

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE AGITACIÓN CON LEVEL SET APLICADO A UN CASO DE ESTUDIO

Esteban A. Zamora^a, Marcela A. Cruchaga^b, Mario A. Storti^a y Laura Battaglia^a

^a*Centro de Investigación de Métodos Computacionales (CIMEC)*

Universidad Nacional del Litoral - CONICET

Predio CONICET Santa Fe, Colectora Ruta Nac 168, Km 472, Paraje El Pozo, Santa Fe, Argentina.

email: ezamora@cimec.santafe-conicet.gov.ar, mario.storti@cimec.santafe-conicet.gov.ar,

lbattaglia@cimec.santafe-conicet.gov.ar

web page: <http://www.cimec.santafe-conicet.gov.ar>

^b*Departamento de Ingeniería Mecánica*

Universidad de Santiago de Chile (USACH)

Av. Libertador Bernardo O'Higgins 3363, Santiago, Chile

e-mail: mcruchaga@usach.cl

Palabras Clave: superficie libre, elementos finitos, level set, multi-física, seguimiento de interfase, validación experimental.

Resumen. El siguiente trabajo tiene como objetivo estudiar la agitación en el interior de un recipiente rectangular con una división interior rígida, sometido a una aceleración horizontal armónica. El caso numérico consiste en el flujo a dos fases, aire y agua, y es abordado mediante una metodología de level set con elementos finitos estabilizados, resolviendo tres instancias en cada paso de tiempo: (i) el campo de flujo, mediante la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes; (ii) el transporte de la función de level set, resolviendo un problema de advección; y (iii) la renormalización de la función de level set, para mantener la regularidad de este campo. Los resultados de las simulaciones son comparados con las mediciones de desplazamiento de la superficie libre obtenidas en los experimentos en laboratorio.

1. INTRODUCCIÓN

Los problemas con superficie libre y seguimiento de interfase están presente en diferentes situaciones físicas y aplicaciones en ingeniería. Un fenómeno que ejemplifica esto es la agitación o *sloshing* que se produce en la superficie libre debido a las acciones producidas por el transporte de fluidos contenidos en recipientes, o bien en tanques de almacenamiento ante una excitación periódica. La validación de los métodos numéricos para *sloshing* se realiza en general recurriendo a soluciones analíticas o semianalíticas (Moiseev y Petrov, 1966; Prosperetti, 1981) que generalmente consideran fluidos no viscosos, o bien a resultados experimentales.

Para realizar simulaciones numéricas de los problemas con superficie libre o interfases móviles existen dos enfoques ampliamente estudiados. El primero consiste en un seguimiento explícito de entidades definidas sobre la interfase utilizando descripciones materiales del movimiento, como ser lagrangiana o de tipo *Arbitrary Lagrangian Eulerian* (ALE) (Hughes et al., 1981; Huerta y Liu, 1988; Battaglia et al., 2012). Por otro lado, el segundo captura los cambios topológicos de un parámetro, definido sobre un dominio fijo, que detecta la presencia de la interfase utilizando una descripción espacial del movimiento (euleriano) (Sussman et al., 1994, 1998; Battaglia et al., 2010b) u otros similares (Cruchaga et al., 2005, 2007). También suelen emplearse técnicas mixtas, en las cuales la superficie libre es representada mediante una grilla que se mueve independientemente de la malla de base fija (Cruchaga et al., 2001).

En el presente trabajo, se utilizará un enfoque del segundo tipo, o de captura de interfase, sobre un dominio ocupado por agua y aire. Como primera instancia, se obtiene el campo de velocidades, mediante la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes (NS), para luego adveccionar una función marcadora tipo *Level-Set* (LS) resolviendo un problema de advección y capturando en esta instancia el movimiento de la superficie libre que separa ambos fluidos. Finalmente, se utiliza un operador diferencial para renormalizar y mantener la forma original de la función marcadora, y de esta manera no perder precisión en la interpolación de propiedades. Esta técnica fue desarrollada por Battaglia et al. (2010a,b), y fue empleada luego (Battaglia et al., 2014; Cruchaga et al., 2016) para resolver problemas de agitación en recipientes rectangulares con resultados experimentales de Cruchaga et al. (2013).

El caso de estudio, presentado en este trabajo, corresponde a un estanque rectangular, que contiene agua y se encuentra separado en su mitad por un divisorio rígido, con una apertura inferior. El sistema está excitado en su base por una aceleración horizontal armónica. Para este caso, se realizará una comparación de los resultados numéricos con resultados experimentales obtenidos sobre dos puntos de control a lo largo del tiempo. La simulación numérica se realizará sobre un modelo simplificado del caso de estudio utilizando el método de los elementos finitos (MEF) sobre un dominio de dos dimensiones (2D) considerando fluidos viscosos e incompresibles. Los resultados experimentales, obtenidos mediante un postprocesamiento sobre las imágenes de registro de la experiencia, permiten realizar comparaciones cualitativas y cuantitativas con la respuesta numérica.

2. CASO DE ESTUDIO

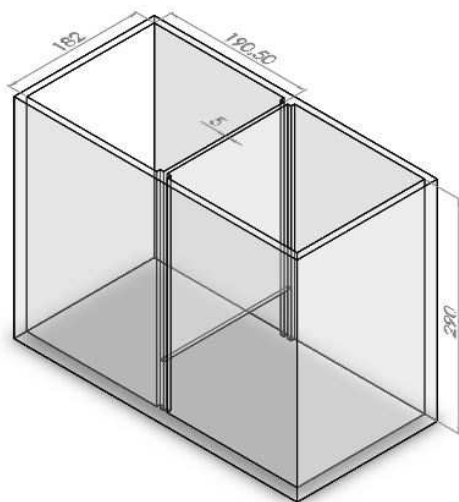
El caso experimental de estudio, realizado en el laboratorio, consistió en someter a aceleraciones horizontales periódicas un recipiente con un divisorio rígido y una esfera inmersa, con el fin de determinar la probabilidad de la posición de la esfera en función del tiempo, y más específicamente de acuerdo al período de oscilación (Zamora, 2016). Si bien el registro del movimiento de la superficie libre es adoptado como referencia en este trabajo, en las simulaciones no se considera la esfera sumergida en el fluido, ya que ésta no influye sensiblemente en el

movimiento de la superficie libre, debido a que la densidad relativa de la esfera con respecto al agua es cercana a 1, es decir, $\rho_r \approx 1$.

