

# Die Gesetze und die Kräfte der relativen Bewegung in der Ebene.

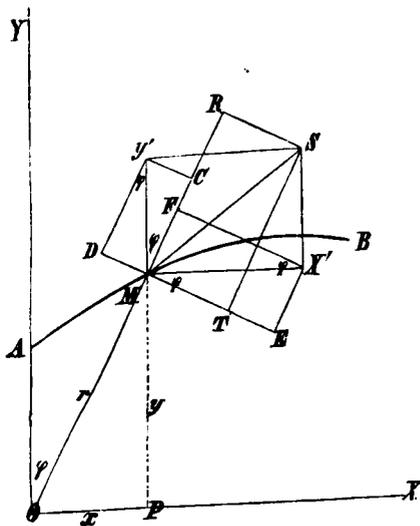
Vorgetragen am ausserordentlichen Maschinenbaucurs an der k. k. Montan-Lehranstalt in Pörschitz 1859, 60.

von *Gustav Schmidt*,  
k. k. Kunstmeister und Dozent.  
(Fortsetzung.)

## Dritter Fall.

Eine dritte, für andere Fälle passende Zerlegungsweise der eine krummlinige Bewegung verändernden Kraft  $S$ , ist die Zerlegung in zwei orthogonale Componenten  $R$  und  $T$ , von denen jene, wir wollen sie die Radialkraft heissen, die Richtung des aus dem Anfangspuncte der Coordinaten gezogenen Fahrstrahls hat, und diese, die Tangentialkraft, auf  $R$  senkrecht steht, also den mit dem Fahrstrahl  $= r$  gezogenen Kreis tangirt.

Fig. 6.



Es sei Fig. 6  $OX, OY$  das rechtwinklige Coordinatensystem, auf das die Curve  $AB$  bezogen wird, welche das Atom  $M$  unter Einwirkung der Kraft  $MS = S$  oder ihrer Componenten  $MX' = X, MY' = Y$  beschreibt,  $r = f(\varphi)$  sei die Polargleichung dieser Bahn, unter  $r$  den Fahrstrahl  $OM$  und unter  $\varphi$  den Winkel  $YOM$  verstanden.

Wir stellen uns die Aufgabe, die radiale Componente  $MR = R$  und die tangential Componente  $MT = T$  der Kraft  $S$  aufzusuchen und mittelst derselben die Intensität und Lage der Resultirenden  $S$  zu bestimmen. Offenbar werden wir  $R$  und  $T$  erhalten, wenn wir die Componenten  $X', Y'$  nach den neuen Richtungen zerlegen.

Da nun  $Y'$  in  $MC = Y' \cos \varphi$   
und  $MD = Y' \sin \varphi$   
zerfällt, und ebenso  $X'$  in  $ME = X' \cos \varphi$   
und  $MF = X' \sin \varphi$ ,

so ergibt sich  
 $R = MC + MF = Y' \cos \varphi + X' \sin \varphi$ ,  
 $T = ME - MD = Y' \sin \varphi - X' \cos \varphi$ .

Nun ist  
 $X' = \frac{k}{g} \frac{d^2x}{dt^2}, Y' = \frac{k}{g} \frac{d^2y}{dt^2}$ ,

wobei die zweiten Differenzialquotienten aus den Gleichungen  
 $x = r \sin \varphi, y = r \cos \varphi$   
zu ziehen sind. Man hat also zuerst:

$$\frac{dx}{dt} = \sin \varphi \frac{dr}{dt} + r \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt},$$

$$\frac{dy}{dt} = \cos \varphi \frac{dr}{dt} - r \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt},$$

und hieraus:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \sin \varphi \frac{d^2r}{dt^2} + 2 \cos \varphi \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} - r \sin \varphi \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + r \cos \varphi \frac{d^2\varphi}{dt^2},$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \cos \varphi \frac{d^2r}{dt^2} - 2 \sin \varphi \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} - r \cos \varphi \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 - r \sin \varphi \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Einfachheit halber führen wir hier gleich die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Fahrstrahls ein. Es ist nämlich der Weg  $d\varphi$  im Halbmesser 1 während der Zeit  $dt$  gleich der Geschwindigkeit  $\omega$  im Halbmesser 1 multiplicirt mit  $dt$ , also

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega,$$

folglich

$$X' = \frac{k}{g} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{k}{g} \times$$

$$\times \left( \sin \varphi \frac{d^2r}{dt^2} + 2 \omega \cos \varphi \frac{dr}{dt} - r \omega^2 \sin \varphi + r \cos \varphi \frac{d\omega}{dt} \right)$$

$$Y' = \frac{k}{g} \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{k}{g} \times$$

$$\times \left( \cos \varphi \frac{d^2r}{dt^2} - 2 \omega \sin \varphi \frac{dr}{dt} - r \omega^2 \cos \varphi - r \sin \varphi \frac{d\omega}{dt} \right).$$

Diese Gleichungen, in die oben für  $R$  und  $T$  gefundenen Werthe eingesetzt, erhält man sofort:

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{k}{g} \left( \frac{d^2r}{dt^2} - r \omega^2 \right), \\ T &= \frac{k}{g} \left( 2 \omega \frac{dr}{dt} + r \frac{d\omega}{dt} \right). \end{aligned} \right\} \dots \dots (12)$$

Hätte man also:

$$\varphi = \varphi(t),$$

somit

$$\omega = \varphi'(t)$$

gegeben, und mittelst der Polargleichung

$$r = f(\varphi)$$

auch  $r$  als Function von  $t$

$$r = \psi(t)$$

dargestellt, so hätte man nach (12) sofort die gesuchten Componenten der Kraft  $S$ :

$$R = \frac{k}{g} (\psi'' - \psi \varphi'^2)$$

$$T = \frac{k}{g} (2 \varphi' \psi' + \psi \varphi''),$$

dargestellt als Functionen der Zeit. Hiemit ist die Aufgabe, die Kraft  $S$  zu bestimmen, vollständig gelöst, denn es ist  $\sqrt{R^2 + T^2}$  ihre Intensität, und  $\frac{T}{R}$  die trig. Tangente des Winkels ihrer Neigung gegen die radiale Richtung.

Wir könnten aber umgekehrt die Aufgabe haben, aus  $R$  und  $T$ , welche als Functionen von  $t$  oder  $r$ , oder  $\varphi$ , oder  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$  oder auch mehrerer dieser Variablen gegeben sein könnten, das Bewegungsgesetz zu suchen.

Wir müssten dann die Differenzialgleichungen (12) oder

$$R = \frac{k}{g} \left[ \frac{d^2r}{dt^2} - r \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right]$$

$$T = \frac{k}{g} \left( 2 \frac{d\varphi}{dt} \frac{dr}{dt} + r \frac{d^2\varphi}{dt^2} \right)$$

integriren, und erhielten das Integral in der Form

$$f(r, \varphi, t) = 0, \\ F(r, \varphi, t) = 0,$$

oder nach  $\varphi$  und  $r$  aufgelöst gedacht:

$$\varphi = \varphi(t) \\ r = \psi(t),$$

in welchen Gleichungen natürlich noch unbestimmte Integrationsconstanten vorkommen werden.

Endlich können Aufgaben vorkommen, bei welchen eine der beiden Kräfte  $R$  oder  $T$  gegeben ist, und eine Beziehung zwischen den Variablen  $t, r$  und  $\varphi$  oder  $\omega$ ; es soll die andere Kraft, und die zweite charakteristische Beziehung zwischen den Variablen aufgefunden werden.

Ist  $r$  constant,  $\omega$  variabel, so erhalten wir aus (12), wegen

$$\frac{dr}{dt} = 0, \frac{d^2r}{dt^2} = 0: \\ \left. \begin{aligned} R &= -\frac{k}{g} r \omega^2, \\ T &= \frac{k}{g} r \frac{d\omega}{dt}, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

als Gleichungen der Kräfte für Kreisbewegung mit variabler Geschwindigkeit. Wird diese Geschwindigkeit  $r\omega$  im Kreis mit  $v$  bezeichnet, so gehen die Gleichungen (13) über in

$$\left. \begin{aligned} R &= -\frac{k}{g} \frac{v^2}{r}, \\ T &= \frac{k}{g} \frac{dv}{dt}, \end{aligned} \right\}$$

übereinstimmend mit den Gleichungen (11), wenn beachtet wird, dass  $C$  und  $R$  entgegengesetzte Richtung haben.

Es mag erwähnt werden, dass man nicht etwa in den Formeln (8)  $v = \rho \omega$  setzen könne, denn der Krümmungshalbmesser  $\rho$  wird ja nicht von einem Fixpunct aus gemessen, wie der Fahrstrahl  $r$  in unseren jetzigen Formeln. Der Begriff Winkelgeschwindigkeit konnte desshalb auch erst hier, nicht aber schon dort eingeführt werden.

Hier ist nun auch der Platz, um zum ersten Mal von den Kräften der relativen Bewegung zu sprechen. Frägt man nämlich:

Welche Kraft muss auf das freie Atom vom Gewichte  $k$  wirken, damit dasselbe längs einer feststehenden geraden Linie genau dieselbe Bewegung mache, welche in der wirklichen krummlinigen Bewegung im Sinne des Fahrstrahls  $r$  stattfindet? — so ist offenbar, da nach dem Vorhergehenden die Bewegung im Sinne des Fahrstrahls bestimmt ist durch die Gleichung

$$r = \psi(t),$$

die gesuchte Kraft der relativen Bewegung längs des feststehend gedachten Fahrstrahles:

$$\frac{k}{g} \frac{d^2r}{dt^2} = \frac{k}{g} \cdot \psi''(t),$$

und wir finden gemäss der ersten Gleichung (12) den Werth dieser idealen Kraft

$$\frac{k}{g} \frac{d^2r}{dt^2} = R + \frac{k}{g} r \omega^2.$$

Was müssen wir also thun, um statt der wirklichen krummlinigen Bewegung nur allein die relative Bewegung

längs des feststehend gedachten Fahrstrahls hervorzubringen? Wir müssen offenbar zu der wirklichen Kraft  $R$  die ideale Kraft

$$C = \frac{k}{g} \cdot r \omega^2 \dots \dots \dots (14)$$

hinzufügen, und die wirkliche Kraft  $T$  ganz aufheben durch Hinzufügung der idealen Kräfte

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{k}{g} \cdot 2\omega \frac{dr}{dt} \text{ und } \\ T &= \frac{k}{g} \cdot r \frac{d\omega}{dt} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

in entgegengesetztem Sinn der wirklichen Kraft  $T$ .

Ist  $u$  die Geschwindigkeit längs des Fahrstrahls, oder die relative Geschwindigkeit, so ist

$$u = \frac{dr}{dt},$$

also auch

$$D = \frac{k}{g} \cdot 2u\omega.$$

Die radial auswärts wirkende ideale Kraft  $C$  ist gerade entgegengesetzt der Centripetalkraft  $R$  in (13) und führt den Namen Fliehkraft, die tangentiale Kraft  $T$  ist numerisch übereinstimmend mit der Kraft  $T$  in (13), der Richtung nach aber entgegengesetzt, sie behebt also die Beschleunigung

$$r \frac{d\omega}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = \frac{dv}{dt}$$

im Sinne der Peripheriegeschwindigkeit  $v$ ; die Kraft  $D$  wirkt mit der Beschleunigung  $2u\omega$  in dem der Drehung des Fahrstrahls entgegengesetztem Sinn; sie würde also für sich allein constant wirkend in der elementaren Zeit  $\tau$  den Weg

$$\frac{1}{2} \cdot 2u\omega \cdot \tau^2 = u\tau \cdot \omega\tau,$$

d. i. einen Kreisbogen vom Halbmesser  $u\tau$  und dem Centriwinkel  $\omega\tau$  hervorbringen, respective beheben, lässt also auch eine Deutung zu. Allein es ist durchaus nicht nöthig, auf diese subtilen Deutungen einzugehen; die Analysis hat uns mit aller Evidenz gezeigt, dass wir, um statt der wirklichen krummlinigen Bewegung die geradlinige längs des feststehend gedachten Fahrstrahls zu erhalten, zu den wirklich vorhandenen Kräften des Systems welche durch die Resultirende  $S$  oder durch die Componenten  $R$  und  $T$  ersetzt werden können, noch die drei idealen Kräfte der relativen Bewegung hinzufügen müssen:

$$C = \frac{k}{g} r \omega^2$$

radial auswärts,

$$D = \frac{k}{g} \cdot 2u\omega$$

und

$$T = \frac{k}{g} r \frac{d\omega}{dt} = \frac{k}{g} \frac{dv}{dt},$$

beide tangential und dem Sinne der Drehung entgegengesetzt.

Findet die Drehung des Fahrstrahls mit constanter Winkelgeschwindigkeit statt, ist also

\*) Die Bezeichnung  $C, D, T$ , der Kräfte der relativen Bewegung ist übereinstimmend gewählt mit der in Hofrath F. Redtenbacher's „Principien der Mechanik und des Maschinenbaues“ 2. Auflage S. 129 gewählten Bezeichnung, nur ist die Richtung der Kräfte hier gerade die entgegengesetzte.

$$\frac{d\omega}{dt} = 0,$$

so ist nur die Fliehkraft

$$\mathfrak{C} = \frac{k}{g} r\omega^2$$

und die Tangentialkraft

$$\mathfrak{D} = \frac{k}{g} \cdot 2r\omega$$

anzubringen n $\ddot{o}$ thig.

Da die Tangentialkr $\ddot{a}$ fte  $\mathfrak{D}$  und  $\mathfrak{E}$  durch den Druck der gezwungenen radialen Bahn auf das bewegte Atom ersetzt werden k $\ddot{o}$ nnen, so bleibt uns in den hier geh $\ddot{o}$ rigen Problemen eigentlich nur eine einzige ideale Kraft zu den wirklichen Kr $\ddot{a}$ ften des Systems hinzuzuf $\ddot{u}$ gen n $\ddot{o}$ thig, n $\ddot{a}$ mlich nur allein die radial ausw $\ddot{a}$ rts wirkende Fliehkraft

$$\mathfrak{C} = \frac{k}{g} r\omega^2 = \frac{k r^2 \omega^2}{g r} = \frac{k v^2}{g r}$$

und wir k $\ddot{o}$ nnen mithin kurz gefasst den Satz aussprechen:

Durch Hinzuf $\ddot{u}$ gung der idealen Fliehkraft zu den wirklichen Kr $\ddot{a}$ ften des Systems, wird der rotirende Fahrstrahl in Ruhe versetzt.

Die strenge Bedeutung dieses kurz gefassten Satzes ist aus dem Vorhergegangenen vollkommen klar.

Die Einf $\ddot{u}$ hrung der Fliehkraft erleichtert daher die Behandlung der einschlagigen Probleme ausserordentlich, und kann mit vollem Bewusstsein geschehen, wenn man einmal den hier dargelegten Sinn derselben erfasst hat. Unbedingt nothwendig ist aber diese Einf $\ddot{u}$ hrung der Fliehkraft durchaus nicht, man kann die Probleme einfach auf Grundlage der Gleichungen (12) f $\ddot{u}$ r die Kr $\ddot{a}$ fte der absoluten Bewegung erledigen.

Beispiele sollen diess zeigen.

### 1. Beispiel. Die planetarische Bewegung.

Ein Planet von der Masse  $m$  wird nach dem Newton'schen Gravitationsgesetz von der Sonne mit der Masse  $M$  angezogen mit einer Kraft proportional  $\frac{Mm}{r^2}$ , und es darf n $\ddot{a}$ herungsweise die Sonne als feststehend angenommen werden, da der Mittelpunkt der Massen  $m$  und  $M$  sehr nahe dem Massenmittelpunkt der Sonne liegt. Wir nehmen also letzteren als Anfangspunkt der Coordinaten und fragen um das Bewegungsgesetz der Masse  $m$ .

Da in den Gleichungen (12) der Quotient  $\frac{k}{g}$  eben die Masse bedeutet, so haben wir in vorliegendem Falle die Gleichungen f $\ddot{u}$ r die radial ausw $\ddot{a}$ rts wirkende Kraft  $R$  und Tangentialkraft  $T$ :

$$R = m \left( \frac{d^2 r}{dt^2} - r\omega^2 \right) = -C \cdot \frac{Mm}{r^2},$$

$$T = m \left( 2\omega \frac{dr}{dt} + r \frac{d\omega}{dt} \right) = 0,$$

oder wenn K $\ddot{u}$ rze halber

$$CM = a$$

gesetzt wird:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r\omega^2 = -\frac{a}{r^2}, \dots \dots \dots (a)$$

$$2\omega \frac{dr}{dt} + r \frac{d\omega}{dt} = 0. \dots \dots \dots (b)$$

Die Differentialgleichung (a) ist der Ausdruck des Newton'schen Gesetzes, jene (b) sagt weiter nichts, als dass keine Tangentialkraft vorhanden sei, und w $\ddot{u}$ rde bestehen, wenn das Anziehungsgesetz wie immer lauten w $\ddot{u}$ rde.

Aus dieser letzteren, vom Anziehungsgesetz g $\ddot{a}$ nzlich unabh $\ddot{a}$ ngigen Differentialgleichung folgt aber sofort:

$$2 \frac{dr}{r} + \frac{d\omega}{\omega} = 0,$$

und durch Integration:

$$2 \log r + \log \omega = C,$$

$$\log (r^2 \omega) = C,$$

oder

$$r^2 \omega = b; \dots \dots \dots (c)$$

also wegen

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt};$$

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = b,$$

$$r^2 d\varphi = b dt \dots \dots \dots (d)$$

Es ist aber  $\frac{r \cdot rd\varphi}{2}$  der Fl $\ddot{a}$ cheninhalt des vom Fahrstrahl  $r$  in dem Zeitelement  $dt$  beschriebenen Raumes, mithin dr $\ddot{u}$ ckt die Gleichung (d) das zweite Keppler'sche Gesetz aus: Die vom Radiusvector beschriebenen Fl $\ddot{a}$ chenr $\ddot{a}$ ume sind proportional der Zeit, — und es w $\ddot{u}$ rde dieses Gesetz auch bestehen, wenn das Attractionsgesetz irgend ein beliebiges w $\ddot{a}$ re.

Aus der anderen Differentialgleichung (a) finden wir mit R $\ddot{u}$ cksicht auf (c):

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{b}{r^2} \right)^2 = -\frac{a}{r^2},$$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{b^2}{r^3} - \frac{a}{r^2} = \frac{b^2 - ar}{r^3} \dots \dots \dots (e)$$

F $\ddot{u}$ hrt man, um diese Differentialgleichung zu integrieren, eine neue Variable  $\phi$  ein mittelst der Gleichung

$$b^2 - ar = cr \cos \phi, \dots \dots \dots (f)$$

worin  $c$  eine noch unbestimmt gelassene Constante ist, so folgt:

$$r = \frac{b^2}{a + c \cos \phi}, \dots \dots \dots (g)$$

$$\frac{dr}{dt} = b^2 \frac{c \sin \phi}{(a + c \cos \phi)^2} \cdot \frac{d\phi}{dt} = \frac{c}{b^2} \cdot r^2 \sin \phi \frac{d\phi}{dt},$$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{c}{b^2} \left[ r^2 \frac{d\phi}{dt} \cos \phi \cdot \frac{d\phi}{dt} + \sin \phi \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\phi}{dt} \right) \right],$$

oder statt  $\cos \phi$  sein Werth aus (f) eingesetzt:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{c}{b^2} \left[ \left( r^2 \frac{d\phi}{dt} \right) \left( \frac{b^2 - ar}{cr} \right) \frac{d\phi}{dt} + \sin \phi \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\phi}{dt} \right) \right]$$

$$= \left( r^2 \frac{d\phi}{dt} \right) \left( \frac{b^2 - ar}{b^2 r^3} \right) \left( r^2 \frac{d\phi}{dt} \right) + \frac{c}{b^2} \sin \phi \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\phi}{dt} \right).$$

Vergleicht man diese Gleichung mit der vorgelegten (e), so ergibt sich unmittelbar:

$$r^2 \frac{d\phi}{dt} = b,$$

folglich durch Vergleich mit (d)

$$\phi = \varphi + C,$$

oder auch wenn wir wollen

$$\phi = \varphi.$$

Es ist mithin nach (g):

$$r = \frac{b^2}{a + c \cos \varphi}, \dots \dots \dots (h)$$

eine Gleichung, die nur eine willkürliche Constante  $c$  enthält, weil erst durch Substitution derselben in die Differentialgleichung (d) und nochmalige Integration  $\varphi$  als Function von  $t$  und schliesslich auch  $r$  als Function von  $t$  mit zwei willkürlichen Constanten gefunden werden sollte.

