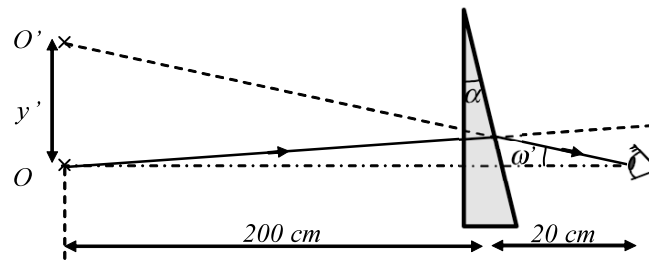
d) Por ser $\omega' = \frac{1}{100} \text{ rad}$, el rayo se desviará 1 cm en una distancia de 100 cm. El poder prismático efectivo es $Z_e = 1^{\Delta}$.

Otra manera de hacerlo sería a partir de la f3rmula:

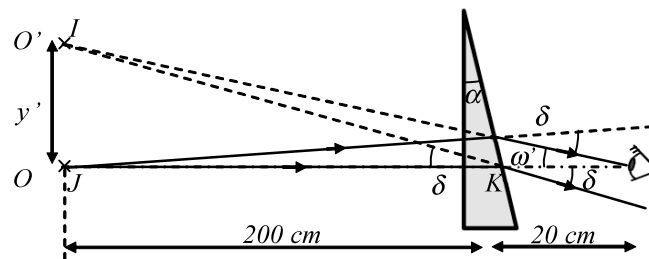
$$Z_e = Z \frac{a}{a+a'}, \quad Z_e = 3 \frac{20}{20+40} = 1^{\Delta}.$$

17. Un prisma de poder prismático $Z = 8^\Delta$ está situado a 20 cm del ojo. Se observa a través del prisma un objeto O que dista 200 centímetros de él tal y como se indica en la figura. Determina:

- El desplazamiento y' de la imagen.
- El ángulo ω' que deberá rotar el ojo del observador para poder ver la imagen O' .
- El poder prismático efectivo del prisma para esta situación.



SOLUCIÓN:



Se procede del mismo modo que en el ejercicio anterior.

a) Del triángulo IJK : $\tan \delta = \frac{y'}{200}$; $\delta = \frac{8}{100} \text{ rad}$; $y' = 200 \delta = 200 \frac{8}{100} = 16 \text{ cm}$.

b) Del triángulo IJM : $\tan \omega' = \frac{y'}{220} = \frac{16}{220} = 0,073 = \frac{7,3}{100} \text{ rad}$.

c) El resultado anterior indica que el rayo se desviará 7,3 cm en una distancia de 100 cm. El poder prismático efectivo en este caso es de $Z_e = 7,3^\Delta$.

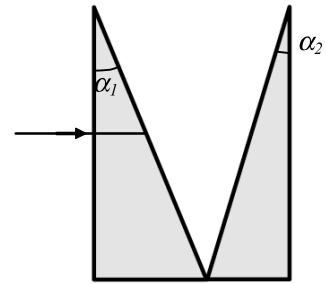
Otra manera de hacerlo sería a partir de la fórmula:

$$Z_e = Z \frac{a}{a + a'}, \quad Z_e = 8 \frac{200}{200 + 20} = 7,3^\Delta.$$

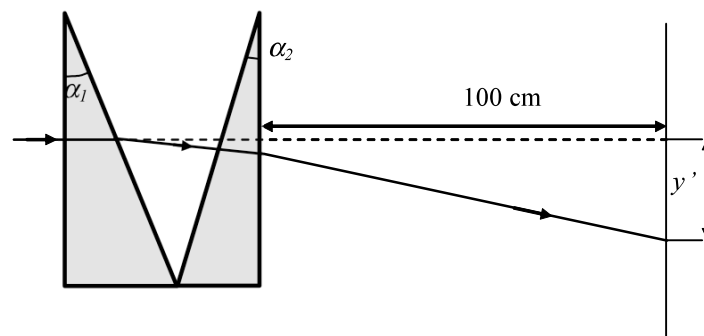
18. Se agrupan dos prismas delgados de poderes prismáticos respectivos $Z_1 = 1^\Delta$ y $Z_2 = 2^\Delta$ según se muestra en la figura.

Determina:

- El poder prismático total de la asociación.
- La desviación y' del rayo a la distancia de 100 cm.