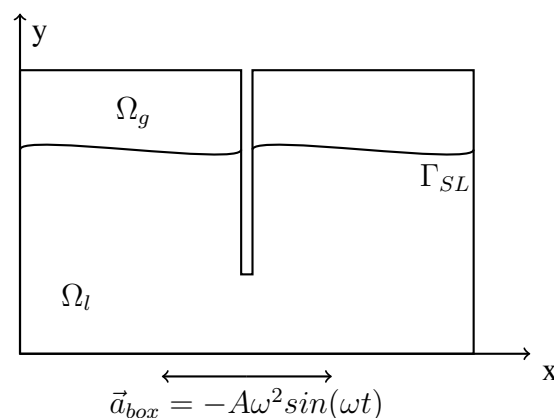
Para realizar los experimentos en laboratorio, se empleó una esfera de poliláctico (PLA), material de fabricación utilizado por impresoras 3D, recubierta con pintura acrílica para mejorar el acabado superficial. La esfera tiene una densidad relativa con respecto al agua de $\rho_r = 1.03$, es decir, con una flotabilidad levemente negativa y de diámetro 40 mm. La esfera se encuentra sumergida en agua dentro de un estanque rectangular de acrílico, separado en todo su ancho por un divisorio rígido pero móvil de $bl = 5$ mm de espesor, el cual divide el estanque en dos sectores prismáticos iguales de dimensiones $L_1 = 190.5 \times L_2 = 300 \times L_3 = 182$ mm permitiendo una apertura inferior, considerada en este estudio de $ap = 60$ mm, como señala la Fig. 1(a). El nivel de llenado del estanque es de $yl = 200$ mm.

La Fig. 1(b) representa el esquema físico a estudiar, donde se muestra el dominio completo Ω , el cual está compuesto por dos fluidos incompresibles, agua y aire, por lo que el dominio total Ω , queda definido como $\Omega = \Omega_l \cup \Omega_g$, donde Ω_l corresponde al dominio ocupado por el agua y Ω_g al dominio ocupado por el aire. Se considera además que $\Omega_l \cap \Omega_g = \emptyset$, y que la separación entre ellos viene dada por la superficie libre Γ_{SL} .

El sistema está excitado en su base por una aceleración horizontal armónica A de 1 cm de amplitud y $f = 1$ Hz de frecuencia. Para lograr esta aceleración se utiliza una mesa vibradora tipo *Shake Table II* como en [Cruchaga et al. \(2013\)](#). Además, para realizar la medición del movimiento de la superficie libre, se capturaron 10 imágenes por segundo con una resolución de 700×500 px, utilizando un lente de 35 mm con una cámara de alta velocidad tipo *AOS Q-PRI*. Estos dos componentes fueron sincronizados para minimizar los errores en la captura de imágenes. Se utiliza un factor de escala de 0.061 cm/px, con un intervalo de confianza del 95 %.



(a) Dimensiones del estanque rectangular con divisorio rígido



(b) Esquema Físico del caso de estudio, Ω_l = Dominio Agua. Ω_g = Dominio Aire. Γ_{SL} = Interfase Agua-Aire.

Figura 1: Presentación del caso de estudio

3. ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN UTILIZANDO LEVEL SET

Se presenta un esquema general donde se muestran las tres instancias principales a resolver. Esta metodología fue desarrollada por [Battaglia et al. \(2010a,b\)](#) y es aplicada ahora al caso de

estudio seleccionado. La primera instancia corresponde a la resolución de las ecuaciones de NS para fluidos viscosos e incompresibles, teniendo en cuenta efectos disipativos de la turbulencia mediante un modelo de tipo *large eddy simulation* (LES) (Franck et al., 2009) utilizan elementos finitos bi-lineales estabilizados con *streamline upwind/Petrov-Galerkin* (SUPG) (Brooks y Hughes, 1982) y *pressure stabilizing/Petrov-Galerkin* (PSPG) (Tezduyar, 1991; Tezduyar et al., 1992). La segunda instancia es la resolución de la ecuación de advección usando el campo de velocidades obtenidos con anterioridad para transportar la función marcadora tipo LS; esta instancia es resuelta utilizando elementos finitos bi-lineales estabilizados con SUPG. En la tercera instancia se regulariza el campo de la función LS adveccionada utilizando un operador diferencial denominado Renormalización Acotada con Penalización Continua (RAPC) (Battaglia et al., 2010b, 2014), resuelto numéricamente utilizando elementos finitos.

Cabe reiterar que los resultados de laboratorio fueron obtenidos con una esfera inmersa en el fluido que no será tenida en cuenta en las soluciones numéricas a presentar en este trabajo. Esto se debe a que la metodología para la simulación de flujo con superficie libre con la capacidad de considerar objetos inmersos será propuesta a futuro.

La resolución numérica de estas tres instancias se desarrolla en paralelo bajo MPI (MPI, 2017) mediante los módulos del programa orientado a multi-física y de propósito general PETSc-FEM, en C++ *Object Oriented Programming* (OOP) (PETSc-FEM, 2017), basada en PETSc (Bailly et al., 2013). La sincronización entre los procesos se realiza mediante programas denominados *hooks*, que se ejecutan en determinados instantes de cada instancia (Battaglia et al., 2010a). Se utiliza la misma topología en los tres modelos de elementos finitos a resolver.

3.1. Estado del fluido

Para describir el movimiento de los fluidos en el contexto de la mecánica del medio continuo, se utiliza la ecuación de NS para fluidos viscosos e incompresibles:

$$\begin{aligned} \rho(\phi(\mathbf{x}, t)) (\mathbf{v}_t + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \mathbf{f}) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= 0 \text{ en } \Omega ; \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \text{ en } \Omega ; \end{aligned} \quad (1)$$

donde $\mathbf{x} \in \Omega$ es el vector posición, \mathbf{v} es la velocidad, \mathbf{f} representa las fuerzas de cuerpo por unidad de masa, $\rho(\phi(\mathbf{x}, t))$ es la densidad que depende de la función marcadora ϕ , que se detalla más adelante. Para todo tiempo $t \in [0, T]$, donde Ω corresponde al dominio total. El tensor de tensiones $\boldsymbol{\sigma}$ de la Ec. (1) esta compuesto por:

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mathbf{T}. \quad (2)$$

donde el primer término de la Ec. ((2)) señala la parte isotrópica de los fluidos, siendo p la presión e \mathbf{I} el tensor identidad, mientras que el segundo término señala la parte desviadora y corresponde al tensor de fuerzas viscosas que depende de la tasa de deformación $\boldsymbol{\epsilon}$,

$$\mathbf{T} = 2 \mu(\phi(\mathbf{x}, t)) \boldsymbol{\epsilon}. \quad (3)$$

El tensor de deformación $\boldsymbol{\epsilon}$ para un fluido newtoniano viene dado por:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{1}{2} \left[\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \right]. \quad (4)$$

Observar que las propiedades de los fluidos en cuestión (densidad y viscosidad) presentes en las Ecs. (1) y (4), para el caso de dos fluidos inmiscibles dependen de la función Level Set ϕ ,

definida para todo el dominio $\Omega = \Omega_l \cup \Omega_g$ como:

$$\phi(\mathbf{x}, t) \begin{cases} > 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_l; \\ = 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \Gamma_{\text{SL}}; \\ < 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_g; \end{cases} \quad (5)$$

en la cual la interfase está definida como:

$$\Gamma_{\text{SL}} = \{\mathbf{x} | \phi(\mathbf{x}, t) = 0\}. \quad (6)$$

En esta propuesta, las propiedades son interpoladas utilizando las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \rho(\phi) &= \frac{1}{2} \left[\left(1 + \tilde{H}(\phi)\right) \rho_l + \left(1 - \tilde{H}(\phi)\right) \rho_g \right]; \\ \mu(\phi) &= \frac{1}{2} \left[\left(1 + \tilde{H}(\phi)\right) \mu_l + \left(1 - \tilde{H}(\phi)\right) \mu_g \right]; \end{aligned} \quad (7)$$

donde el sub-índice de la propiedad denota la pertenencia a cada sub-dominio correspondiente al fluido que lo ocupa, en este caso, l para el agua y g para el aire. La función de penalización $\tilde{H}(\phi)$ será explicada en detalle más adelante.

En el módulo de resolución de las ecuaciones de NS incompresibles de PETSc-FEM se encuentra implementada una estrategia para la resolución de flujos turbulentos tipo LES (Franck et al., 2009) de manera que la viscosidad turbulenta se determina como

$$\mu_t = \min(\mu + C_s^2 h_s^2 \rho \sqrt{2\epsilon} : \epsilon, \mu_{\max}); \quad (8)$$

donde C_s es el coeficiente de Smagorinsky y h_s es una longitud característica del elemento, que en dos dimensiones (2D) se calcula como $h_s = \sqrt{A_e}$, con A_e el área del elemento.

3.2. Advección de la función marcadora

La advección de la función marcadora ϕ viene dado por la Ec. (9):

$$\partial_t \phi + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi = 0; \quad (9)$$

sobre el mismo dominio Ω en que es resuelto el problema del fluido, Ec. (1), con condiciones de contorno:

$$\phi = \bar{\phi} \quad \text{sobre } \Gamma_{\text{in}}; \quad (10)$$

donde $\Gamma_{\text{in}} = \{\Gamma | \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} < 0\}$ es la sección de ingreso.

Notar que el campo de velocidades para resolver esta ecuación viene dado por la resolución de las Ecs. (1) mostradas en la Sec 3.1, considerando la variación de las propiedades dependientes de la función marcadora.

3.3. Renormalización de la función marcadora

La advección de la función marcadora produce una degradación de la función LS, como por ejemplo una transición que se produce en un ancho mayor entre las dos fases, que a su vez provoca una incorrecta interpolación de las propiedades del fluido en zonas cercanas a la interfase. Por lo tanto, es necesario renormalizar la función marcadora para mantener las

propiedades de dicha función. Esta metodología de renormalización se basa en la resolución del operador diferencial,

$$\phi (\phi^2 - \phi_{\text{ref}}^2) - \kappa \Delta \phi + M \left(\hat{H}(\phi) - \hat{H}(\phi^{\text{adv}}) \right) = 0; \quad (11)$$

donde κ es un parámetro de difusión, M un coeficiente de penalidad y ϕ_{ref} un valor referencial de la variable ϕ , mientras que ϕ^{adv} es el valor inicial de la función LS, proveniente de la resolución de la Ec. (9). Por otra parte, la función de penalización $\hat{H}(\phi)$ es escogida como una función continuamente diferenciable (C^∞) dada por la siguiente expresión de la función signo suavizada:

$$\tilde{H}(\phi) = \tanh \left(\frac{\pi \phi}{\tilde{\varepsilon}} \right). \quad (12)$$

Los valores utilizados en este trabajo fueron $\phi_{\text{ref}} = 1$, $\kappa = (2h)^2$, con h el tamaño promedio de elemento en la superficie libre; $M = 1000$; $\tilde{\varepsilon} = 0.0075$. Tanto el desempeño como la sensibilidad de parámetros de esta metodología de regularización es estudiada en Battaglia et al. (2010a).

3.4. Conservación de volumen

La metodología de conservación de volumen (Battaglia et al., 2014; Cruchaga et al., 2016) utilizada en este trabajo, consiste en sumar al campo de ϕ en el paso de tiempo $n + 1$, denominado ϕ_0^{n+1} , un $\Delta \phi^{n+1}$ calculado de la siguiente manera,

$$\Delta \phi^{n+1} = C_{\text{vol}} D_{\text{vol}}^{-1} (V^{n+1} - V^0); \quad (13)$$

siendo V^{n+1} el volumen de líquido en el paso de tiempo $n + 1$, V^0 el volumen de líquido inicial, C_{vol} un coeficiente adimensional que permite controlar la estabilidad del esquema de conservación, con $C_{\text{vol}} < 1$, y D_{vol} un parámetro que relaciona la extensión media de la superficie libre y el gradiente de la función de nivel ϕ en la interfase. El valor de la variable en el paso de tiempo considerado será entonces $\phi^{n+1} = \phi_0^{n+1} + \Delta \phi^{n+1}$.

