Zestaw 9

Zeszyt 4

Jacek Stańdo
Kinga Gałązka

Rozwijanie myślenia matematycznego w kontekście edukacji fizycznej

- Duże i małe liczby w fizyce i matematyce
- Fizyka i matematyka w korelacji

Analiza merytoryczna
Elżbieta Miterka

Recenzja
Jolanta Lazar

Redakcja językowa i korekta
Joanna Mueller

Projekt graficzny, projekt okładki
Wojciech Romerowicz, ORE

Skład i redakcja techniczna
Grzegorz Dębiński

Projekt motywu graficznego „Szkoły ćwiczeń”
Aneta Witecka

ISBN 978-83-65967-00-8 (Zestawy materiałów dla nauczycieli szkół ćwiczeń – matematyka)
ISBN 978-83-65967-36-7 (Zestaw 9. Korelacje treści nauczania z matematyki z zagadnieniami przedmiotów przyrodniczych)
ISBN 978-83-65967-40-4 (Zeszyt 4. Rozwijanie myślenia matematycznego w kontekście edukacji fizycznej)

Warszawa 2017
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój

ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny

Spis treści

Wstęp

„To, co nazywamy fizyką, stanowi tę grupę nauk przyrodniczych, których pojęcia oparte są na pomiarach i które to pojęcia oraz twierdzenia dają się sformułować matematycznie. Zgodnie z tym zakres fizyki jest zdefiniowany jako ta część naszej pełnej wiedzy, która jest możliwa do wyrażania w matematycznej postaci”.

Albert Einstein

Każdy fizyk jest doskonałym matematykiem, ale czy każdy matematyk poradzi sobie z problemami z fizyki? Celem tej publikacji jest przybliżenie matematykom trudnych problemów, z jakimi spotykają się uczniowie na zajęciach z fizyki. Jednocześnie chcemy pokazać, jak można wplatać elementy edukacji fizycznej do lekcji matematyki i jak holistycznie patrzeć na problemy otaczającej nas rzeczywistości przez pryzmat pojęć matematyczno-fizycznych. Wspólne działania matematyka i fizyka dają wspaniałe rezultaty – pokazują, jak teoria wykorzystywana jest w zastosowaniach praktycznych i odwrotnie, a także dowodzą, że matematyka ułatwia opisywanie zachodzących wokół nas zjawisk.

Wiele twierdzeń matematycznych sformułowano przy okazji prowadzenia doświadczeń z fizyki. Odkryto je niejako mimochodem, bo przydawały się fizykom do formułowania ich teorii. Matematycy kilka zgrabnych sformułowań nawet sobie zawłaszczyli, np. wzór E = mc2 plasuje się wysoko w rankingu najpiękniejszych wzorów matematycznych.

Odniesienia do fizyki to dobry pomysł na formułowanie niebanalnych pytań (zwanych w ocenianiu kształtującym kluczowymi), na które uczniowie chętnie poszukają odpowiedzi. Zamiast więc zaczynać rutynowo lekcję na temat jednostek czasu, można zapytać: „Czy jest już dzisiaj możliwe przeniesienie się w czasie?”. Oczywiście odpowiedź tkwi w dylatacji czasu, czyli w różnicy w pomiarze czasu zjawiska, które jest obserwowane przez dwa przemieszczające się względem siebie układy odniesienia. Dla obiektów poruszających się z dużymi prędkościami (np. astronautów w kosmosie) czas płynie wolniej (z ziemskiej perspektywy). Zatem powracający astronauci są młodsi o ułamkowe części sekundy, niż gdyby zostali na Ziemi. Rekordzistą jest jeden z rosyjskich astronautów, który przebywając na pokładzie stacji kosmicznej, „przeniósł się w czasie” o 1/50 sekundy.

Zadania zaczerpnięte z fizyki mogą być dobrą ilustracją poznanych pojęć i teorii matematycznych. Kompilacja fizyki i matematyki pozwala na tworzenie lekcji, które pokażą, jak narzędzia matematyczne wykorzystywane są w praktyce. Fizyka dostarcza wiedzy o zjawiskach i faktach, a matematyka je opisuje za pomocą symboli i wzorów. W edukacji szkolnej fizyka opiera się głównie na zrozumieniu prostych modeli wyrażanych poglądowo, jednak w konsekwencji, gdy przechodzi się do algorytmów w omawianiu zjawisk, wkracza się w obszar symboliki matematycznej.

Finałem wielu badań naukowych w dziedzinie fizyki jest zapisanie wniosków językiem matematyki, gdyż konkretyzuje to dokonania, prowadzi do uogólnień i jest punktem wyjścia do działań dedukcyjnych. To właśnie potrzeby dynamicznie rozwijającej się fizyki prowokowały powstawanie nowych teorii matematycznych. Przykładami mogą być rachunek różniczkowy czy rachunek wariacyjny. Matematykę jako dziedzinę wiedzy, która jest niezbędna dla nauk przyrodniczych, nazwano królową nauk.

Dopiero w XX wieku matematyka wyraźnie oddzieliła się od wpływu fizyki. Dzisiaj matematyka jest zaliczana do nauk formalnych, zajmujących się badaniem obiektów, opisywanych językiem symbolicznym, które niekoniecznie dają się przełożyć na realne odpowiedniki. Natomiast fizyka jest nadal dziedziną faktualną, która swoje odkrycia zawdzięcza badaniom laboratoryjnym oraz obserwacjom rzeczywistych zjawisk czy obiektów.

Współczesna fizyka daleko odeszła od tej, z którymi spotykają się uczniowie na lekcjach, co można zauważyć, gdy śledzi się choćby dokonania laureatów Nagrody Nobla w dziedzinie fizyki.

Nagrody Nobla w dziedzinie fizyki przyznane w ciągu ostatnich lat:

- 2017 – Rainer Weiss, Barry C. Barish i Kip S. Thorne – za wkład w prace nad detektorem LIGO i obserwacje fal grawitacyjnych (fal wytworzonych bardzo dawno w kosmosie przez czarne dziury),
- 2016 – David Thouless, Duncan Haldane oraz Michael Kosterlitz – za pracę w dziedzinie topologicznych przejść fazowych (ich dokonania dają nadzieję na wielki postęp w materiałoznawstwie i elektronice),
- 2015 – Takaaki Kajita i Arthur B. McDonald – za odkrycie oscylacji neutrin (co dowodzi, że te cząstki elementarne mają masę),
- 2014 – Isamu Akasaki i Hiroshi Amano oraz Shuji Nakamura – za stworzenie niebieskiej diody LED (dzięki tej diodzie energooszczędne i trwałe świecące diody zastępują żarówki i świetlówki).

Niestety, tylko dwie kobiety są laureatkami Nagrody Nobla (w tym Polka: Maria Skłodowska-Curie). Może więc warto pokazywać fascynujący świat fizyki także oczami dziewcząt. Na przykład wyjaśnić, na czym polega efekt orzecha brazylijskiego (spotykamy się z nim, jedząc płatki śniadaniowe), lub zapytać, który ze sławnych uczonych urodził się 14 marca, w dniu obchodzonym jako święto liczby π (oczywiście nikt inny, tylko wielki Albert Einstein). Czerpmy pomysły od fizyków, a zajęcia z matematyki staną się na pewno ciekawsze, uczniom zaś łatwiej będzie zapamiętać twierdzenia poparte ich rzeczywistymi zastosowaniami.

