

# **PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL**

**Unidad 8:  
8.3 Asociación de lente delgada y dioptrios planos**

**Jaume Escofet**





### Uso de este material

Copyright© 2011 by Jaume Escofet

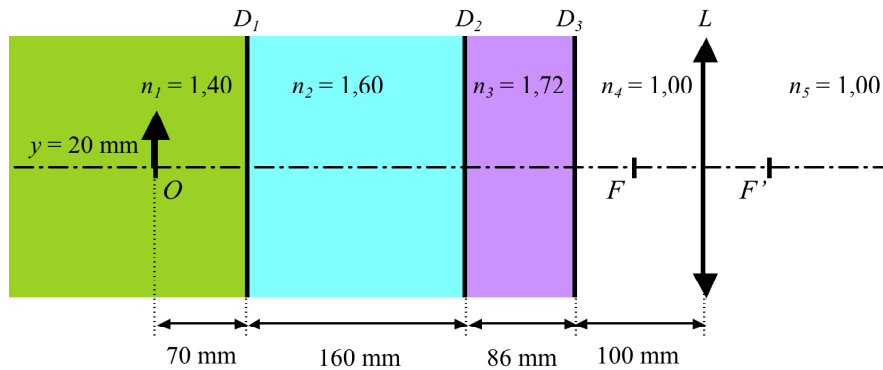
El autor autoriza la distribución de la versión electrónica de **Problemas de Óptica Geométrica e Instrumental. Unidad 8: 8.3 Asociación de lente delgada y espejo** sin previo consentimiento del mismo siempre que se haga de forma gratuita. Se prohíben expresamente la venta, distribución, comunicación pública y alteración del contenido. Por versión electrónica se entiende exclusivamente el archivo en formato PDF; las versiones impresas están sujetas a los usos definidos en la Ley de la Propiedad Intelectual o los acuerdos que puedan tomarse con el autor. El permiso sobre el uso del archivo en formato PDF incluye la realización de una copia impresa para uso exclusivamente personal. Se prohíbe también el paso del archivo electrónico a otro formato a excepción de aquéllos que permitan la compresión, facilitando así su almacenamiento. El autor se reserva el derecho de modificar el contenido tanto textual como de gráficos e imágenes sin necesidad de especificar versiones de trabajo y sin previo aviso por ningún medio.

Terrassa, Abril de 2013.



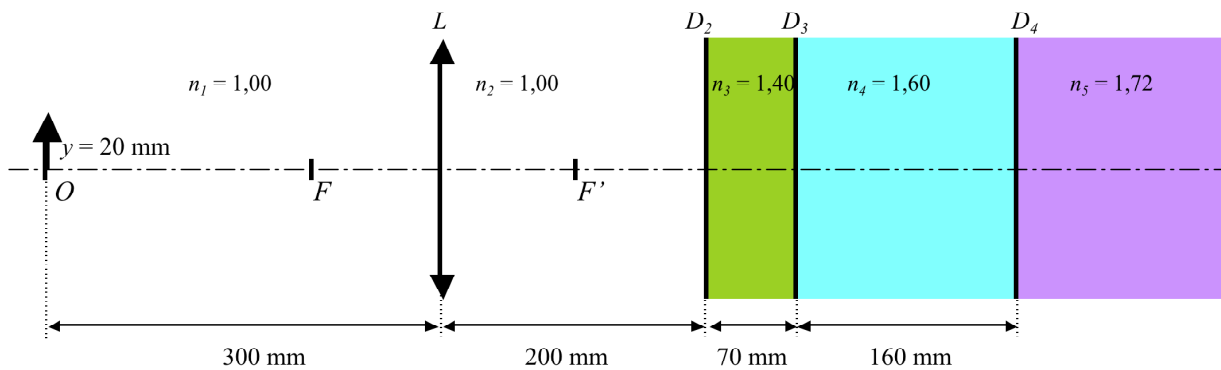
### UNIDAD 8. 8.3 PROBLEMAS DE ASOCIACIÓN DE LENTE DELGADA Y UN CONJUNTO DE DIOPTRIOS PLANOS

1. Sea el sistema de la figura. Teniendo en cuenta que la potencia de la lente es de 20,0 D. Determina:
- La posición de la imagen.
  - El tamaño de la imagen.



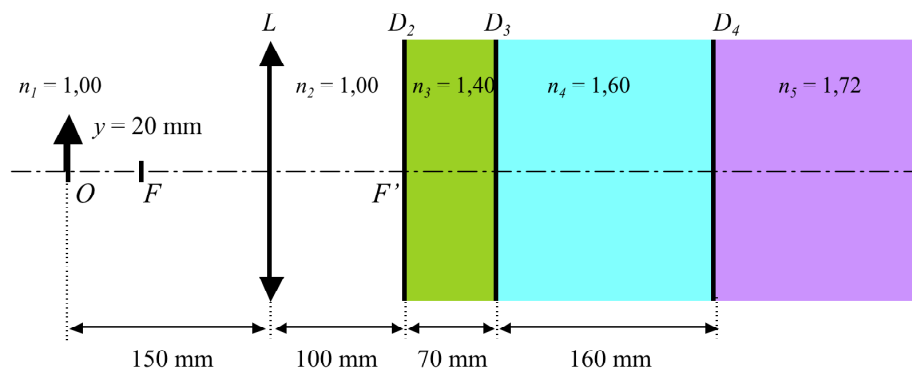
R/ a)  $LO' = 60 \text{ mm}$ ; b)  $y' = -4 \text{ mm}$ .

2. Sea el sistema de la figura. Teniendo en cuenta que la potencia de la lente es de 10,0 D. Determina:
- La posición de la imagen.
  - El tamaño de la imagen.