Vergleicht man diese Gleichung (h) mit der bekannten Polargleichung einer Ellipse mit den Halbachsen  $A, B$ , und der Excentricität

$$E = \sqrt{A^2 - B^2};$$

$$r = \frac{B^2}{A + E \cos \varphi} = \frac{\frac{B^2}{E}}{\frac{A}{E} + \cos \varphi} \dots \dots \dots (i)$$

worin ein Brennpunct als Anfangspunct der Coordinaten genommen ist, und die Winkel  $\varphi$  von der grossen Halbachse gezählt sind, so ergibt sich:

$$\frac{b^2}{c} = \frac{B^2}{E},$$

und als Bestimmungsgleichung von  $c$

$$\frac{a}{c} = \frac{A}{E} \dots \dots \dots (k)$$

folglich auch

$$\frac{b^2}{a} = \frac{B^2}{A},$$

woraus sich sowohl das erste Kepler'sche Gesetz ergibt: „Die Planeten beschreiben Ellipsen in deren einem Brennpunct die Sonne steht,“ wie auch der Werth der Constanten  $b$ :

$$b = B \sqrt{\frac{a}{A}} \dots \dots \dots (l)$$

Wird dieser Werth in (d) eingesetzt, d. h. das erste Kepler'sche Gesetz mit dem zweiten in Verbindung gebracht, so folgt:

$$\frac{r^2 d\varphi}{2} = \frac{b dt}{2} = \frac{B}{2} \sqrt{\frac{a}{A}} dt,$$

folglich auch der in der ganzen Umlaufszeit  $T$  vom Fahrstrahl beschriebene Flächeninhalt der Ellipse:

$$AB\pi = \frac{B}{2} \sqrt{\frac{a}{A}} T,$$

oder

$$A^2 \pi^2 = \frac{1}{4} \frac{a}{A} T^2,$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{a} A^3 \dots \dots \dots (m)$$

Da  $\frac{4\pi^2}{a^3}$  wegen  $a = CM$  eine absolute, für alle Planeten gleich grosse Constante ist, so drückt die Gleichung (m) das dritte Kepler'sche Gesetz aus: Die Quadrate der Umlaufzeiten verhalten sich wie die Würfel der grossen Axen.

Zur vollständigen Lösung der Aufgabe ist es nöthig auch noch die angedeutete Integration auszuführen.

Man findet aus (d) und (i):

$$dt = \frac{r^2 d\varphi}{b} = \frac{B^2}{(A + E \cos \varphi)^2} \cdot \frac{d\varphi}{B \sqrt{\frac{a}{A}}}$$

$$t = B^2 \sqrt{\frac{A}{a}} \int \frac{d\varphi}{(A + E \cos \varphi)^2}$$

Nach den bekannten Integralformeln findet man mit Rücksicht auf die Eigenschaft der Ellipse, nach welcher

$$A^2 - E^2 = B^2$$

ist:

$$\int \frac{d\varphi}{(A + E \cos \varphi)^2} = -\frac{E \sin \varphi}{B^2 (A + E \cos \varphi)} + \frac{A}{B^2} \int \frac{d\varphi}{A + E \cos \varphi}$$

und

$$\int \frac{d\varphi}{A + E \cos \varphi} = \frac{1}{B} \arccos \frac{E + A \cos \varphi}{A + E \cos \varphi},$$

folglich

$$t = -\frac{BE \sqrt{\frac{A}{a}} \sin \varphi}{A + E \cos \varphi} + A \sqrt{\frac{A}{a}} \arccos \frac{E + A \cos \varphi}{A + E \cos \varphi}$$

Für  $\varphi = \pi$  folgt die halbe Umlaufszeit wegen  $\arccos(-1) = \pi$ :

$$\frac{T}{2} = A\pi \sqrt{\frac{A}{a}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{a} \cdot A^3}$$

übereinstimmend mit (m).

Wird

$$\sqrt{\frac{A}{a}} = \frac{T}{2A\pi}$$

oben eingeführt, so folgt:

$$t = -\frac{BET}{2A\pi} \frac{\sin \varphi}{A + E \cos \varphi} + \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{E + A \cos \varphi}{A + E \cos \varphi}$$

Statt  $\cos \varphi$  sein Werth aus (i) gesetzt:

$$\cos \varphi = \frac{B^2 - Ar}{Er},$$

ergibt sich

$$\frac{\sin \varphi}{A + E \cos \varphi} = \frac{r \sin \varphi}{B^2}$$

$$\frac{E + A \cos \varphi}{A + E \cos \varphi} = \frac{AB^2 - (A^2 - E^2)r}{B^2 E} = \frac{A - r}{E},$$

also

$$t = -\frac{ETr \sin \varphi}{2AB\pi} + \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{A - r}{E},$$

$$t = \frac{T}{2\pi} \left( \arccos \frac{A - r}{E} - \frac{Er \sin \varphi}{AB} \right)$$

Setzt man Einfachheit halber

$$\frac{A - r}{E} = \cos \mu, \dots \dots \dots (n)$$

so folgt

$$r = \frac{T}{2\pi} \left( \mu - \frac{Er \sin \varphi}{AB} \right),$$

und aus (i) und (n)

$$r = \frac{A^2 - E^2}{A + E \cos \varphi} = A - E \cos \mu,$$

$$\cos \varphi = \frac{A \cos \mu - E}{A - E \cos \mu} = \frac{A \cos \mu - E}{r} \dots \dots \dots (o)$$

woraus sich leicht ergibt:

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \frac{1}{r} \sqrt{A^2 \sin^2 \mu - E^2 \sin^2 \mu},$$

$$\sin \varphi = \frac{B \sin \mu}{r} \dots \dots \dots (p)$$

Diess in den Werth von  $t$  eingesetzt, folgt

$$t = \frac{T}{2\pi} \left( \mu - \frac{E}{A} \sin \mu \right).$$

Man nennt  $\mu$  die excentrische,  $\varphi$  die wahre Anomalie, und der durch die Gleichung (o) oder

$$r \cos \varphi = A \cos \mu - E$$

gegebene Zusammenhang derselben ist leicht graphisch darzustellen.

Ist nämlich in Fig. 7:

- $C$  der Mittelpunkt der Ellipse,
- $CD$  die halbe grosse Axe  $= A$ ,
- $CE$  die halbe kleine Axe  $= B$ ,
- $CO$  die Excentricität  $=$

$$E = \sqrt{A^2 - B^2},$$

$O$  der Anfangspunkt der Coordinaten,

$M$  ein Punkt der Ellipse,

$OM = r$  der Fahrstrahl,

$PMN$  eine zu  $CE$  parallele Gerade,

$DNF$  ein mit  $CD = A$  beschriebener Quadrant,

so ist Winkel

$$DOM = \varphi,$$

und Winkel

$$DCN = \mu.$$

Für jede Annahme der excentrischen Anomalie  $\mu$  von  $0$  bis  $\pi$ , geben die drei Gleichungen ( $n$ ), ( $p$ ) und ( $q$ ), oder:

$$\left. \begin{aligned} r &= A - E \cos \mu \\ \sin \varphi &= \frac{B \sin \mu}{r} \\ t &= \frac{T}{2\pi} \left( \mu - \frac{E}{A} \sin \mu \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (r)$$

den Fahrstrahl  $r$ , die wahre Anomalie  $\varphi$  und die seit dem Perihel in  $D$  verflossene Zeit  $t$ .

Zur vollständigen Lösung des Problems wäre noch erforderlich das Bogenstück  $DM = s$  der Ellipse als Function der Zeit  $t$  darzustellen, und die Geschwindigkeit in der elliptischen Bahn  $= \frac{ds}{dt}$  zu berechnen, was wir jedoch übergehen wollen.

Zweites Beispiel.

Das Atom  $M$  Fig. 8 werde von einem geraden Stab  $OMR$  getrieben, welcher sich mit constanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um  $O$  dreht. Es soll die Bewegung des Atoms bestimmt werden.

Wir haben hier nur eine der beiden Kräfte  $R$  und  $T$  der Gleichungen (12) gegeben, nämlich  $R = 0$  (während bei der planetarischen Bewegung  $T = 0$  war), dafür aber eine Eigenschaft der Curve, nämlich:

$$\begin{aligned} \varphi &= \omega t \\ \frac{d\omega}{dt} &= 0. \end{aligned}$$

Setzen wir diese Bedingungen in die allgemeinen Gleichungen (12) ein, so folgt:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r\omega^2 = 0, \dots \dots \dots (a)$$

und

$$T = \frac{k}{g} \cdot 2\omega \frac{dr}{dt} = \frac{k}{g} \cdot 2u\omega, \dots \dots \dots (b)$$

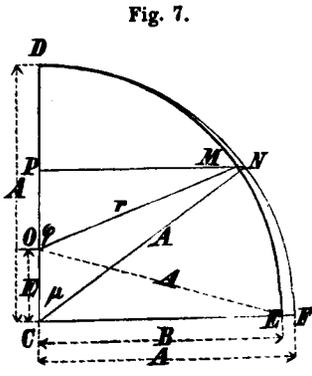


Fig. 7.

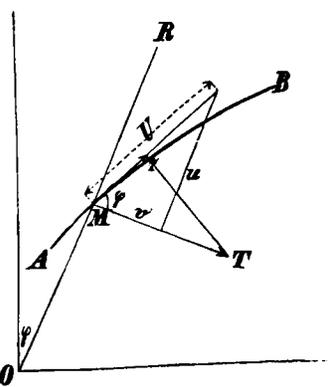


Fig. 8.

wenn  $u = \frac{dr}{dt}$  die relative Geschwindigkeit des Atoms längs des Stabes bezeichnet.

Die Gleichung (a) ist eine reducirte lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung. Derlei Gleichungen haben particuläre Integrale von der Form:

$$r = Ce^{nt},$$

und die verschiedenen Werthe von  $n$  ergeben sich aus einer algebraischen Gleichung, die aus der vorgelegten linearen Differentialgleichung hervorgeht, wenn man statt jedes Differentialquotienten die analoge Potenz von  $n$  setzt, und statt der abhängigen nur in erster Potenz erscheinenden Variablen  $r$  selbst, die Einheit. Diese algebraische Gleichung lautet also in vorliegendem Falle:

$$n^2 - \omega^2 = 0.$$

Hieraus folgt:

$$n = +\omega \text{ oder } n = -\omega,$$

folglich sind

$$r = Ce^{\omega t} \text{ und } r = Ce^{-\omega t}$$

particuläre Integrale, und das vollständige Integral der Gleichung (a) mit zwei willkürlichen Constanten ist:

$$r = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}. \dots \dots \dots (c)$$

Hieraus folgt sofort die relative Geschwindigkeit:

$$u = \frac{dr}{dt} = \omega (Ae^{\omega t} - Be^{-\omega t}), \dots \dots \dots (d)$$

somit nach (b):

$$T = \frac{k}{g} \cdot 2\omega^2 (Ae^{\omega t} - Be^{-\omega t}).$$

Es sind folglich:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \omega t \\ r &= Ae^{\varphi} + Be^{-\varphi} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (e)$$

die Gleichungen der Bahn, welche unter dem Einfluss der Kräfte:

$$\left. \begin{aligned} R &= 0 \\ T &= \frac{k}{g} \cdot 2\omega^2 (Ae^{\varphi} - Be^{-\varphi}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (f)$$

von dem Beweglichen beschrieben wird.

Die dabei stattfindende relative Geschwindigkeit längs des Stabes ist nach (d):

$$u = \omega (Ae^{\varphi} - Be^{-\varphi}),$$

und die in jedem Augenblick stattfindende tangentielle Geschwindigkeit ist:

$$v = r\omega = \omega (Ae^{\varphi} + Be^{-\varphi}).$$

Hieraus folgt:

$$\begin{aligned} u^2 &= \omega^2 (A^2 e^{2\varphi} - 2AB + B^2 e^{-2\varphi}) \\ v^2 &= \omega^2 (A^2 e^{2\varphi} + 2AB + B^2 e^{-2\varphi}), \end{aligned}$$

also

$$v^2 - u^2 = 4AB\omega^2,$$

oder

$$u^2 = v^2 - 4AB\omega^2, \dots \dots \dots (g)$$

und die absolute Geschwindigkeit  $U$  in der wahren krummen Bahn des Atoms aus:

$$U^2 = u^2 + v^2 = 2v^2 - 4AB\omega^2 \dots \dots \dots (h)$$

mithin ist die Aufgabe vollständig gelöst.

Es ist jedoch auch von Interesse, die Gleichung (g) für die relative Geschwindigkeit, welche wir unter Form erhielten:

$$u^2 = v^2 + \text{Const.} = r^2 \omega^2 + \text{Const.},$$

und welche wegen  $u = \frac{dr}{dt}$  eigentlich eine Differentialgleichung

erster Ordnung zweiten Grades mit nur einer, hier schon bestimmten Constanten ( $= -4AB\omega^2$ ) ist, unmittelbar durch erste Integration der vorgelegten Differenzialgleichung (a) zu erhalten, weil wir in anderen complicirten Fällen eben nur zu der der (g) analogen Gleichung gelangen können, jedoch auf die zweite Integration, d. i. auf die der (c) analogen Gleichung verzichten müssen.

Zu diesem Behufe schreiben wir die (a) in der Form

$$\frac{du}{dt} = r\omega^2,$$

und multipliciren sie mit

$$u = \frac{dr}{dt},$$

wodurch erscheint:

$$u \frac{du}{dt} = \omega^2 \cdot r \frac{dr}{dt}.$$

Diese Gleichung gibt integrirt:

$$u^2 = \omega^2 r^2 + \text{Const.}$$

oder wegen  $\omega r = v$

$$u^2 = v^2 + \text{Const.}$$

wie oben.

Hiezu die Gleichung (b) gesetzt, erhält man durch das Gleichungssystem

$$u^2 = \omega^2 r^2 + \text{Const.}$$

$$T = \frac{k}{g} \cdot 2u\omega$$

eine theilweise Lösung der Aufgabe, weil  $u = \frac{dr}{dt}$  ist, also diese Gleichungen nebst der Variablen  $r$  noch den Differenzialquotienten  $\frac{dr}{dt}$  enthalten; wir müssen uns aber, wie gesagt, in complicirteren Fällen mit einer solchen theilweisen Lösung, respective mit der Gleichung für die relative Geschwindigkeit  $u$  zufrieden stellen, wenn nämlich die zweite Integration, d. i. hier jene der Gleichung

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \omega^2 r^2 + \text{Const.}$$

nicht ausführbar wäre.

Eine andere interessante Bemerkung machen wir an dem Werth des Tangentialdruckes

$$T = \frac{k}{g} \cdot 2\omega \frac{dr}{dt} = \frac{k}{g} \cdot 2 \frac{dv}{dt}.$$

Dieser Druck des Stabes auf den Körper ist nämlich wie man sieht, gerade doppelt so gross, als eine im Sinne der Tangentialgeschwindigkeit  $v$  wirkende Kraft, welche bei der Bewegung nach dieser Richtung die Beschleunigung  $\frac{dv}{dt}$  hervorbringen würde.

Dies ist leicht begreiflich, denn in der wirklichen krummlinigen Bahn  $AB$  tritt eine grössere Beschleunigung ein als  $\frac{dv}{dt}$ , und doch ist nur eine Componente von  $T$  nach der Richtung der absoluten Geschwindigkeit  $U$  wirksam, nämlich die Componente  $Z = T \cos \varphi$ , wenn  $U$  mit  $v$  den Winkel  $\varphi$  Fig. 8. einschliesst.

Um  $T$  mittelst  $Z$  zu berechnen, haben wir zunächst

$$U^2 = u^2 + v^2 = 2v^2 + \text{Const.},$$

mithin

$$U \frac{dU}{dt} = 2v \frac{dv}{dt},$$

ferner

$$v = U \cos \varphi,$$

also

$$\frac{dU}{dt} = 2 \cdot \frac{v}{U} \frac{dv}{dt} = 2 \cos \varphi \cdot \frac{dv}{dt}.$$

Hieraus folgt:

$$Z = \frac{k}{g} \cdot \frac{dU}{dt} = 2 \frac{k}{g} \cos \varphi \cdot \frac{dv}{dt},$$

und diess verglichen mit

$$Z = T \cos \varphi$$

gibt wieder

$$T = 2 \cdot \frac{k}{g} \cdot \frac{dv}{dt}$$

wie oben.

Eine treffliche Einsicht in das Wesen der Sache, gewährt ferner die Untersuchung der lebendigen Kräfte in zwei Momenten der Bewegung.

Sind nämlich  $u_1, v_1$  die Anfangs-,  $u_2, v_2$  die Endwerthe von  $u$  und  $v$ , so ist:

$$u_1^2 = v_1^2 + C$$

$$u_2^2 = v_2^2 + C,$$

also

$$u_2^2 - u_1^2 = v_2^2 - v_1^2; \dots \dots \dots (i)$$

ferner

$$U_1^2 = u_1^2 + v_1^2$$

$$U_2^2 = u_2^2 + v_2^2,$$

also nach (i)

$$= u_1^2 + 2v_2^2 - v_1^2 = U_1^2 + 2(v_2^2 - v_1^2).$$

Die lebendige Kraft der Masse  $m = \frac{k}{g}$  vom Gewichte  $k$  war also zu Anfang der Bewegung:

$$L_1 = \frac{1}{2} m U_1^2 = \frac{k}{2g} U_1^2,$$

und ist zu Ende der Bewegung:

$$L_2 = \frac{1}{2} m U_2^2 = \frac{k}{2g} U_2^2 \\ = \frac{k}{2g} [U_1^2 + 2(v_2^2 - v_1^2)].$$

Die lebendige Kraft hat also zugenommen um

$$L_2 - L_1 = \frac{k}{2g} \cdot 2(v_2^2 - v_1^2) = \frac{k}{g} (v_2^2 - v_1^2).$$

Diese Zunahme der lebendigen Kraft muss nach dem Princip der lebendigen Kräfte gleich sein der von der Tangentialkraft  $T$  producirten Wirkung, weil eben gar keine andere Kraft vorhanden ist als nur allein  $T$ . Wir können uns nun leicht überzeugen, dass  $T$  wirklich diese Wirkung

$$\frac{k}{g} (v_2^2 - v_1^2)$$

producirt, denn es ist der elementare Weg nach der Richtung dieser Kraft  $= vdt$ , mithin die elementare Wirkung

$$dW = T \cdot vdt,$$

d. i. wegen (b), oder

$$T = \frac{k}{g} \cdot 2 \frac{dv}{dt};$$

$$dW = \frac{k}{g} \cdot 2 v dv,$$

woraus folgt:

$$W = 2 \frac{k}{g} \int_{v_1}^{v_2} v dv = \frac{k}{g} (v_2^2 - v_1^2),$$

folglich wirklich

$$L_2 - L_1 = W.$$

Wir sehen hier sonnenklar, dass die Wirkung  $W$  von der Tangentialkraft  $T$  producirt wird, — es gibt in dem gewählten Beispiel keine andere wirkliche Kraft. Gewöhnlich aber spricht man hier von der Wirkung der Fliehkraft, und sagt so: Die radial auswärts wirkende Fliehkraft  $F$  ist:

$$F = \frac{k}{g} r \omega^2,$$

der elementare Weg nach der Richtung derselben ist  $dr$ , folglich ist ihre elementare Wirkung

$$dw = \frac{k}{g} r \omega^2 \cdot dr,$$

somit

$$w = \frac{k}{g} \omega^2 \int_{r_1}^{r_2} r dr = \frac{k}{2g} \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)$$

$$w = \frac{k}{2g} (v_2^2 - v_1^2) \dots \dots \dots (k)$$

Der Unterschied der lebendigen Kräfte im radialen Sinn ist

$$l_2 - l_1 = \frac{k}{2g} (u_2^2 - u_1^2),$$

und da

$$l_2 - l_1 = w$$

sein muss, so folgt:

$$u_2^2 - u_1^2 = v_2^2 - v_1^2$$

übereinstimmend mit (i).

