

Permeabilidad hidráulica y permeabilidad sísmica de medios porosos altamente heterogéneos

Leonardo B. Monachesi^{1,2}, J. Germán Rubino³ y Luis Guarracino^{1,2}

¹ Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Paseo del Bosque s/n, 1900, La Plata, Tel: 0221-4236593.

² Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Av. Rivadavia 1917, C1033AAJ, Ciudad de Buenos Aires, Tel: 011-5983-1420.

³ Instituto de Geofísica, Universidad de Lausanne, Amphipole – CH-1015 Lausanne, Suiza, Tel +41216924400.

Mail de contacto: lmonachesi@fcaglp.unlp.edu.ar

RESUMEN

En el presente trabajo se realiza un análisis comparativo entre las curvas de atenuación y dispersión de muestras de roca con heterogeneidades mesoscópicas y las curvas que se obtienen al reemplazar el campo de permeabilidad heterogéneo por un campo homogéneo equivalente. Las curvas de atenuación y dispersión son estimadas utilizando un test de compresión, considerando una roca altamente heterogénea con heterogeneidades de tipo fractal. Para los campos homogéneos equivalentes se utilizan la media aritmética y la media armónica calculadas a partir del campo de permeabilidad, así como también la permeabilidad hidráulica efectiva estimada mediante un experimento numérico de flujo (test hidráulico). El análisis propuesto permite concluir que la permeabilidad hidráulica efectiva coincide con la permeabilidad sísmica en el rango de bajas frecuencias, lo que constituye un aporte importante ya que permite relacionar parámetros sísmicos con propiedades hidráulicas de medios porosos altamente heterogéneos.

Palabras clave: Permeabilidad hidráulica, permeabilidad sísmica, geofísica, heterogeneidades mesoscópicas.

ABSTRACT

In the present work we perform a comparative analysis between the attenuation and dispersion curves of rock samples having mesoscopic heterogeneities and the curves obtained when the heterogeneous permeability field is replaced by an equivalent homogeneous permeability field. The attenuation and dispersion curves are estimated for a rock sample having fractal heterogeneities. As equivalent homogeneous permeability values the arithmetic and harmonic means computed from the heterogeneous permeability field are used, and also the effective hydraulic permeability obtained using a flow numerical experiment (hydraulic test). The proposed analysis allows to conclude that the effective hydraulic permeability coincides with the seismic permeability in the low frequency range, which is an important contribution because it allows to relate seismic parameters and hydraulic properties of highly heterogeneous porous media.

Keywords: Hydraulic permeability, seismic permeability, geophysics, mesoscopic heterogeneities.

Introducción y objetivos

Recientemente se ha demostrado que la permeabilidad de medios porosos heterogéneos está estrechamente vinculada con los mecanismos de atenuación y dispersión de ondas sísmicas. Cuando una onda sísmica se propaga a través de un medio poroso saturado que presenta heterogeneidades mesoscópicas (esto es, heterogeneidades de tamaño mayor que la escala poral pero menores que la longitud de onda sísmica) se establecen gradientes de presión locales que inducen flujo a través de los límites de las heterogeneidades.

Este mecanismo es el denominado *Flujo Inducido por Ondas (WIFF)* y es uno de los mecanismos más importantes en el estudio de la atenuación y dispersión de ondas sísmicas en medios porosos con heterogeneidades mesoscópicas (Müller et al., 2010). La existencia de este mecanismo establece un vínculo entre la respuesta sísmica y la permeabilidad del medio, lo que ha llevado a la definición de un nuevo concepto de permeabilidad. Se define la *permeabilidad sísmica* como la permeabilidad efectiva (es decir, representativa del medio heterogéneo) que logra predecir la atenuación y dispersión sufrida por las ondas sísmicas en dicho medio.

Desafortunadamente no existe en la actualidad un método que permita estimar la permeabilidad sísmica para este tipo de medios. Una alternativa viable consiste en reemplazar el campo de permeabilidad por un campo homogéneo equivalente que logre predecir las mismas curvas de atenuación y dispersión observadas para el medio heterogéneo. Dado que la permeabilidad hidráulica efectiva es una cantidad representativa del flujo que puede desarrollarse en una muestra, es razonable suponer que la misma esté vinculada con la permeabilidad sísmica, y es por ello que su determinación resulta de interés en este tipo de estudios.