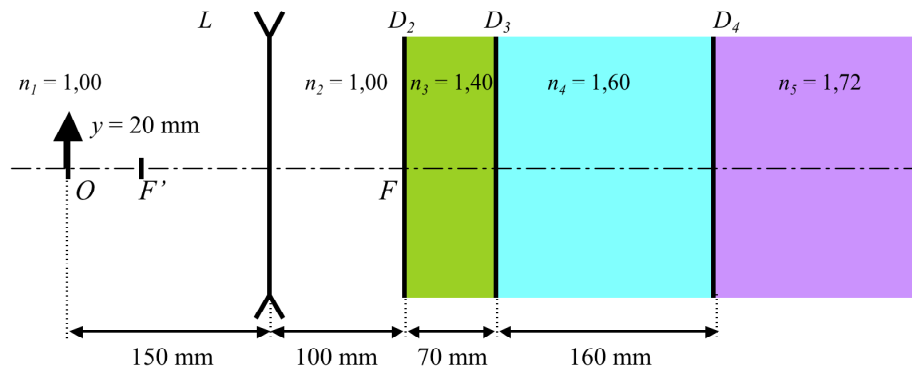
R/ a)  $D_4O' = -344 \text{ mm}$ ; b)  $y' = -10 \text{ mm}$ .

3. Sea el sistema de la figura. Teniendo en cuenta que la potencia de la lente es de  $10,0$  D. Determina:
- La posición de la imagen.
  - El tamaño de la imagen.



R/ a)  $D_4O' = 86$  mm; b)  $y' = -40$  mm.

4. Sea el sistema de la figura. Teniendo en cuenta que la potencia de la lente es de  $-10,0$  D. Determina:
- La posición de la imagen.
  - El tamaño de la imagen.



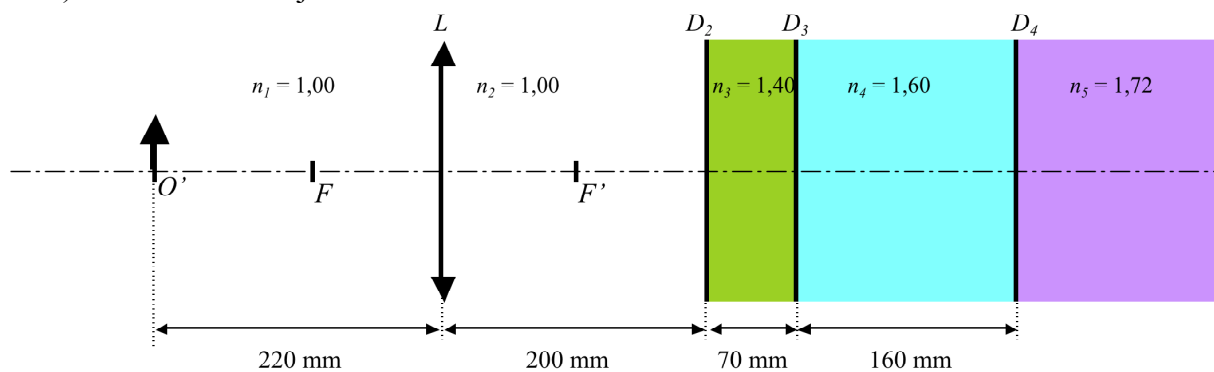
R/ a)  $D_4O' = -533,2$  mm; b)  $y' = -12$  mm.

5. Sea el sistema de la figura. Teniendo en cuenta que la potencia de la lente es de 10,0

D. Determina:

a) La posición del objeto.

b) El tamaño del objeto.



R/ a)  $LO = -75$  mm; b)  $y = 10$  mm.





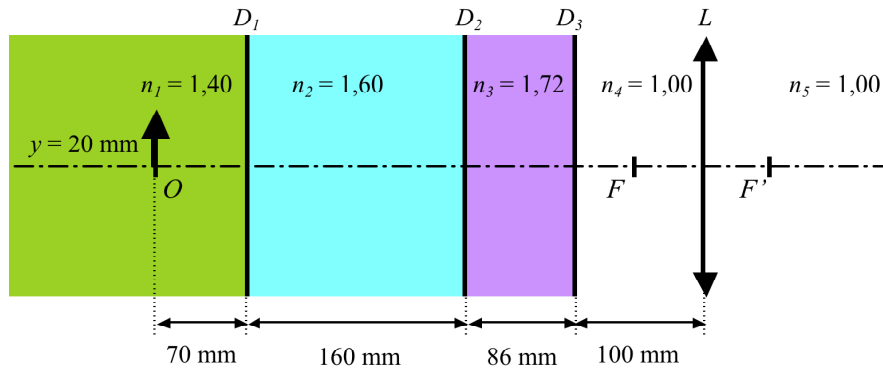
## Comentarios a los problemas de la Unidad 8.3

1. Se determina, en primer lugar, la imagen que forma el conjunto dioptrios planos. A continuación, considerando la imagen anterior como el objeto para la lente  $L$ , se determina la imagen que forma dicha lente.
2. Se determina, en primer lugar, la imagen que forma la lente  $L$ . A continuación, considerando la imagen anterior como el objeto para el conjunto de dioptrios planos, se determina la imagen que forma dicho conjunto de dioptrios.
3. Se procede del mismo modo que en el caso anterior. Cuando se determine la imagen que forma el conjunto de dioptrios planos debe tenerse en cuenta que el objeto del primer dioptrio es virtual.
4. Se procede del mismo modo que en los ejercicios 2 y 3. La única diferencia principal respecto a estos ejercicios es que la lente es negativa.
5. Se determina, en primer lugar, el conjugado objeto respecto al conjunto de dioptrios planos. A continuación y teniendo en cuenta que el conjugado objeto anterior es la imagen para la lente  $L$  se determina el conjugado objeto respecto de dicha lente.



## UNIDAD 8. 8.3 SOLUCIONES

1. Sea el sistema de la figura. Teniendo en cuenta que la potencia de la lente es de 20,0 D. Determina:
- La posición de la imagen.
  - El tamaño de la imagen.



SOLUCIÓN:

- Consideremos el sistema reducido en aire de la figura 1.

Consideremos en primer lugar la imagen que forma la asociación de dioptros planos  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$ .

Sea  $O_1$  el objeto y sea  $O'_1$  su conjugado imagen para el sistema formado por los dioptros  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$ . Sean asimismo  $\bar{O}_1$  y  $\bar{O}'_1$  los mismos objeto e imagen anterior en el sistema reducido en aire.