Nie jest możliwe omówienie w pracy wszystkich szkolnych interakcji matematyczno-fizycznych, ograniczymy się więc tylko do wybranych przykładów, które mogą być inspiracją zarówno dla nauczycieli o niewielkim stażu pracy, jak i dla tych doświadczonych, bazujących na sprawdzonych wzorcach. Mamy nadzieję, że zamieszczone ciekawostki, „pomysły na...”, banki zadań i tabelki zawierające przydatne informacje zainteresują również osoby, które nie uczą matematyki, ale wspierają uczniów w ich zmaganiach edukacyjnych.

Duże i małe liczby w fizyce i matematyce

Nie ze wszystkimi symbolami występującymi we wzorze Eulera spotykamy się w praktyce szkolnej, ale pokazuje on, jak ważne dla matematyka jest opisywanie rzeczywistości za pomocą liczb i znaków.

Umiejętności arytmetyczne są dla uczniów istotne tak na zajęciach z matematyki, jak i fizyki. Co prawda na maturze można już używać kalkulatora, ale wcześniej… Posługiwanie się w obliczeniach zarówno bardzo dużymi, jak i bardzo małymi liczbami sprawia wielu uczniom kłopot. Nie widzą bowiem ich odniesienia do realnych sytuacji. W życiu codziennym nie spotykamy takich liczb – trudno jest zmierzyć długość z dokładnością do 1 mm, a już z dokładnością do 0,1 mm to praca dla prawdziwego mistrza! Milion dolarów (czyli tyle, ile można otrzymać za rozwiązanie jednego z problemów milenijnych) to olbrzymia kwota, a miliard – prawie niewyobrażalna.

Zwykle więc przy określaniu długości czy masy przedmiotu staramy się tak dobrać jednostkę, żeby otrzymany wynik nie był mniejszy od 1 i żeby był możliwie bliski 100. Czyli zamiast 1000 gramów chleba kupujemy kilogram chleba. Możemy posługiwać się zapisem liczb w postaci wykładniczej. Dodatnie i ujemne potęgi liczby 10 pozwalają nam zapisywać w ten sposób zarówno bardzo duże, jak i bardzo małe liczby. Notacja wykładnicza ułatwia fizykom komunikowanie się językiem matematyki i upraszcza zapisy wielu wzorów.

Po co nam duże liczby?

Ciekawostka[1]

Światło w próżni rozchodzi się z prędkością 299 792 458 m/s (ok. 300 000 km/h). Prędkość światła zależy zawsze od ośrodka, w którym się porusza. W wodzie fotony zwalniają do ok. ¾ prędkości. W atomach rubidu, schłodzonych prawie do zera absolutnego, udało się zwolnić światło do 17 m/s.

Promieniowanie Czerenkowa emitowane jest w reaktorach atomowych, w których rozpędzone cząstki osiągają prędkości większe od prędkości fazowej światła w tym ośrodku. Skutkiem tego woda, która jest chłodziwem reaktora, świeci na niebiesko.

Liczby wielocyfrowe w codziennym życiu są rzadko wykorzystywane. Czasem uczeń spotyka się z nimi przy okazji czytania danych statystycznych lub informacji w wiadomościach na temat milionowych strat czy zysków. Tak naprawdę dużymi liczbami, poza ekonomistami, na co dzień posługują się astronomowie. To oni potrafią sobie wyobrazić długość roku świetlnego czy masę czarnej dziury.

1 Na podstawie: WWW.geekweek.pl/galerie/4130/najbardziej-niesamowite-ciekawostki-o-fizyce, [online: dostęp dn. 20.11.2017].

W zapisywaniu i tworzeniu dużych liczb oraz zamianie jednostek pomocne są przedrostki wyrażające dziesiętną wielokrotność danej jednostki miary. Matematycy niezbyt często posługują się tymi przedrostkami, wiec dla przypomnienia tabela tych, które przydadzą się również w obliczeniach fizycznych[2].

Nazwa	Symbol	Mnożnik	Nazwa mnożnika	Przykład
jotta (gr. okto – osiem)	Y	1 000 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{24}	kwadrylion	Yg – jottagram
zetta (łac. septem – siedem)	Z	1 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{21}	tryliard	Zm – zettametr
eksa (gr. heks – sześć)	E	1 000 000 000 000 000 000 = 10^{18}	trylion	EB – eksabajt
peta (gr. pente – pięć)	P	1 000 000 000 000 000 = 10^{15}	biliard	Ps – petasekunda
tera (gr. teras – potwór)	T	1 000 000 000 000 = 10^{12}	bilion	Tm – terametr
giga (gr. gigas – olbrzymi)	G	1 000 000 000 = 10^{9}	miliard	GW – gigawat
mega (gr. megas – wielki)	M	1 000 000 = 10^{6}	milion	MHz – megaherc
kilo (gr. chilioi – tysiąc)	k	1000 = 10^{3}	tysiąc	km – kilometr
hekto (gr. hekaton – sto)	h	100 = 10^{2}	sto	hPa – hektopaskal
deka (gr. deka – dziesięć)	da	10 = 10^{1}	dziesięć	dag – dekagram
		1 = 10^{0}	jeden	m – metr, g – gram

Nie ze wszystkich przedrostków korzysta się w języku potocznym. Na przykład zamiast mówić megagram – mówimy tona. Dla całkowitych potęg miliona i tysiąca utworzono oddzielne nazwy. Pamiętajmy też, że nie we wszystkich krajach obowiązują takie same nazwy dużych liczb jak w Polsce (np. miliard w Stanach Zjednoczonych to bilion).

Swoją nomenklaturę wprowadzili też astronomowie, dla których jedne z podstawowych jednostek odległości to rok świetlny i parsek.

2 Na podstawie: https://pl.wikipedia.org/wiki/Przedrostek_SI, [online: dostęp dn. 21.11.2017].

Astronomiczne jednostki odległości			
Nazwa jednostki	Skrót	Określenie jednostki	Wartość w m
Jednostka astronomiczna	au (lub j.a)	Dawniej: średnia odległość Ziemi od Słońca. Obecnie – ustalona liczba.	1 au to ok. $1{,}5 \times 10^{11}$ m
Rok świetlny	ly, l.y., r.św.	Odległość pokonywana przez światło poruszające się w próżni w ciągu roku.	1 l.y. = $9{,}4606 \times 10^{15}$ m 1 l.y. = 63 240 au
Parsek	pc	Odległość, z której odcinek równy 1 au jest widoczny pod kątem 1”	1 pc = $3{,}0857 \times 10^{16}$ m 1 pc = 3,2616 l.y. = 206 265 au

Ciekawostka

Do najdłuższych zmierzonych odległości można zaliczyć dystans najbardziej odległej od nas galaktyki GN-z11, którą odkryto w 2016 roku i która znajduje się od Ziemi w odległości ok. 32 miliardów lat świetlnych. Światło z tej galaktyki potrzebowało ok. 13,4 miliarda lat, by do nas dotrzeć[3].

Pomysł na... minidramę

Chcąc przybliżyć uczniom budowę Układu Słonecznego, można zaproponować jego zobrazowanie. W tym celu potrzebny jest duży plac (łąka, nadmorska plaża itp.). Jeden z uczniów staje pośrodku placu – będzie Słońcem. Dalej w odpowiednich odległościach stają uczniowie-planety i krążą wokół Słońca z odpowiednią prędkością.

Oczywiście wcześniej uczniowie muszą ustalić, w jakiej skali będzie „model”, określić wzajemne położenia początkowe, trajektorię orbit itd. Wymaga to od młodzieży sporej wiedzy z fizyki, a i doskonale kształtuje umiejętności z matematyki.