El análisis que se presenta en este trabajo consiste en comparar las curvas de atenuación y dispersión de una muestra de roca heterogénea con las curvas que se obtienen al reemplazar el campo de permeabilidad heterogéneo por un campo homogéneo equivalente. Como valores equivalentes se utilizarán la permeabilidad efectiva κ^{ef} calculada mediante un experimento hidráulico, y los valores que se obtienen del promedio aritmético κ_A y el promedio armónico κ_H del campo de permeabilidad. Las curvas de atenuación y dispersión para los distintos campos de permeabilidad son calculadas utilizando un test de compresión desarrollado por Rubino (2008).

Metodología

Test de compresión

Rubino et al. (2009) propusieron un método de upscaling basado en la simulación numérica de un test de compresión oscilatorio sobre muestras representativas de roca. Este test permite obtener el módulo complejo equivalente de onda plana, el cual contiene la información de la atenuación y de la dispersión de velocidades debidas a la presencia de heterogeneidades de escala mesoscópica. Dado que el mecanismo de flujo inducido por ondas está controlado por difusión de presión en el fluido, es posible desprestigiar los términos inerciales en las ecuaciones de Biot (1941), las cuales se reducen a:

$$\nabla \cdot \sigma = 0, \quad (1)$$

$$i\omega \frac{\eta}{\kappa} w = -\nabla p_f, \quad (2)$$

donde σ es el tensor de esfuerzo, ω es la frecuencia angular, η es la viscosidad del fluido, κ es la permeabilidad de la roca, w es el desplazamiento relativo medio del fluido por unidad de volumen y p_f es la presión del fluido.

Para calcular los efectos producidos por el flujo inducido por ondas consideremos una muestra rectangular de roca con heterogeneidades mesoscópicas, sujeta a una compresión armónica de amplitud constante de la forma $\Delta P \exp(i\omega t)$ en su cara superior y a esfuerzos de corte nulos en las cuatro caras de la muestra. El sólido no puede moverse en la cara inferior de la muestra y los desplazamientos horizontales son nulos en las caras laterales. El fluido por su parte no puede fluir a través de las caras de la muestra (ver Fig. 1).

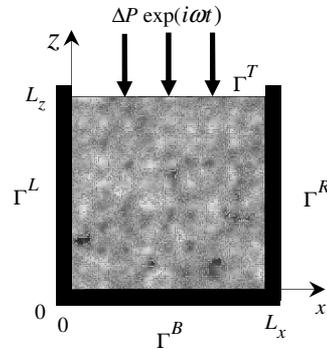


Figura 1. Representación esquemática de una muestra de roca heterogénea sometida a un test de compresión oscilatorio.

Denotando como V al volumen original de la muestra, su cambio volumétrico $\Delta V(\omega)$ nos permite definir el módulo complejo de onda plana $M_c(\omega)$ mediante la relación:

$$\frac{\Delta V(\omega)}{V} = -\frac{\Delta P}{M_c(\omega)}, \quad (3)$$

Con el objeto de estimar el cambio en el volumen de la muestra debido al cambio de presión impuesto sobre su cara superior, las ecuaciones (1) y (2) son resueltas utilizando condiciones de borde apropiadas. De este modo es posible obtener el cambio volumétrico ΔV para cada frecuencia ω , y a partir de (3) obtener el módulo complejo de onda plana.

La velocidad de onda P compresional correspondiente podrá calcularse mediante:

$$V_{pc}(\omega) = \sqrt{\frac{M_c(\omega)}{\rho_b}}, \quad (4)$$

donde ρ_b es la densidad media de la muestra de roca. La velocidad de fase compresional equivalente $V_p(\omega)$ y el inverso del factor de calidad $Q_p(\omega)$ estarán entonces dados por:

$$V_p(\omega) = \left[\text{Re} \left(\frac{1}{V_{pc}(\omega)} \right) \right]^{-1}, \quad (5)$$

$$\frac{1}{Q_p(\omega)} = \frac{\text{Im}(V_{pc}(\omega)^2)}{\text{Re}(V_{pc}(\omega)^2)}. \quad (6)$$

Las relaciones (5) y (6) permiten obtener respectivamente las curvas de dispersión y atenuación de la muestra de roca, y predecir así su comportamiento sísmico para todo el rango de frecuencias.