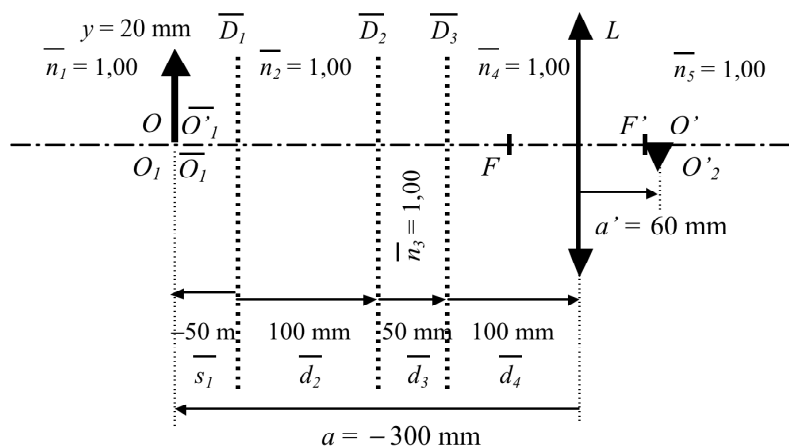


Figura 1

$$\overline{s}'_3 = \overline{s}_3 = (\overline{s}_1 - \overline{d}_2 - \overline{d}_3 - \overline{d}_4) = \left( \frac{s_1}{n_1} - \frac{d_2}{n_2} - \frac{d_3}{n_3} - \frac{d_4}{n_4} \right) =$$

$$-\left( \frac{70}{1,40} + \frac{160}{1,60} + \frac{86}{1,72} + \frac{100}{1,00} \right) = -(50 + 100 + 50 + 100) = -300 \text{ mm.}$$

Imagen formada por la lente  $L$ .

Sea  $O_2 \equiv O'_1$  el objeto y sea  $O'_2 \equiv O'$  su conjugado imagen para el sistema formado por la lente  $L$ .

Aplicando la ecuación de Descartes:

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}; \quad f' = \frac{1}{P'} = \frac{1}{20,0} = 0,050 \text{ m} = 50 \text{ mm}; \quad a = -300 \text{ mm.}$$

$$-\frac{1}{-300} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{50}; \quad \frac{1}{a'} = \frac{1}{50} - \frac{1}{300} = \frac{6-1}{300} = \frac{5}{300}; \quad a' = \frac{300}{5} = 60 \text{ mm.}$$

La posición de la imagen final es:

$$LO' = 60 \text{ mm}$$

b) El aumento lateral producido por la lente  $L$  es el aumento total del sistema:

$$m = m_L = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}; \quad \frac{y'}{20} = \frac{60}{-300}; \quad y' = -4 \text{ mm.}$$

La imagen formada por el sistema es real, menor e invertida (Figura 2).

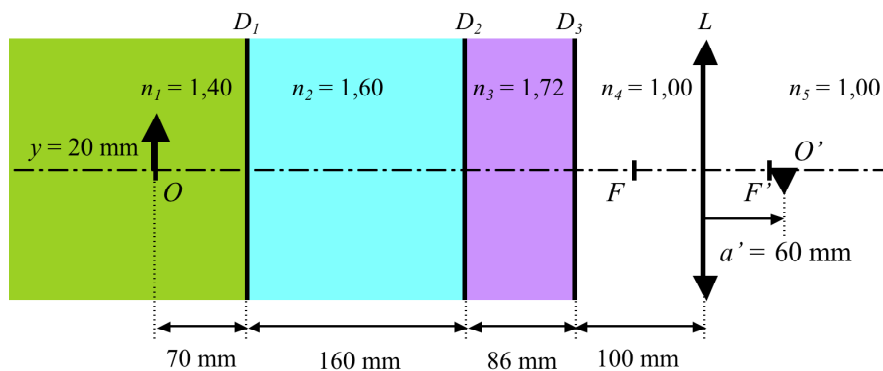
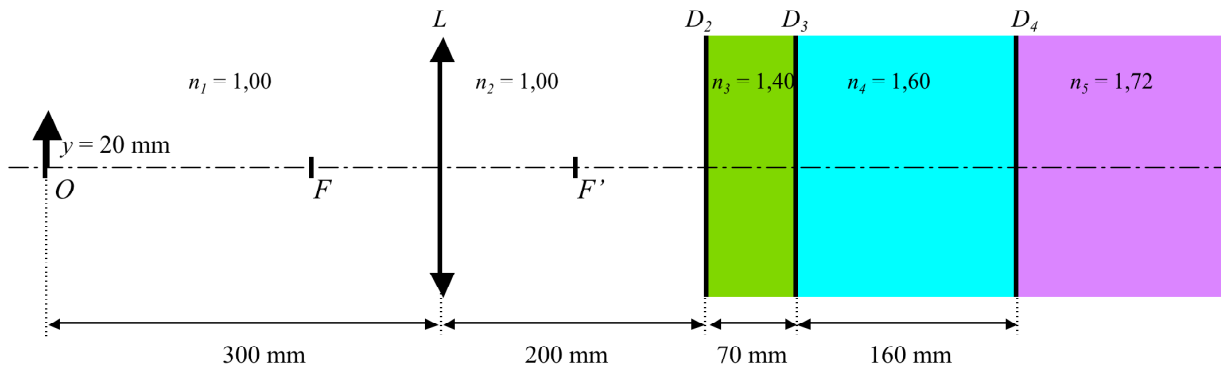


Figura 2

2. Sea el sistema de la figura. Teniendo en cuenta que la potencia de la lente es de 10,0

D. Determina:

- La posición de la imagen.
- El tamaño de la imagen.



SOLUCIÓN:

a) Determinemos en primer lugar la imagen formada por la lente  $L$  (Figura 1):

Consideremos en primer lugar la imagen que forma la lente  $L$ .

Sea  $O_I$  el objeto y sea  $O'_I$  su conjugado imagen para el sistema formado por la lente  $L$ .