SOLUCIÓN:



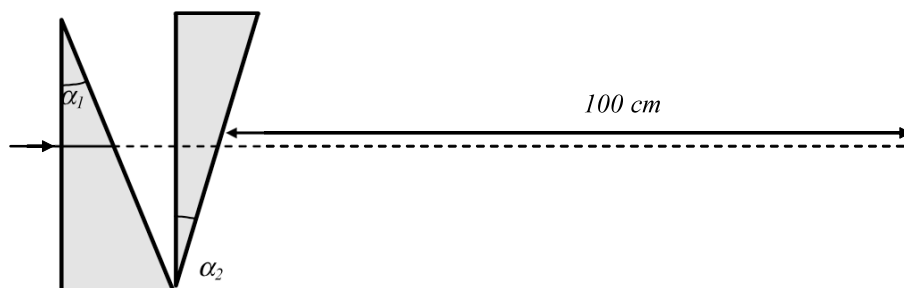
a) El poder prismático de la asociación es la suma de poderes prismáticos:

$$Z = Z_1 + Z_2 = 1 + 2 = 3^\Delta.$$

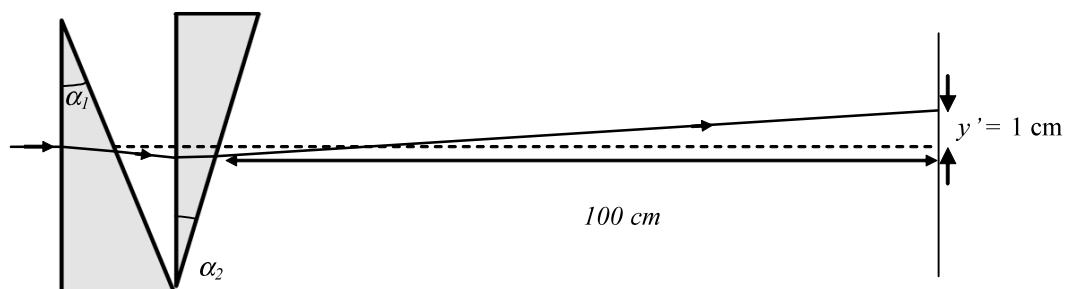
b) Si el poder prismático es de $Z = 3^\Delta$ significa que la desviación del rayo de luz a la distancia de 100 es de 3 cm. As i pues $y' = 3$ cm.

19. Se agrupan dos prismas delgados de poderes prismáticos respectivos $Z_1 = 1^\Delta$ y $Z_2 = 2^\Delta$ según se muestra en la figura. Determina:

- El poder prismático total de la asociación.
- La desviación y' del rayo a la distancia de 100 cm.



SOLUCIÓN:



a) $Z = Z_1 + Z_2$.

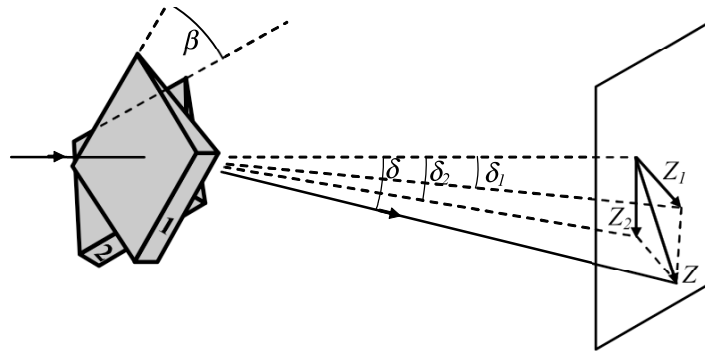
La desviación que produce el primer prisma es en sentido horario mientras que la desviación que produce el segundo prisma es en sentido antihorario, dicho de otro modo, el poder refractivo del segundo prisma, situado en esta posición, es negativo.

$$P = 1 - 2 = -1^\Delta.$$

b) La separación es hacia arriba según se indica en la figura. Así pues $y' = -1$ cm.

20. Un prisma de Risley está compuesto por dos prismas idénticos cuyo poder prismático de cada uno es de 10^{Δ} . Determina el poder prismático de este prisma para los siguientes valores de β :

β	$\beta = 0^{\circ}$.	$\beta = 45^{\circ}$	$\beta = 90^{\circ}$.	$\beta = 135^{\circ}$	$\beta = 180^{\circ}$
Z					

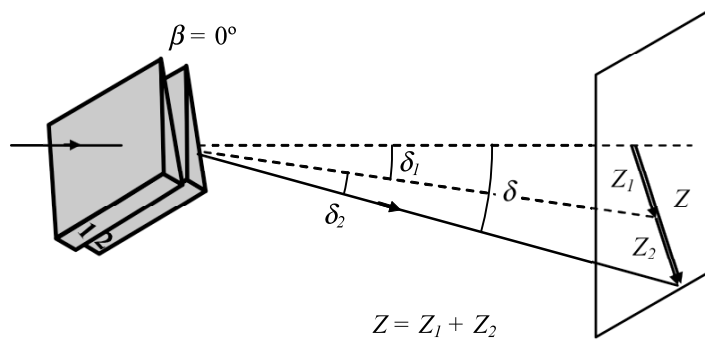


SOLUCIÓN:

La potencia prismática de un prisma de Risley es:

$$Z = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1Z_2 \cos \beta}$$

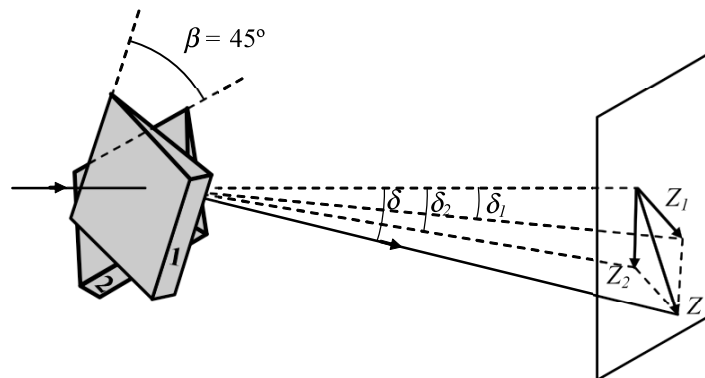
a) $\beta = 0^{\circ}$



En este caso: $Z = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1Z_2 \cos 0^{\circ}} = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1Z_2} = \sqrt{(Z_1 + Z_2)^2} = (Z_1 + Z_2)$.

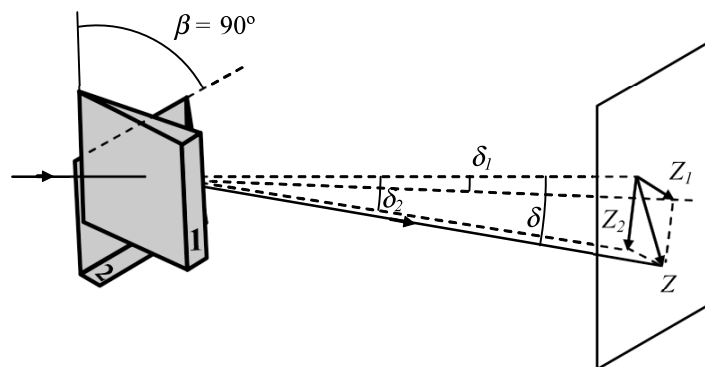
La potencia es la suma de potencias. $Z = 20^{\Delta}$.

b) $\beta = 45^\circ$



$$Z = \sqrt{10^2 + 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos 45^\circ} = 18,5^\Delta$$

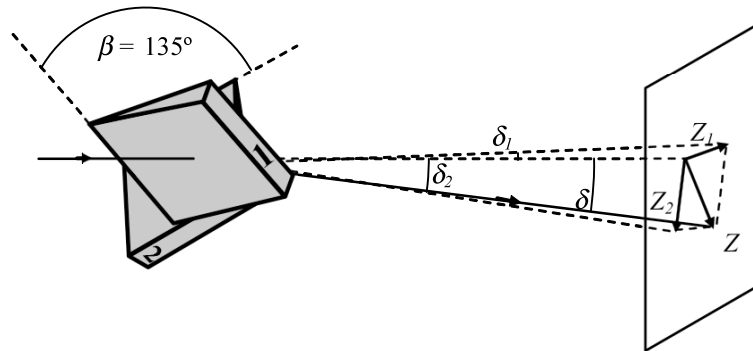
c) $\beta = 90^\circ$



$$Z = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1Z_2 \cos 90^\circ} = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2}$$

$$Z = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1^\Delta$$

d) $\beta = 135^\circ$

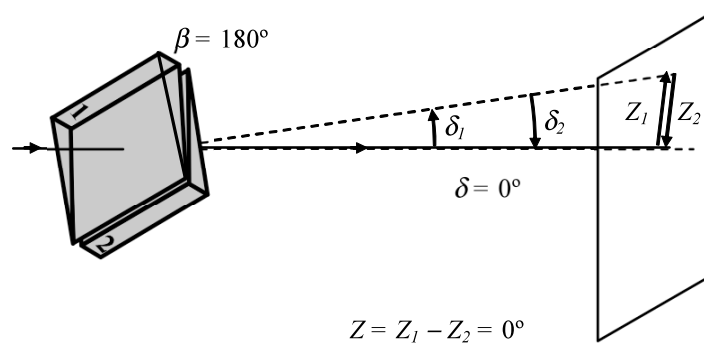


$$Z = \sqrt{10^2 + 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos 135^\circ} = 7,6^\Delta$$

c) $\beta = 180^\circ$

$$Z = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1Z_2 \cos 180^\circ} = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2 - 2Z_1Z_2} = \sqrt{(Z_1 - Z_2)^2} = (Z_1 - Z_2).$$

En este caso, la potencia prism tica es la resta de potencias. $Z = 0^\Delta$.



$$Z = Z_1 - Z_2 = 0^\Delta$$

β	$\beta = 0^\circ$.	$\beta = 45^\circ$	$\beta = 90^\circ$.	$\beta = 135^\circ$	$\beta = 180^\circ$
Z	20^Δ	$18,5^\Delta$	$14,1^\Delta$	$7,6^\Delta$	0^Δ