Diese Rechnung gibt uns also ein vollkommen richtiges Resultat, obwohl eine radial auswärts wirkende Fliehkraft in vorliegendem Beispiel eine reine Fiction ist, und obwohl eine lebendige Kraft der relativen Bewegung

$$l = \frac{1}{2} \frac{k}{g} u^2,$$

ein sehr verdächtiger Begriff ist, denn wenn ich zusehe, wie eine Locomotive mit der Geschwindigkeit  $u$  an mir vorüber saust, so habe ich auch eine „relative Geschwindigkeit“  $= u$ , aber gewiss keine lebendige Kraft.

Wir verstehen aber nach dem früher dargelegten nun vollkommen die Wirksamkeit der Rechnung mit der Fliehkraft. Durch die Hinzufügung der Fliehkraft zu den wirklich vorhandenen Kräften  $R = 0$  und  $T$  wird nämlich aus dem rotirenden Stab ein feststehender, und die frühere relative Bewegung des an den Stab gezwungenen Atoms wird nun eine absolute, und eben deshalb, weil jetzt  $u_1$  und  $u_2$  absolute Geschwindigkeiten geworden sind, hat die früher geführte Rechnung nicht nur einen Sinn, sondern volle Berechtigung.

Im vorliegenden Beispiel war die Fliehkraft eine Fiction, nämlich jene ideale Kraft, welche zu den wirklichen Kräften hinzugefügt werden musste, um in dem feststehenden System dieselbe relative Bewegung zu erhalten, welche in Wirklichkeit in dem rotirenden System eintritt. Es ist augenblicklich zu erkennen, dass diese Fliehkraft in dem vorliegenden Fall eine Fiction, eine hinzugedachte, nicht eine wirklich vorhandene Kraft ist; denn auf was wirkt sie? Auf die Masse  $m = \frac{k}{g}$ . Und wo hat sie ihren Sitz? In derselben Masse  $m$ ; eine andere ist ausser der des Stabes nicht vorhanden, und in dem Stab hat sie ihren Sitz sicherlich nicht.

Keine wirkliche Kraft hat aber ihren Sitz in der Masse, auf welche sie wirkt, alle wirklich vorhandenen Kräfte sind paarweise vorhanden, in Wahrheit kann und muss eine Fliehkraft oder Centrifugalkraft nur dann existiren, wenn eine Centripetalkraft vorhanden ist, und diese beiden Kräfte sind sich immer gleich und der Richtung nach entgegengesetzt, ganz genau so, wie der Druck  $P$ , den ein Arbeiter auf einen zu verschiebenden Eisenbahnwagen ausübt, gleich und entgegengesetzt ist dem Druck, den die deformirte Angriffsstelle des Wagens vermöge ihrer Deformirung auf den Arbeiter zurück ausübt; ersterer, der Druck  $P$ , hat seinen Sitz in der Masse  $M$  des Arbeiters, letzterer, der Druck  $P'$ , hat seinen Sitz in der Masse  $M'$  des Wagens,  $P$  kann nur auf  $M'$  und  $P'$  nur auf  $M$  wirken, das ist das erste Axiom in der Mechanik. Eben- so wenig kann die Centrifugalkraft, wenn sie eine Wahrheit ist, auf die Bewegung derjenigen Masse einen Einfluss ausüben, in welcher sie ihren Sitz hat, sondern sie wirkt auf jene Masse, welche der Sitz der Centripetalkraft ist. Beispiele sollen diess erläutern.

Die Masse  $M$  der Sonne wirkt mit einer Centripetalkraft  $P$  auf die Masse  $M'$  der Erde, diese wirkt mit einer Centrifugalkraft  $P' = P$  auf die Sonne zurück, zufolge welcher der Massenmittelpunct der Sonne um den Mittelpunct der Massen  $M + M'$  (abgesehen von den übrigen Planeten) ebenfalls eine kleine Ellipse beschreibt, die der von der Erde beschriebenen grossen Ellipse geometrisch ähnlich ist. Die Bewegung von  $M'$  ist aber nur durch  $P$  bestimmt,  $P'$  ist ohne allen Einfluss auf  $M'$  und umgekehrt.

Eine an einem Faden befindliche Kugel von der Masse  $M'$  wird mit der Hand herumgeschleudert. Der Faden ist hierbei von zwei gleichen Kräften gespannt, nach einwärts durch eine von der Hand ausgeübte (und in derselben fühlbare) Centripetalkraft  $P$ , nach auswärts durch die von  $M'$  ausgeübte Fliehkraft oder Centrifugalkraft  $P' = P$ . Die Kugel bewegt sich unter dem Einfluss der Kraft  $P$  im Kreis, und weiss durchaus nichts von der Kraft  $P'$ , deren Sitz sie ist, und welche vermittelt des Fadens auf die Hand wirkt.  $P'$  existirt nur so lange als  $P$  vorhanden ist; so wie der Faden abgeschnitten wird, so gibt es weder ein  $P$  noch ein  $P'$  mehr, die Kugel folgt einfach gemäss ihrer Trägheit der Richtung, die sie im Moment der Zerstörung der Zugkräfte  $P, P'$  eben hat, also der Tangente an den Kreis.

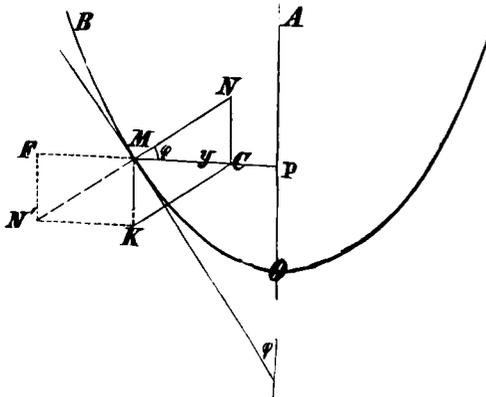
Ein Schwungrad nimmt bei schneller Rotirung vergrößerte Dimensionen an. Der Halbmesser und der Umfang wird grösser, Arme und Schwungring werden gedehnt, die Nabe nach allen Armrichtungen auseinander gezerrt. Durch diese Formveränderungen entstehen aber Molekularkräfte, die Nabe entwickelt bei ihrem Widerstand gegen das Verzerren Centripetalkräfte, welche die Arme einwärts ziehen, und dieser Zug pflanzt sich durch den gespannten Zustand der Arme auf den Schwungring fort. Der Schwungring kann und muss auf den Schwungring fort. Der Schwungring kann und muss sich daher in seinem deformirten Zustand im Kreis bewegen, weil er von Centripetalkräften dazu gezwungen wird, und seine Bewegung ist gänzlich unabhängig von der durch seine Deformirung hervorgerufenen Centrifugalkraft, mit welcher er seinerseits die Arme nach Aussen spannt. Wird die Dehnung

zu gross, reisst der Schwungring und das Armsystem in Stücke, so sind mit einem Mal die Molekularkräfte, welche eben noch so mächtige Spannungen bewirkten, vernichtet, (wiewohl sich ihr früherer Bestand durch die Vibration der Moleküle um ihre Gleichgewichtslage zu erkennen gibt) und jedes Stück des Schwungrings folgt vermöge seiner Trägheit der Tangente an den Kreis, und fliegt nicht nach der radialen Richtung fort, nach welcher es früher den Arm gespannt hatte.

Wir sehen also, dass die Fliehkraft nicht in allen Fällen eine Fiction ist, sie ist diess nur in jenen Problemen, wo sie allein, ohne zugehörige Centripetalkraft auftritt, und auf dieselbe Masse wirkend gedacht wird, in welcher sie ihren Sitz hat.

Der Sinn und der Nutzen der Einführung einer solchen idealen Fliehkraft wurde schon gezeigt. Wir hätten z. B. auch das Problem des parabolischen Regulators mittelst Einführung der Fliehkraft behandeln können, indem wir so argumentiren konnten.

Fig. 4.



Auf die Masse  $M$  Fig. 4 wirkt die Erde ein, mit einer verticalen Zugkraft  $MK = k$ . Fügen wir zu dieser wirklichen Kraft  $k$  eine der  $MC$  gleiche und entgegengesetzte radial auswärts wirkende Fliehkraft  $MF$

$$F = \frac{k}{g} y \omega^2$$

hinzu, so wird die rotirende Curve  $OB$  in Ruhe versetzt, und das verlangte Gleichgewicht der Masse  $M$  erheischt, dass sich die Kräfte  $k$  und  $F$  zu einer im Punkte  $M$  auf die  $OB$  normalen Resultirenden  $MN'$  zusammen setzen, gleich und entgegengesetzt dem Druck  $MN$  der Bahn  $OB$  auf die freie bewegliche Masse  $M$ .

Das Rechnungsergebnis wäre natürlich das gleiche gewesen, und diese Darstellung ist eben so gut wie die früher gegebene, sobald man einmal die Bedeutung einer idealen Fliehkraft erkannt hat.

Nur ist es nöthig zu beachten, dass bei Problemen, welche durch die hier betrachtete dritte Zerlegungsweise der Kraft  $S$  erledigt werden können, nicht nur allein die Fliehkraft als Kraft der relativen Bewegung auftritt, sondern dass eine vollständige Lösung der Aufgabe erheischt, ausser der Centrifugalkraft  $\mathcal{C}$  Gleichung (14) auch noch die Tangentialkräfte  $\mathcal{D}$  und  $\mathcal{X}$ , Gleichungen (15), zu den wirklich vorhandenen Kräften hinzuzufügen. Letztere haben aber nur auf den Druck gegen die gezwungene Bahn,

nicht aber auf die relative Bewegung längs des Fahrstrahls einen Einfluss.

Soll z. B. in dem Fall Fig. 8 aus der früheren relativen Bewegung eine freie absolute Bewegung werden, so müssen wir nicht nur zu der wirklich vorhandenen aber unbekanntenen Kraft  $T$  die radial auswärts wirkende Centrifugalkraft

$$\mathcal{C} = \frac{k}{g} r \omega^2$$

hinzufügen, sondern auch noch die Tangentialkräfte

$$\mathcal{D} = \frac{k}{g} \cdot 2\omega \frac{dr}{dt}$$

und

$$\mathcal{X} = \frac{k}{g} r \frac{d\omega}{dt}.$$

Letztere ist Null, weil  $\omega$  constant ist, und erstere muss der wirklichen Kraft  $T$  das Gleichgewicht halten, weil die Bewegung nun in senkrechter Richtung auf  $T$  erfolgt, folglich muss

$$T = \mathcal{D} = \frac{k}{g} \cdot 2\omega \frac{dr}{dt}$$

sein, wodurch nun auch  $T$  bestimmt ist.

Würde man nur allein die Fliehkraft einführen, so bekäme man zwar die relative Bewegung richtig, nicht aber die Pressung zwischen dem Beweglichen und seiner gezwungenen Bahn.

(Schluss folgt.)

### Die Eisenconstruktionen der Brücken über den Innfluss und die Brixenthaler Ache auf der Nord-Tiroler Staatsbahn.

Mitgetheilt durch

*D. M. Meissner,*

Inspector der südl. Staats-Eisenbahn-Gesellschaft.

Auf Veranlassung des Vereines deutscher Eisenbahnverwaltungen hat in jüngster Zeit die Publication einer Sammlung eiserner Brücken-Construktionen, ausgeführt auf den resp. Bahnen stattgefunden, in denen auch die Beschreibung mehrerer, bis zum Jahre 1858 auf österreichischen Bahnen vollendeter, mitgetheilt wurde, namentlich der Anhang den grossen Ueberbrückungen auf der südöstlichen Staatsbahn nach dem von Ruppert'schen System gewidmet ist.

Seit Verfassung dieser Sammlung sind wieder mehrere grössere Ueberbrückungen auf österreichischen Bahnen vollendet worden, deren Mittheilung noch nicht erfolgt ist — hierunter gehören zwei grössere Brücken der Nord-Tiroler Staatsbahn (eröffnet am 25. Novbr. 1858), dermalen einer Linie der k. k. priv. südl. Staats- und lomb. venez. Eisenbahngesellschaft; nämlich die Brücke über den Innfluss mit 4 Oeffnungen, davon eine mit 142 Fuss Durchflussweite, und jene über den Wildbach: Brixenthaler Ache genannt, mit einer Oeffnung von 96 Fuss Weite, deren Construktionen Abweichendes von den bisher gewöhnlich befolgten Anordnungen der Gitterbrücken bieten.

Ich glaube durch die Mittheilung der Zeichnungen dieser zwei Objecte und einiger Notizen darüber, zu dem erwähnten Werke ein für Fachmänner nicht uninteressantes Supp-

lement zu liefern, mich hierbei der ohnehin bekannten Detailberechnungen der Constructionen überhebend.

Zur allgemeinen Characteristik der vorliegenden Brücken ist voranzuschicken:

Die zwei 153 Wr.-Fuss langen Gitterbalken der Innbrücke für die doppelgeleisige Ueberbrückung von 142 Fuss lichter Weite, und die zwei 105 Fuss langen Balken der Brinzenthaler Brücke für die eingeleisige Ueberspannung von 96', sind nach dem System der hohlen Gitterbalken construiert, analog den bei der Ueberbrückung des Boyneflusses nächst Drogheda in England und der Rheinbrücke bei Cöln angewendeten; letztere mit vertical gestellten Zwischengittern, erstere jedoch abweichend davon mit diagonal eingienieteten, und zwar zwischen denjenigen Gitterstäben, welche bei der Belastung dem Drucke ausgesetzt sind. Das Vortheilhafte dieser Anordnung, namentlich der letztern, ist einleuchtend; es wird hierdurch mit geringem Materialaufwande nicht allein eine zweckmässige Verbindung der zwei Gitter erzielt, sondern auch die sonst durch aufgenietete Winkel, oder verwendete T Eisen und andere Formen angestrebte Verstärkung der dem Schube ausgesetzten Flachstäbe, und die nothwendige Versteifung hoher Wände gegen seitliches Ausbiegen hervorgebracht; eine Nothwendigkeit besonders für solche Brücken, bei denen, wie im vorliegenden Falle, die Höhe der Gitterbalken nicht so beträchtlich ausfällt, um oberhalb derselben ohne Behinderung des Betriebes Querverbindungen anbringen zu können, und bei denen, durch die Niveauverhältnisse bedingt, die Querträger unter die neutrale Axe zu liegen kommen, auch die einzigen Verbindungsmittel abgeben.

Wie aus den Zeichnungen auf Bl. Nr. 19 u. 20 zu ersehen, ist die Brücke über den Innfluss für Doppelgeleise construiert. Sie besteht aus einer Hauptdurchflussöffnung von 142 Fuss lichter Weite zwischen den Pfeilern und 143 Fuss zwischen den Auflagplatten; — an diese schliessen sich am linken Ufer eine Oeffnung von 66 Fuss lichter Weite (67 Fuss zwischen den Auflagplatten) und am rechten Ufer zwei von gleicher Weite, dann 2 mit gewalzten Trägern überdeckte 12füssige Durchfahrten an. Die Hauptöffnung ist wie schon erwähnt mit 2 hohlen Gitterbalken von 153 Fuss Länge überlegt; die linkseitige mit 4 einfachen Gitterträgern von 73' totaler Länge, die rechtseitigen zusammen mit 4 durchgehenden Tragbalken von 148' Länge. — Die ersteren haben eine Höhe von 14'; die letzteren von 4' 9". — Die Breite des hohlen Balkens beträgt 2' 9". In der Hauptöffnung verbinden 31 Stück Querträger, ebenfalls von Gitterwerk, die 2 Tragbalken — mit einer Länge von 24' und 2' 11" Höhe. Sie tragen die  $\frac{1}{12}$ zölligen Langschwelen des Oberbaues und eine 3zöllige Pfostenbedielung. — Die Gitterträger der Seitenöffnungen haben ebenfalls Verbindungsgitter, in Entfernung von 6 Fuss unter sich, welche jedoch nicht zum Tragen bestimmt sind. Auf den Trägern ruhen direct  $\frac{1}{10}$ zöllige Querschwellen und die 3zöllige Bedielung.

Zwischen den hohlen Balken ist ein 24' breiter Raum, zwischen den Geländern der einfachen Gitterträger 26 Fuss lichte Weite. Die Gitterstäbe der 14' hohen Tragwände haben eine gleiche Breite von 7" bei steigender Dicke von 6"

bis 8"; jene der 4' 9" hohen Wände 3 $\frac{1}{2}$ " Breite mit der wechselnden Dicke von 4" bis 8". In ähnlicher Weise vermehren und verstärken sich auch Kopf- und Fussbleche, so dass im Einklange zu den resp. Biegemomenten die Querschnittsflächen von 99□" bis 159□" und von 42□" bis 60□" steigen.

In den hohlen Gitterbalken beträgt die Weite der Gittermaschen, von Mitte zu Mitte gemessen 3' 6"; in der Richtung der Axe 5'. Die Zwischengitter sind wie die Stäbe unter 45° diagonal eingepasst, auf 3' 6" senkrechte Entfernung, und stossen daher in der Mitte des Trägers unter einem rechten Winkel zusammen. Sie haben eine Höhe von 25" und sind zusammengesetzt aus 2 $\frac{1}{2}$ " breiten, 4" dicken Flacheisen und Winkeln, mit 14" Maschenweite.

Die Construction der 4' 9" hohen Gitterträger dürfte hinreichend aus der Zeichnung zu entnehmen sein.

Zur Versteifung in horizontaler Richtung sind ausserdem unter den Querträgern noch leichte, nach der Länge durchgehende Gitter und Querverbindungen mit Schrauben angebracht.

Alle Träger liegen auf Gussplatten auf; und zwar ruhen die 2 hohlen Tragbalken wiederum auf einem Rollensystem, sowie dies schon bei andern Brücken mit Erfolg in Anwendung kam.

Die Austheilung der Brückenöffnungen war insofern eine gegebene, als bei Beschlussfassung für die Ueberbrückung mittelst Eisen-Constructionen die Pfeiler und Widerlager schon bestanden. Man hatte ursprünglich die Anlage einer gewölbten Brücke von 5 Oeffnungen à 11° beabsichtigt, wurde jedoch durch schwierige Stromverhältnisse und andere erschwerende Umstände bemüssiget, die Aufmauerung des Pfeilers im Stromstriche aufzugeben.