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}; \quad f' = \frac{n'}{P} = \frac{1}{10,0} = 0,100 \text{ m} = 100 \text{ mm.} \quad a = -300,0 \text{ mm.}$$

$$-\frac{1}{-300} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{100}; \quad \frac{1}{a'} = \frac{1}{100} - \frac{1}{300} = \frac{3-1}{300} = \frac{2}{300}; \quad a' = \frac{300}{2} = 150 \text{ mm.}$$

$$LO' = a' = 150 \text{ mm.}$$

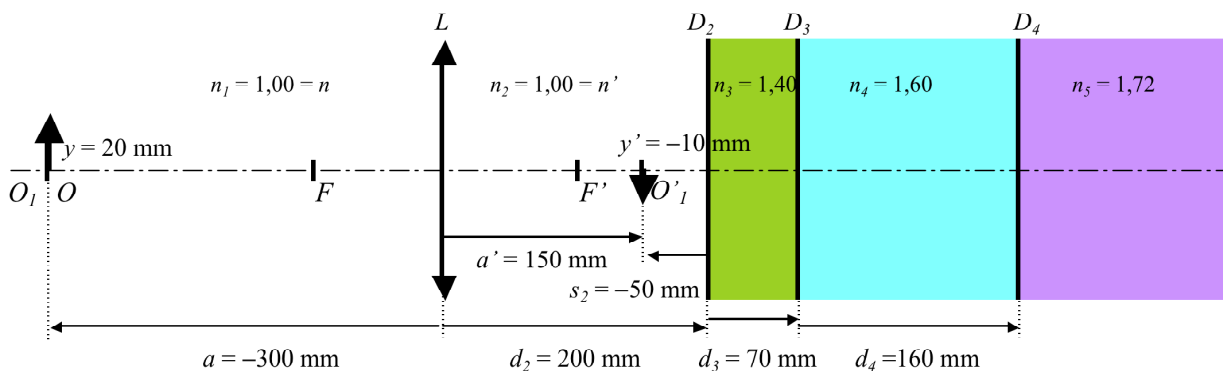


Figura 1

Determinemos a continuación la imagen que forma la asociación de dioptrios planos.

Consideremos el sistema reducido en aire (Figura 2):

Sea  $O_2$  el objeto y sea  $O'_2$  su conjugado imagen para el sistema formado por los dioptrios  $D_1, D_2$  y  $D_3$ . Sean asimismo  $\bar{O}_2$  y  $\bar{O}'_2$  los mismos objeto e imagen anterior en el sistema reducido en aire.

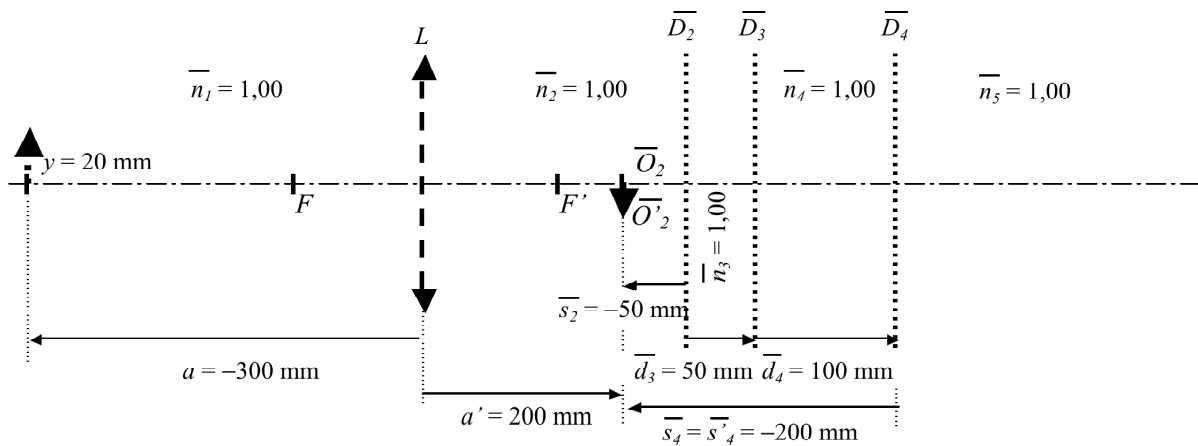


Figura 2

La imagen formada por la lente es objeto para la asociación de dioptrios planos.

$$\bar{s}'_4 = \bar{s}_4 = (\bar{s}_2 - \bar{d}_3 - \bar{d}_4) = \left( \frac{s_2}{n_2} - \frac{d_3}{n_3} - \frac{d_4}{n_4} \right) = - \left( \frac{50}{1,00} + \frac{70}{1,40} + \frac{160}{1,60} \right) = - (50 + 50 + 100) = -200 \text{ mm.}$$

$$s'_4 = n'_4 \bar{s}'_4 = n_5 \bar{s}'_4 = 1,72(-200) = -344 \text{ mm} \quad D_4 O' = s'_4 = -344 \text{ mm.}$$

La posición de la imagen final respecto de la lente  $L$  es:

$$LO' = LD_4 + D_4 O' = 430 - 344 = 86 \text{ mm.}$$

b) El aumento lateral producido por la lente  $L$  es el aumento total del sistema:

$$m = m_L = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}; \quad \frac{y'}{20} = \frac{150}{-300}; \quad y' = -10 \text{ mm.}$$

La imagen formada por el sistema es virtual, menor e invertida (Figura 3).