Myślenie matematyczne, patrzenie okiem fizyka

Nawiązanie do zagadnień z fizyki to dla matematyka wdzięczna okazja do pokazania, jak zastosować twierdzenia i własności matematyczne. Postawienie przed uczącym się takich problemów zmusza go do przetwarzania posiadanych informacji i wytwarzania nowych. Poza myśleniem analitycznym rozwija myślenie intuicyjne, które posiada charakter holistyczny. Produktem myślenia konwencjonalnego, logicznego jest na ogół wniosek będący jednoznacznym rozwiązaniem problemu. W przypadku myślenia intuicyjnego będzie to zwykle domysł, hipoteza. Wynik tego myślenia jest zatem otwarty, pobudzający zainteresowanie problemem, stymulujący zapotrzebowanie na wiedzę. Jednak stworzenie tej wiedzy praktycznej i teoretycznej wymaga pokonania wielu barier psychicznych, które utrudniają proces twórczy. Uczniowie są skłonni do porzucania problemów, których rozwiązanie nie nasuwa się im od razu. Typowym przykładem może być „wyuczona

3 Dane na podstawie: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_the_most_distant_astronomical_objects.

bezradność". Bariery percepcyjne, wyobrażeniowe, wynikające ze sztywności oraz inercji myślenia, językowe czy motywacyjne można przełamać poprzez odpowiednio zaplanowane i przeprowadzone doświadczenia i eksperymenty. Wdzięczną tematyką są zagadnienia związane z liczbami wielocyfrowymi. Cenne będą ćwiczenia manualne (np. geometryczne rozważania na temat pomiaru odległości Ziemi od Księżyca metodą paralaksy geocentrycznej, pokazujące wykorzystane zależności między bokami i kątami w trójkątach), ale też te poparte technologią cyfrową. Przygotowanie ciekawej prezentacji wprowadzającej w zagadnienia związane z wykonywaniem operacji na dużych liczbach wywoła pożądany stan emocjonalny młodzieży, sprzyjający przyswajaniu trudnych zagadnień teoretycznych. Ukierunkuje proces myślenia, pozwoli na przyjazne przetwarzanie danych, które będą podlegały myślowej obróbce i zamianie na wiedzę.

Pomysł na... zmierzenie promienia Ziemi

Gdy omawia się zagadnienia związane z własnościami trójkątów (zależnościami między bokami i kątami, podobieństwo) lub miarą łukową kąta, warto pokazać uczniom, jak narzędzia matematyki wykorzystuje fizyk, czy raczej astronom, i odwrotnie – jak zapotrzebowanie na zmierzenie konkretnej wartości „wymusza" tworzenie nowych teorii matematycznych.

1. Warto pokazać sposób pomiaru promienia Ziemi wykonany przez Eratostenesa i poprosić, aby uczniowie, bazując na wiedzy matematycznej, uzasadnili jego poprawność.

2. Uczniowie w czasie wycieczki nad jezioro wykonują doświadczenie pozwalające na wyznaczenie przybliżonego promienia Ziemi (wykorzystujące fakt, że Ziemia jest kulą). Wykonane pomiary, oczywiście mogą być obarczone dużym błędem przybliżenia, niemniej jednak doświadczenie warte polecenia, gdyż kształtuje nie tylko wyobraźnię przestrzenną, ale pozwala przekonać się, że wiedza o trójkątach nie jest tylko wydumaną teorią.

Po co nam małe liczby?

Ciekawostka[4]

Naukowcy z University of Adelaide wynaleźli termometr, który mierzy temperaturę z dokładnością do 30 miliardowych części w ciągu 1 sekundy. W urządzeniu tym do pomiaru temperatury wykorzystuje się różnicę szybkości rozchodzenia się światła zielonego i czerwonego.

Już w starożytności zaczęto zastanawiać się, czy materię można dzielić na dowolnie małe części. Dziś za podstawowy składnik materii uznajemy atom. Do jego opisu używamy bardzo małych liczb, zapisywanych najczęściej z użyciem potęg liczby 10 – potęg o wykładnikach całkowitych ujemnych.

4 Na podstawie: https://ciekawafizyka.wordpress.com, [online: dostęp dn. 23.11.2017].

Fizycy, opisując obiekty i zjawiska zachodzące w skali atomowej, używają jednostki długości równej 10^{-10} m, zwanej angstremem (Å).

Małe liczby – przykłady

- Promień walencyjny atomu wodoru ma długość 0,37 Å.
- Jednostka ładunku elektrycznego to ok. $1,9 \times 10^{-18}$ C.
- Masa atomu tlenu wynosi $2,7 \cdot 10^{-26}$ kg
- Średnica jądra atomu mierzy ok. 10^{-14} m.

Z małymi liczbami uczniowie bardzo rzadko spotykają się na co dzień. Grubość kartki papieru wynosi ok. 0,1 mm, masa kropli wody to ok. 50 mg – takie przykłady podają uczniowie zapytani o małe wielkości. Matematykowi nie jest więc łatwo przekonać uczniów, że zadania dotyczące małych liczb są warte rozwiązywania. Dobrym wyjściem jest więc nawiązywanie do przykładów z fizyki kwantowej.

W tabeli zamieszczone są nazwy i przykłady przedrostków stosowanych w nazewnictwie małych liczb. Znajomość ich jest przydatna w opisywaniu wielkości fizycznych.

Nazwa	Symbol	Mnożnik	Nazwa mnożnika	Przykład
decy	d	$0,1 = 10^{-1}$	dziesiąta	dm decymetr
centy	c	$0,01 = 10^{-2}$	setna	cm centymetr
mili	m	$0,001 = 10^{-3}$	tysięczna	mm milimetr
mikro	µ	$0,000\,001 = 10^{-6}$	milionowa	µm mikrometr
nano	n	$0,000\,000\,001 = 10^{-9}$	miliardowa	nF nanofarad
piko	p	$0,000\,000\,000\,001 = 10^{-12}$	bilionowa	pF pikofarad
femto	f	$0,000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-15}$	biliardowa	fm femtometr
atto	a	$0,000\,000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-18}$	trylionowa	as attosekunda
zepto	z	$0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-21}$	tryliardowa	zN zeptoniuton
jokto	y	$0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-24}$	kwadrylionowa	yg joktogram

Pomysł na… określanie rzędu wielkości

Gdy rozmawia się z uczniami o przybliżeniach i szacowaniu wyników działań, warto wspomnieć, że fizycy posługują się pojęciem „rząd wielkości” w sytuacjach, w których wystarczy przybliżone oszacowanie jakiejś wielkości fizycznej. Rząd wielkości wyrażony jest przez całkowitą potęgę liczby 10 najbliższą wartości szacowanej liczby.

Na przykład :

- liczba 1,67 jest rzędu jedności, czyli 10^0,
- liczba $9 \cdot 10^{11}$ jest rzędu 10^{12},
- liczba $7{,}1 \cdot 10^{-12}$ jest rzędu 10^{-11}.

W matematyce do określania rzędu wielkości używa się też logarytmów: rząd wielkości to szacunkowe określenie liczby przybliżające jej wartość częścią całkowitą jej logarytmu dziesiętnego.

Na przykład:

- masa człowieka to 50 kg,
- masa mrówki to 5 mg = 0,005 g = $5 \cdot 10^{-6}$ kg
- $\log 50 - \log 5 \cdot 10^{-6} = \log \dfrac{50}{5 \cdot 10^{-6}} = \log 10^{7} = 7$

Masa człowieka jest o siedem rzędów wielkości większa od masy mrówki.

Dla uczących się zapewne będzie zabawniejsze porównywanie rzędu wielkości różnych obiektów (według danych przygotowanych wcześniej przez nauczyciela) niż ćwiczenia na potęgach czy logarytmach.