3.5. Algoritmo de resolución

La Fig. 2 muestra el algoritmo de resolución utilizado en este trabajo, el cual parte por la resolución de NS en un tiempo t_0 para ambos fluidos incompresibles con las propiedades dadas por el estado inicial de la función marcadora $\phi(\mathbf{x}, t_0)$ para todo el dominio Ω , y además cumpliendo con las condiciones de contorno en velocidades que correspondan. Una vez que se obtiene el campo de velocidades $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t_0)$, se lo utiliza para adveccionar ϕ en el tiempo t_0 , cumpliendo las condiciones de contorno dadas por la Ec. (10). La advección de esta función induce pérdida de la regularidad en la interfase, es por esto que es necesario renormalizar la función ϕ^{adv} cada cierta cantidad de pasos de tiempo. En este trabajo se considera que en cada instancia de advección se renormaliza ϕ , además se debe cumplir con la conservación de volumen. Finalmente se interpolan las propiedades para ambos fluidos $\rho(\phi)$ y $\mu(\phi)$ utilizando el campo escalar ϕ^{ren} adveccionado y renormalizado para obtener el campo de velocidades siguiente $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t_i)$ y continuar con el ciclo hasta el tiempo final de simulación.

4. MODELO NUMÉRICO

Para realizar la simulación numérica se utilizó una discretización de elementos finitos lineales del dominio total de dimensiones $l = 0.389$ m de ancho y $b = 0.30$ m de altura. La

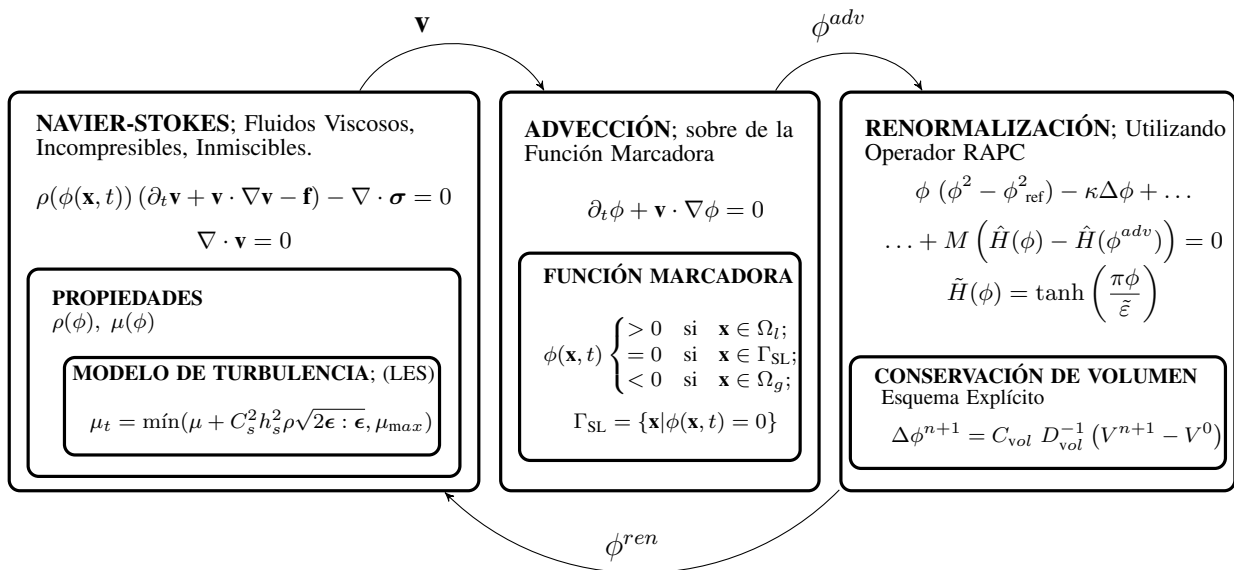


Figura 2: Esquema de estrategia de solución utilizada

discretización espacial cuenta con elementos cuadrangulares bilineales para todo el dominio. Se realizaron simulaciones con diferentes refinamientos de malla. La malla con la cual se obtuvo la mayoría de los resultados consiste en una discretización con 152 elementos de ancho constante de $h_x = 2.5$ mm en dirección x , exceptuando la zona de apertura, en que se utilizó 1 elemento de ancho $h_x = 5$ mm. En altura se definieron 120 elementos de $h_y = 2.5$ mm. La Fig. 4 muestra la malla utilizada en la simulación. En los casos en que se presentan resultados obtenidos con discretizaciones diferentes, se indican oportunamente.

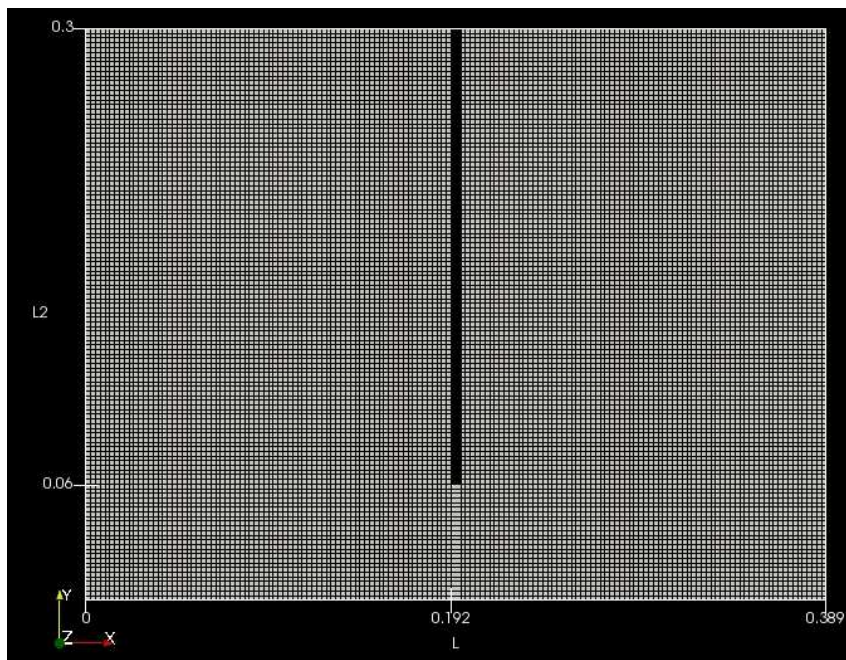


Figura 3: Discretización utilizada

Las propiedades de los fluidos a temperatura ambiente considerados en la simulación se muestran en la Tabla 1.