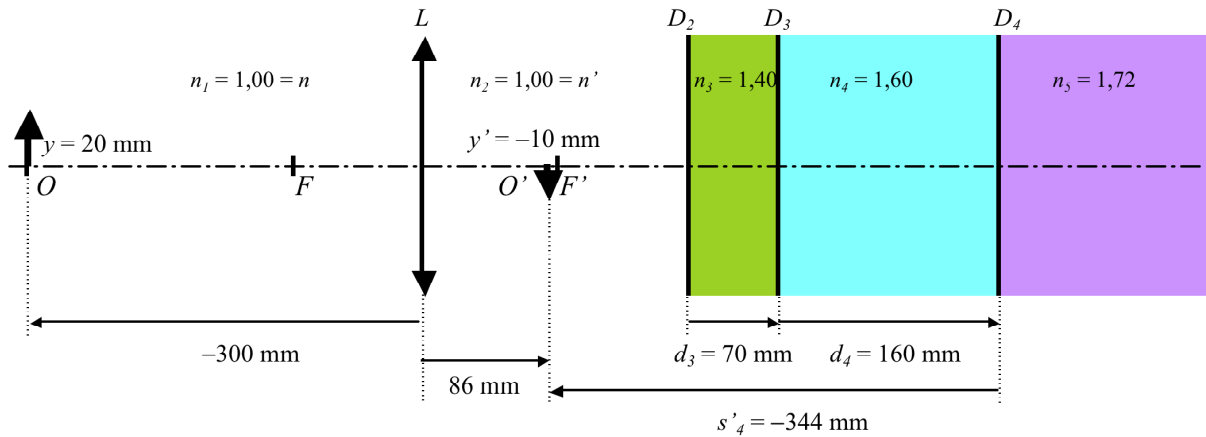
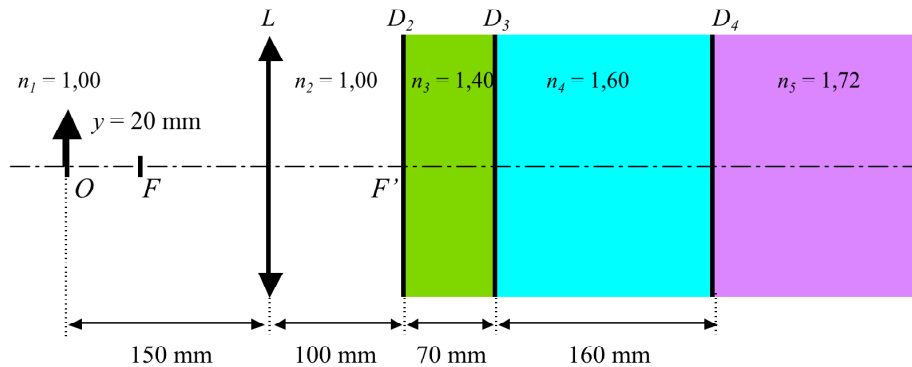


Figura 3

3. Sea el sistema de la figura. Teniendo en cuenta que la potencia de la lente es de 10,0

D. Determina:

- La posición de la imagen.
- El tamaño de la imagen.



SOLUCIÓN:

a) Determinemos en primer lugar la imagen formada por la lente  $L$  (Figura 1):

Sea  $O_1$  el objeto y sea  $O'_1$  su conjugado imagen para el sistema formado por la lente  $L$ .

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}; \quad f' = \frac{n'}{P'} = \frac{1}{10,0} = 0,100 \text{ m} = 100 \text{ mm}. \quad a = -150 \text{ mm}.$$

$$-\frac{1}{-150} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{100}; \quad \frac{1}{a'} = \frac{1}{100} - \frac{1}{150} = \frac{3-2}{300} = \frac{1}{300}; \quad a' = 300 \text{ mm}.$$

$$LO' = a' = 300 \text{ mm}.$$

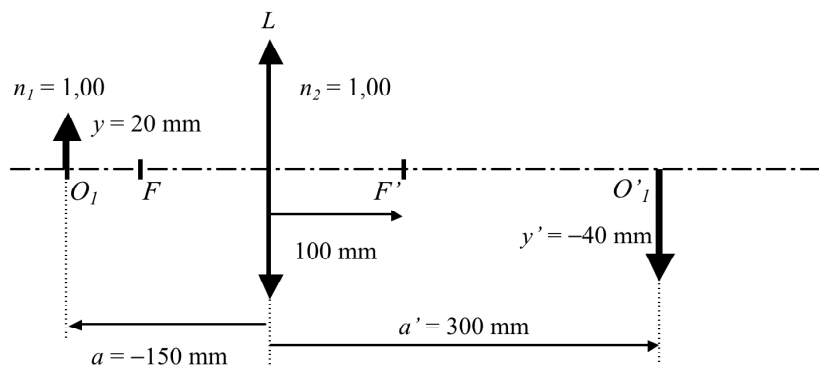


Figura 1

Determinemos a continuación la imagen que forma la asociación de dioptros planos.

Consideremos el sistema reducido en aire (Figura 2):

Sea  $O_2$  el objeto y sea  $O'_2$  su conjugado imagen para el sistema formado por los dioptros  $D_1, D_2$  y  $D_3$ . Sean asimismo  $\bar{O}_2$  y  $\bar{O}'_2$  los mismos objeto e imagen anterior en el sistema reducido en aire.

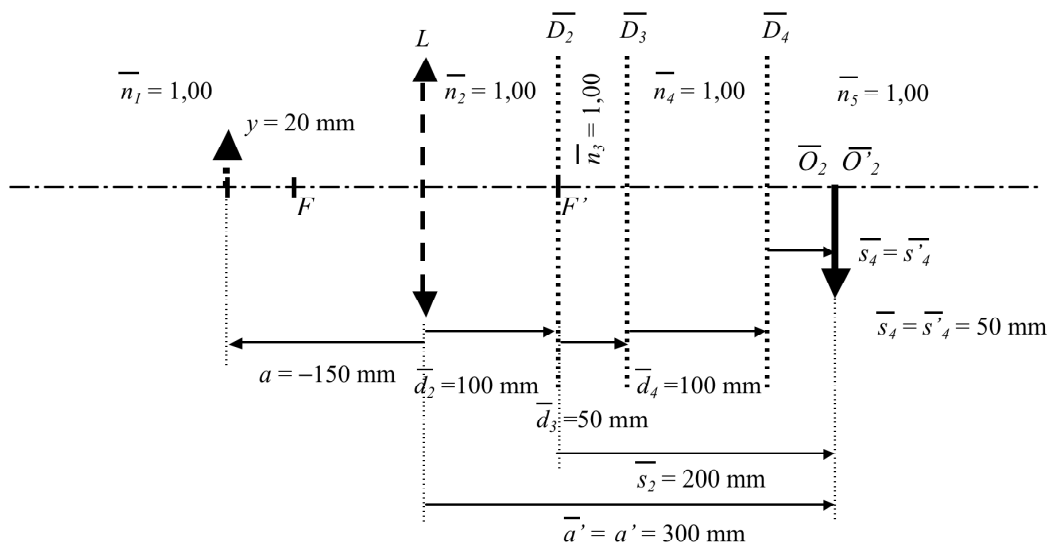


Figura 2

La imagen formada por la lente es objeto para la asociación de dioptros planos.