Myślenie heurystyczne w rozwiązywaniu problemów matematyczno-fizycznych

Problemy związane z operowaniem małymi liczbami wymagają myślenia heurystycznego, dzięki któremu uczeń może szybko przeanalizować dostępne dane w skomplikowanych sytuacjach. Myślenie heurystyczne wyzwala kreatywność i pomaga w logicznym uporządkowaniu wykonywanych czynności.

Z małymi liczbami uczniowie na lekcjach matematyki spotykają się najczęściej przy okazji omawiania zagadnień związanych z potęgami o wykładnikach ujemnych. Zadania, które są zwykle rozwiązywane, dotyczą określania grubości włosa ludzkiego czy masy kolibra. Zatem rząd rozważanych wielkości nie jest szczególnie mały.

Aby uczynić ciekawymi zajęcia poświęcone małym liczbom, warto przygotować kilka intrygujących pytań, które można zadać uczniom.

Intrygujące pytania

- Ile faradów pojemności elektrycznej ma kula ziemska?
- Co ma większą masę – elektron czy proton. Ile razy?

Oczywiście na pytania oczekujemy odpowiedzi osadzonych na gruncie matematycznym, ale też uwzględniających najnowsze dokonania w dziedzinie atomistyki czy mikropomiarów. Stosowane na lekcjach metody decydują o kolejności i sposobie wykonywania operacji myślowych przez uczniów. Duża liczba nowych informacji powoduje tworzenie wielu wzajemnych powiązań miedzy nimi, co może utrudniać ich świadomą analizę. Dlatego jeśli chcemy ukierunkować myślenie i powiększyć jego wydajność, możemy stosować metodę transferu pojęć. Dobre rezultaty w pracy nad małymi liczbami daje odwoływanie się do analogii i wyobrażeń graficznych. Metody te będą przyjazne dla uczniów interesujących się fizyką, a niekoniecznie lubiących matematykę i odwrotnie – uczniowie lubiący matematykę przełożą swoją wiedzę na grunt fizyki.

Duże i małe liczby w praktyce edukacyjnej

Pomysł na... prace projektowe

Duże i małe liczby to dobre tematy na krótkie prace projektowe, pracę domową, referat czy prezentację przygotowaną przez młodzież. Uczniowie, korzystając z dostępnych źródeł informacji, mogą poszukać odpowiedzi na pytania:

- Czy rok świetlny jest jednostką czasu?
- Jaka jest gęstość jądra Ziemi?
- Jaka jest przeciętna prędkość liniowa Ziemi? Ile kilometrów przebyła Ziemia od początku naszej ery?
- Czy można policzyć wszystkie atomy we wszechświecie?
- Ile jest ziarnek maku w makówce? Jaką masę ma jedno takie ziarenko?
- Ile według Archimedesa jest ziarenek piasku we wszechświecie?

Bank zadań na podsumowanie

1. Kropla wody ma średnicę 2 mm. Ile kropli wody potrzeba, aby napełnić naczynie o pojemności 1 m^3? Ile kropli wody znajduje się w basenie o wymiarach olimpijskich?

2. Jakie wymiary osiągnie główka szpilki powiększona miliard razy? Przyjmijmy, że średnica główki szpilki wynosi 1,5 mm.

3. W jakim czasie satelita o masie wynoszącej 1 tonę wykona jeden obieg wokół Ziemi, jeżeli będzie poruszał się po orbicie kołowej o promieniu 380 000 km?

4. Ile ziaren piasku znajdzie się w naczyniu o pojemności 0,1 dm^3 (przyjmij, że średnica ziarna wynosi 2 mm)? Oblicz masę piasku znajdującą się w naczyniu, jeżeli gęstość piasku wynosi 2,62 kg/dm^3.

5. Od chwili dostrzeżenia błyskawicy do usłyszenia grzmotu upłynęło 9 sekund. Oblicz, w jakiej przybliżonej odległości nastąpiło uderzenie pioruna. Prędkość fali dźwiękowej w wilgotnym powietrzu wynosi ok. 335 m/s.

6. Nietoperz wysyła fale ultradźwiękowe (piski niesłyszalne przez ucho ludzkie), a najkrótsza z tych fal ma długość w powietrzu ok. 3,4 mm. Fale te po odbiciu od przeszkody (echo) informują nietoperza o jej położeniu. Ile wynosi wartość częstotliwości fali emitowanej przez nietoperza, jeżeli jej prędkość w powietrzu jest równa 340 m/s?

7. Odległość Słońca od Ziemi wynosi ok. 150 mln km. Wiedząc, że prędkość światła w próżni to ok. 300 000 km/s, oblicz, ile czasu potrzebuje światło, aby przebyć odległość ze Słońca do Ziemi.

8. Odległość Księżyca od Ziemi wynosi w przybliżeniu 384 000 km. Z jak dużym opóźnieniem kosmonauci przebywający na Księżycu będą otrzymywać sygnały radiowe lub świetlne z Ziemi? Prędkość światła i fal radiowych w próżni wynosi 300 mm/s.

9. Stwierdzono, że gdyby na Marsie nastąpiła silna eksplozja atomowa, to na Ziemi błysk tej eksplozji ujrzano by z opóźnieniem około 4,5 min. Mars byłby wówczas w odległości najbliższej od Ziemi – ile wynosiłaby ta odległość? Światło w próżni biegnie z prędkością około 300 mm/s.

10. Promień jądra atomu wodoru to $r = 1{,}3 \cdot 10^{-13}$cm $= 1{,}3 \cdot 10^{-6}$ nm, zaś promień pierwszej orbity elektronowej wynosi $r_e = 5{,}29 \cdot 10^{-2}$ nm. Korzystając z powyższych danych, oblicz, w jakiej odległości od jądra będzie poruszał się elektron w modelu, w którym promień jądra wynosi $r_0 = 1$ mm.

11. Jaka jest gęstość materii jądrowej wyrażona w kg/m^3? Zakładamy, że w jądrze o liczbie masowej A wszystkie nukleony są gęsto upakowane w przestrzeni ograniczonej promieniem jądra, a promień jądra wyraża się wzorem $r = r_0 \sqrt[3]{A}\sqrt[3]{A}$; $r_0 = 1{,}3 \cdot 10^{-13}$ cm.

Szybciej, dalej, wyżej[5]

Czy ruch to złudzenie?

Arystoteles i inni filozofowie od wieków usiłowali udowodnić, że ruch, który obserwujemy, to jedynie złudzenie, które nie jest możliwe w rzeczywistości. Ich przeciwnicy twierdzili, że prawdziwe jest to, co da się opisać, i że „świat rzeczywisty jest jedynie odzwierciedleniem świata bytów matematycznych”[6]. Przenosząc te opinie na grunt dzisiejszy, zauważamy, że w wielu wypadkach kilka nawet mało dokładnych obserwacji opisanych językiem matematyki staje się hipotezami fizycznymi.

Być może tak powstały wzory opisujące ruch. Schematem elementarnym jest ruch punktu odbywający się w pewnej przestrzeni i w pewnym czasie. Ruch może „być formą matematyczną w wyidealizowanej rzeczywistości”[7].

Pomysł na… pracę projektową

- Czy rzeczywiście prędkość światła jest największą prędkością we wszechświecie?
- Czy w temperaturze zera bezwzględnego istnieje ruch?

W fizyce szkolnej rozpatruje się kilka rodzajów ruchu, np.: ruch jednostajny prostoliniowy, ruch zmienny, ruch po okręgu, ruch postępowy i obrotowy bryły sztywnej, ruch harmoniczny, ruch falowy.