Fluido/Propiedad	$\rho \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$\mu \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$
Agua	998.2	0.001
Aire	1.225	0.000018

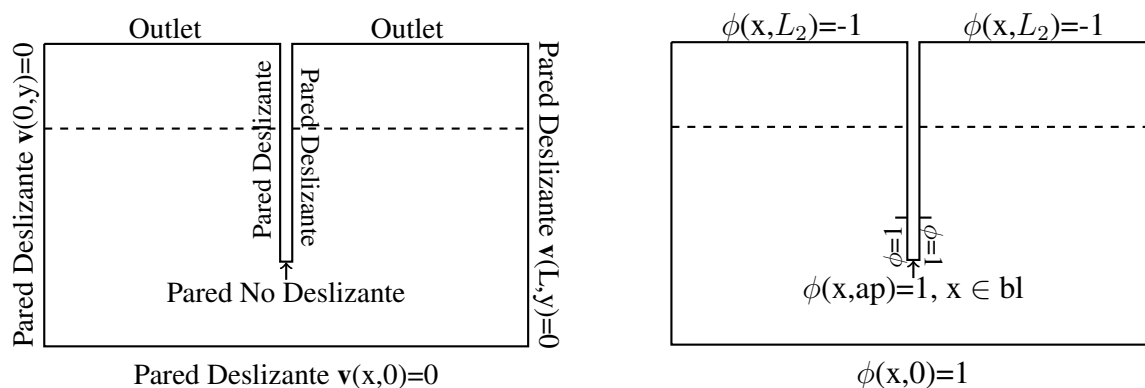
Tabla 1: Propiedades de los fluidos utilizadas en la simulación

La aceleración de la gravedad es $g_y = -9.81 \text{ m s}^{-2}$, y la agitación es producida mediante la aplicación de una aceleración horizontal g_x variable con el tiempo, definida de la siguiente manera

$$g_x(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t); \quad (14)$$

donde $A = 10 \text{ mm}$ es la amplitud de desplazamiento de la mesa vibratoria, $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia circular y t el tiempo, dado en segundos. La excitación horizontal es aplicada en el período $0 \leq t < 50 \text{ s}$.

Las condiciones de contorno para la resolución de las ecuaciones de NS utilizadas en esta simulación están señaladas la Fig. 4(a), mientras que las condiciones de contorno para la resolución de la ecuación de advección de la función marcadora se muestran en la Fig. 4(b).



(a) Condiciones de contorno para resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes incompresibles

(b) Condiciones de contorno para resolución de ecuación de advección de la función marcadora

Figura 4: Condiciones de contorno del modelo numérico.

El paso de tiempo utilizado es $\Delta t = 0.01 \text{ s}$, con renormalización en cada uno de ellos e integración temporal implícita. Para la RAPC, se emplearon $M = 1000$ y $k = (2h)^2 = 2.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$. Para la determinación de la viscosidad turbulenta se emplearon un coeficiente de Smagorinsky $C_s = 1.0$, y una viscosidad máxima $\mu_{\text{max}} = 0.1 \text{ kg (m s)}^{-1}$.

Los parámetros para el algoritmo de conservación de volumen dado en la Sec. 3.4 son $C_{\text{vol}} = 0.05$ y $D_{\text{vol}} = L_{SL} d_{SL} = 0.002328 \text{ m}^2$, dado que $L_{SL} = 0.388 \text{ m}$ es una medida de la extensión de la interfase y $d_{SL} = 0.006 \text{ m}$ es un indicador del ancho de transición de ϕ entre -1 y 1 .

5. RESULTADOS

Para validar los resultados obtenidos de la simulación computacional y compararlos con los resultados experimentales, se definieron dos puntos de seguimiento de la superficie libre,

ambos puntos de control fueron definidos sobre la pared lateral izquierda de cada recipiente, como señala la Fig. 5.

Si bien el experimento físico fue llevado adelante con una esfera inmersa, ésta no muestra efectos en el comportamiento global de la superficie libre, dado su escaso volumen en relación al del líquido y a que su densidad es ligeramente superior a la del agua, motivo por el cual el cuerpo no atraviesa la superficie libre en ningún momento, y escasamente se acerca (Zamora, 2016). La comparación entre los resultados de las mediciones y la simulación muestra, a continuación, una correlación que corrobora esta hipótesis de escasa influencia de la esfera en la interfase.

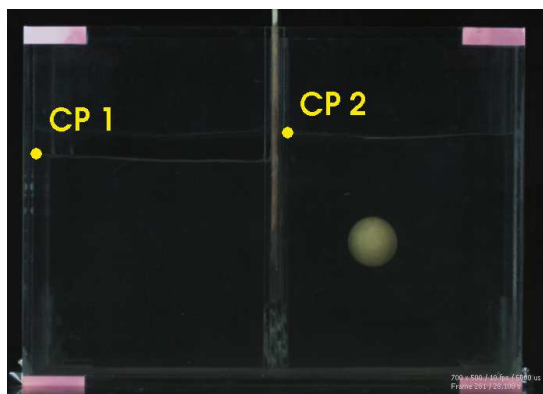


Figura 5: Puntos de seguimientos de la interfase. Puntos de control CP1 y CP2

Se realizaron numerosas pruebas numéricas con diferentes conjuntos de parámetros, dentro de los cuales el más significativo es el tamaño elemental de la malla. La Fig. 6 señala algunos de los resultados obtenidos para diferentes tamaños de elementos, comparando las amplitudes de desplazamiento de la superficie libre con respecto a la posición de reposo, manteniendo C_s en 1.0. En los tres casos representados, las simulaciones son coincidentes en fase y en la amplitud inferior del desplazamiento, mientras que las mayores diferencias se aprecian en las amplitudes hacia arriba. El modelo de referencia, con $h_x = h_y = 0.0025$ m, es el que presenta mayor uniformidad en la amplitud, y mayores desplazamientos superiores.

Por otra parte, se escogieron 3 ensayos experimentales para un mismo caso de análisis. El caso de análisis considera que en el inicio del experimento la esfera se encuentra en el recipiente izquierdo (Zamora, 2016). Además, se consideró un intervalo de tiempo de 10 s a partir de un tiempo posterior al inicio del estado estacionario del sistema, para este estudio se consideró 36 s. La Fig. 7 señala los resultados obtenidos de la simulación computacional con los resultados experimentales obtenidos para el punto de control 1 (CP1), mientras que la Fig. 8 muestra los resultados obtenidos para el punto de control 2 (CP2).

Observando las Figs. 7 y 8, la simulación computacional reproduce bien el período de movimiento de la superficie libre en los puntos de control. Por otra parte, la amplitud del movimiento es capturada en mayor medida por los picos en descenso. Se aprecia que la simulación provee mejores resultados para CP1 que para CP2, especialmente en cuanto a desplazamientos positivos. Esta diferencia se produce en los distintos experimentos numéricos realizados, y no ha sido posible, de momento, identificar los motivos por el cual se produce.