Die Hochwasserstände gestatteten für die Hauptdurchflussöffnung nicht die Legung des Geleises oberhalb, sondern nöthigten zur Verlegung unterhalb der neutralen Axe. — Bei den Seitenöffnungen liess sich ersteres anstandslos durchführen.

Der Berechnung der Construction für die Hauptöffnung ist die Annahme einer grössten gleichförmigen Belastung von 2083 Pfd. per Curr.-Klfr. oder 3455 Pfd. per Curr.-Fuss Doppelgeleisträger zu Grunde gelegt worden; jener für die Seitenöffnungen von 1915 Pfd. per Curr.-Fuss Träger, und wurden hiernach die Einsenkungen der Träger auf 6,84" und 1" 8" bestimmt, welche  $\frac{1}{1111}$  und  $\frac{1}{1000}$  der Spannweite entsprechen.

In dem Bedingnisheft wurde ferner festgesetzt, dass die Construction der Hauptöffnung mit 4333 Pfd. per Curr.-Fuss und die der Seitenöffnung mit 2333 Pfd. per Curr.-Fuss, ersterer für Doppelgeleis, letztere für einfaches belastet werden können, ohne dass die obige Einsenkung um mehr als 30% hierbei überschritten werden dürfe.

Für die ausgeführten Brücken sind folgende Gewichtsmengen Material verwendet worden, und zwar

Ueberbrückung der Hauptdurchflussöffnung.

Die 2 Träger, 31 Querträger sammt allen Verbindungen

erforderten an Blechen, Winkel und Flacheisen, Nieten und Schrauben . . . . . 381120 Pfd.  
 somit per Curr.-Fuss Doppelgeleis . . . . . 2684 Pfd.  
 per Curr.-Fuss einfaches Geleis 1342 Pfd.  
 Ausserdem für nichttragende Theile:  
 an Gusseisen . . . . . 27768 Pfd.  
 an Bleiplatten . . . . . 216 Pfd.  
 Ueberbrückungen der 3 Seitenöffnungen.  
 Für 8 Träger nebst Querverbindungen, an Blechen, Winkel und Flacheisen, Nieten und Schrauben 258067 Pfd  
 daher per Curr.-Fuss einfaches Geleis 641 Pfd.  
 Für die nichttragenden Theile  
 an feinem Gusseisen . . . . . 3828 Pfd.  
 an ord. Gusseisen . . . . . 25027 Pfd.  
 an Bleiplatten . . . . . 918 Pfd.

Wegen schnellen Bedarfes und billigen Transportes wurde das Schmiedeisen von belgischen und englischen Werken bezogen — die Gusswaaren aber auf Tiroler Eisenhütten erzeugt. Die Kosten der Herstellung haben sich, inclusive Montirung, jedoch ohne die Hilfsgerüste, wie folgt berechnet:

Ueberbrückung der Hauptöffnung:  
 für Schmiedeisenanarbeitsung incl. Material, jedoch  
 excl. Schrauben:  
 pr. 3789,79 Ctr. à 25 fl. 30 kr. CM. = 96639 fl. 39 kr. CM.  
 für Schrauben incl. Material:  
 pr. 21,41 Ctr. à 28 fl. — kr. CM. = 599 fl. 29 kr. CM.  
 für ord. Gusseisen:  
 pr. 277,68 Ctr. à 12 fl. 30 kr. CM. = 3471 fl. — kr. CM.  
 für Bleiplatten:  
 pr. 2,16 Ctr. à 29 fl. — kr. CM. = 62 fl. 38 kr. CM.  
 Zusammen 100772 fl. 46 kr. CM.

Ueberbrückung der Seitenöffnungen:  
 für Schmiedeisenanarbeitsung incl. Material, jedoch  
 excl. Schrauben:  
 pr. 256,156 Ctr. à 24 fl. 30 kr. CM. = 63758 fl. 13 kr. CM.  
 für Schrauben incl. Material:  
 pr. 19,11 Ctr. à 28 fl. — kr. CM. = 535 fl. 5 kr. CM.  
 für feines Gusseisen (Geländer):  
 pr. 38,28 Ctr. à 17 fl. 30 kr. CM. = 669 fl. 54 kr. CM.  
 für ord. Gusseisen:  
 pr. 250,27 Ctr. à 12 fl. 30 kr. CM. = 3128 fl. 22 kr. CM.  
 für Bleiplatten:  
 pr. 9,18 Ctr. à 29 fl. — kr. CM. = 266 fl. 13 kr. CM.  
 Zusammen 68357 fl. 47 kr. CM.

und die Totalkosten excl. der 2 Durchfahrten . . . . .  
 169130 fl. 33 kr. CM.

Die Befahrung der Brücke findet mit gemischten Zügen statt, bestehend aus 1 Locomotive, nach Engert'schem System mit 6 gekuppelten Treibrädern und 4 Laufrädern des Hintergestelles, wovon die erstern mit je 95 Ctr., und von den letztern die einen mit 95 Ctr., die hintersten mit 70 Ctr. belastet sind, gefolgt von 4rädri gen Lastwagen mit 138 Ctr. Achsenbelastung. Hieraus ergibt sich in runder Ziffer auf einem Geleise der Hauptöffnung eine auf die Mitte reducirte Belastung von 1000 Ctr. Unter dieser wurde sowohl bei einer Lastzugs- als Personenzugsgeschwindigkeit an dem, dem befahrenen

Geleise zunächst liegenden Träger eine max. Einsenkung von 5''' , an dem entfernteren Träger von 2''' beobachtet. Die seitliche Schwenkung stieg bei Personenzugsgeschwindigkeit nicht über 2 1/4''' . Würden somit beide Geleise gleichzeitig befahren, so könnte die Einsenkung 9''' nicht übersteigen, was einer Einbiegung von 1/17 entspräche.

Eine Vergleichung der wirklichen Belastung gegen die in Rechnung gestellte zeigt folgendes Resultat:

Gleichförmig vertheilte Belastung, ausgeübt durch  
 2 Züge mit je 1 Locomotive, wie oben . . . 4000 Ctr.  
 Oberbaulast nebst Schienen für 143' wirkliche  
 Oeffnung . . . . . 940 " "  
 Constructionslast nach dem Nettogewicht der  
 Träger und Verbindungen . . . . . 3703 " "  
 Zusammen . 8643 Ctr.,

daher per Curr.-Klfr. Träger = 181,3 Ctr. im Entgegenhalte zu 208,33 Ctr.

Wird der Tragmodul zu 55000 Pfd. per □" angenommen, so ergibt sich durch Substituierung der Werthe in die Formel  $T = \frac{Pdl}{4W}$ , wo  $d$  und  $l$  die Höhen und Längen der freiliegenden Tragwände,  $P$  die Belastung des Trägers auf die Mitte reducirt,  $W$  die bei den diversen Querschnitten ausgemittelten Biegemomente bezeichnen, für den schwächsten Querschnitt eine 5fache, für den stärksten eine 7fache Sicherheit.

Die eigentliche Herstellung der gesammten Brücken-Construction erfolgte an der Baustelle selbst, in einer dazu eingerichteten provisorischen Werkstätte, durch den Unternehmer dieser Objecte, Maschinenfabrikant Siegl in Wien; die Vorbereitungen begannen im März 1858 und Ende October desselben Jahres konnte schon der Oberbau aufgelegt, die Brücke am 10. November befahren werden. Die Montirung der grossen Träger, respective das Einschieben geschah über die Träger der Seitenöffnungen am rechten Ufer, und mittelst eines in die Hauptdurchflussöffnung eingebauten Gerüstes, vertical stehend, mit Zuhilfenahme mehrerer fixirten Rollen, welche an ihren Zapfenenden Zahnräder und lange Hebel mit Sperrkegeln hatten. Letztere waren unter sich mit Seilen verbunden. Durch die gleichförmige Bewegung der Hebel vom Lande aus, fortgepflanzt mittelst der Seile auf alle Rollen, schob sich der Träger gleichmässig fort. Es ist dies dieselbe Methode, welche auf den Schweizerbahnen und bei den Brücken der Orientbahn angewendet wurde, und erst kürzlich in dem, vom Oberbaurath von Etzel herausgegebenen Supplement zu den Ueberbrückungen der Schweizer Bahnen im Detail beschrieben worden ist. Diese Methode hat sich auch hier als sehr entsprechend und öconomisch bewährt.

Bl. Nr. 21 enthält die Ueberbrückung des Wildbaches, die Brixenthaler Aclé genannt. Das Mauerwerk ist für Doppelgeleis, die eigentliche Construction nur eingeleisig ausgeführt und sie besteht aus einer Oeffnung von 96 Fuss lichter Weite zwischen den Widerlagern, und mit freier Ueberspannung von 97' zwischen den Auflagplatten. Der Winkel, unter welchen die Stromrichtung die Bahnaxe schneidet beträgt 39° 40'.

Die Eisen-Construction besteht aus den erwähnten zwei hohlen Gitterbalken, mit verticalen Zwischengittern. Jeder Träger ist 105 Fuss lang, hat eine Höhe von 8' und eine lichte Breite von 23 Zoll. Beide Balken sind durch Blechquerträger verbunden, welche an den Fussblechen mit je zwei Schrauben befestigt sind, und in einer Entfernung von 5' 4", entsprechend den verticalen Zwischengittern, ausgeheilt wurden. Diese Querträger tragen die  $\frac{10}{12}$  zölligen Langbäume für den Oberbau und die 3zöllige Pfostenbedeckung. Die lichte Weite zwischen den Gitterbalken beträgt 13 Fuss.

Die Maschenweite ist 2' 8", die Flachstäbe sind durchgehends  $3\frac{1}{2}$ " breit, ihre Stärke wächst von 4" auf 7"; so wie auch Kopf- und Fussbleche sich nach der Inanspruchnahme entsprechend verstärken. Die Vernietung erfolgte warm.

Die Zwischengitter sind aus  $2\frac{1}{4}$ " breiten, 4" dicken Flacheisen mit 11" Maschenweite angefertigt.

In Folge der Vertheilung des Materiales wächst der Querschnitt des Tragbalkens von 50 bis 67 □".

Die Träger liegen auf Gussplatten, welche auf die Quadern befestigt, und ausserdem unter sich wieder mit Schrauben verbunden sind.

Für diese Brücke wurden folgende Gewichtsmengen Material verwendet:

Die zwei Tragbalken mit 19 Querträgern und allen Verbindungen erforderten an Blechen, Winkeln, Flacheisen, Nieten und Schrauben . . . . . 139119 Pfd.  
somit per Curr.-Fuss einfaches Geleise 1437 Pfd.

Ausserdem für die nicht tragenden Theile  
an ord. Gusseisen . . . . . 5160 "  
an Bleiplatten . . . . . 115 "

Der Bezug des Schmiedeeisens fand ebenfalls aus englischen und belgischen Werken statt — der des Gusseisens von Tiroler Eisenhütten. — Die Kosten der Herstellung inclusive Montirung, jedoch ohne Hilfsgerüste haben sich wie folgt berechnet:

Für Schmiedeeisenanarbeitung inclusive Material, excl. Schrauben . 1368,98 Ctr à 25 fl. 30 kr. = 34909 fl.  
für Schrauben . . 22,21 " „ 28 " — " = 621 " 53 kr.  
für ord. Gusseisen 51,60 " „ 12 " 30 " = 645 " —  
für Bleiplatten . . 1,15 " „ 29 " — " = 33 " 21 "  
Zusammen 36209 fl. 21 kr.

Bei den ersten Befahrungen mit gemischten Zügen in der bei der Innbrücke schon detaillirten Zusammensetzung und Schwere erfolgte eine Einsenkung von 6" — 7", die seitlichen Schwankungen waren unbedeutend. — Es betrug somit die Einsenkung  $\frac{1}{2222}$  der Spannweite.

Für die Berechnung der Construction wurde eine gleichförmig vertheilte Belastung von 115 Ctr. pr. Tragbalken oder von 230 Ctr. per Curr.-Klfr. Geleise angenommen, was einer Belastung von 1916 Pfd. per Curr.-Fuss Tragbalken entspricht. Die wirklich grösstmögliche Belastung hiermit verglichen, ergibt sich nachstehendes Resultat:

Gleichförmige Belastung, ausgeübt durch 2 Locomotive und 1 Lastwagen . . . . . 2220 Ctr.  
Oberbaulast nebst Schienen für 97' wirkliche Brückenöffnung . . . . . 302 "  
Constructionslast nach Abschlag der Abfälle vom Material, respective Nettogewicht der Construction . . . . . 1328 "  
Zusammen 3850 Ctr.

oder per Curr.-Klfr. Geleise = 239,1 Ctr. im Entgegenhalte zu 230 Ctr. der Berechnung.

Unter der gleichen Annahme eines Tragmoduls von 55000 Pfd. per □" ergibt sich durch Substituierung der entsprechenden Werthe in die Formel:  $T = \frac{Pdl}{4W}$  für den schwächsten Querschnitt eine 8fache Sicherheit, bei den gegenwärtig gewöhnlich grössten Belastungen.

Die Brückenbestandtheile wurden nicht unmittelbar an Ort und Stelle gefertigt, sondern in derselben Werkstätte, wo die Construction der Innbrücke gemacht worden ist, und zur Aufstellung auf Bahnwagen zugeführt, dann über ein Hilfsgerüst vertical eingeschoben.

Die im vorhergehenden dargelegte dermalige hohe Sicherheit der Ueberbrückungen dürfte ihren Grund darin haben, dass man genöthiget war, schon jetzt auf die seinerzeit in Anwendung kommenden Lastzugs-Locomotiven, und sogar die der Brenner Bahn Rücksicht zu nehmen, um für den Betrieb die Benützung gleichförmiger Betriebsmittel zu ermöglichen, — Locomotive die, analog jenen am Semmering, ein Gewicht von 1100 Ctr. erreichen können. —

Zum Schlusse ist noch zu erwähnen, dass das Mauerwerk beider Brücken durchgehends aus grossen Kalksteinquadern besteht, und mit grosser Solidität ausgeführt worden ist. Die Fundirung erfolgte innerhalb Fangdämme, auf pilotirten Rösten. Der dabei verwendete Béton und Mörtel wurde aus Tiroler hydraulischem Kalk bereitet.

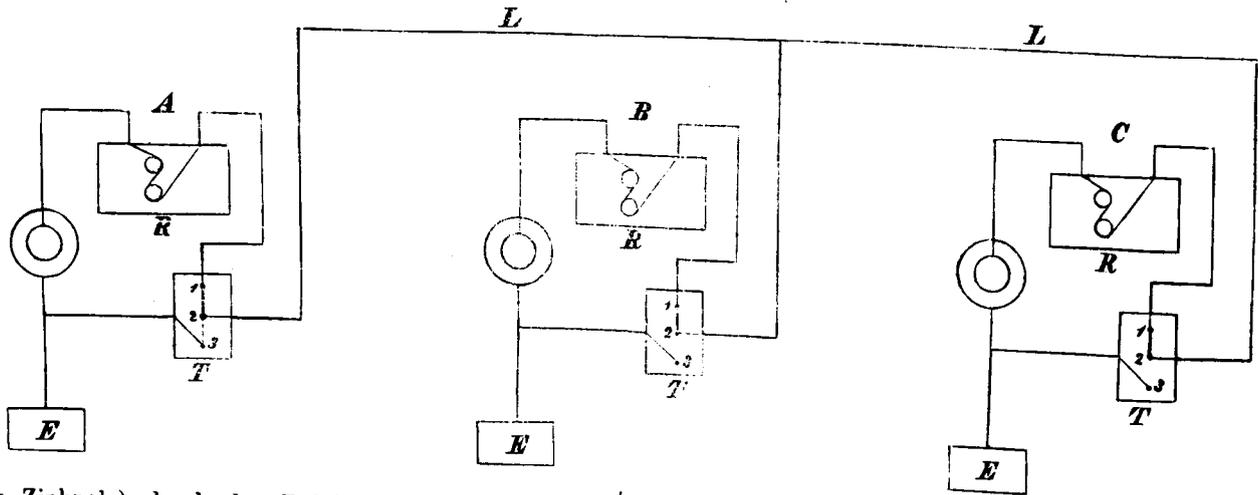
Die Eisen-Constructionen sind mit vorzüglichem Fleisse ausgeführt, unter der Aufsicht der k. k. Bauleitungsorgane, und nach den in den Bureaux der k. k. Central-Direction für Staatseisenbahnbauten verfassten Plänen. Beide Objecte reihen sich würdig an so viele andere grossartige Schöpfungen, welche durch diese Behörde hervorgerufen worden sind.

### Eine neue Einschaltung der galvanischen Batterien für Telegraphen-Stationen mit Morse'schen Apparaten.

Diese neue Verbindung der Apparate unter einander und mit den Batterien ist in Fig. 1 dargestellt. Zum Unterschiede von den bisher üblichen Einschaltungsmethoden dürfte es am bezeichnendsten sein, dieselbe „Einschaltung mit Gegenbatterien zu nennen.

Sind A, B, C drei auf einander folgende Stationen mit Relais (R), Taster (T), und gleich starken Batterien, L die Luftleitung, so werden in allen Stationen die einen gleichnamigen Pole der Batterien (in der beistehenden Figur seien es die Kupferpole) mit der Erde, die entgegengesetzten, (hier

Fig. 1.



dann die Zinkpole) durch das Relais und den Taster hindurch mit der Luftleitung verbunden.

Wird nicht telegrafirt, so sind die in dieser Weise verbundenen Batterien im Zustande der Ruhe.

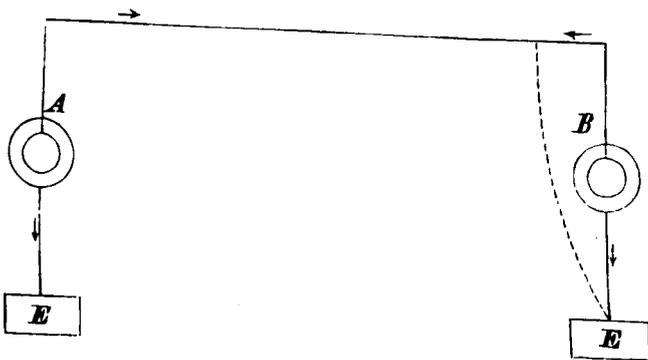
Die Richtigkeit dieser Behauptung ergibt sich aus folgenden Betrachtungen:

Es seien (Fig. 2) *A* und *B* zwei Telegraphen-Stationen, die durch die Luftleitung *L* mit einander verbunden sind. In *A* sei eine Batterie. Der eine Pol derselben z. B. der Kupferpol stehe in Verbindung mit der Erdplatte, der entgegengesetzte, also der Zinkpol, sei mit der Luftleitung verbunden.

In *B* sei die durch die punctirte Linie angezeigte Verbindung der Luftleitung mit der Erde hergestellt.

Von den beiden Polen geht daher eine ununterbrochene metallische Verbindung zur Erde und es circulirt ein Strom.

Fig. 2.



Hat man nun in *B* eine eben so starke Batterie als in *A* und verbindet man jetzt in *B* die Luftleitung, statt direct mit der Erde, mit dem Zinkpole der Batterie und den Kupferpol derselben mit der Erde, so wie es bereits in *A* geschehen ist, so wird kein Strom circuliren.

Die Batterien würden in Thätigkeit sein, wenn die Electricität von beiden Polen ungehindert zur Erde abfließen könnte.