En la sección siguiente se presenta un test hidráulico mediante el cual es posible obtener el valor efectivo de permeabilidad hidráulica de la muestra heterogénea.

Permeabilidad hidráulica efectiva

El flujo estacionario en una muestra de roca saturada se describe localmente por el vector de flujo \dot{w} , la presión del fluido p_f , la viscosidad η y la permeabilidad κ . Estas variables están relacionadas a través de la ecuación de continuidad y la Ley de Darcy:

$$\nabla \cdot \dot{w} = \nabla \cdot \left(-\frac{\kappa}{\eta} \nabla p_f \right) = 0. \quad (7)$$

Un valor efectivo de la permeabilidad puede obtenerse a partir de resolver la ecuación (7) con condiciones de borde tales que simulen los experimentos de laboratorio que se emplean usualmente para determinar las permeabilidades hidráulicas. En este sentido, y siguiendo a Desbarats (1992), se somete a la

muestra a un gradiente de presión externo a partir de imponer valores constantes de presión del fluido en las caras superior Γ^T e inferior Γ^B , e imponiendo una condición de flujo nulo en las caras laterales Γ^L y Γ^R de la muestra. Estas condiciones de borde pueden expresarse del siguiente modo (ver Fig. 2):

$$p_f = p_1, \quad (x, z) \in \Gamma^B, \quad (8)$$

$$p_f = p_2, \quad (x, z) \in \Gamma^T, \quad (9)$$

$$\dot{w} \cdot \nu = 0, \quad (x, z) \in \Gamma^L \cup \Gamma^R, \quad (10)$$

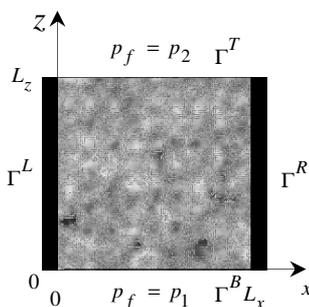


Figura 2. Representación esquemática de una muestra de roca heterogénea sometida a un test hidráulico.

La solución numérica del problema diferencial (7)-(10) nos permite calcular el flujo total Q a través de la muestra de roca, inducido por la diferencia de presión externa $\Delta p_f = p_2 - p_1$,

$$Q = \int_{\Gamma^B} \dot{w} \cdot \nu dx. \quad (11)$$

Luego, según la Ley de Darcy aplicada a la escala de la muestra, la permeabilidad efectiva vendrá dada por:

$$\kappa^{ef} = \frac{\eta Q L_z}{L_x \Delta p_f}, \quad (12)$$

expresión válida para cualquier Δp_f .

Ejemplo numérico

En esta sección estudiaremos los efectos que produce la presencia de contrastes fuertes de permeabilidad (asociados a contrastes fuertes de porosidad) sobre la permeabilidad sísmica efectiva de una muestra de roca. Asumiremos que la matriz de la roca está compuesta por granos de cuarzo, y se encuentra completamente saturada de agua. Utilizaremos la ecuación de Kozeny-Carman para relacionar la porosidad y la permeabilidad de la roca, mientras que para relacionar la porosidad con las propiedades elásticas de la matriz de la roca utilizaremos el modelo de Krief et al. (1990).

Para el análisis propuesto se ha considerado una muestra con un alto grado de heterogeneidad en el campo de permeabilidad. Se supone que el medio es de tipo binario, es decir, constituido por dos tipos de textura: una matriz de baja permeabilidad y una distribución de heterogeneidades de alta permeabilidad. Las heterogeneidades son de tipo "patchy" (manchas) distribuidas según un patrón de tipo fractal. Para generar esta distribución se ha utilizado una función espectral de tipo von-Karman (Russo and Bouton, 1992; Russo et al., 1997; Wierenga et al., 1991).