La Fig. 9 muestra una comparación con fotogramas entre el ensayo experimental (izquierda) y los resultados numéricos (derecha), para los mismos instantes de tiempo. En cada caso, se ve una buena coincidencia entre la posición y la forma de la interfase.

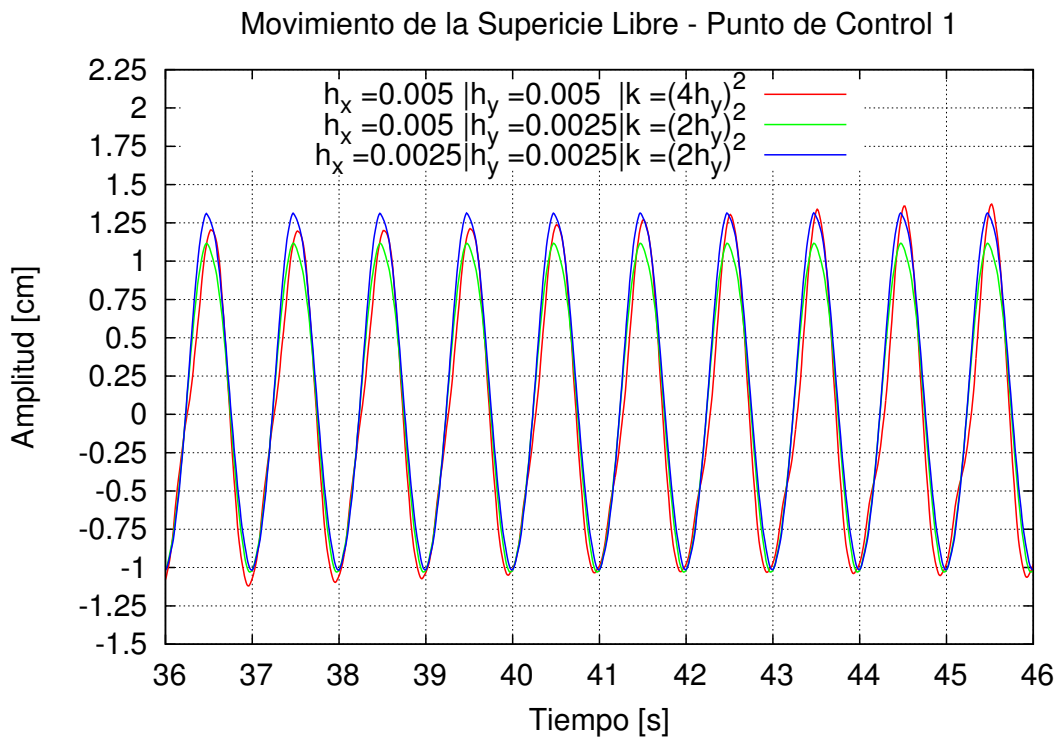


Figura 6: Comparación de resultados numéricos obtenidos para CP1

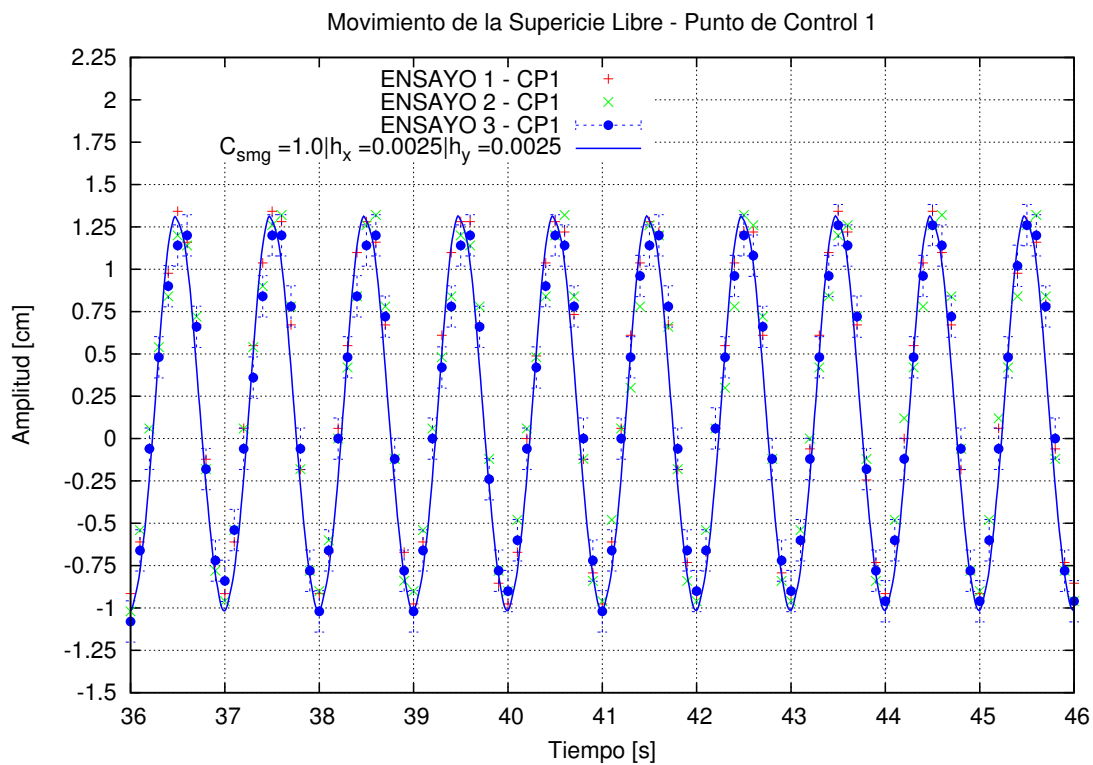


Figura 7: Resultados numéricos y experimentales obtenidos para CP1, para una frecuencia $f = 1\text{Hz}$ y una amplitud de $A = 10\text{mm}$