$$\bar{s}'_4 = \bar{s}_4 = (\bar{s}_2 - \bar{d}_3 - \bar{d}_4) = \left( \frac{s_2}{n_2} - \frac{d_3}{n_3} - \frac{d_4}{n_4} \right) = \left( \frac{200}{1,00} - \frac{70}{1,40} - \frac{160}{1,60} \right) = (200 - 50 - 100) = 50 \text{ mm.}$$

$$s'_4 = n'_4 \bar{s}'_4 = n_5 \bar{s}'_4 = 1,72(50) = 86 \text{ mm} \quad D_4 O' = s'_4 = 86 \text{ mm.}$$



La posición de la imagen final respecto de la lente  $L$  es:

$$LO' = LD_4 + D_4O' = 430 - 86 = 516 \text{ mm.}$$

b) El aumento lateral producido por la lente  $L$  es el aumento total del sistema:

$$m = m_L = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}; \quad \frac{y'}{20} = \frac{300}{-150}; \quad y' = -40 \text{ mm.}$$

La imagen formada por el sistema es real, mayor e invertida.

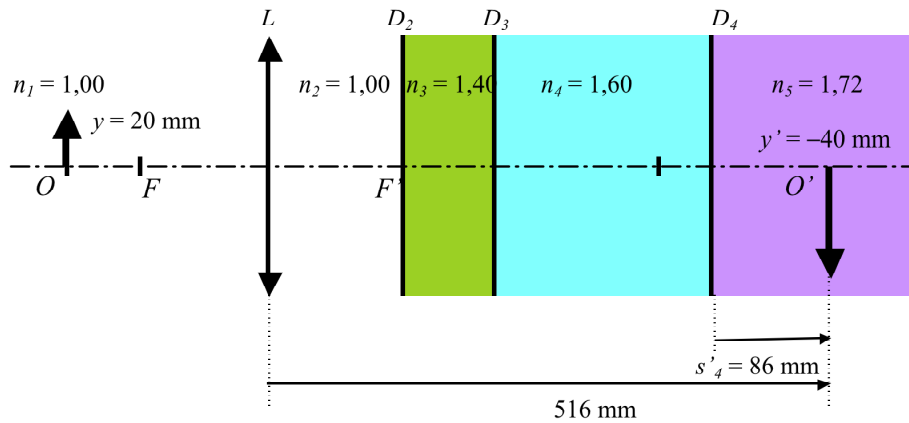
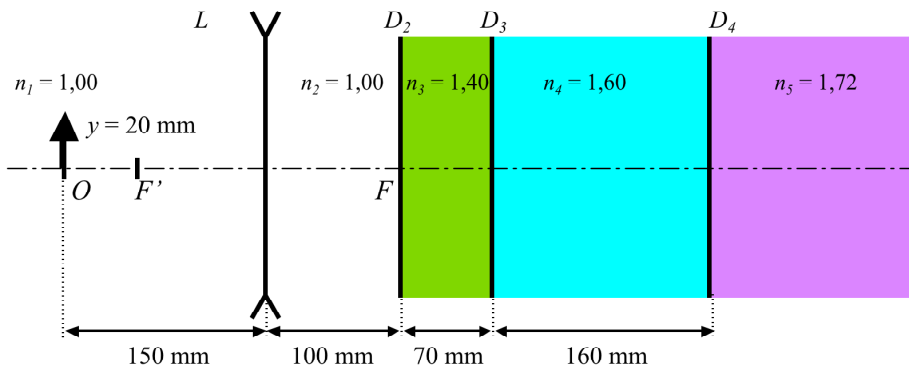


Figura 3

4. Sea el sistema de la figura. Teniendo en cuenta que la potencia de la lente es de  $-10,0 \text{ D}$ . Determina:

- La posición de la imagen.
- El tamaño de la imagen.



SOLUCIÓN:

a) Determinemos en primer lugar la imagen formada por la lente  $L$  (Figura 1):

Sea  $O_1$  el objeto y sea  $O'_1$  su conjugado imagen para el sistema formado por la lente  $L$ .

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}; \quad f' = \frac{n'}{P'} = \frac{1}{-10,0} = -0,100 \text{ m} = -100 \text{ mm. } a = -150 \text{ mm.}$$

$$-\frac{1}{-150} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{-100}; \quad \frac{1}{a'} = -\frac{1}{100} - \frac{1}{150} = \frac{-3-2}{300} = -\frac{5}{300};$$

$$a' = -60 \text{ mm.}$$

$$LO' = a' = -60 \text{ mm.}$$

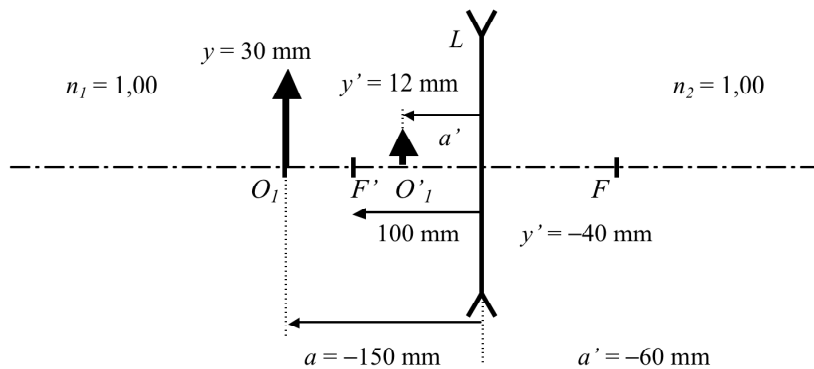


Figura 1

Determinemos a continuación la imagen que forma la asociación de dioptrios planos.

Consideremos el sistema reducido en aire (Figura 2):

Sea  $O_2$  el objeto y sea  $O'_2$  su conjugado imagen para el sistema formado por los dioptrios  $D_1, D_2$  y  $D_3$ . Sean asimismo  $\bar{O}_2$  y  $\bar{O}'_2$  los mismos objeto e imagen anterior en el sistema reducido en aire.