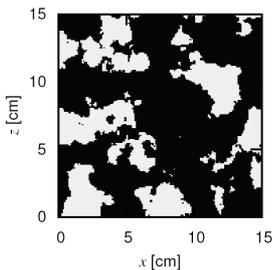


Figura 3. Muestra de roca con heterogeneidades tipo "patchy".

En la Fig. 3 se ha representado una muestra de 15 cm de lado, discretizada mediante una malla regular de 150×150 elementos. Las regiones de color negro corresponden a la matriz de baja permeabilidad y las de color blanco a las manchas de alta permeabilidad. Las permeabilidades de la matriz y las manchas son 2.69×10^{-3} Darcy y 3.458 Darcy, respectivamente. Notar que la permeabilidad de las manchas es tres órdenes de magnitud mayor que la permeabilidad de la matriz.

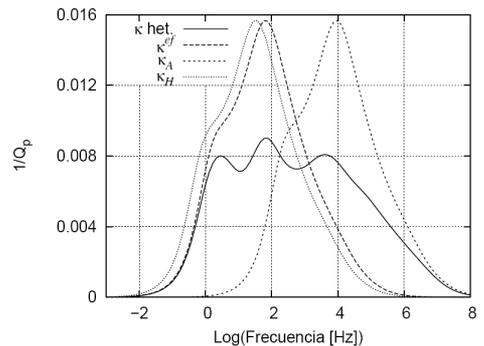
Utilizando el test hidráulico propuesto se obtuvo para la muestra una permeabilidad hidráulica efectiva κ^{ef} de 7.648×10^{-3} Darcy. Por otra parte, se obtuvieron los valores equivalentes que resultan de la media aritmética y la media armónica del campo de permeabilidad, esto es:

$$\kappa_A = \frac{\int_0^{L_z} \int_0^{L_x} \kappa(x, z) dx dz}{L_x L_z}, \quad (13)$$

$$\kappa_H = \left(\frac{\int_0^{L_z} \int_0^{L_x} \kappa^{-1}(x, z) dx dz}{L_x L_z} \right)^{-1}. \quad (14)$$

Para los valores de la media aritmética y la media armónica de los campos de permeabilidad se obtuvo $\kappa_A = 1.0738$ Darcy y $\kappa_H = 3.903 \times 10^{-3}$ Darcy.

La muestra heterogénea fue sometida al test de compresión, obteniéndose las curvas de atenuación y dispersión. Luego, el campo de permeabilidad es reemplazado por un campo homogéneo, considerando para dichos campos los valores equivalentes κ_A y κ_H y el valor efectivo de permeabilidad hidráulica κ^{ef} obtenido mediante el test hidráulico. En la Fig. 4 se muestran las curvas en función de la frecuencia obtenidas en cada caso. La curva de atenuación está expresada en términos del valor inverso del factor de calidad dado por la ecuación (6) y la curva de dispersión en términos de la velocidad de fase V_p (ecuación (7)).



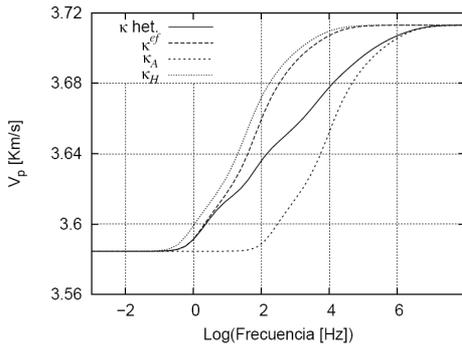


Figura 4. Curvas del valor inverso del factor de calidad $1/Q_p$ (arriba) y velocidad de fase V_p (abajo) como función de la frecuencia para la muestra heterogénea de la Fig. 3 (κ het) y para los campos de permeabilidad homogénea κ^{ef} , κ_A y κ_H .