Na zajęciach z matematyki zagadnienia te pojawiają się najczęściej przy okazji rozwiązywania zadań tekstowych, np. kształtujących umiejętności związane z wyrażeniami wymiernymi czy określaniem własności funkcji na podstawie jej wykresu.

Przykład

Czy na rysunku jest wykres, który może opisywać ruch tramwaju:

a) przyspieszającego na prostoliniowym odcinku szosy,

b) hamującego przed światłami ulicznymi?

Jeśli tak, wskaż, który to wykres.

5 Dychotomia opisana na podstawie hasła „Parmenides i szkoła elejska”, [w:] Tatarkiewicz W. (1981), Historia filozofii, t. 1: Filozofia starożytna i średniowieczna, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
6 Kepler J., (2004), Somnium, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe „Scholar”.
7 Dickstein S., (1893), Matematyka i rzeczywistość, Warszawa: Wydawnictwo Redakcyi „Prac matematyczno-fizycznych”.

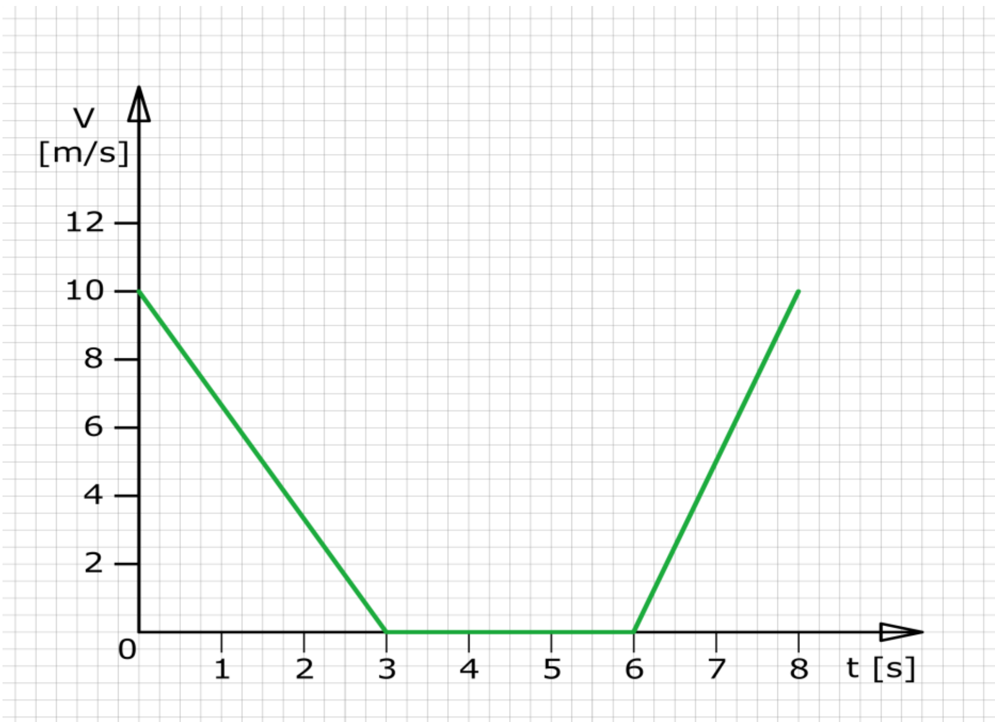
Zadania na „prędkość, drogę, czas”

Zazwyczaj z zadaniami umownie zwanymi na „prędkość, drogę, czas” dobrze sobie radzą uczniowie, którzy potrafią tworzyć w wyobraźni obrazy i na nich opierać swoje myślenie. Wiele też zależy od zdolności do łączenia i przemieszczania się systemu myślowego wprowadzającego oraz systemu myślowego preferowanego. Gdy uczący się przyjmuje informacje jednym zmysłem, a odtwarza je drugim, może dokonać analizy problemu i próbować wytworzyć w umyśle jego model matematyczny. Dlatego zadania, których rozwiązanie wymaga zinterpretowania opisanej sytuacji z uwzględnieniem praw i twierdzeń z fizyki, dobrze jest rozwiązywać różnymi sposobami: algebraicznymi, przy wykorzystaniu odpowiednich wzorów, geometrycznie, z użyciem rysunków, i zdroworozsądkowo (jeśli jest to możliwe), z odwołaniem do doświadczeń z życia codziennego.
Warto przy tym omawiać z uczniami szczegółowo najczęściej popełniane błędy (np. dotyczące obliczania średniej prędkości). Wiele osób na swoich błędach uczy się szybciej niż na osiągnięciach. Niepowodzenia dostarczają cennych informacji zwrotnych, pokazują, jak można zdobywać wiedzę poprzez serię sukcesywnych przybliżeń. Wynik negatywny jest informacją zwrotną, a po podjęciu ponownych działań redukowana jest różnica między tym, co uczeń uzyskał, a tym, co chce osiągnąć. Pomaga to młodzieży w przechodzeniu od świadomej niekompetencji do świadomej kompetencji w obszarze danego zagadnienia.

Bank zadań

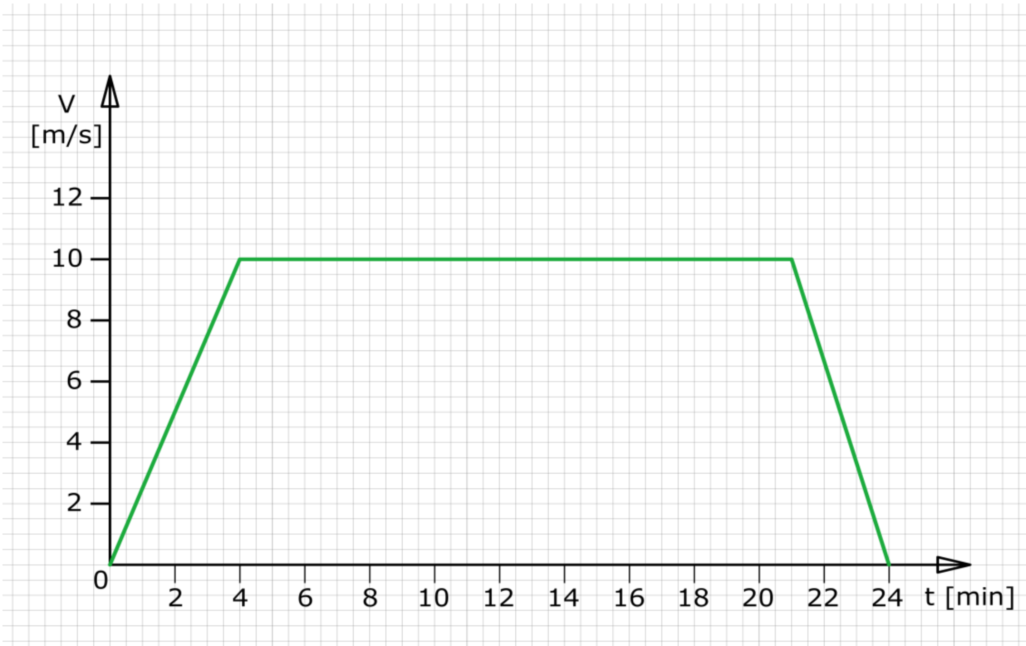
Zadanie 1

Na wykresie przedstawiono zależność prędkości ruchu ciała od czasu. Określ, jaki ruch przedstawiono na nierównoległych do osi poziomej odcinkach wykresu. Wyznacz długość drogi, jaką pokonało to ciało.