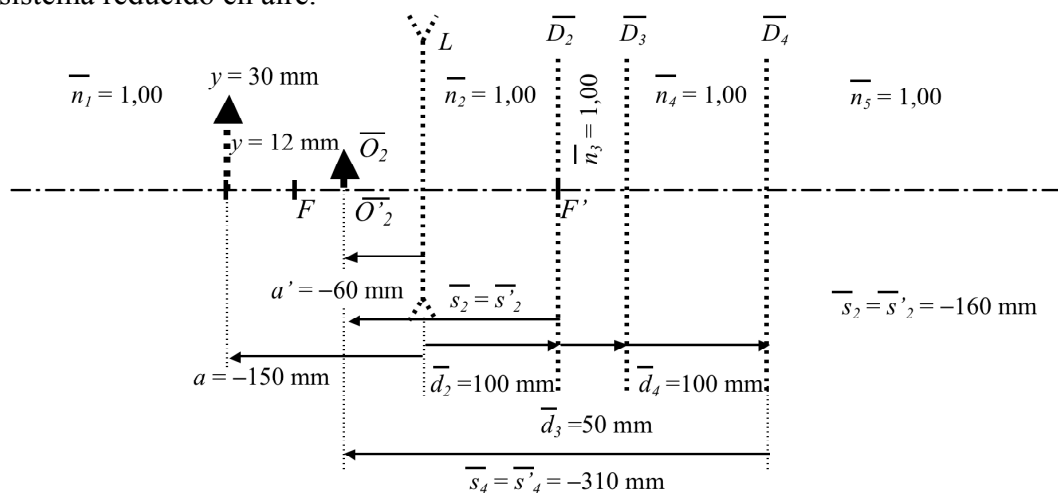


Figura 2

La imagen formada por la lente es objeto para la asociación de dioptrios planos.

$$\overline{s'_4} = \overline{s_4} = (\overline{s_2} - \overline{d_3} - \overline{d_4}) = \left( \frac{s_2}{n_2} - \frac{d_3}{n_3} - \frac{d_4}{n_4} \right) = - \left( \frac{160}{1,00} + \frac{70}{1,40} + \frac{160}{1,60} \right) = - (160 + 50 + 100) = -310 \text{ mm.}$$

$$s'_4 = n'_4 \overline{s'_4} = n_5 \overline{s'_4} = 1,72(-310) = -533,2 \text{ mm} \quad D_4 O' = s'_4 = -533,2 \text{ mm.}$$

La posición de la imagen final respecto de la lente  $L$  es:

$$LO' = LD_4 + D_4 O' = 430 - 533,2 = 103,2 \text{ mm.}$$

b) El aumento lateral producido por la lente  $L$  es el aumento total del sistema:

$$m = m_L = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}; \quad \frac{y'}{30} = \frac{-60}{-150}; \quad y' = -12 \text{ mm.}$$

La imagen formada por el sistema es virtual, menor y derecha.

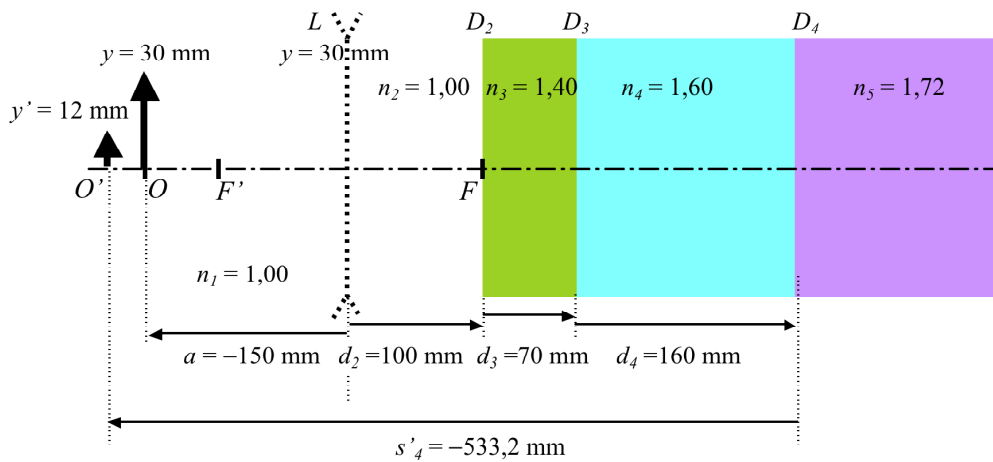
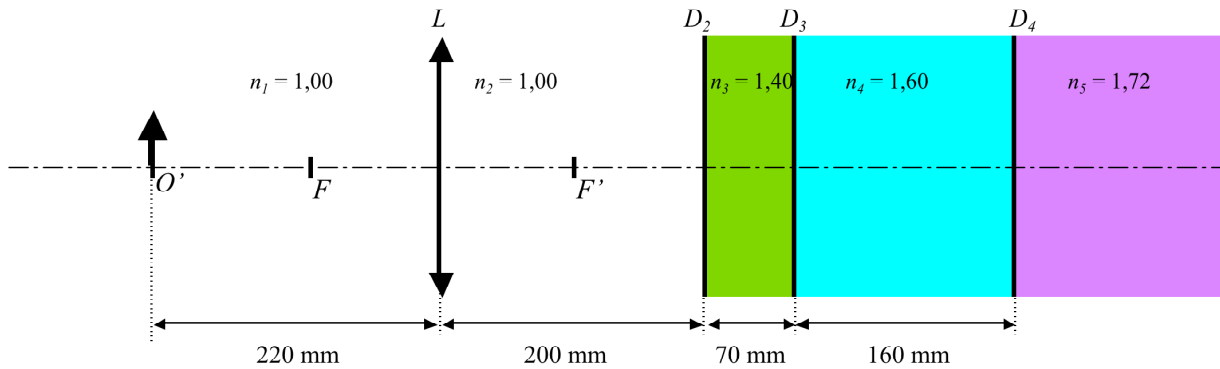


Figura 3

5. Sea el sistema de la figura. Teniendo en cuenta que la potencia de la lente es de 10,0

D. Determina:

- La posición del objeto.
- El tamaño del objeto.