Como puede observarse en la Fig. 4, no existe un valor de permeabilidad equivalente que permita reproducir el comportamiento sísmico de la muestra en todo el rango de frecuencias. Este hecho permite concluir que la permeabilidad sísmica es un parámetro dinámico, es decir dependiente de la frecuencia de las ondas sísmicas (Müller et al., 2007). Sin embargo, en el rango de bajas frecuencias la permeabilidad efectiva calculada con el test hidráulico reproduce en forma adecuada la atenuación y dispersión de la muestra heterogénea. De este resultado se desprende que la permeabilidad hidráulica efectiva coincide con la permeabilidad sísmica en este rango de frecuencias. Este resultado constituye un aporte importante al estudio de medios porosos con heterogeneidades mesoscópicas, ya que permite vincular parámetros sísmicos con propiedades hidráulicas del medio.

Conclusiones

En este trabajo se ha analizado el comportamiento sísmico e hidráulico debido a la presencia de heterogeneidades en el campo de la permeabilidad en rocas con heterogeneidades de escala mesoscópica. Este análisis se llevó a cabo mediante la comparación de las curvas de atenuación y dispersión de una muestra de roca con heterogeneidades mesoscópicas y las correspondientes curvas que se obtienen al reemplazar el campo de permeabilidad heterogéneo por un campo homogéneo equivalente. Para los campos homogéneos equivalentes se utilizaron la media aritmética y

la media armónica calculadas a partir del campo de permeabilidad, así como también la permeabilidad hidráulica efectiva, estimada mediante un test hidráulico. Para obtener las curvas de atenuación y dispersión se utilizó un test de compresión oscilatorio. A partir del análisis de las curvas de atenuación y dispersión obtenidas se pudo verificar que no existe un valor de permeabilidad equivalente que permita reproducir el comportamiento sísmico de la muestra en todo el rango de frecuencias. Este hecho permite concluir que la permeabilidad sísmica es un parámetro dinámico, es decir dependiente de la frecuencia de las ondas sísmicas. Sin embargo, a partir del análisis del ejemplo considerado se ha podido observar que en el rango de bajas frecuencias la permeabilidad efectiva calculada mediante el test hidráulico reproduce en forma adecuada la atenuación y dispersión de la muestra heterogénea. Este resultado permite concluir que la permeabilidad hidráulica efectiva coincide con la permeabilidad sísmica en el rango de bajas frecuencias, lo que constituye un aporte importante ya que permite vincular parámetros sísmicos con parámetros hidráulicos de medios porosos que presentan heterogeneidades.

Referencias

- Biot, M. 1941. General theory of three-dimensional consolidation. *J. Appl. Phys.*, 12: 155-164.
- Desbarats, A., 1992. Spatial averaging of hydraulic conductivity in three-dimensional heterogeneous porous media. *Mathematical Geology*, 24: 249-267.
- Krief, M., Garat, J., Stellingwerff, J. and Ventre, J. 1990. A petrophysical interpretation using the velocities of P and S waves (full waveform inversion). *The Log Analyst*, 31: 355-369.
- Liu, H.H. and Bodvarsson, G.S., 2001. Constitutive relations for unsaturated flow in fracture networks. *Journal of Hydrology*, 252:116-125.
- Müller, T. Gurevich, B. and Lebedev M., 2010. Seismic wave attenuation and dispersion resulting from wave-induced flow in porous rocks- A review. *Geophysics*. 75, 75A147-75A164.
- Rubino, J. G., 2008. Atenuación y dispersión de ondas sísmicas en medios porosos altamente heterogéneos. PhD thesis. Universidad Nacional de La Plata.
- Rubino, J. G., Ravazzoli, C. and Santos, J., 2009. Equivalent viscoelastic solids for

- heterogeneous fluid-saturated porous rocks. *Geophysics*. 74, N1-N13.
- Russo, D. and Bouton M., 1992. Statistical analysis of spatial variability in unsaturated flow parameters. *Water Resour. Res.* 28, 1911-1925.
- Russo, D., Russo, I. and Laufer A. On the spatial variability of parameters of unsaturated hydraulic conductivities. *Water Resour. Res.* 33, 945-956.
- Shapiro, S. and Muller, T., 1999. Seismic signatures of permeability in heterogeneous porous media. *Geophysics*. 64, 99-103.
- Wierenga, P.J., Hills, R.G. and Hudson, D.B., 1991. The Las Cruces trench site: Characterization, experimental results, and one-dimensional flow predictions. *Water Resour. Res.* 27, 2695-2705.