Zadanie 2

Pomiędzy miejscowościami Jackowo i Agatkowo jeździ autobus dowożący dzieci do szkoły. Czas jego przejazdu między tymi miejscowościami wynosi 24 minuty. Autobus ruszając z przystanku w Jackowie, rozpędza się do pewnej prędkości, by następnie kontynuować jazdę ruchem jednostajnym. Zbliżając się do przystanku w Agatkowie, autobus hamuje, aż do całkowitego zatrzymania się. Wykres przedstawia zależność prędkości tego autobusu od czasu. Odczytaj z wykresu następujące wielkości:

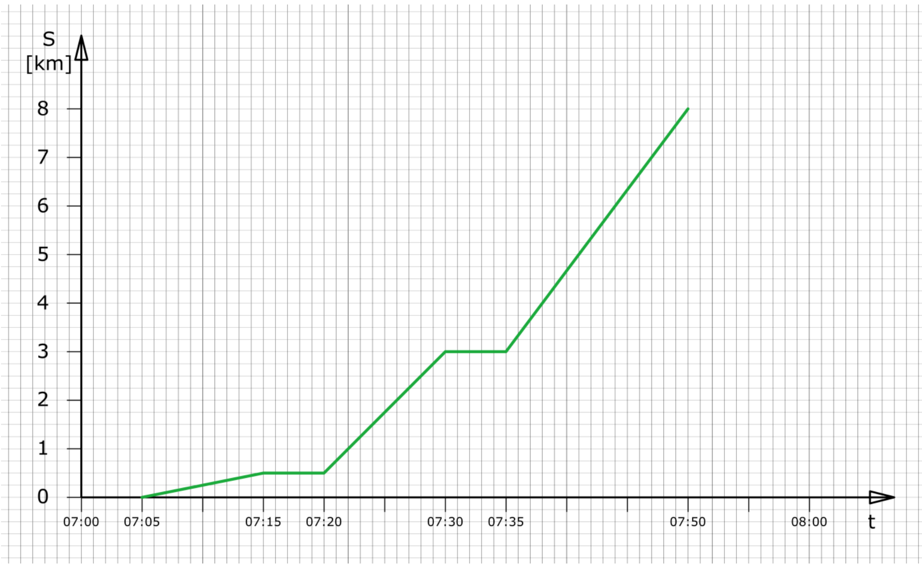


a) czas rozpędzania się i hamowania autobusu,
b) największą prędkość autobusu w km/h,

Zadanie 3

Poniższy wykres przedstawia trasę, po jakiej poruszała się Zosia z domu do szkoły. Odczytaj z wykresu:

a) w jakiej odległości od domu Zosi znajduje się jej szkoła,
b) ile minut Zosia czekała na przystankach,
c) którą część drogi Zosia pokonała pieszo.



Zadanie 4

Oblicz prędkość motorówki na stojącej wodzie, jeżeli podczas ruchu z prądem rzeki prędkość jej względem brzegu wynosi 8 m/s, a podczas ruchu pod prąd 5 m/s.

Zadanie 5

W zawodach lekkoatletycznych rozgrywano bieg na dystansie 100 m. Zawodnik, który zdobył pierwsze miejsce, przebiegł tę odległość w czasie 9,1 s i mijając linię mety, wyprzedził następnego zawodnika o 3 m. Jaka była różnica prędkości tych zawodników?

Zadanie 6

Dwaj motocykliści startują z tego samego miejsca. Pierwszy jedzie na południe ze stałą prędkością 6 m/s, a drugi na wschód z prędkością 8 m/s. Oblicz odległość między nimi po upływie 10 min.

Zadanie 7

Janek idąc ze szkoły do domu, obliczył, że w ciągu 10 minut zrobił 1250 kroków. Przeciętna długość jego kroku wynosiła 60 cm. Oblicz długość drogi, którą pokonał Janek.

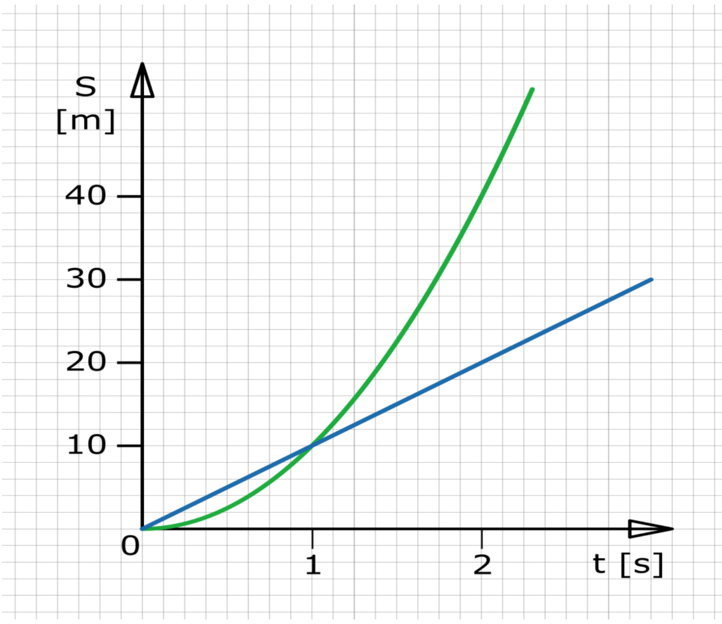
Zadanie 8

Z miasta A i miasta B jednocześnie wyjechały naprzeciwko siebie dwa pociągi: z miasta A pociąg pospieszny jadący z prędkością 90 km/h, a z miasta B pociąg osobowy ze średnią prędkością 60 km/h. Odległość między tymi miastami wynosi 300 km. Ile czasu upłynęło do chwili minięcia się pociągów na trasie i w jakiej odległości od miasta A te pociągi się minęły?

Zadanie 9

Na torze testowym sprawdzano sprawność dwóch samochodów. Pierwszy poruszał się ruchem jednostajnym, a drugi ruchem jednostajnie przyspieszonym. Na poniższym wykresie przedstawiono zależność drogi od czasu dla obu pojazdów. Korzystając z wykresu, oblicz:

a) średnią prędkość samochodu poruszającego się ruchem jednostajnym,
b) przyspieszenie pojazdu poruszającego się ruchem przyspieszonym,
c) różnicę dróg przebytych przez oba pojazdy po 2 sekundach ruchu.



Pułapki kinematyki

Jednym z zadań, którego rozwiązanie wymaga spojrzenia na problem z różnych stron, również zdroworozsądkowo, jest to, w którym należy obliczyć prędkość średnią. Zadanie takie wydaje się uczniom łatwe. Jeśli bowiem samochód poruszał się w jedną stronę z prędkością 60 km/h, a z powrotem z prędkością 40 km/h, to średnia prędkość wynosi 50 km/h. Gdy nauczyciel informuje uczniów, że nie jest to poprawny wynik, sięgają po kalkulatory, bo wydaje im się, że zrobili błędy rachunkowe. Kiedy jednak okazuje się, że obliczenia są poprawne, nieuznanie wyniku wywołuje konsternację.

Z tego względu warto rozwiązać z uczniami i przedyskutować poniższe zadanie, które dobrze pokazuje konieczność uważnego czytania treści polecenia. Może to być też przyczynek do rozważań o średnich i pokazania, że w otaczającej nas rzeczywistości korzysta się nie tylko ze średniej arytmetycznej (w tym przypadku posługujemy się średnią harmoniczną).

Zadanie

Michał przejechał rowerem 40 km. Pierwszą połowę drogi pokonał z prędkością 10 km/h, a drugą połowę z prędkością 20 km/h. Obliczymy średnią prędkość, z jaką jechał Michał.