Die von den Zinkpolen der Batterien in *A* und *B* ausgehenden Ströme begegnen sich aber in der Luftleitung und weil sie gleich stark sind, müssen sie sich neutralisiren; denn es ist ein ganz allgemeiner Lehrsatz, dass gleiche Kräfte, wenn sie nach entgegengesetzten Richtungen wirken, sich aufheben.

Aus demselben Grunde wird auch eine beliebig grosse Anzahl gleich starker Batterien in Ruhe bleiben müssen, wenn man die einen gleichnamigen Pole direct mit der Erde verbindet, und die entgegengesetzten Pole alle durch eine gemeinschaftliche Luftleitung vereinigt, so wie es in Fig. 1 geschehen ist.

Von den Kupferpolen fließt die Electricität ungehindert zur Erde ab, von den Zinkpolen kann sie aber nicht zur Erde gelangen, weil zwischen jeder Erdplatte und der gemeinschaftlichen Luftleitung eine gleich starke Batterie eingeschaltet ist, an deren der Leitung zunächst gelegenen Pole, die gleichnamige Electricität im Zustande der Spannung sich befindet.

Gleich starke Batterien, in beliebig grosser Anzahl auf diese Art verbunden, werden daher unthätig bleiben und keinerlei Wirkung äussern. Dem zu Folge wird auch keine electrochemische Zersetzung in den Batterien selbst erfolgen, und aus dieser letzten Ursache auch kein Verbrauch an Material zur Unterhaltung der Batterien statt finden.

Die electromotorische Kraft der Batterien, bei der gleichen Anzahl der Elemente auch so weit gleich zu erhalten, als es für die Praxis nothwendig, wird bei einer regelmässigen und gleichförmigen Behandlung derselben keine Unmöglichkeit sein.

Der einzige Umstand, der bei dieser Einschaltung nachtheilig einwirken könnte, wäre eine schlechte Isolirung der Luftleitung. Ist die Leitung gut isolirt, in so weit nämlich gut isolirt, als es bei den bisherigen Hilfsmitteln möglich ist, so ist nicht anzunehmen, es werde ein Hinderniss für diese Einschaltung daraus entstehen, weil eine absolute, vollkommene Isolirung der Luftleitung nicht möglich ist.

Bekanntlich wird bei der Einschaltung mit constantem Strom der von der Batterie einer Endstation ausgehende Strom unterbrochen, wenn Zeichen gegeben werden sollen.

Die Correspondenz mit constantem Strom wäre aber offenbar unmöglich, wenn der Einfluss der Nebenschliessungen bei den Telegraphenstangen bedeutend genug wäre, um die Batterie der Endstation in fortgesetzter Thätigkeit zu erhalten und einen Strom von dort ausgehen zu lassen, da dann die Eisenkerne der Relais ihren Magnetismus unmöglich verlieren könnten.

Da es sich aber mit constantem Strom ganz sicher telegraphiren lässt, warum sollte dann die unvollkommene Isolirung der Luftleitung bei der Einschaltung von Gegenbatterien störender einwirken, als bei der Anwendung constanter Ströme?

Treten wirkliche Ableitungen ein, wie es bei anhaltendem Regenwetter vorkommt, so muss auch bei der jetzigen Einschaltung, die Anzahl der Batterien vermehrt werden, um die Correspondenz zu ermöglichen, und diese Nachhilfe bleibt ja auch bei der Anwendung von Gegenbatterien unbenommen.

Der Stromverlauf bei dem Geben telegraphischer Zeichen bei der Einschaltung in Fig. 1 ist folgender:

Wird in einer Station z. B. in *A* der Taster niedergedrückt, so wird dadurch die Luftleitung mit der Erde in directe Verbindung gebracht. (Bei dem Niederdrücken des Tasters wird die Verbindung der Punkte 1 und 2 aufgehoben, und die durch die punctirte Linie bezeichnete Verbindung der Punkte 2 und 3 hergestellt.)

Die Batterie in *A* wirkt dann den Batterien in *B* und *C* nicht mehr entgegen; diese werden daher thätig und wirken auf die Relais in *B* und *C* so lange, als der Taster niedergedrückt bleibt.

Kömmt der Taster in Ruhe, so muss auch die Thätigkeit der Batterien in *B* und *C* aufhören, da ihre Wirkung, durch die mit ihnen in der früheren Weise verbundene Batterie in *A* — annullirt wird.

Wird in *B* oder *C* der Taster niedergedrückt, so wirken im ersten Falle die Batterien in *A* und *C*, im letzteren Falle die in *A* und *B* auf die in denselben Stationen befindlichen Relais.

Der von den verschiedenen Stationen ausgehende Strom hat daher immer nebst dem Widerstande der Luftleitung bloss den Widerstand eines einzigen Relais zu überwinden, und zwar des Relais derselben Station, in der sich die Batterie befindet, während bei den Einschaltungen, die bis jetzt angewendet wurden, der von einer Station ausgehende Strom, nebst der Luftleitung, auch noch die Relais aller übrigen Stationen einer und derselben Linie durchlaufen muss.

Wie aus Fig. 1 zu ersehen ist, erhalten alle Stationen eine vollkommen übereinstimmende Einschaltung aller Theile, und schon dies ist eine Vereinfachung gegenüber allen bisherigen Einschaltungen. Die Vortheile, welche die Einschaltung mit Gegenbatterien gewährt sind folgende:

1. Ist bei derselben die Anzahl der zum Telegraphiren nöthigen Batterien eine viel geringere.

2. Im Falle eine Unterbrechung zwischen zwei Stationen eintritt, ist die Correspondenz bloss zwischen den beiden der Unterbrechungsstelle zunächst liegenden Stationen gestört; die übrigen Stationen können aber ungehindert correspondiren, ohne das zuvor irgend eine Umschaltung oder Absperrung nothwendig würde.

Und endlich

3. Die electromotorische Kraft der Batterien kann unter den günstigsten Bedingungen zur Magnetisirung der betreffenden Eisenkerne verwendet werden.

Dieser dritte Punct ist es insbesondere auf den ich aufmerksam machen werde, und dem ich die grösste Wichtigkeit beilege, da er es gestattet, einen Theil der Apparate

noch zweckmässiger zu gestalten als sie es schon jetzt sind und möglicher Weise sogar auch zu einer weiteren Vereinfachung derselben führen wird.

Die Grösse der Ersparniss an Batterien, wie sich dieselbe vorzüglich für Eisenbahn-Betriebs-Telegraphen ergibt, wird am Besten ein Beispiel zeigen.

Auf der 20 Meilen langen Strecke Wien Neu-Szöny sind, inclusive der Staatsämter, 19 Telegraphen-Stationen.

Der zu überwindende Widerstand für die Batterien jeder Station ist somit, bei der jetzigen Einschaltung, 20 Meilen Luftleitung mehr dem Widerstande der Relais.

Der Widerstand eines einzelnen Relais beträgt 5 bis 7 Meilen.

Diesen Widerstand im Durchschnitt zu 6 Meilen angenommen, ergeben sich die Relaiswiderstände

$$\text{mit } 18 \times 6 = 108 \text{ Meilen}$$

(durch das Relais der Station, in welcher gespielt wird, pflegt man den Strom nicht zu leiten), es ist die Summe des zu überwindenden Widerstandes somit 128 Meilen.

Zur Ueberwindung dieses Widerstandes sind in jeder Eisenbahn-Betriebs-Telegraphen-Station vier zwölfelementige Smee'sche Batterien in Verwendung.

Es entfallen daher auf eine Batterie  $128 : 4 = 32$  Meilen und auf ein Element

$$32 : 12 = 2,6 \text{ Meilen.}$$

Bei der Anwendung von Gegen-Batterien geht aber der Strom immer bloss durch ein Relais und die Luftleitung und es wird in diesem Falle der zu überwindende Widerstand für dieselbe Strecke sein: 20 Meilen Luftleitung, mehr 6 Meilen Relaiswiderstand, also zusammen 26 Meilen.

Um 26 Meilen Widerstand zu überwinden, werden jedoch nur  $26 : 2,6$ , d. i. 10 Elemente nothwendig sein.

Die Anzahl der für alle Stationen erforderlichen Batterien ist somit im ersten Falle:

$$19 \times 4 = 76;$$

im zweiten Falle:

$$19 \times 10 = 190 \text{ Elemente,}$$

und  $190 : 12 = 15,8$ , in runder Zahl 16 Batterien.

Nimmt man nun auch an, dass sich die Batterien bei dieser Einschaltung schneller abnützen werden und dass dieser Mehrverbrauch sogar die halbe Anzahl der in Verwendung stehenden Batterien erreichen würde, so ergibt sich doch noch gegen die im ersten Falle nothwendige Zahl von 76 Batterien

$$76 - (16 + 8) = 76 - 24 = 52$$

eine Ersparniss von 52 Batterien. Mithin ist für diese Einschaltung kaum ein Drittel der Batterien nöthig, die jetzt verwendet werden.

Bei dieser Einschaltung ist der Widerstand, den die Batterien in den einzelnen Stationen zu überwinden haben, verschieden, je nachdem in einer näher oder entfernter gelegenen Station gespielt wird.

Ich bleibe bei derselben 20 Meilen langen Strecke.

Die Entfernung der Stationen *A* und *C* in Fig. 1 betrage also 20 Meilen.

Wird in *A* gespielt, so hat die Batterie in *C* zu überwinden:

20 Meilen Luftleitung

6 „ Widerstand im Relais

Summa 26 Meilen.

Ist *B* von *A* zwei Meilen entfernt, so überwindet die Batterie in *B*

2 Meilen Luftleitung

6 Meilen Widerstand im Relais

Summa 8 Meilen.

Von den gleich starken Batterien in *B* und *C* hat somit die eine bloß 8 Meilen und die andere 26 Meilen Schliessungskreis.

Man sollte glauben, dass dieses Verhältniss 8 : 26 = 4 : 13 nahe 1 : 3 für dieselbe Stellung des Relais störend auftreten werde, doch ist dem nicht so.

Bei Versuchen mit einem Rheostate und einem gewöhnlichen Relais erhielt ich, bei Anwendung einer zwölf elementigen Smee'schen Batterie, bei derselben unveränderten Stellung des Relais vollkommen deutliche Zeichen, und zwar bei einem eingeschalteten Widerstand des Rheostats von einer bis 55 Meilen, mithin bei einem Verhältniss des Gesamtwiderstandes von

$$1 + 6 : 55 + 6 = 7 : 61$$

beinahe also von 1 : 9.

Wäre endlich in Fig. 1 *B* ein Staatsamt, welches sich mit der Bahnstation *A* in demselben Orte befindet, und in diesem Falle daher *A* von *B* nicht einmal eine Meile entfernt, so ist doch noch das Verhältniss des kleinsten zum grössten Schliessungskreise von  $6 : 20 + 6 = 6 : 26$  oder nahe 1 : 4 gegen das obere von 1 : 9 so günstig, dass man sich auch hier vollkommen beruhigt fühlen kann.

Bezüglich des zweiten Vortheiles der ungestörten Correspondenz bei Unterbrechungen genügt es die Fig. 1 zu betrachten, um die Ueberzeugung hievon zu erhalten.

Ist zwischen *A* und *B* eine Unterbrechung eingetreten, und wird in *B* der Taster niedergedrückt, so werden die Station *C* und alle übrigen über *C* hinaus gelegenen Stationen ohne Anstand Zeichen erhalten, da in dieser Richtung an der Einschaltung nichts verändert ist.

Die Batterie in *A* kann natürlich nicht wirken, weil die metallische Verbindung zwischen *A* und *B* aufgehoben ist.

Ich komme nun zu der Beweisführung des dritten und wichtigsten Vortheiles dieser Einschaltung, dass nämlich die electromotorische Kraft der Batterie unter den günstigsten Bedingungen zur Magnetisirung der betreffenden Eisenkerne verwendet werden kann.

Ein Lehrsatz der Physik lautet:

„Die Action des multiplicirenden Gewindes auf die Magnetnadel ist am grössten, wenn der Multiplicatordraht so gewählt wird, dass der Gesamtwiderstand aller Windungen gleich ist dem Widerstande in dem ganzen übrigen Theile des Stromkreises.“

Was in diesem Falle für eine Magnetnadel gilt, ist auch für weiche Eisenkerne richtig.

Dass man bei allen bisherigen Einschaltungen in Vorhinein darauf verzichten musste, die electromotorische Kraft in ihrem vollen Werthe zu benützen, ist leicht zu zeigen.

Ist der Widerstand in den Spulen eines Relais wie früher gleich 6 Meilen und hat man bloß zwei Stationen die 6 Meilen von einander entfernt sind, so ist für diesen Fall das Relais auch für die gewöhnliche Einschaltung zweckmässig, weil der Widerstand in den Spulen von 6 Meilen gleich ist dem Widerstande des übrigen Stromkreises, nämlich hier des Leitungswiderstandes von 6 Meilen.

(Der Widerstand in der Batterie selbst und den Drähten, die die Apparate in den Stationen verbinden, kömmt hier nicht in Betracht gegen den Widerstand einer Luftleitung von einigen Meilen.)

Hat man jedoch auf derselben Strecke von 6 Meilen drei Stationen mit Relais derselben Construction, und wird in einer der Stationen gespielt, so bleibt der Widerstand in den Spulen eines einzelnen Relais derselbe von 6 Meilen, während der Widerstand des übrigen Stromkreises in diesem Falle

6 Meilen Luftleitung und

6 „ Relaiswiderstand

Summa 12 „ beträgt, somit doppelt so gross ist.

Die Bedingung für die grösste Action des multiplicirenden Gewindes auf die Eisenkerne der Relais wird daher nicht mehr erfüllt — und je mehr Stationen in einer Reihe eingeschaltet werden, um so ungünstiger muss das Verhältniss der magnetisirenden Windungen zu dem übrigen Theile des Stromkreises werden.

Nenne ich:

*m* den Widerstand eines einzelnen Relais in Meilen,

*e* die Entfernung in Meilen, der einen Endstation von der anderen,

*s* die Anzahl der Stationen, so muss, um bei der gewöhnlichen Einschaltung die günstigste Action des Stromes zu erzielen,

gemacht werden.

$$m = e + (s - 2) m$$

Ist

so wird

$$s = 2,$$

$$m = e$$

Für  $s = 2$  wird daher die günstigste Action des Stromes erzielt, wenn man den Relaispulen einen der Luftleitung gleichen Widerstand gibt.

Da aber *m* und *e* immer positive Werthe haben, so zeigt sich ferner, dass die Bedingung für die günstigste Action des Stromes überhaupt nur für  $s = 2$  wird erfüllt werden können.

Denn hat man drei Stationen, also  $s = 3$ , so wird

$$(s - 2) m = m$$

und

$$m < e + m;$$

$$\text{für } s = 4 \text{ wird}$$

$$(s - 2) m = 2 m$$

und

$$m < e + 2 m,$$

u. s. w.

Je grösser *s* wird, um so grösser wird auch die Differenz, und sobald der Strom daher mehr als ein Relais durchlaufen muss, lässt sich den Relais nicht mehr die entsprechende Gestalt geben, und in Folge dessen auch die

electromotorische Kraft der Batterien nicht ihrem vollen Werthe nach benützen.

Heisst der Widerstand in den magnetisirenden Windungen  $w$ , der Widerstand in dem übrigen Theile des Stromkreises  $u$ , so verhält sich allgemein

$$w : u = m : e + (s - 2) m;$$

$s - 2 = n$  gesetzt, gibt:

$$w : u = m : e + n m.$$

Für

$$e = 15, m = 6, s = 10$$

wird

$$n = s - 2 = 8,$$

und

$$w : u = 6 : 15 + 8 \times 6, \text{ d. i.}$$

$$w : u = 6 : 63$$

oder nahe

$$w : u = 1 : 10$$

Das Verhältniss des Widerstandes in den Spulen eines einzelnen Relais zu dem des übrigen Stromkreises daher sehr ungünstig.

Bei der schon früher betrachteten Strecke von 20 Meilen mit 19 Stationen wäre

$$e = 20, m = 6, s = 19, n = 17,$$

folglich

$$w : u = 6 : 20 + 17 \times 6, \text{ d. i.}$$

$$w : u = 6 : 122$$

oder nahe

$$w : u = 1 : 20$$

und somit noch viel ungünstiger als früher.

Es reicht dies hin für den Beweis, dass bei der jetzigen Einschaltung der Batterien ein grosser Theil der electromotorischen Kraft derselben unverwendet bleiben muss, weil sich den Spulen der Relais nicht der Widerstand geben lässt, bei dem die Batterien ihre volle Wirkung äussern würden.

Dass sich nun bei der Anwendung von Gegen-Batterien auch den Relais die entsprechendste Gestalt geben lässt, ist wohl von allen Vortheilen dieser Einschaltung der bedeutendste.

Die Entfernung zweier Hauptstationen auf Eisenbahnen beträgt gewöhnlich 12 bis 15 Meilen: gibt man daher den Relais einen dieser Entfernung gleichen Widerstand, so wird dem Lehrsatz der Physik vollkommen Genüge geleistet.

Wäre die Entfernung von  $A$  bis  $C$  in Fig. 1 gleich 15 Meilen, und haben die Relais in allen Stationen je 15 Meilen Widerstand, so geht, wenn in  $A$  gespielt wird, der Strom von der Batterie in  $C$  durch das Relais, dessen Widerstand 15 Meilen beträgt, und dann durch die Luftleitung, deren Widerstand ebenfalls gleich 15 Meilen ist.

Der Gesamtwiderstand aller Windungen bei dem einzelnen Relais ist somit gleich dem Widerstand in dem ganzen übrigen Theile des Stromkreises, und die Action des multiplicirenden Gewindes auf die Eisenkerne am grössten.

Dieses gilt für die entfernteste Station.

Die Entfernung von  $A$  bis  $B$  betrage 1 Meile. Die Spulen des Relais in  $B$  haben ebenfalls 15 Meilen Widerstand.

Wird in  $A$  gespielt, so geht der Strom der Batterie in  $B$  durch das Relais in  $B$ , dessen Widerstand gleich 15 Meilen ist, und durch die Luftleitung, von  $B$  bis  $A$ , von einer Meile.

Der Widerstand der Relaispulen in  $B$  von 15 Meilen ist daher in diesem Falle nicht gleich dem Widerstand des übrigen Stromkreises von 1 Meile, und folglich wird die Batterie in  $B$  auch nicht ihre volle Kraft äussern.

Es darf jedoch nicht vergessen werden, dass die Batterien in allen Stationen gleich stark sind, und dass während die Batterie in  $C$ ,  $15 + 15 = 30$  Meilen Schliessungskreis hatte, die batterie in  $B$  einen Schliessungskreis von bloss  $15 + 1 = 16$  Meilen hat.

Der von  $B$  ausgehende Strom muss daher viel stärker sein als der von  $C$  kommende, und der — im Vergleiche zu dem geringeren Widerstande der Luftleitung — grössere Widerstand des Relais wird daher in diesem Falle durchaus nicht ungünstig einwirken, sondern im Gegentheil noch günstig, weil durch diesen grösseren Widerstand des Relais die magnetisirende Kraft des in diesem Falle auch stärkeren Stromes entsprechend geschwächt wird.

Es wurde somit nachgewiesen, dass es nothwendig ist, um die grösste Action des electricischen Stromes zu erhalten, den Widerstand der Multiplicator-Rollen dem des übrigen Stromkreises gleich zu machen, so wie, dass in den meisten Fällen der Widerstand in den Spulen 15 Meilen wird betragen müssen, um dem zu entsprechen.