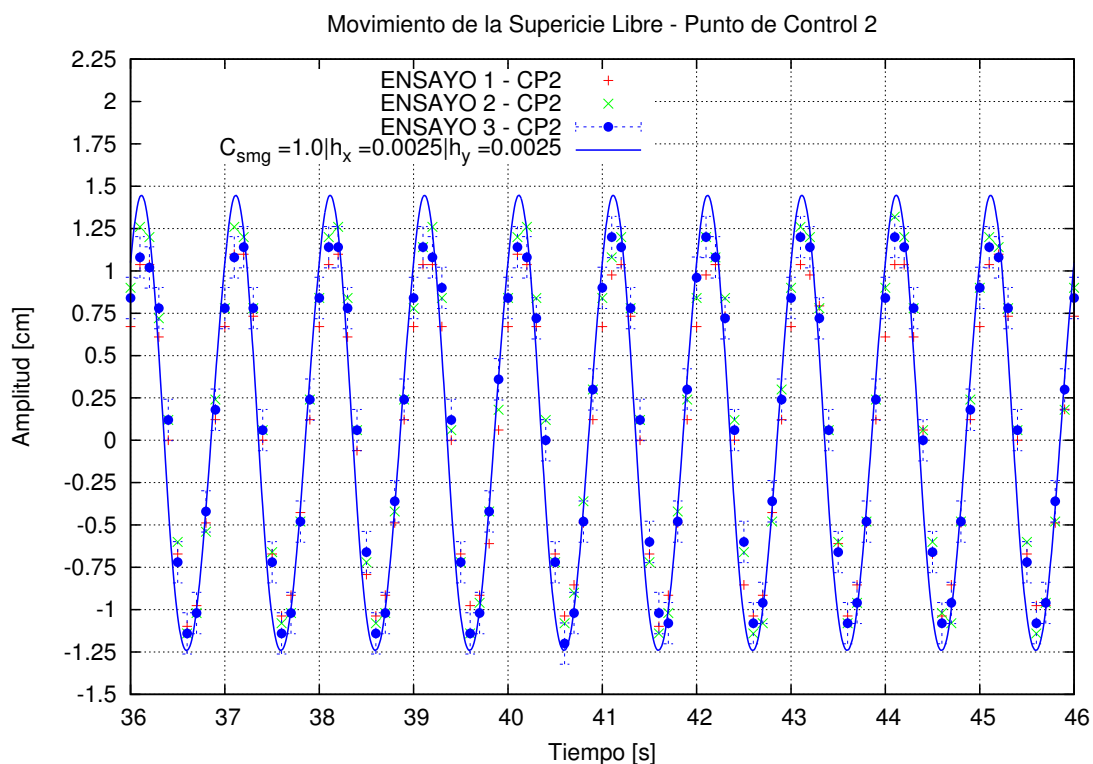


Figura 8: Resultados numéricos y experimentales obtenidos para CP2, para una frecuencia $f = 1\text{Hz}$ y una amplitud de $A = 10\text{mm}$

6. CONCLUSIONES

Se comparan resultados de 3 ensayos del mismo caso de experimentación con los resultados de la simulación MEF de un caso de agitación 2D.

Los resultados numéricos muestran muy buena correlación con los experimentales, tanto en fase como en descenso de la superficie libre, aunque no se ajustan de igual manera en cuanto a el ascenso en los puntos de control. La forma de la interfase es bien capturada por el método, tal como puede verificarse en la comparación con los fotogramas del ensayo.

Los distintos casos numéricos permitieron evaluar la influencia del refinamiento de la malla, así como también del ancho de transición de la función de nivel en la interfase, en base a lo cual se obtuvo un modelo numérico con un mejor ajuste a los registros experimentales.

Como correlato de este trabajo, se encuentra previsto desarrollar la simulación de flujo con superficie libre incluyendo el cuerpo sumergido, considerando en principio un acoplamiento en una dirección, particularmente transfiriendo la información del campo de flujo a la esfera.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET, Argentina, proyecto PIP 112-201501-00588CO), la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCyT, Argentina, PICT 0938/2013 y PICT 2660/2014), la Universidad Nacional del Litoral (UNL, Argentina, proyecto CAI+D 501-201101-00233), la Universidad Tecnológica Nacional (UTN, Argentina, proyecto PID 3526), el Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico (FONDECYT, Chile, 1130278), y ha sido realizado empleando recursos de *Free Software Foundation GNU-Project*, como GNU/Linux OS, GNU/GCC y GNU/Octave, así como también otros recursos de fuente abierta, como ser PETS, MPICH,