SOLUCIÓN:

a) Consideremos el sistema reducido en aire (Figura 1):

Sea  $O_2$  el objeto y sea  $O'_2$  su conjugado imagen para el sistema formado por los dioptrios  $D_1, D_2$  y  $D_3$ . Sean asimismo  $\bar{O}_2$  y  $\bar{O}'_2$  los mismos objeto e imagen anterior en el sistema reducido en aire.

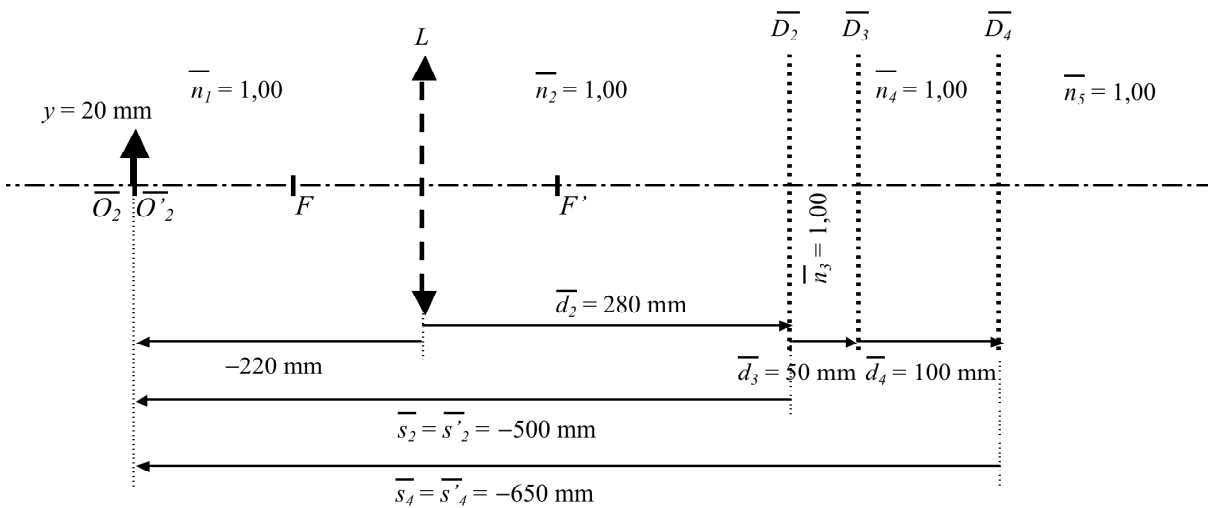


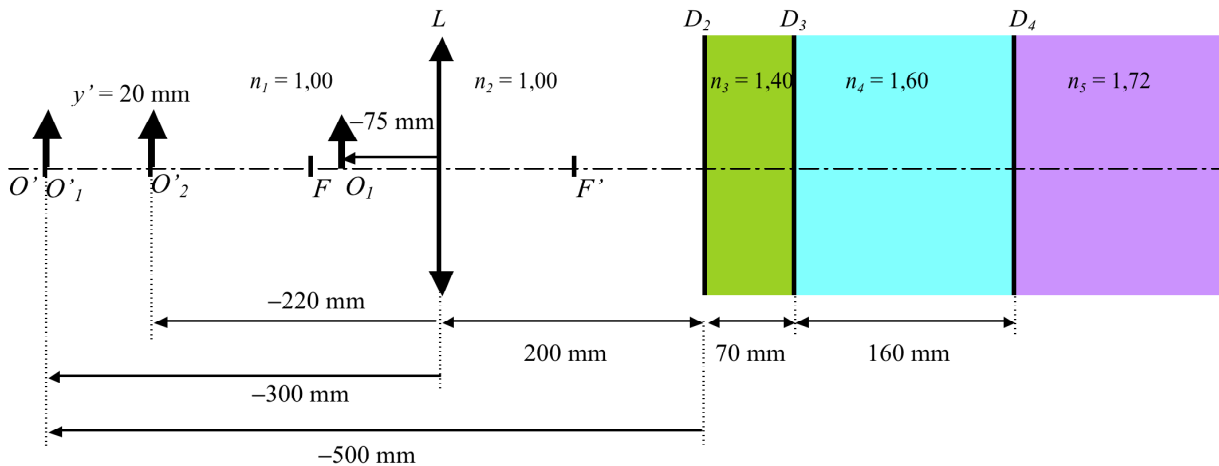
Figura 1

$$\bar{s}'_4 = \bar{s}_4 = (\bar{s}_2 - \bar{d}_3 - \bar{d}_4); \quad \bar{s}_2 = \bar{s}_4 + \bar{d}_3 + \bar{d}_4;$$

$$\bar{s}_2 = (\bar{s}_4 + \bar{d}_3 + \bar{d}_4) = \left( \frac{\bar{s}_4}{n_4} + \frac{\bar{d}_3}{n_3} + \frac{\bar{d}_4}{n_4} \right);$$

$$\bar{s}_2 = \left( \frac{-650}{1,00} + \frac{70}{1,40} + \frac{160}{1,60} \right) = (-650 + 50 + 100) = -500 \text{ mm.}$$

$$s_2 = n_2 \bar{s}_2 = 1,00(-500) = -500 \text{ mm.}$$



El conjugado objeto a través de la lente  $L$  es:

Sea  $O_I$  el objeto y sea  $O'_I$  su conjugado imagen para el sistema formado por la lente  $L$ .

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}; \quad f' = \frac{n'}{P'} = \frac{1,00}{10,0} = 0,100 \text{ m} = 100 \text{ mm.} \quad a' = -300 \text{ mm.}$$

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{-300} = \frac{1}{100}; \quad \frac{1}{a} = -\frac{1}{100} - \frac{1}{300} = \frac{-3-1}{300} = -\frac{4}{300};$$

$$a = -\frac{300}{4} = -75 \text{ mm.}$$

$$LO = a = -75 \text{ mm.}$$

b) El aumento lateral producido por la lente  $L$  es el aumento total del sistema:

$$m = m_L = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}; \quad \frac{20}{y} = \frac{-300}{-75}; \quad y = 10 \text{ mm.}$$

La imagen es virtual y el conjugado objeto a través del sistema es virtual, menor y derecho.