Derlei Spulen werden also eine grosse Anzahl von Windungen erhalten, und dem zu Folge wird die magnetisirende Kraft derselben auch bedeutend sein.

Nahe liegend ist nun die Vermuthung, dass bei der Anwendung von Gegen-Batterien die Relais sich möglicher Weise als gänzlich entbehrlich herausstellen werden; denn ohne Zweifel wird die magnetisirende Kraft von Spulen mit 15 Meilen Widerstand hinreichend gross sein, um entsprechend gebaute Schreibapparate unmittelbar in Thätigkeit zu setzen.

Diese Einschaltung ist unterm 12. August 1859 auf meinen Namen patentirt.

Eduard Sedlaczek,

Beamter

der k. k. priv. österr. Staats-Eisenbahn-Gesellschaft.

## Eisenbahnen über die Alpen. \*)

Nach E. Flachet.

(Fortsetzung und Schluss.)

Eine schwere Gütermaschine mit 6 gekuppelten Rädern, 30 Tonnen wiegend, wird in der Regel eine Zugkraft von 5000 Kilogramm ausüben können; es entspricht dies auf einer Steigung von 50 pro mille, wenn, wie oben angenommen, für jede Tonne eine Zugkraft von 58 Kilogramm nothwendig ist, einem Zuggewicht von 86 Tonnen, welches sich folgendermassen vertheilt:

Maschine . . . . .	30 Tonnen.
Tender . . . . .	15 "
Gewicht der Wagen .	13 "
Gewicht der Waaren	28 "

zusammen 86 Tonnen.

\*) Aus der „schweizerischen politechnischen Zeitschrift“, 1860, V. Bd. Heft 2 u. 3.

Diese Berechnung stimmt auch mit den Resultaten, welche man auf der Steigung von 35 pro mille bei St. Germain erhalten hat; man findet nämlich, dass 100 Cubicmeter Heizfläche (es entspricht dies einer gewöhnlichen schweren Gütermaschine) nöthig sind, um 91 Tonnen auf einer Steigung von 50 pro mille zu ziehen, dass also 300 Cubicmeter Heizfläche hinreichen werden, um 273 Tonnen auf der gleichen Steigung zu befördern. Diese vertheilen sich folgendermassen:

Kessel mit seinen Untergestellen	35 Tonnen
Gewicht der Wagen . . . . .	89 "
Gewicht der Waaren . . . . .	149 "
zusammen 273 Tonnen.	

Man erhält also 149 Tonnen Nutzlast statt 28 oder der Nutzeffect eines Zuges wird im Verhältniss von 1 zu 5 erhöht.

Man wird durch das neue System den weiteren grossen Vortheil erzielen, dass man bei einer geringen Zunahme des Zuggewichtes nicht, wie beim jetzigen System, zwei Maschinen vorspannen und die ganze Last der zweiten Maschine als todes Gewicht mitbefördern muss, sondern man kann die Dimensionen der Kessel innerhalb sehr weiter Grenzen variiren lassen und einen grösseren oder kleineren Kessel anwenden, je nach der Grösse der Züge, welche man zu befördern hat.

Die Vortheile des neuen Systems, kurz zusammengefasst, sind also folgende:

Die Anwendung der Steigungen von 50 pro mille reducirt die Länge der Alpenbahnen von 1000 Meter über dem Meere bis zur gleichen Höhe jenseits des Berges auf 40 Kilometer, die Fahrzeit auf etwa  $2\frac{1}{2}$  Stunden.

Dieses System vermindert ferner in ganz bedeutendem Maasse die Anlagekosten, welche bei dem bisher vorgeschlagenen Systeme so ungeheuer sind, dass wegen der Unmöglichkeit, die finanziellen Mittel zu finden, eine Lösung der Aufgabe wenigstens in nächster Zeit nicht zu erwarten ist.

Steigungen von 50 pro mille können leicht, regelmässig und öconomisch betrieben werden, wenn man die bewegende Kraft auf sämtliche Räder des Zuges wirken lässt, und man erhält auf diese Weise eine viel vollständigere Ausnutzung des disponibeln Dampfquantums und ein viel günstigeres Verhältniss der nützlichen Last zum Totalgewicht des Zuges, daher auch einen wohlfeileren Betrieb.

Das neue System enthält keine neue Theorie, nichts Ungewisses; es ist lediglich eine Ausdehnung der bisherigen bewährten Systeme.

Es hebt endlich die Schwierigkeit der unendlich langen Zeit, welche für die Vollendung eines langen Tunnels, wie beim Mont-Cenis, nöthig sein wird; eine Schwierigkeit, welche für die Generation, die das Unternehmen beginnt, nicht gering anzuschlagen ist.

Curven. Wie bei den schweizerischen Bergstrassen das Bestreben, möglichst wohlfeil zu bauen, die Ingenieure dazu geführt hat, auf sehr geschickte Weise alle Vortheile, welche das Terrain darbot, zu benutzen, um grosse und theure Bauobjecte zu vermeiden, so wird auch ein genaues Studium des Terrains bei Gebirgsbahnen von ganz besonderm Nutzen sein.

Von 1000 Meter über dem Meere an wird es nöthig, mittelst schlangenförmigen Windungen die nöthige Entwicklung zu suchen. Bei den jetzigen Bergstrassen hat man für solche Windungen sehr verschiedene Radien gewählt, je nach der Localität; in den schwierigsten Fällen ist man bis zu einem Radius von 4 Meter heruntergegangen. Bei Anwendung des oben beschriebenen Betriebsmaterials wird man Curven mit 20 Meter Radius anwenden können, und zwar werden diese Curven, bei dem sehr kleinen Radstand der beiden Achsen eines Untergestelles, bei mässiger Fahrgeschwindigkeit und gehöriger Ueberhöhung des äussern Schienenstranges nur sehr geringen Widerstand darbieten und die Stabilität der Wagen wird die gleiche sein, wie auf der Eisenbahn von Paris nach Sceaux, auf welcher man täglich mit der grössten Leichtigkeit Curven von 24 Meter Radius mit einer Geschwindigkeit von 25 Kilometer per Stunde durchfährt.

Die Anwendung von Curven mit 20 Meter Radius wird in den meisten Fällen zu eigentlichen Kunstbauten führen, weil es oft nöthig sein wird, die halbkreisförmige Wendung der Bahn zum grössten Theil in den Felsen des Bergabhanges einzuschneiden. Man wird aber leicht die Zahl dieser Wendungen dadurch vermeiden können, dass man die geraden Strecken zwischen denselben möglichst lang macht. Beim St. Gotthard insbesondere, wo die Länge des Thalweges zwischen den beiderseits 1000 Meter hoch gelegenen Punkten nur 26 Kilometer beträgt statt 40, welche man nöthig hat, um mit 50 pro mille zu steigen und wieder zu fallen, wird man also 14 Kilometer mittelst Curven und Schlangenlinien gewinnen müssen, und man wird dort höchstens 20 bis 25 Wendungen annehmen müssen.

Die halbkreisförmigen Wendungen werden also bedeutende Felseinschnitte, Stützmauern und Gallerien zum Schutz gegen die Lawinen erfordern; man wird die Wendepuncte und überhaupt alle gefährlichen Puncte durch sehr massive steinerne Brüstungen schützen, um den Reisenden das Gefühl möglicher Sicherheit einzuflössen. Die Gallerien abgerechnet, deren Kosten wir schon oben in Anschlag gebracht haben, werden diese Wendepuncte jeder etwa 60,000 Franken kosten; nimmt man 36 an für beide Abhänge, so würde also speciell hiefür eine Ausgabe von 2.200.000 Franken nöthig werden.

Das System, die bewegende Kraft auf jedes Wagengestell besonders wirken zu lassen, ist mit Rücksicht auf die Curven für die Zugkraft sehr günstig. Es fällt zuerst der Widerstand weg, welcher beim französischen oder englischen Wagensystem die Steifheit des Zuges, besonders wenn die Buffer fest zusammengeschraubt sind, dem Durchgang durch Curven darbietet. Dann wird die Reibung der Spurkränze der Räder gegen die Schienen vermindert, indem diese mit dem Radstand eines Wagens zunimmt.

Die dritte und stärkste Ursache des Kraftverlustes in den Curven ist die feste Aufkeilung der beiden Räder einer Achse, während diese Räder in den Curven nothwendiger Weise ungleich lange Wege beschreiben müssen; die conische Form der Räder, welche diesen Unterschied bekanntlich ausgleichen soll, verschwindet bei der Abnutzung der Bandagen sehr bald, sie werden eigentliche Cylinder, wenn nicht gar

die zunehmende Abnutzung einen Conus in entgegengesetztem Sinne bildet. Eines der Räder wird also, da beide gleich viel Umdrehungen auf ungleich langen Bahnen machen müssen, gleiten, und die hiedurch entstehende Reibung wird wie eine Bremse wirken, und zwar um so mehr, je trockener die Schienen sind. Diese Ursache des Kraftverlustes fällt weg, wenn man die beiden Räder einer Achse von einander unabhängig macht, wie dies neulich angestellte Versuche mit dem bekannten Wagensystem von Arnoux auf der Eisenbahn von Paris nach Sceaux bewiesen haben. Man kann entweder die Räder auf der Achse drehbar machen, wie bei gewöhnlichen Strassenfuhrwerken, oder die feste Verbindung der Räder mit den Achsen beibehalten, aber jedem Rad eine besondere Achse geben, so dass also jedes Untergestell 4 Halbachsen je mit einem Rad erhält.

Ein weiterer und zwar sehr werthvoller Vorzug des vorgeschlagenen Betriebsmaterials wird der sein, dass man beim Bergabfahren den Dampf zum Bremsen anwenden kann, indem man mit Gegendampf fährt; die gewöhnlichen Bremsen würden dann nur zur Aushilfe gebraucht werden, wenn in der Dampfzuleitung eine Störung eintreten sollte. Wie wichtig ein zuverlässiger Bremsapparat auf Bahnen mit starken Steigungen ist, lehrt die tägliche Erfahrung schon auf Steigungen von 20 bis 30 pro mille. Der Gegendampf liefert eine vollkommen elastische und zugleich äusserst wirksame Bremsung, besonders wenn die bremsende Kraft auf alle Räder des Zuges vertheilt wird; man wird nicht nur die Regulirung der Geschwindigkeit vollkommen in der Gewalt haben, sondern auch den Zug auf den stärksten Steigungen zum Stehen bringen, ja selbst rückwärts bewegen können. Die Bremsung mittelst Dampf ist, wenn auch nicht ganz in der vorgeschlagenen Weise, bei einer amerikanischen Gebirgsbahn mit Erfolg angewendet worden. \*)

Die Steigung von 50 pro mille würde abwärts nur mit einer Geschwindigkeit von 8 Kilometer per Stunde befahren werden; die Ueberhöhung der äusseren Schiene in den Curven würde jedoch für eine dreimal grössere Geschwindigkeit berechnet. Die sinnreiche Vorrichtung von Forquenot, welche die Centrifugalkraft benutzt, um die gewöhnlichen Bremsen anzuziehen, würde nicht erlauben, die vorgeschriebene Geschwindigkeit zu überschreiten.

#### Finanzielle Verhältnisse.

Die Vergleichung der Baukosten zwischen einem Alpenübergang mit oder ohne Tunnel wird bei allen Alpenpässen annähernd das gleiche Resultat geben, da die Steigungsverhältnisse bei allen eine bemerkenswerthe Aehnlichkeit darbieten. Beim St. Gotthard insbesondere wird die Bahn von 1000 Meter über dem Meere bis zum Eintritt in den grossen Tunnel bei 1500 Meter über dem Meere, wenn man eine regelmässige Steigung von 30 pro mille annimmt, auf beiden Seiten des Berges zusammen eine Länge erhalten von . . . . . 33 Kilometer  
hiezuh die Länge des Tunnels mit 10 „  
Länge der ganzen Bahn . . . . 43 Kilometer.

\*) Man vergleiche die Notiz über die amerikanischen Gebirgsbahnen am Ende dieses Aufsatzes.

Wird die Bahn dagegen ohne Tunnel, mit Steigungen von 50 pro mille ausgeführt, so erhält man zwischen den gleichen Endpuncten eine Länge von 40 Kilometer.

Offenbar wird nun eine Alpenbahn mit Curven von 300 Meter Radius ungleich theurer zu stehen kommen, als eine solche mit Curven von 20 Meter Radius, denn man wird bei der erstern beständig mit der natürlichen Gestalt des Terrains in Conflict gerathen, während kleinere Curven weit besser den Krümmungen der Bergabhänge sich anschmiegen. Der Unterschied zwischen beiden Systemen ist wenigstens zu 100,000 Franken per Kilometer anzusetzen; wir nehmen die Baukosten im erstern Falle zu 400,000 Fr., im zweiten zu 300,000 Fr. per Kilometer an. Ferner erspart man den langen Tunnel, welcher, wenn man den schwierigen Betrieb bei einer so ungewöhnlichen Länge und die besondern Vorrichtungen in Anschlag bringt, welche an den beiden Mündungen und über den Schächten nöthig sein werden, um in jenen hohen Regionen auch während des Winters arbeiten zu können, allerwenigstens 2500 Fr. per laufenden Meter kosten wird. Man erhält also für das erste System:

Offene Bahn 33 Kilometer zu Fr. 400,000	Fr. 13.200,000
Tunnel 10 Kilometer zu Fr. 2.500,000	„ 25.000,000

Total der Baukosten Fr. 38.200,000

und für das zweite System:

40 Kilometer offene Bahn zu Fr. 300,000	Fr. 12.000,000
---	----------------

Der Unterschied von 26 Millionen, wobei noch die längere Verzinsung des Baucapitals im ersten Falle nicht in Anschlag gebracht ist, ist offenbar bedeutend genug, um die Bahn in einem Falle als rentables Unternehmen erscheinen zu lassen, während im andern Falle diese Eigenschaft ihr von vornherein abgesprochen werden muss. Hiezu kommt noch, dass in einem Falle die Bahn leicht in 3 bis 4 Jahren gebaut werden kann, während im andern Falle 25 bis 40 Jahre gerechnet werden müssen.

Allerdings wird der Betrieb auf einer Bahn mit 50 pro mille Steigung theurer werden, als bei 30 pro mille, indem man mehr Brennmaterial brauchen und das Betriebsmaterial mehr Reparaturen erfordern wird; allein dieser Unterschied wird sehr unbedeutend sein im Vergleich zur Verminderung der Anlagekosten. Rechnet man die Betriebskosten bei 50 pro mille Steigung um 1 Fr. per Zug und Kilometer höher, was jedenfalls sehr hoch gerechnet ist, und nimmt man auf den betreffenden 40 Kilometern 10 Züge per Tag (5 in jeder Richtung) an, so erhält man als höchsten Betrag der jährlichen Mehrkosten 146,000 Fr., also den Zins eines Capitals von 2.900,000 Fr., welches man von der obigen Ersparniss von 26 Millionen abzuziehen hätte.

Bevor man behaupten könnte, dass 40 Kilometer zweispurige Bahn unter den gegebenen Umständen mit einem Aufwand von 12 Millionen gebaut werden können, müssten viel genauere Studien an Ort und Stelle gemacht werden; allein es scheint wenigstens unbestreitbar, dass die Gebirgsbahn ohne Tunnel, wie in der oben beschriebenen Weise, um 400,000 Fr. per Kilometer hergestellt werden

könnte \*). Es sind dies die Kosten einiger neuunternommener Strecken der französischen Eisenbahnen, unter besonders schwierigen Terrainverhältnissen.

Ein Anlagecapital von 400,000 Fr. per Kilometer erfordert einen muthmasslichen Reinertrag von 24,000 Fr. und, da die Betriebskosten ziemlich hoch sein werden, einen Bruttoertrag von 42,000 Fr. per Kilometer. Eine solche Einnahme, wenn man 18,000 Fr. für den Personenverkehr und 24,000 Fr. für die Waaren annimmt, würde voraussetzen, dass die Bahn jährlich von 90,000 Reisenden befahren wird, welche 20 Centimes per Kilometer bezahlen, und von 100,000 Tonnen Waaren, welche 24 Centimes per Kilometer eintragen. Diese Frequenz lässt sich mit Wahrscheinlichkeit annehmen, wenn keine Concurrenz mit andern schweizerischen Alpenpässen eintritt.

Die Betriebskosten, zu 18,000 Fr. per Kilometer angenommen, würden sich folgendermaassen vertheilen, wenn man, wie oben, 10 Züge per Tag, 5 in jeder Richtung, annimmt:

Kosten der Zugkraft, 3650 Züge zu 3 Fr.	Fr. 10,956
Bahnunterhaltung und übrige Betriebskosten	„ 7,050

Total pr. Bahnkilometer Fr. 18,000

Man wird, bei Vergleichung mit bekannten Betriebsergebnissen, finden, dass diese Ziffern sehr hoch angesetzt sind; es entspricht dies aber der Absicht zu zeigen, dass eine Alpenbahn, ausgeführt nach den im Vorstehenden dargestellten Grundsätzen, ein rentables Unternehmen werden kann.

#### Amerikanische Gebirgsbahnen.

Als Anhang zur vorliegenden Brochure gibt Herr Flach eine kurze Beschreibung zweier amerikanischen Gebirgsbahnen, um zu beweisen, dass Steigungen von 50 pro mille und mehr, wenn auch nur für provisorische Bahnen, schon mit Erfolg angewendet worden sind.

Das eine Beispiel liefert die Baltimore-Ohio-Eisenbahn, auf welcher man, um die theure Ausführung eines Tunnels auf spätere Zeiten verschieben zu können, einen Berg mittelst einer Reihe von zickzackförmigen schiefen Ebenen überstieg, die im Maximum mit 1 zu 18 oder 55,6 pro mille ansteigen. Statt der halbkreisförmigen Wendung befindet sich am Ende eines Zickzacks jedesmal eine kurze Horizontale; der Zug wird von der Maschine bis auf eine solche Horizontale gezogen, dann die nächste schiefe Ebene hinauf rückwärts geschoben u. s. f. Die kleinsten Curven haben 110 Meter Radius; solche mit 122 Meter kommen sehr häufig vor.

Das zweite Beispiel ist der sogenannte Mountain Toss Track, ein Theil der Bahn von Richmond zum Ohio und übersteigt im Staate Virginien die sogenannten blauen Berge (Blue Ridge). Auch hier wurde, da ein grosser im Bau begriffener Tunnel die durchgehende Schienenverbindung noch

\*) Diese Annahme dürfte mehr als zweifelhaft erscheinen, wenn man weiss, dass die schweizerische Westbahn, eine für schweizerische Terrainverhältnisse ebene Bahn, auf 380,000 Fr., die einspurige Bahn durch den industriellen Jura, deren Schwierigkeiten denen einer Alpenbahn bei weitem nicht an die Seite zu stellen sind, ungefähr auf 450,000 Fr. per Kilometer zu stehen kommt.

Anmerkung des Uebersetzers.