Michał na przebycie pierwszego odcinka drogi potrzebował dwóch godzin, a na przejechanie drugiego – tylko godziny. Zatem całą drogę pokonał w ciągu trzech godzin.

Jechał więc ze średnią prędkością równą $\frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ [km/h].

Zauważmy, że oczywista, zdawałoby się, odpowiedź 15 km/h nie jest poprawna, bo w czasie trzech godzin Michał przejechałby z tą prędkością 45 km, a nie 40 km.

Bank zadań

1. Pieszy przeszedł 1 km z prędkością 5,4 km/h, następnie przebiegł 2 km z prędkością 3 m/s. Z jaką średnią prędkością pokonał całą trasę?

2. Koń kłusem porusza się z prędkością 12 km/h, a cwałem 40 km/h. W czasie przygotowań do zawodów biegł kłusem przez 10 minut. Następnie 20 minut cwałem. Z jaką średnią prędkością koń pokonał całą trasę?

3. Kierowca przez trzy godziny poruszał się po autostradzie z prędkością 110 km/h, następne cztery godziny jechał drogami krajowymi z prędkością 70 km/h. Jaka była średnia prędkość kierowcy?

4. Jadąc z miasta A do miasta B, motocyklista przemieszczał się z prędkością 70 km/h. Drogę powrotną przebył z prędkością 30 km/h. Jaka była średnia prędkość motocyklisty w czasie trwania całej podróży?

Po okręgu

Ćwiczenia wymagające rozpatrywania wielu „niestabilnych” składowych zawartych w treści, charakterystyczne dla zadań o przemieszczających się ciałach, wymagają od uczących się zbierania informacji z wielu punktów widzenia. Każdy system reprezentacji dostarcza bowiem odmiennego sposobu opisu rzeczywistości. Z odmiennych spojrzeń wyłaniają się nowe pomysły, które inspirują do działania.

Jednym z ćwiczeń pojawiających się w podręcznikach przy okazji zadań z treścią, których rozwiązanie prowadzi do ułożenia układu równań, jest zadanie o ciałach poruszających się po okręgu.

Trochę teorii

Ruch po okręgu to szczególny przypadek ruchu krzywoliniowego.

W ruchu jednostajnym po okręgu wartość prędkości (czyli szybkość) jest stała, zmienia się tylko jej kierunek.

Czas, w którym ciało przebędzie drogę równą długości okręgu, nazywamy okresem.

Droga przebyta przez ciało w ciągu jednego okresu jest równa długości okręgu.

Zadanie[8]

Po torze kołowym o promieniu $\frac{30}{\pi}$ cm krążą ze stałymi prędkościami dwie kulki – czarna i czerwona. Jeżeli poruszają się w tym samym kierunku, to kulka czarna wyprzedza czerwoną co 3 s. Jeżeli poruszają się w przeciwnych kierunkach, to mijają się co 2 s. Z jakimi prędkościami krążą kulki?

Z matematycznego punktu widzenia zadanie nie jest trudne – wystarczy ułożyć dwa elementarne równania. Dobrze jest przy tym zobrazować sytuację na rysunku.

x m/s – prędkość pierwszej kulki

y m/s – prędkość drugiej kulki

Długość toru, po którym poruszają się kulki: $2\pi \cdot \frac{30}{\pi} = 60$ [cm].

$\begin{cases} 2x + 2y = 60 \\ 3x - 3y = 60 \end{cases}$, stąd x = 25 cm/s, y= 5 cm/s.

Pomysł na… pracę projektową

Omawiając z uczniami problematykę związaną z krzywymi stopnia drugiego, a w szczególności z okręgiem, można poprosić 1–2 uczniów o zebranie metodą projektów danych na temat brachistochrony i cykloidy (cykloida to krzywa, jaką zakreśla punkt leżący na obwodzie koła, które toczy się bez poślizgu po prostej).

8 Na podstawie: Gałązka K., (1994), Metrem, żaglowcem i na chmurze, czyli matematyczne podróże, Warszawa: WSIP.

Uczniowie powinni uwzględnić rys historyczny oraz zastosowania krzywych (np. przekładnie cykloidalne, elementy mostów, zjeżdżalnie dla deskorolek).

W 1696 roku szwajcarski matematyk Johann Bernoulli postawił pytanie o tor, po którym powinna poruszać się kulka, aby jak najszybciej połączyć dwa punkty w przestrzeni. Prośbę o rozwiązanie zagadki w ciągu sześciu miesięcy wysłał do najwybitniejszych matematyków na świecie. Zagadkę rozwiązało czterech matematyków: Izaac Newton, Gottfried Leibniz, Guillaume de L'Hôpital oraz Jakob Bernoulli – brat autora zagadki. Poszukiwaną krzywą okazała się cykloida.

Fizyka i matematyka w korelacji

Uczenie się przez modelowanie

W procesie uczenia się przez modelowanie bardzo ważną rolę odgrywa nauczyciel: mistrz, który jest wzorcem – modelem dla uczącego się. To jego sposób rozwiązania trudnego problemu naśladuje uczeń w początkowej fazie pracy nad nieznanym zagadnieniem. Strategie myślowe ukierunkowane są na odtwarzanie schematów udostępnionych przez mistrza. Ten sposób uczenia się sprawdza się dobrze w przypadku trudnych zagadnień, wymagających integracji wiedzy – np. matematyki i fizyki. Gdy chce się dokonać transferu wiedzy czysto teoretycznej (matematyka) na praktyczną (fizyka), trzeba liczyć się z usztywnieniem umysłowym wielu uczniów – są oni niezdolni do samodzielnego dostrzegania zależności i budowania relacji między twierdzeniami a obiektami. Wtedy z pomocą przychodzi proces uczenia się przez obserwowanie – uczeń skupia uwagę i wyodrębnia kluczowe elementy tego, czego ma się nauczyć, zachowuje i zapamiętuje zachowania modela. To utajnione z pozoru uczenie się wzmacnia wiarę młodego człowieka w zdolność uzyskania własnym wysiłkiem pożądanych rezultatów, gdyż porównanie z wytyczonym standardem daje mu przekonanie o własnej skuteczności.

Proces uczenia się przez modelowanie w odniesieniu do edukacji szkolnej to wstęp do uczenia się przez działanie. Dobrą okazję stwarza tu korelacja matematyki i fizyki – możliwość wypróbowania w praktyce poznanych wzorów i własności. Rola nauczyciela zmienia się z mentora – mistrz staje się coachem podsuwającym uczniom coraz trudniejsze zadania. W ten sposób stopniowo dochodzą oni samodzielnie do wiedzy. Trzeba jednak pamiętać, że świadoma uwaga uczniów jest ograniczona do kilku elementów – doświadczenia laboratoryjne plus trudny aparat matematyczny mogą wielu z nich zniechęcić. Filtry percepcji pomagają stworzyć uczącym się własne mapy modeli matematycznych obserwowanych zjawisk i skompilować je, a także spróbować przenieść je do bardziej skomplikowanych przypadków, do których można zaliczyć zastosowanie logarytmów.

Zastosowanie logarytmów

Nauczyciele matematyki zawsze mają problem z pokazaniem zastosowania logarytmów. Niemal wszyscy opowiadają uczniom o związku logarytmów z astronomią i o historii ich odkrycia. Ale po co nam logarytmy dzisiaj?

Fizycy wykorzystali je do mierzenia poziomu natężenia dźwięku. Logarytmiczna miara natężenia dźwięku wyznaczana jest ze wzoru

$$L = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right),$$

gdzie:

L – poziom natężenia dźwięku,

I – natężenie dźwięku,

I_0 – natężenie dźwięku odniesienia wynoszące 10^{-12} W/m^2

Jednostką poziomu natężenia dźwięku jest decybel.