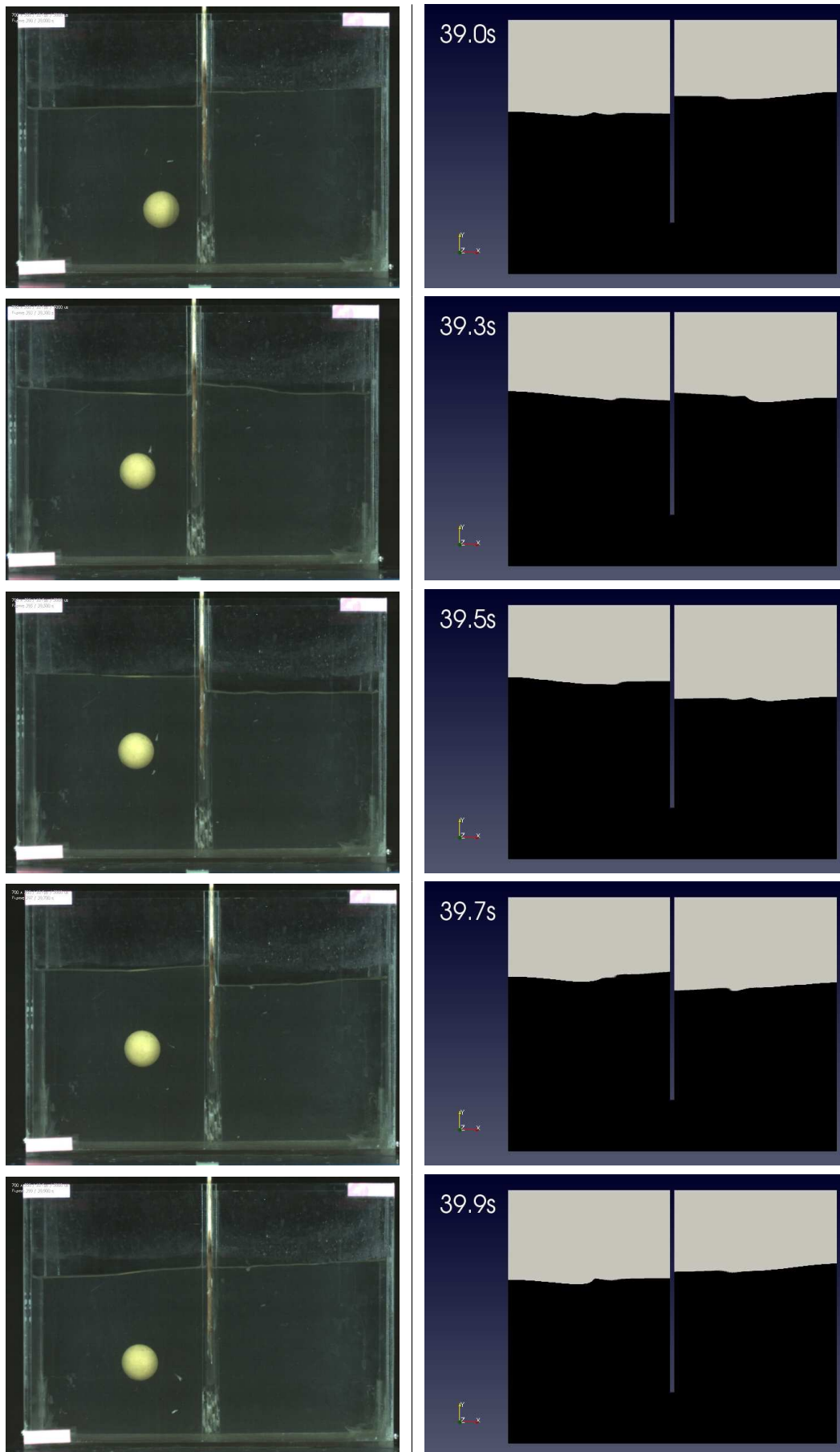


Figura 9: Algunos fotogramas correspondientes a un ciclo. Tiempos mostrados: 39, 39.3, 39.5, 39.7 y 39.9 s. Tiempo total de análisis: simulación 50 s, experimental 2880 s. Izaq: Experimental. Der: Simulación

Paraview, L^AT_EX, PGFPlots y TikZ.

REFERENCIAS

- Balay S., Brown J., Buschelman K., Eijkhout V., Gropp W.D., Kaushik D., Knepley M.G., McInnes L.C., Smith B.F., y Zhang H. PETSc users manual. Informe Técnico ANL-95/11 - Revision 3.4, Argonne National Laboratory, 2013.
- Battaglia L., Cruchaga M., Storti M., y D'Elía J. Simulación de flujos con superficie libre mediante una metodología de captura de interfase. En G. Bertolino, M. Cantero, M. Storti, y F. Teruel, editores, *Mecánica Computacional*, volumen XXXIII, páginas 2161–2174. 2014.
- Battaglia L., D'Elía J., y Storti M. Simulación numérica de la agitación en tanques de almacenamiento de líquidos mediante una estrategia lagrangiana euleriana arbitraria. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 28(2):124–134, 2012. doi:10.1016/j.rimni.2012.02.001.
- Battaglia L., Storti M.A., y D'Elía J. Bounded renormalization with continuous penalization for level set interface-capturing methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 84(7):830–848, 2010a. doi:10.1002/nme.2925.
- Battaglia L., Storti M.A., y D'Elía J. Simulation of free-surface flows by a finite element interface capturing technique. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 24(3-4):121–133, 2010b. doi:10.1080/10618562.2010.495695.
- Brooks A.N. y Hughes T.J. Streamline upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 32(1–3):199–259, 1982. doi:10.1016/0045-7825(82)90071-8.
- Cruchaga M., Battaglia L., Storti M., y D'Elía J. Numerical modeling and experimental validation of free surface flow problems. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 23(1):139–169, 2016. doi:10.1007/s11831-014-9138-4.
- Cruchaga M., Celentano D., y Tezduyar T. A moving Lagrangian interface technique for flow computations over fixed meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191(6–7):525–543, 2001. doi:10.1016/S0045-7825(01)00300-0. Minisymposium on Methods for Flow Simulation and Modeling.
- Cruchaga M.A., Celentano D.J., y Tezduyar T.E. Moving-interface computations with the edge-tracked interface locator technique (ETILT). *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 47(6-7):451–469, 2005. doi:10.1002/fld.825.
- Cruchaga M.A., Celentano D.J., y Tezduyar T.E. Collapse of a liquid column: Numerical simulation and experimental validation. *Computational Mechanics*, 39(4):453–476, 2007. doi:10.1007/s00466-006-0043-z.
- Cruchaga M.A., Reinoso R.S., Storti M.A., Celentano D.J., y Tezduyar T.E. Finite element computation and experimental validation of sloshing in rectangular tanks. *Computational Mechanics*, 52(6):1301–1312, 2013. ISSN 0178-7675. doi:10.1007/s00466-013-0877-0.
- Franck G., Nigro N., Storti M., y D'Elía J. Numerical simulation of the flow around the Ahmed vehicle model. *Latin American Applied Research*, 39(4):295–306, 2009.
- Huerta A. y Liu W.K. Viscous flow with large free surface motion. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 69(3):277–324, 1988. doi:10.1016/0045-7825(88)90044-8.
- Hughes T.J., Liu W.K., y Zimmermann T.K. Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 29(3):329–349, 1981. doi:10.1016/0045-7825(81)90049-9.

- Moiseev N.N. y Petrov A.A. The calculation of free oscillations of a liquid in a motionless container. En *Advances in Applied Mechanics*, volumen 9, páginas 91–155. Academic Press, 1966.
- MPI. Message passing interface. 2017. [Http://www.mpi-forum.org](http://www.mpi-forum.org).
- PETSc-FEM. A general purpose, parallel, multi-physics FEM program. 2017.
- Prosperetti A. Motion of two superposed viscous fluids. *Physic of Fluids*, 24(7):1217–1223, 1981.
- Sussman M., Fatemi E., Smereka P., y Osher S. An improved level set method for incompressible two-phase flows. *Computers & Fluids*, 27(5–6):663–680, 1998. doi:10.1016/S0045-7930(97)00053-4.
- Sussman M., Smereka P., y Osher S. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *Journal of Computational Physics*, 114(1):146–159, 1994. doi:10.1006/jcph.1994.1155.
- Tezduyar T. Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations. volumen 28 de *Advances in Applied Mechanics*, páginas 1–44. Elsevier, 1991. doi:10.1016/S0065-2156(08)70153-4.
- Tezduyar T., Mittal S., Ray S., y Shih R. Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 95(2):221–242, 1992. doi:10.1016/0045-7825(92)90141-6.
- Zamora E. *Estudio experimental de la interacción fluido-esfera en un sistema de vasos comunicantes bajo condición de vibración forzada*. Tesis de Maestría, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, 2016.