3 Jahre lang unterbrochen hätte, provisorisch eine Bahn mit sehr starken Biegungen über den Berg ausgeführt, und zwar in 7 Monaten. Die ganze Länge dieser Gebirgsbahn beträgt 8 englische Meilen oder ungefähr 13 Kilometer. Der zu übersteigende Berggrücken liegt 575 Meter über dem Meere und ist oben so schmal, dass kaum ein ganzer Zug darauf Platz hat. Auf der westlichen Seite ersteigt die Bahn eine Höhe von 137 Meter, die stärkste Steigung beträgt 53 pro mille; auf der östlichen Seite beträgt die Erhebung 187 Meter, das Maximum der Steigung 56 pro mille. Die kleinsten Curven, mit Ausnahme eines einzigen Falles, wo eine Curve von 71 Meter Radius gewählt werden musste, haben 90 Meter Radius, und zwar liegen diese Curven in Steigungen von höchstens 45 pro mille. Um den Widerstand der Curven zu vermindern, wird der Spurrand der Räder mittelst eines mit Oel getränkten durch eine Feder angedrückten Schwammes fortwährend geschmiert; die Erfahrung hat gelehrt, dass mit dieser Vorrichtung eine Curve von 90 Meter Radius auf einer Steigung von 45 pro mille einer geraden Strecke mit 56 pro mille Steigung entspricht.

Die Bahn ist eröffnet seit dem Frühjahr 1854 und ist seitdem (der Bericht über diese Bahn ist datirt vom Herbst 1856) während dritthalb Jahren regelmässig betrieben worden, mit Ausnahme eines einzigen Tages, an welchem ein Zug durch einen starken Schneesturm aufgehalten wurde. Alle Hindernisse, welche Schnee, Glatteis und sonstige atmosphärische Einflüsse im Winter darboten, sind mit Erfolg überwunden worden. Der Betrieb wird durch drei Maschinen besorgt, von denen zwei, welche den besondern Verhältnissen dieser Bahn am besten entsprechen, von Baldwin u. Comp. in Philadelphia gebaut worden sind. Es sind Tendermaschinen mit 6 gekuppelten Rädern, mit folgenden Hauptdimensionen: Durchmesser der Räder 1,067 Met.; Radstand 2,85 Met.; Cylinder Durchmesser 42 Centimeter; Kolbenhub 51 Centimeter; Gewicht der Maschinen 25 Tonnen mit Vorrath an Wasser und Holz für eine Fahrt von 13 Kilometer; Volumen der Wasserbehälter 2,8 Cubicmeter; Volumen des Holzraumes ebenfalls 2,8 Cubicmeter. Die beiden vordern Achsen, obschon mit den hintern gekuppelt, bilden zusammen ein bewegliches Untergestell, um die Curven leichter durchfahren zu können, ähnlich wie bei andern Maschinen desselben Fabrikanten. Jede Maschine durchfährt nun 4 Mal täglich die betreffende Strecke von 13 Kilometer und zieht bei Personenzügen einen achtradrigen Gepäckwagen und zwei Personenwagen, bei Güterzügen 3 vollständig beladene oder 4 unvollständig beladene Güterwagen: es entspricht dies einer Bruttolast von 40 bis 43 Tonnen, ausnahmsweise hat man auch wohl 50 Tonnen befördert. Die Geschwindigkeit beträgt nur 12 Kilometer beim Bergauffahren, und 8,8 bis 9,6 Kilometer abwärts: man fährt absichtlich nicht schneller, um jede Gefahr zu beseitigen.

Bei allen Wagen, die über den Berg geführt werden, müssen sämtliche Räder gebremst werden können, und die Bremsen werden nach jeder Fahrt genau untersucht. Ausserdem ist an der Maschine eine Dampfbremse angebracht, welche der Maschinist während der Fahrt in Wirksamkeit setzen kann. Bei den Personenzügen steht ein Bremser auf

jeder Plattform eines jeden Wagens: bei den Güterzügen fahren 4 Bremsen für 3 Wagen und 5 für 4 Wagen mit; sie dürfen während der ganzen Fahrt ihre Posten nicht verlassen.

Bemerkenswerth sind die geringen Betriebskosten dieser Bahn. Der durchschnittliche Verbrauch an Brennholz beträgt bei einer einfachen Fahrt von 13 Kilometer 2,352 Cubicmeter und kostet Fr. 6,66, das Holz zum Anheizen nicht inbegriffen. Bei 4 täglichen Fahrten in jeder Richtung betragen die Kosten der Zugkraft und des Fahrpersonals jährlich nur Fr. 3870, diejenigen der Bahnunterhaltung Fr. 1860, zusammen Fr. 5730 per Bahnkilometer, oder Fr. 1,59 per Zug und Kilometer. Die allgemeinen Verwaltungskosten und die Reparaturkosten des Betriebsmaterials sind hiebei nicht inbegriffen, indem sie von den betreffenden Kosten des ganzen Bahnnetzes nicht getrennt worden sind.

M.

### Lenoir's Gasmachine.

Dieser neue Motor wird mit einem Gemenge von Leuchtgas und atmosphärischer Luft gespeist; nach einem ersten gelungenen Versuche (mit einer Maschine von einer Pferdekraft) hat Lenoir nunmehr einen solchen Motor von vier Pferdekraften bei dem Holzwaarenfabrikanten Levêque in Paris (Rue Rousselet Nr. 25) aufgestellt und seit 4 Wochen ununterbrochen im Gange erhalten. Herr Dr. Wilh. Schwarz in Paris, welcher diese Maschine zu wiederholten Malen und zuletzt am 25. Mai besichtigte, theilt darüber im „württembergischen Gewerbeblatt“ Nr. 24 Folgendes mit:

„Die Construction der aufgestellten Lenoir'schen Maschine von vier Pferdekraften ist eine äusserst einfache und compendiose. Sie besteht aus einem horizontal liegenden Cylinder, welcher wie bei der Watt'schen Dampfmaschine oben und unten luftdicht verschlossen und mit einem gewöhnlichen Kolben versehen ist, dessen Stange unmittelbar auf die Schwungradwelle wirkt. Das von der Strassenleitung entnommene und einen gewöhnlichen Gasmesser passierende Leuchtgas wird mittelst eines mit einem Hahne versehenen Bleirohres in einen an der rechten Aussenseite des Kolbencylinders liegenden Schieberkasten geleitet, daselbst mit der von Aussen zuströmenden atmosphärischen Luft (5 Proc. Gas mit 95 Proc. atmosphärischer Luft) vermengt, und durch den hin und hergehenden Gleitschieber bald in den oberen, bald in den unteren Theil des Cylinders geleitet, und daselbst mittelst des electricischen Funkens eines durch zwei Bunsen'sche Elemente gespeisten Rhumkorrff'schen Inductionsapparates entzündet. Die nach der Verbrennung gebildeten Gase werden mittelst eines zweiten an der linken Aussenseite des Kolbencylinders liegenden Schieberkastens und einer kleinen Metallröhre von 3 Centimeter Durchmesser ins Freie geleitet. Sie entweichen mit Spannung und Geräusch, ganz so wie der Dampf der Dampfmaschinen ohne Condensation. Da der Cylinder durch die Verbrennung des Gases und die Reibung des Kolbens sich bedeutend erhitzt und hiedurch der ruhige Fortgang der Maschine behoben würde, so hat Lenoir den Cylinder mit einer doppelten Wandung umgeben, zwischen welcher continuirlich ein Strom kalten Wassers läuft, das die Wärme bindet, und nach seinem Ablaufe somit weiterem Zwecke dienen kann. Dem Kolben wird selbstverständlich durch eine Schmierbüchse stetig Fett zugeführt.

Wie hieraus hervorgeht, ist die Construction der Lenoir'schen Maschine eine höchst einfache; sie nimmt einen sehr geringen Raum ein, und functionirt äusserst ruhig, geräuschlos und regelmässig, ohne die geringsten Stösse oder Erschütterungen. Ihr Gang wird durch eine einfache Drehung des Hahnes der Gaszuführungsröhre regulirt und kann durch die Schliessung desselben augenblicklich zum Stillstande gebracht werden, Ihre Bedienung erfordert eine viel geringere Sorge und Aufmerksamkeit als die einer gewöhnlichen Dampfmaschine, abgesehen davon, dass bei dem neuen Systeme der Heizer gänzlich entbehrlich wird.

Was den Kostenpunkt anbelangt, so stellt sich dieser heute schon entschieden zum Vortheile der Gasmachine.

Bei der Anschaffung entfallen zunächst die bei stehenden Dampfmaschinen nicht geringe sich beziffernden Kosten der Kessel und Feuer-

ungsanlagen. Die Ankaufspreise der Maschine selbst aber werden sich eben ihrer Einfachheit wegen weit billiger stellen, als jene der bisherigen Dampfmaschinen.

Der Betrieb der in der Rue Rousselet aufgestellten Maschine von vier Pferdekraften erfordert einen halben Cubicmeter Leuchtgas per Pferdekraft und Stunde. Da nun die Pariser Gascompagnien das Leuchtgas zu dem Preise von 30 Centimes per Cubicmeter liefern, so kostet die Unterhaltung der Lenoir'schen Maschine von vier Pferdekraften täglich bei einer ununterbrochenen Arbeitszeit von zehn Stunden 6 Francs.

Eine gewöhnliche Dampfhochdruck-Maschine bester Construction verbraucht 4—5 Kilogramme Steinkohlen per Pferdekraft und Stunde; somit  $4\frac{1}{2}$  Kilogramme im Durchschnittspreise zu 40 Frcs. die 1000 Kil. Kohle . . . . . 7 Fr. 20 Cent.

Ersparniss eines Heizers per Tag . . . . . 3 „ 20 „

Abnutzung der Dampfkessel, der Feuerungs-Anlage, des Dampfschlotes, Interessen der Anlage (300 Frcs. per Pferdekraft, somit 15 Proc. auf 1200 Frcs. durch 300 Tage) . . . . . — „ 60 „

Summe der Betriebskosten per Tag . . . . . 11 Fr. 30 Cent.

Es ergibt sich diesernach selbst bei den gewöhnlichen hohen Preisen des Leuchtgases, wie sie gegenwärtig von den Consumenten in Paris bezahlt werden, eine tägliche Ersparniss von  $5\frac{1}{2}$  Frcs. zu Gunsten der neuen Maschine.

Da die ausserordentliche Wichtigkeit der neuen Erfindung aber derselben die baldigste und ausgedehnteste Anwendung sichert, so ist nicht zu bezweifeln, dass man Bedacht nehmen wird, sich billiges Gas für den neuen Motor zu verschaffen, und zwar um so mehr, als derselbe eben so gut mit gekohltem als mit reinem Wasserstoffgas gespeist werden kann. — Die Herren Isoard und Comp. beschäftigen sich bereits mit Einrichtungen, um mittelst überhitzten Wasserdampfes, welcher in Verbindung mit Steinkohlentheer durch rothglühende Eisenrohre geleitet wird, ein sehr kohlenstoffreiches Leuchtgas herzustellen, das auf nicht mehr als  $1\frac{1}{2}$  Centimes per Cubicmeter zu stehen kommen soll. Die Lenoir'sche Maschine wird somit per Pferdekraft und Stunde nicht einmal einen Centime consumiren!

Die Frage, ob sich die Erfindung Lenoir's mit gleichem Vortheile auch auf kräftigere Motoren von mehr als vier Pferdekraften anwenden lassen wird, muss erst durch die Erfahrung gelöst werden. Die Gelegenheit hiezu wird sich in kurzer Zeit darbieten, denn Herr Pion, Besitzer einer der grössten Pariser Buchdruckereien, hat bereits für sein Etablissement eine Gasmachine von fünfzehn Pferdekraften bestellt.

Lenoir gedenkt übrigens seine Erfindung auch auf Locomotivmaschinen auszudehnen und zu diesem Ende Cylinder mit comprimirtem Gas anzuwenden; er baut so eben ein kleines Fuhrwerk mit einer Maschine von einer Pferdekraft, welches demnächst zum Ergötzen der schaulustigen Pariser über die Boulevards laufen soll.<sup>4</sup>

### Verein deutscher Ingenieure.

Ueber die diesjährige Hauptversammlung des Vereins deutscher Ingenieure entnehmen wir der Dresdner „Constitutionellen Zeitung“ folgenden Bericht: „Die Versammlung wurde in Dresden am Montag den 27. August Vormittags 9 Uhr im Saale des Belvedere auf der Brühl'schen Terrasse in Gegenwart des königl. sächs. Geheimraths Herrn v. Ehrenstein, geh. Finanzraths Wilke, Finanzraths Fhrn. v. Weber und unter zahlreicher Betheiligung Seitens der Mitglieder des sächsischen Ingenieurvereins, welcher der an ihn ergangenen Einladung zur Betheiligung am Feste mit grosser Zuvorkommenheit entsprochen hatte, eröffnet. Nach Erledigung der üblichen Geschäftsberichte war diese erste Sitzung vorzugsweise wissenschaftlichen Vorträgen gewidmet: es sprachen Herr Ingenieur Dietze aus Düsseldorf, über die Dampfschiffahrt von ihrer Entstehung bis zur heutigen Zeit; Herr Dr. Grashof aus Berlin über die Theorie des Giffard'schen Dampfkessel-Speiseapparates; Herr Civilingenieur Völckers aus Magdeburg über Indicatorversuche; sämtliche Apparate erläuterte, und wurde ihnen, trotzdem sie die Sitzung bis gegen 2 Uhr hinauszogen, mit grossem Interesse von der Versammlung gefolgt. Bei dem sich anschliessenden Festmahle — verherrlicht durch eine grosse Zahl von hervorragenden Vertretern der Industrie und Wissenschaft, welche aus verschiedenen Gegenden Sachsens herbeigekommen waren —

wurde der vom Vorsitzenden des Vereins, Herrn Director Schiele aus Crefeld, in glanzvoller, allgemein ansprechender Rede ausgebrachte Toast auf Se. Majestät den König von Sachsen durch den als Vertreter des Ministeriums anwesenden Herrn geheimen Finanzrath Major Wilke, mit einem Toast auf sämtliche Regenten Deutschlands erwiedert. Die folgenden Trinksprüche gaben dem Gefühl der Hochachtung und des Dankes entsprechenden Ausdruck, wovon die Vereinsmitglieder bei der so überaus zuvorkommenden und herzlichen Aufnahme, welche sie in Dresden gefunden hatten, bewegt waren: sie galten den hohen sächsischen Behörden und dem sächsischen Ingenieurverein, und fand namentlich der letztere seine Erwiderung in einem von Herrn Baumeister Günther aus Dresden in längerer poetischer Rede ausgebrachten Trinkspruch auf den Verein deutscher Ingenieure, welcher bei den anwesenden Mitgliedern desselben um so grösseren Anklang fand, als man sich dem geistvollen Redner ganz besonders für desselben Bemühungen um die Förderung und Verschönerung des ganzen Festes verpflichtet fühlte. Nach Aufhebung der durch noch viele begeisterte und launige Toaste gewürzten Tafel beschloss ein gemeinschaftlicher Spaziergang nach dem Waldschlösschen, von dort nach der Kraft'schen Restauration, und die Rückfahrt zur Stadt auf festlich illuminierten Gondeln diesen frohen Tag.

Dienstag den 28. August wurde gegen 9 $\frac{1}{2}$  Uhr die zweite Sitzung eröffnet, welche die inneren Vereinsangelegenheiten vorbehalten, bis gegen 2 Uhr währte. Als von allgemeinerem Interesse sei hervorgehoben, dass ein, auf Ernennung einer Commission zur Erstrebung gleichen Maasses für Deutschland abzielender Antrag, mit grosser Uebereinstimmung durch die Erklärung erledigt wurde, dass die Techniker über diese so dringende und wichtige Frage sich längst so klar geworden seien, dass der beantragten Commission kaum Etwas zur Sammlung und Vermittlung verschiedener Ansichten und Wünsche zu thun übrig bleiben würde, und gab die Versammlung die Erklärung zu Protocoll, dass es nur der badische Fuss von 0.3 Meter oder das Metermaass selbst sei, welches den Bedürfnissen der Industrie als gemeinschaftliches deutsches Maass entsprechen würde. Die Redaction seiner auch durch den Buchhandel debilitirten Zeitschrift, auf welche zur Zeit hauptsächlich der Verein seine Kräfte verwendet, und welche ausser der engeren Vereinigung in Bezirksvereinen, seine weit zerstreuten Mitglieder von einer zur anderen der jährlichen Hauptversammlungen als gemeinsames Band umschlingt, wurde in Uebereinstimmung mit dem Wunsche des Directors Hrn. Dr. Grashof, welcher dieselbe bisher unter Beihilfe des Geschäftsführers allein besorgt hatte, unter dessen Vorsitz einer Commission übertragen. Der statutenmässig jährlich wechselnde Vorsitz wurde für das nächste Jahr dem leider nicht anwesenden Herrn Eisenbahndirector Simons in Saarbrücken angetragen; im Uebrigen wurden für das nächste Jahr in den Vorstand gewählt ausser den durch Acclamation als Director resp. Geschäftsführer bestätigten Herren Dr. Grashof und Ingenieur Duske aus Berlin: Herr Oberingenieur Dietze aus Düsseldorf, Herr Hüttenmeister Erlor aus Kaiserslautern, Herr Director Grahl aus Döhlen bei Dresden und Herr Ingenieur Kayser aus Breslau. Als Ort der nächstjährigen Versammlung wurde Bingen gewählt, um dem vorzugsweise zahlreichen Pfalz-Saarbrücker Bezirksverein entgegenzukommen, und hofft der Verein an den Ufern des herrlichsten deutschen Stromes, auch aus den übrigen deutschen Gauen auf eine recht allgemeine Theilnahme. Mit Einstimmigkeit wurde endlich noch in dieser Sitzung der Antrag willkommen geheissen, Herrn Berggrath Professor Weisbach, als demjenigen Mitglied des sächsischen Ingenieurvereins, welches als der in der deutschen Literatur hervorragende Vertreter und Förderer der wissenschaftlich-practisch behandelten Ingenieur- und Maschinenmechanik, den von den fernsten Orten Deutschlands zusammengekommenen Technikern vorzugsweise geistig bekannt war, die Ehrenmitgliedschaft des Vereins anzutragen, und machte die dem allverehrten Mann gezollte Hochachtung in einem dreifach schallenden Hoch sich Luft, als derselbe gegen Ende der Sitzung zufällig eintrat und auf einige vom Vorsitzenden an ihn gerichtete herzliche Worte die Mitgliedschaft dankend annahm. Nach mehreren am Nachmittag dieses zweiten Tages im Plauen'schen Grunde in Gesellschaft vieler Mitglieder des sächsischen Ingenieurvereins und unter zuvorkommenster Führung der betreffenden Herren Besitzer, Dirigenten und Ingenieure vorgenommenen technischen Besichtigungen der sächsischen Glashütte, der chemischen Fabrik des Herrn Reichert, der König Friedrich

August Hütte des Herrn Fhrn. v. Burgk, der Gebirgszweigbahn der Albertsbahn und des königl. Bergwerks in Döhlen, stand der Gesellschaft eine grosse Ueberraschung bevor, nachdem sie mittelst dargebotenen freien Extrazuges auf der Albertsbahn bis zur Felsenkellerbrauerei zurückgeführt und daselbst auf Einladung des sächsischen Ingenieurvereins gegen Dunkelwerden sich gesammelt hatte. Kanonenschläge und Brillantfeuer von magischem Effect in dem von hohen Bergwänden eingeschlossenen herrlichen Thalgrunde, hiessen die zahlreiche Gesellschaft willkommen, ein Musikcorps geleitete sie in die prachtvoll illuminierten geräumigen Keller, woselbst ihr durch die Direction der Brauereigesellschaft eine Probe ihres wohlberufenen Fabrikats credenzt wurde. Aus dem Keller gingen in den Saal des grossen Restaurationsgebäudes, woselbst der sächsische Ingenieurverein durch sein Comité die geschmackvollsten Arrangements hatte veranstalten lassen, unter deren anregendem Eindruck, belebt noch durch die Gegenwart vieler Damen, zwischen reich besetzten Tafeln und unerschöpflich sprudelnden Fässern von Wein und Bier die Gesellschaft bis gegen Mitternacht in buntem Treiben beisammen blieb, erheitert durch viele Trinksprüche, deren erster dem für die Arrangements der Festlichkeit besonders thätig gewesenen Herrn Baumeister Günther vom Vorsitzenden Herrn Schiele dargebracht wurde. Ein von der Direction der Albertsbahn abermals gebotener Extrazug brachte die Gesellschaft nach Dresden zurück.

Der folgende Tag fand sie schon früh 7 Uhr wieder am böhmischen Bahnhof versammelt, um mittelst freien Extrazuges, welchen die hohe Staatsbehörde in zuvorkommendster Weise gewährt hatte, durch eine Fahrt nach der sächsischen Schweiz in geselliger Gemeinschaftlichkeit das anregende frohe Fest zu beschliessen, begleitet von Herrn Geheimrath v. Ehrenstein, wirkl. Geheimrath Weinlig, Geheimrath Hänel, geh. Justizrath Krug, geh. Finanzrath Wilke, während Herr Finanzrath Fhr. v. Weber schon am vorhergehenden Tage vorausgereist war, um auf dem höchsten Punkte der sächsischen Schweiz, auf dem Gipfel des grossen Winterberges, unter geräumigem Zelte die Arrangements zu einem solennen Festmahl zu treffen, womit das k. Finanzministerium die beiden die Hand sich reichenden Vereine, den Verein deutscher Ingenieure und den sächsischen Ingenieurverein beehrt hatte. Die Reihe der Toaste eröffnete Herr Geheimrath v. Ehrenstein mit einem Hoch auf den deutschen Ingenieurverein, eingeleitet durch eine Ansprache, deren Grundgedanke: „In der Einigkeit liegt die Stärke,“ in den Herzen der Anwesenden den lebhaftesten Beifall fand. Herr Director Kirchweger aus Hannover brachte ein Hoch Sr. Majestät dem Könige, der Vorsitzende Herr Schiele den Ministerien und seinen Vertretern, Herr geh. Justizrath Dr. Krug dem Fortschritt, als demjenigen Motive, wodurch auch das Justizfach mit den Bestrebungen des Vereins verbunden sei etc. Begünstigt durch das sich aufklärende Wetter, welches noch einen weiten Blick in das sächsische und böhmische Land erlaubte, brach die Gesellschaft nach dem Prebischthore und nach Herniskretschchen auf, von wo ein Extradampfbboot, von der Direction der sächsischen Dampfschiffahrtsgesellschaft frei zur Verfügung gestellt, die von den lebhaftesten Gefühlen der Befriedigung und des Dankes für die in jeder Beziehung ihr zu Theil gewordene so ausserordentlich zuvorkommende Aufnahme beseelte Gesellschaft, bei hellem Vollmondschein an den mit bengalischer Beleuchtung und Pöller-schüssen salutirenden Haltplätzen und Bahnhöfen vorüber, am spätem Abend nach Dresden zurückführte. — So hat dieses Fest Zeugnis abgelegt nicht nur von dem in den Herzen deutscher Techniker verschiedener Staaten gemeinsam herrschendem Gefühl der Einigkeit und des gegenseitigen Vertrauens, von dem Bewusstsein der Zusammengehörigkeit als Glieder eines grösseren Ganzen, dem gemeinschaftlichen Streben nach Fortschritt und Entwicklung deutscher Industrie und Cultur überhaupt, sondern auch von der Bereitwilligkeit deutscher Regierungen, solches Streben als zum Wohle des Vaterlandes gereichend anzuerkennen und zu fördern. Bei den in Dresden anwesend gewesenen deutschen Technikern wird auch in ihren Wohnsitzen in den fernsten Gauen des Vaterlandes der empfangene Eindruck nicht verlöschen; möge er fortwachsen und genährt und gestärkt durch stets zahlreicher besuchte Jahresversammlungen, den Zweck des Vereins, die Entwicklung deutscher Industrie durch das Zusammenwirken der geistigen Kräfte deutscher Techniker, mehr und mehr fördern zum Wohle, zur Ehre und Macht des Vaterlandes.

Brücke über den Innfluss nächst Bichelwang.  
(Nord Tiroler Eisenbahn)

Fig. 1. Ansicht.

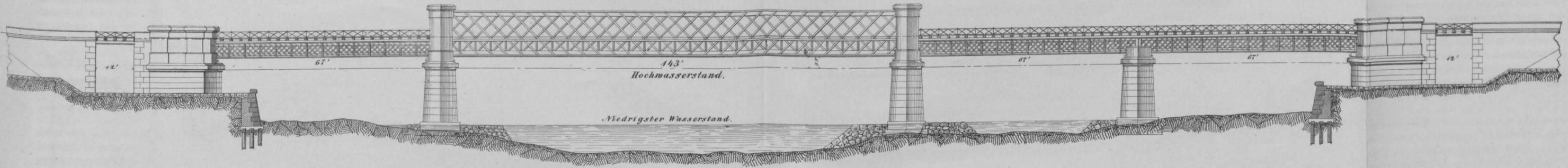


Fig. 2. Durchschnitt.

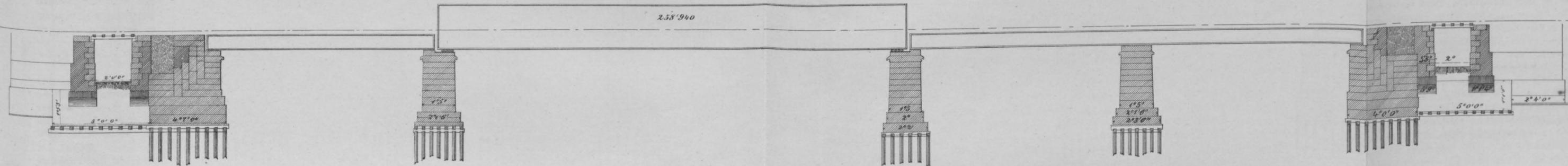


Fig. 3. Grundriss.

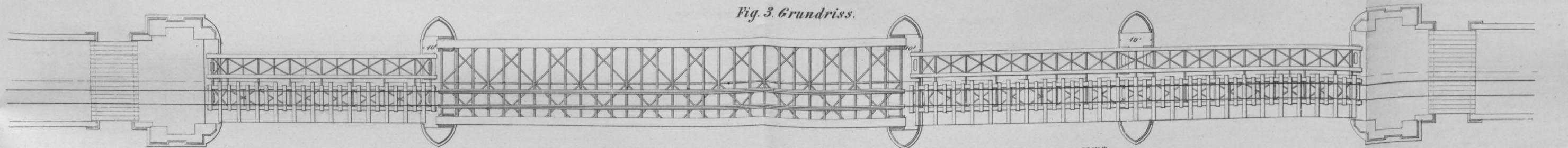
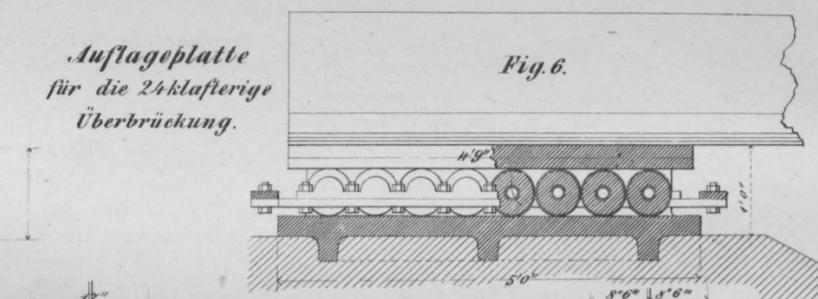
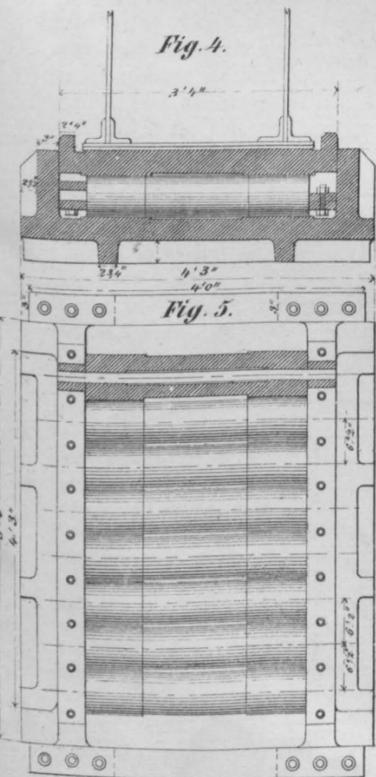


Fig. 4.

Auflageplatte  
für die 24-klafterige  
Überbrückung.

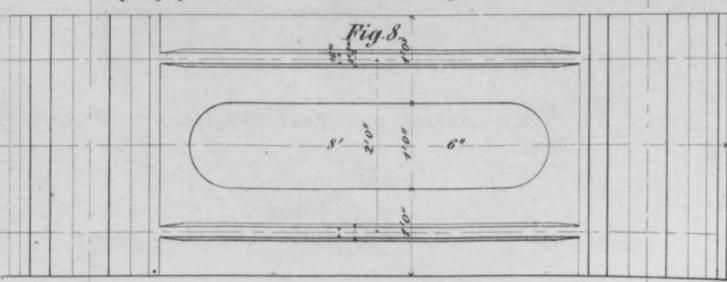
Fig. 6.



Auflageplatte für die 11-klafterige  
Überbrückung.

Fig. 7.

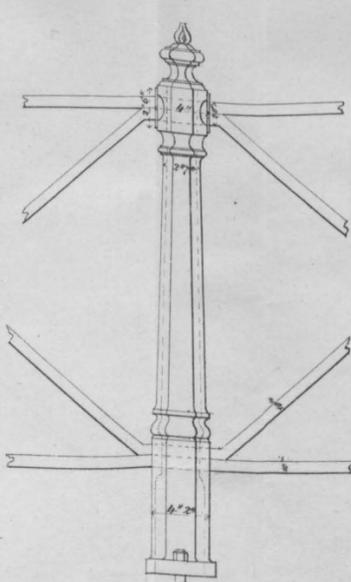
Fig. 8.



Maassstab zu Fig. 5, 6, 7, 8.

Fig. 9.

Fig. 10.



Maassstab zu Fig. 9, 10 u. 11.

Graphische Darstellung etc. etc.  
dem eigenen Gewichte und der grössten Belastung

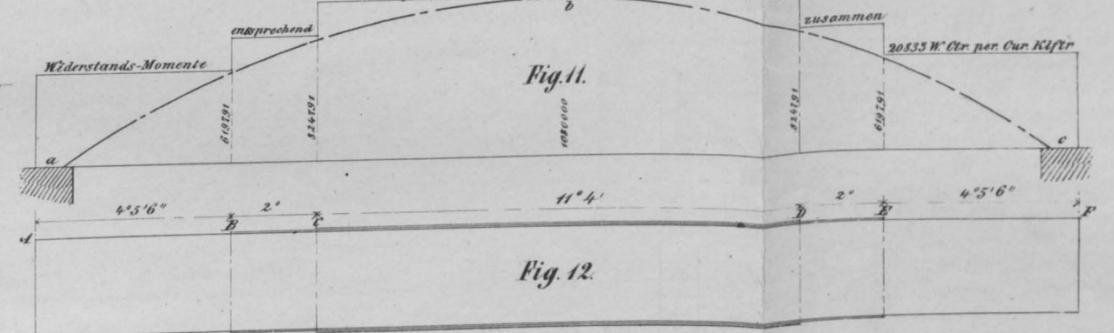
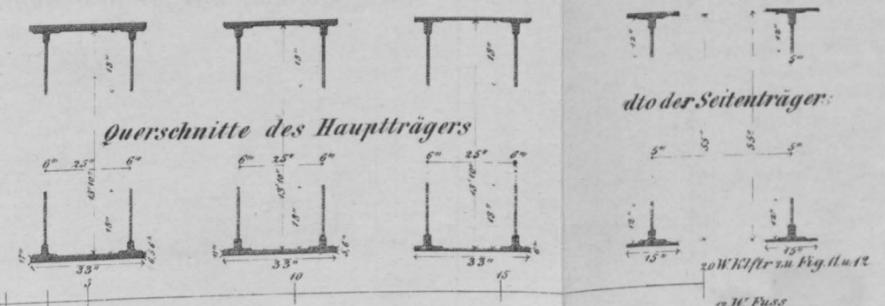


Fig. 12.

Fig. 11.

Querschnitte des Hauptträgers

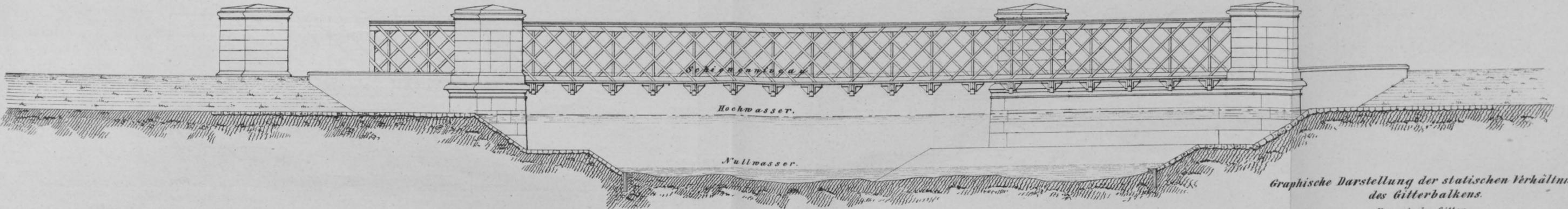
die der Seitenträger:



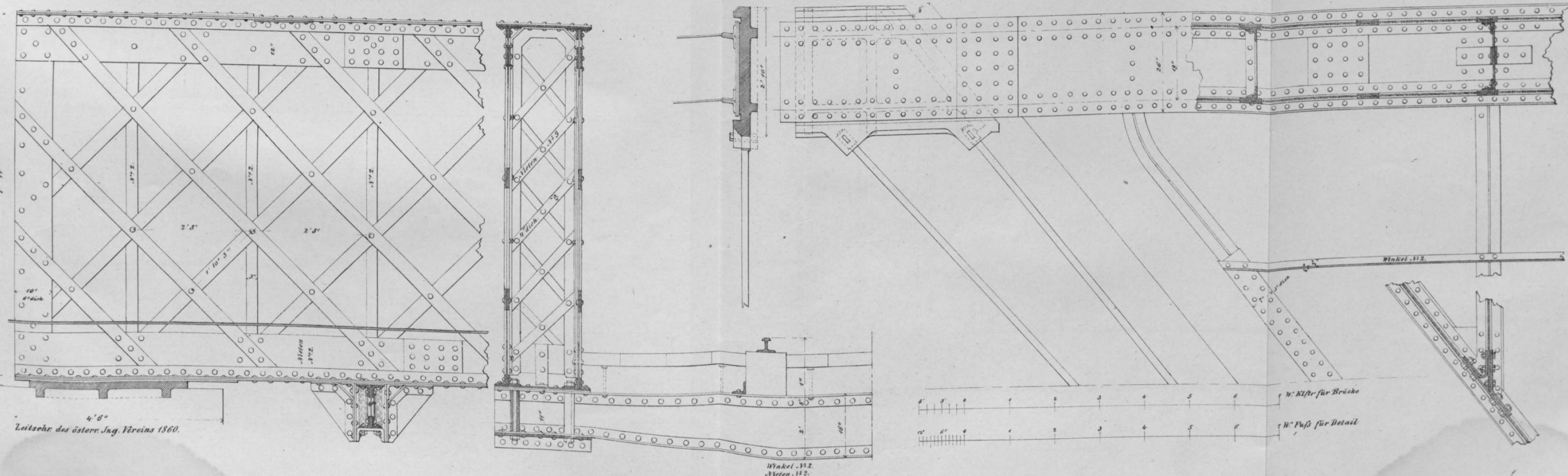
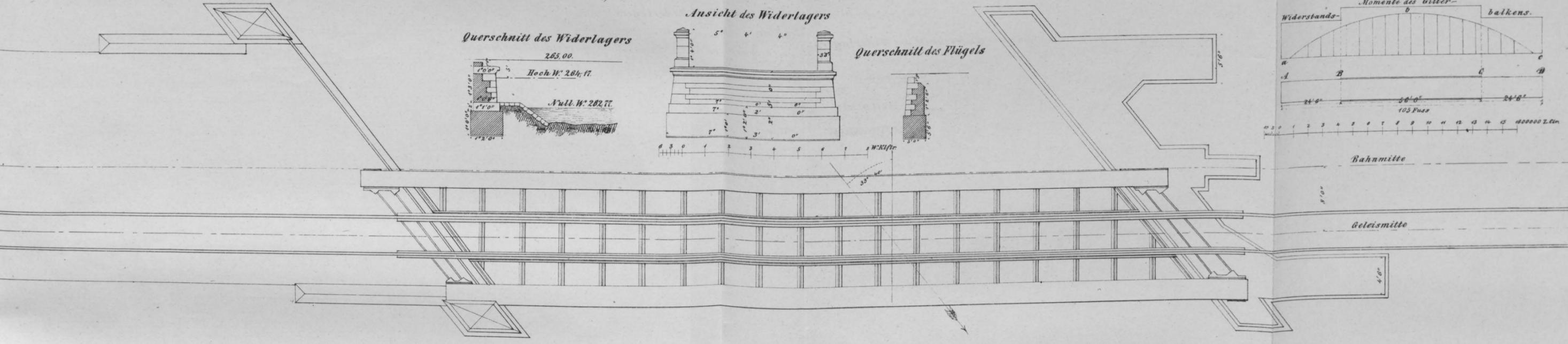
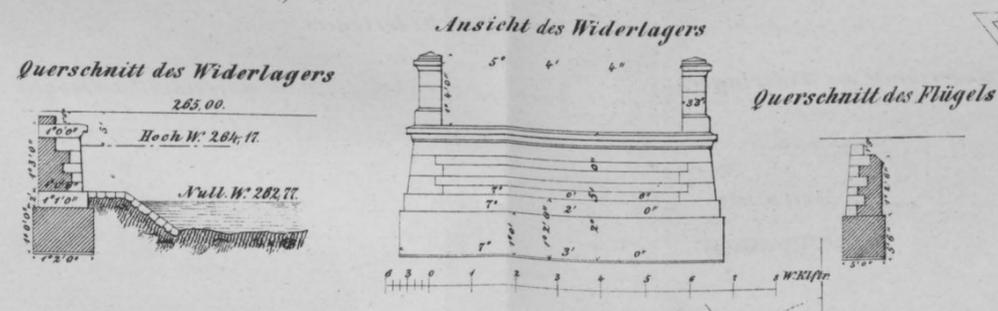
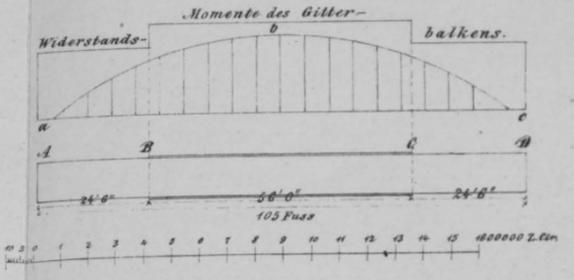
Maassstab für die Querschnitte des Trägers

Ansicht der Mitte des Trägers. A





Graphische Darstellung der statischen Verhältnisse des Gitterbalkens.



Leitzehr. des österr. Ing. Vereins 1860.