Poziom natężenia dźwięku	
Wartość w dB	Opis
10	Szelest liści
20	Szept
60	Odkurzacz
80	Głośna muzyka
90	Ruch uliczny
120	Wirnik helikoptera
160	Eksplozja petardy
300 – 350	Wybuch wulkanu Krakatau w Indonezji – słyszalny z odległości 3200 km

Pomysł na... tematy prac projektowych

- Rodzaje fal akustycznych i ilustrujące je wykresy.
- Symulacje komputerowe zasady superpozycji.

Inspiracje

Nauczyciele matematyki i fizyki uczący w tej samej szkole mogą wspólnie ustalać kolejność opracowywanych zagadnień, tak aby na lekcjach matematyki uczniowie wykorzystywali wiadomości z fizyki i odwrotnie.

Celem poniższego zestawienia jest zainspirowanie nauczycieli matematyki do czerpania przykładów z fizyki ilustrujących omawiane problemy.

Matematyka – zagadnienia	Fizyka – zagadnienia
Proporcjonalność prosta	Ruch jednostajny – droga jest wprost proporcjonalna do czasu jej trwania. Ciężar ciała – ciężar ciała jest wprost proporcjonalny do masy ciała. II zasada dynamiki –działająca siła jest wprost proporcjonalna do masy ciała. Prawo Ohma – natężenie prądu stałego jest wprost proporcjonalne do jego napięcia.
Proporcjonalność odwrotna	Gaz doskonały – ciśnienie gazu jest odwrotnie proporcjonalne do jego objętości. Ciążenie powszechne – wartość siły przyciągania dwóch mas jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między nimi. Prawo Coulomba – siła wzajemnego oddziaływania (przyciągania lub odpychania) dwóch ładunków elektrycznych jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między środkami ciał, na których te ładunki się znajdują. Ruch jednostajny – prędkość i czas są wielkościami proporcjonalnymi.
Funkcja kwadratowa	Rzut ukośny – jest jednym z najczęściej występujących ruchów w przyrodzie. Można go zaobserwować w czasie zawodów sportowych – np. rzut oszczepem, rzut młotem, rzut do kosza i piłka kopnięta przez zawodnika zakreślają tor w kształcie paraboli. Rzutem ukośnym jest także wystrzał pocisku z pistoletu czy z karabinu. Ruch jednostajnie zmienny (przyspieszony lub opóźniony) – wykresem drogi od czasu w tym ruchu jest parabola.
Funkcje trygonometryczne	Ruch drgający i falowy – wykresy amplitud mają kształt sinusoidy. Prąd przemienny – wykresy napięcia i natężenia prądu przemiennego. Statyka – rozkład sił na równi pochyłej. Ruch po okręgu – rozkład wektora prędkości liniowej. Rzut ukośny – równanie toru ruchu, rozkład prędkości na składowe poziomą i pionową.

Planimetria	Kinematyka – wektory prędkości i przyspieszenia, dodawanie i odejmowanie wektorów, reguła równoległoboku. Dynamika – wektory siły, ciężaru, zderzenia kul. Pole grawitacyjne – wektory sił, ruch w polu grawitacyjnym, rzut poziomy i ukośny. Ruch obrotowy – rozkład prędkości liniowej, miara łukowa kąta. Statyka – składanie sił, rozkład sił działających w maszynach prostych, wyznaczanie środka ciężkości. Ruch drgający i falowy – ilustracja różnych zjawisk falowych, np. interferencji, odbicia, załamania. Termodynamika – rysowanie wykresów przemian fazowych. Optyka – wyznaczanie obrazu w różnych rodzajach soczewek, ilustrowanie działania siatki dyfrakcyjnej.
Zapis liczb w notacji wykładniczej	Fizyka atomowa i fizyka jądrowa – masa atomu, masa protonu, masa elektronu, odległości między cząstkami w atomie, energia fotonu, prędkość światła w próżni.
Obliczenia procentowe	Stosowane są przy obliczaniu sprawności różnych urządzeń, np. silników spalinowych, transformatorów.

Podsumowanie

Matematyka i fizyka to pokrewne dziedziny wiedzy – matematyk opisuje to, co odkryje fizyk. Z kolei twierdzenia matematyczne inspirują fizyków do poszukiwania ich zastosowań. Lekcje matematyki z elementami fizyki są więc bardzo interesujące dla uczniów, ale trudne do przygotowania przez nauczyciela. Gdy organizuje się pracę w grupach, warto tak dobrać skład zespołu, aby znalazły się w nim osoby proaktywne i reaktywne. Jest wtedy gwarancja, że praca będzie efektywna, a prezentacja jej wyników ciekawa, oparta na rzetelnej wiedzy, uzupełnionej poszukiwaniem informacji z różnych źródeł.
Najwięcej uczniów nastawia się na procedury w procesie uczenia się. Poprawnie realizują określony schemat działań, są zainteresowani otrzymaniem poprawnego wyniku, a nie tym, po co było rozwiązywane dane zadanie. Takim uczniom trudno jest zaakceptować elementy fizyki na lekcjach matematyki, więc będą unikać takich zadań.
Uczniowie o nastawieniu ogólnym mogą opuszczać jakieś kroki w działaniu, gdyż postrzegają problem jako całość, a nie serię stopniowych kroków. Są dobrzy w planowaniu i rozwijaniu strategii. Na przykład rozwiązując zadanie o zawodniku, którego celem było okrążenie 100 razy stadionu, nie koncentrują się na zawodniku, ale na problemie.

Dla uczniów zauważających w sytuacjach matematyczno-fizycznych cechy wspólne (nastawienie na zgodność) przyjazne będą zadania stopniowo rozwijające daną umiejętność. Przy opracowywaniu materiałów dla uczniów można skorzystać z proponowanego w publikacji Banku zadań.

Bibliografia

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej

Chyla K., (1994), Zbiór prostych zadań z fizyki, Kraków: Wydawnictwo „Zamiast korepetycji".

Ilczuk U., Kurek E., (2014), Konkursy z fizyki. Wybór zadań, Warszawa: WSiP.

Einstein A., (1949), Autobiographical Notes, [w:] Schlipp P.A. (red.), Albert Einstein: Philosopher – Scientist, „Library of Living Philosophers", New York.

Parmenides i szkoła elejska, [w:] Tatarkiewicz W., (1981), Historia filozofii, t. 1: Filozofia starożytna i średniowieczna, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.

Kepler J., (2004), Somnium, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe „Scholar".

Dickstein S., (1893), Matematyka i rzeczywistość, Wydawnictwo Redakcyi „Prac matematyczno-fizycznych".

Gałązka K., (1994), Metrem, żaglowcem i na chmurze, czyli matematyczne podróże, Warszawa: WSiP.

Podstawa programowa z komentarzami. Tom 6. Edukacja matematyczna i techniczna w szkole podstawowej, gimnazjum i liceum.

Podstawa programowa z komentarzami. Tom 5. Edukacja przyrodnicza w szkole podstawowej, gimnazjum i liceum.

https://pl.wikipedia.org/wiki/Przedrostek_SI

https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_the_most_distant_astronomical_objects

https://pl.wikisource.org/wiki/Matematyka_i_rzeczywisto%C5%9B%C4%87http://www.deltami.edu.pl/temat/fizyka/2016/04/05/Zwiazki_fizyki_z_matematyka/

Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój

Ośrodek Rozwoju Edukacji

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny