

RESOLVER, PLANEAR, *MIRAR* Y DECIDIR: COMPETENCIAS FUNDAMENTALES DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

RESOLVE, PLAN, NOTICE AND DECIDE: FUNDAMENTAL
COMPETENCES OF THE MATHEMATICS TEACHER

ALICIA ÁVILA

Universidad Pedagógica Nacional, México

RESUMEN

Se considera que la noción de competencia ha permeado la investigación sobre formación de profesores de matemáticas en la actualidad. Bajo esta consideración se analiza la noción de competencia matemática en el contexto educativo y se aborda la competencia docente para la enseñanza de las matemáticas. Posteriormente se exponen tres acercamientos vigentes en la práctica e investigación de formación de profesores de matemáticas que recuperan la noción de competencia: el enfoque sustentado en la resolución de problemas, el orientado al desarrollo de la competencia «mirar profesionalmente», y el enfoque de análisis ontosemiótico de la práctica. Finalmente, se hacen algunas reflexiones en torno a las posibilidades de que los avances teóricos se conviertan en mejoras de la práctica.

Palabras clave: *competencia matemática, formación de profesores, enfoques de promoción y análisis de las competencias docentes.*

Ávila, A. (2019). Resolver, planear, mirar y decidir: Competencias fundamentales del profesor de matemáticas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M.T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 307-324). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.

ABSTRACT

It is considered that the notion of competence has permeated research on teacher training in mathematics. Under this consideration the notion of mathematical competence in the educational context is analyzed and the teaching competence for the teaching of mathematics is addressed. Subsequently, three approaches to the practice and research of mathematics teachers' training that recover the notion of competence are exposed: the approach based on the resolution of problems, the oriented to the development of the competence of «noticing», and the ontosemiotic analysis of the practice. Finally, some reflections are made about the possibilities that the theoretical advances become improvements of the practice.

Keywords: *mathematical competence, teacher training, teaching competence to teach mathematics, promotion approaches and analysis of teaching competences.*

LA COMPETENCIA MATEMÁTICA: ALGUNAS PERSPECTIVAS

MUY PROBABLEMENTE fue Mogens Niss el primero en trabajar sistemáticamente la noción de competencia matemática. Como resultado de un proyecto de amplio alcance que encabezó en Dinamarca hacia el año 2000 –The Danish KOM Project–, Niss afirma que «poseer una competencia (ser competente) en algún dominio de la vida personal, profesional o social, es dominar (en un grado justo) aspectos esenciales de la vida en ese dominio» (Niss, 2003, p. 121). Con base en esta perspectiva propone la siguiente definición:

Competencia matemática entonces significa la habilidad para comprender, juzgar, y usar matemáticas en una variedad de contextos intra- y extra-matemáticos en situaciones en las cuales las matemáticas juegan o pueden jugar un rol (Niss, 2003, p. 122).

En The Danish KOM Project¹, la idea fundamental fue precisamente pensar el currículo de matemáticas bajo la noción de «competencia matemática» y abandonar los syllabus consistentes en listas de temas, conceptos y resultados.

El proyecto KOM surgió como respuesta a la solicitud del Ministerio de Educación de Dinamarca de *explorar el terreno de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para buscar la mejora del estado de las cosas*. Se requería entonces plantear ideas y acciones tendientes a lograr en los alumnos un dominio de las matemáticas, considerado equivalente a la competencia matemática. En su planteamiento, Niss destaca la connotación de *competencia* (en singular) y *competencias* (en plural). *Una competencia* (acompañada del artículo indeterminado) es claramente distinta de *la competencia matemática*, es apenas una parte constitutiva de ésta. Habida cuenta de lo anterior, en el proyecto KOM, la *competencia matemática* se concretó en ocho

¹ KOM: Competences and the Learning of Mathematics.

competencias menores que se subdividieron en dos grupos. El primero relacionado con procesos matemáticos:

- 1) Pensar matemáticamente.
- 2) Plantear y resolver problemas matemáticos.
- 3) Modelar matemáticamente (elaborar modelos matemáticos).
- 4) Razonar matemáticamente.

El segundo grupo asociado al dominio y uso del lenguaje y las herramientas matemáticas:

- 5) Representar entidades matemáticas.
- 6) Manipular símbolos y formalismos matemáticos.
- 7) Comunicar con las matemáticas y acerca de las matemáticas.
- 8) Hacer uso de ayudas e instrumentos matemáticos (incluidas las TICS).

Niss señala que este listado de componentes no es un sistema cerrado e inmodificable. La competencia matemática –dice– podría ser conceptualizada mediante un conjunto diferente de componentes y justifica los que propone porque captan razonablemente bien los aspectos esenciales del dominio matemático (Niss, 2003).

Otros autores también han desarrollado ideas acerca de la competencia y las competencias matemáticas y su vinculación con el contexto educativo (por ejemplo, D'Amore, 2014; Fandiño, 2014; Godino, 2014b; Llinares, 2003).

Llinares desarrolla la idea de *ser competente matemáticamente* e incluye cinco dimensiones que han de desarrollarse para lograr tal competencia: a) comprensión conceptual; b) desarrollo de destrezas procedimentales; c) pensamiento estratégico: capacidad de formular, representar y resolver problemas; d) comunicar y explicar matemáticamente; e) actitudes positivas en el alumno en relación con sus propias capacidades (Llinares, 2003, p. 14). En la perspectiva de este investigador, el desarrollo de la competencia en matemáticas tiene en la base la comprensión de los conceptos matemáticos y el establecimiento de relaciones entre diferentes nociones y procedimientos. Desde su punto de vista, para el logro de la competencia matemática se hace necesario el desarrollo equilibrado de las diferentes dimensiones que la integran (Llinares, 2003).

En su trabajo sobre la noción, D'Amore (2014), considera que la competencia matemática es *el gran objetivo* de la educación. Para este investigador es relevante desarrollar la competencia matemática en la escuela, pero considera que la cuestión aún no ha sido formulada en términos de estrategias de enseñanza-aprendizaje por lo que propone elementos didácticos que –en su opinión– sintetizan metodologías que han privilegiado el espíritu *hoy formulado en términos de competencias*, como la Teoría de Situaciones Didácticas de G. Brousseau. Algunos de esos elementos los expone Fandiño (2014, pp.50-51):

- Reconocer las concepciones que los estudiantes han elaborado en relación con la matemática;

- Trabajar con situaciones problemáticas que sean significativas a los estudiantes, que estimulen su imaginación y que impliquen tiempos a-didácticos.
- Proponer a los alumnos trabajo prolongable fuera del tiempo y del espacio escolar.

Con un acercamiento distinto –definido en el marco del Enfoque Ontosemiótico de su propia creación– Godino (2014a) plantea una noción de competencia que en un cierto sentido es disruptiva de lo hasta aquí descrito y de los planteamientos de muchos investigadores. Por una parte, coincide con los autores antes citados: la competencia matemática implica conocimiento matemático. Por otra parte, empero, identifica la noción de competencia con la de destreza, con el saber hacer tareas operativas que no implican comprensión ni justificación. De este modo la competencia (saber hacer) puede carecer de análisis y entendimiento. Esto, según palabras del autor, lleva «[...] a proponer el uso de los términos ‘competencia’ y ‘comprensión’ para referirnos a los componentes operatorios y discursivos, respectivamente, del conocimiento» (Godino, 2014a, p. 71).

Esta postura, examinada desde la teoría antropológica de lo didáctico, llevaría a afirmar que la competencia se entiende como una técnica sin un saber, como una praxis sin un logos. Siendo que la noción de competencia tiende precisamente a ser algo más que un simple conocimiento, o un simple saber hacer, implica el hacer con base en el saber. Es decir que Godino, en vez de integrar la comprensión a la competencia como uno de los elementos necesarios para que ésta exista, la plantea como complementaria, aunque con una vinculación estrecha debida a la necesidad de una dialéctica competencia-comprensión (Godino, 2014a).

A pesar de esta diferencia conceptual con otros autores, Godino explora las posibilidades de la noción y tiene ciertas coincidencias con D’Amore, en cuanto a que los componentes de la teoría de situaciones didácticas puestos en acto contribuyen al desarrollo de la competencia matemática (Godino, 2014b).

La noción de competencia incursionó con fuerza en el terreno de las políticas educativas. Desde comienzos de este siglo la noción se constituyó en la gran orientadora de los objetivos educativos en Europa. No solo en matemáticas sino en el conjunto de las materias consideradas en los distintos niveles educativos y los diferentes planes de estudio (Eurydice, 2002). Congruente con las ambiciones europeas de desarrollo de las competencias, la OCDE (2004) a través del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA por sus iniciales en inglés), orientó su tarea evaluativa a desarrollar indicadores para determinar:

En qué medida los diferentes sistemas educativos de los países participantes han preparado a los estudiantes de 15 años para desempeñar un papel constructivo como ciudadanos dentro de la sociedad [...] la evaluación se centra en determinar si los estudiantes son capaces de utilizar lo que han estudiado en situaciones similares a las que probablemente tendrán que enfrentar en su vida diaria (2004, p. 27).

En el área de matemáticas PISA evalúa la capacidad para analizar, razonar y comunicar ideas de un modo efectivo al plantear, formular, resolver e interpretar problemas matemáticos en diferentes situaciones. La evaluación se enfoca en problemas del mundo real, yendo más allá de los que se plantean comúnmente en las aulas. Desde tal perspectiva, ya en los inicios del programa se definió la competencia matemática como:

[...] la aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzar razonamientos bien fundados y utilizar y participar en las matemáticas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (2004 p. 28).

El logro de estas ambiciosas intenciones pone en el centro el papel de los docentes y les plantea desafíos importantes. Ya en el proyecto KOM, Niss admitía que muchos profesores de matemáticas en las sociedades occidentales no habían sido exitosos en dotar a sus alumnos con el conocimiento matemático, la comprensión y las habilidades definidas en los programas educativos. El Informe Eurydice (2012), mucho más actual, también reconoce que no se ha logrado lo suficiente y coincide con la visión de muchos investigadores respecto a que: las competencias del profesorado para atender a los alumnos son esenciales para mejorar el aprendizaje.

COMPETENCIA MATEMÁTICA Y COMPETENCIAS DOCENTES

EXIGENCIAS DE LA DIDÁCTICA ACTUAL

Conforme a las expectativas planteadas para la formación en matemáticas en los documentos de política educativa, como los de la Comisión Europea o la OCDE, hoy el papel del profesor se ha reconocido como sustancial para el logro de los aprendizajes previstos por los sistemas educativos y a la vez ha de responder a retos quizás mayores que los planteados en los años noventa «cuando las reformas educativas ubicaron al alumno en el centro del sistema educativo» (Altet, 2005, p. 33).

Perrenoud (2007) llama la atención sobre dos factores que inciden directamente en la transformación de la profesión docente: la evolución de la didáctica y el énfasis en necesidades reconocidas socialmente, como el hacer frente a la heterogeneidad creciente de los públicos escolares. Estos elementos –dice– conducen necesariamente al desarrollo de nuevas competencias para desempeñar la labor docente.

En efecto, los profesores de matemáticas hoy trabajan en el marco de una didáctica que propone situaciones problemáticas abiertas, que promueve la interacción y el trabajo colaborativo, la diversidad de soluciones y la argumentación de las formas de resolver, todo lo cual la hace totalmente distinta de las didácticas tradicionales. Como señalan Wilson, Mojica y Confrey (2013):

los reformadores imaginan aulas donde los maestros hacen surgir las ideas matemáticas de los estudiantes a través de tareas cuidadosamente seleccionadas, alientan a los estudiantes a intercambiar y dar sentido a las ideas, y utilizan la comprensión de los estudiantes para guiar su instrucción (p. 103).

Las propuestas curriculares que generan esta realidad imaginada plantean grandes exigencias y desafíos a los docentes y también a quienes los preparan para ejercer su profesión.

ELEMENTOS DE LA COMPETENCIA PARA ENSEÑAR MATEMÁTICA

Dominar el contenido matemático, condición indispensable de la competencia docente

Niss (2011) afirmó que un profesor competente es aquel capaz de fomentar efectivamente el desarrollo de competencias matemáticas en sus alumnos. Siendo cierta, esta afirmación es también demasiado abstracta.

En términos más concretos, todos los autores que han estudiado el tema (incluido Niss) coinciden en que una condición indispensable para desarrollar competencias matemáticas en los alumnos es dominar las matemáticas que se enseñan (Blanco y Cárdenas, 2018; Díaz y Poblete, 2016; D'Amore, Godino, y Fandiño, 2014; Llinares, 2012; Niss, 2011). Blanco (2009) considera que: «[...] el dominio del contenido es directamente proporcional a la capacidad de gestión de la clase y condiciona las elecciones curriculares» (p. 24). Otros autores coinciden en que: «los profesores que no tienen suficientes conocimientos de la materia tienen dificultades para flexibilizar lo planeado, evitan enseñar los temas que no dominan, tienen inseguridad y falta de confianza y muy probablemente refuerzan los errores conceptuales de los alumnos» (Mellado, Blanco y Ruiz, 1998, en Blanco, 2009, p. 24). En cambio, «un profesor con conocimiento matemático suficiente da explicaciones conceptuales y no sólo procedimentales, establece más y mejores conexiones entre los conceptos y muestra mayor seguridad ante los alumnos» (Climent, Domínguez y Santiago, 1999, en Blanco, 2009, p. 24).

La competencia matemática no es suficiente para ser competente como profesor de matemáticas

Sin duda hay un sólido acuerdo acerca de que dominar el conocimiento matemático es indispensable para ser competente como profesor de matemáticas. No obstante, tener este conocimiento no basta para lograr dicha competencia. Según un principio aceptado desde hace tiempo por la comunidad de investigadores de la educación matemática, el profesor ha de tener también un conocimiento específico vinculado a sus estudiantes, especialmente en lo que refiere a su pensamiento

matemático, y a las formas en que es posible ayudarles a aprender (Hill, Ball y Schilling, 2008). En cercana relación con lo anterior, Niss consideró las siguientes competencias como constitutivas de la competencia docente en matemáticas: competencia curricular, competencia para la enseñanza, competencia para descubrir el aprendizaje y competencia para evaluar².

Las reflexiones sobre qué necesita un docente para ser competente al enseñar matemáticas en el contexto actual han llevado a cuestiones que no son conclusivas pero que apuntan hacia algunos acuerdos.

Blanco (2009), en coincidencia con Perrenoud (2007), menciona que las competencias profesionales de los profesores están estrechamente vinculadas a los avances y desarrollos educativos; en el caso de matemáticas, los avances están definidos por el desarrollo de la didáctica de matemáticas. En esto también hay coincidencia con Penalva et al. (2006), para quienes «la competencia profesional, [...] está relacionada con el conocimiento específico de la Didáctica de la Matemática necesario para desarrollar las tareas profesionales» (Penalva et al., 2006, en Blanco, 2009), lo que la vincula más a la gestión de la enseñanza que al simple conocimiento de los temas del currículo.

Llinares (2004) –al igual que Penalva et al. (2006)– vincula las competencias del profesor con la actividad de enseñar matemáticas, que considera integrada por tres «sistemas de actividad»:

- organizar el contenido matemático para enseñarlo,
- analizar e interpretar las producciones de los alumnos y
- gestionar el contenido matemático como objeto de enseñanza y aprendizaje en el aula.

En una línea similar, Blanco (2009) considera que el objetivo que debe orientar la formación básica de los maestros es proporcionar a quienes se están formando para serlo las herramientas que los capaciten para analizar, comprender, diseñar, gestionar y evaluar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el nivel educativo en que van a enseñar. Lo anterior teniendo como referencia las competencias básicas establecidas para dicho nivel.

PERSPECTIVAS PARA EL DESARROLLO Y ESTUDIO DE LAS COMPETENCIAS DOCENTES

Como se ve, más allá de los matices, hay coincidencia en que el profesor ha de saber organizar el contenido matemático, ha de saber planear las clases, ha de

² Niss agregó además dos competencias que sobrepasan los límites de la educación matemática y se convierten en competencias docentes más generales: competencia colaborativa y competencia para el desarrollo profesional.

saber gestionar la actividad y, finalmente, ha de saber evaluar el aprendizaje. Pero las perspectivas y estrategias consideradas para lograr tales aprendizajes han sido y son diversas. En lo que sigue se destacan tres: a) el énfasis en la resolución de problemas, b) el mirar con sentido y c) el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), enfoque desde el cual se configuró el modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) del profesor de matemáticas.

EL ÉNFASIS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Para muchos investigadores, las habilidades necesarias para enseñar matemáticas han de desarrollarse considerando el aprendizaje a través de la resolución de problemas (p. ej. Blanco, 1996, 2009; Blanco y Cárdenas, 2018; Bohórquez y D'Amore, 2018; Choy y Dyndial, 2018; Díaz y Poblete, 2016; Godino, Giacometti, Batanero y Font, 2017), ya que esta actividad es reconocida como esencial en la construcción del conocimiento matemático. Y es que, entre los retos que la didáctica de las matemáticas ha planteado a los docentes en las últimas décadas, está el de organizar la enseñanza a través de la resolución de problemas, cualquiera que sea el significado que se le asigne a dicha frase. Bajo tal idea, ya hacia 1990 –en el contexto de reformas que promovían la resolución de problemas como vía idónea del aprendizaje– se ensayaban experiencias de formación inicial de maestros (Blanco, 1996) y de maestros de educación primaria en servicio (Block, Dávila y Martínez, 1995). En esto sin duda influía el National Council of Teachers of Mathematics de EUA (NCTM), que recomendaba: formar a los futuros profesores mediante estrategias similares a las que ellos habrían de utilizar para enseñar (NCTM, 1989).

Block y sus colegas pusieron de relieve los cuestionamientos docentes a sus propias formas de enseñar, a la vez que las dificultades enfrentadas al tratar de aplicar la resolución de problemas como forma de trabajo. Desde entonces, Blanco ha destacado que el centro de la formación de docentes ha de ser la resolución de problemas (Blanco, 2009; Blanco y Cárdenas, 2018). Con una orientación similar, Díaz y Poblete (2016) elaboraron el Modelo de Competencia Profesional Matemática (MCPM), con base en el cual introducen y experimentan algunas ideas específicas sobre la formación de docentes, dando un lugar prominente a la resolución de problemas. Díaz y Poblete (2016) consideran que favorecer el aprendizaje de los alumnos mediante tal estrategia es una habilidad esencial para enseñar matemáticas en el marco de la didáctica actual, como también lo es el saber evaluar con técnicas afines a dicho enfoque. De manera optimista, estos investigadores señalan avances en la competencia docente en matemáticas cuando se trabaja a través de problemas, aunque destacan a la vez que son indispensables intervenciones de largo aliento para que dichos avances tengan lugar.

En un trabajo reciente, Choy y Dyndial (2018) han abordado la resolución de problemas en la formación de docentes desde otro ángulo. En consideración de estos autores los problemas típicos están permanentemente presentes en las clases de matemáticas, por lo que su variación con fines de profundización o ampliación del conocimiento es una fuente potencial de mejora de los aprendizajes matemáticos. Los resultados obtenidos por estos investigadores subrayan el beneficio de apoyar a los profesores para que perciban y aprovechen variaciones de los problemas típicos con el fin de profundizar o ampliar los aprendizajes de sus alumnos. Esta idea, obviamente, tendría implicaciones en la formación inicial y continua de profesores.

Saber las matemáticas suficientes, saber resolver problemas, saber planear, gestionar y evaluar lo realizado en el marco de la resolución de problemas y las nuevas didácticas, son elementos pertinentes para orientar la formación y el desarrollo de las competencias de los profesores y los profesores en formación. Pero, ¿estos elementos bastan para una docencia competente en matemáticas? Conforme a algunos planteamientos recientes, la respuesta sería no. La incorporación de la competencia *mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza y aprendizaje* y los desarrollos desde el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, han tomado fuerte presencia y permiten ver nuevos ángulos en la formación de los docentes y el desarrollo de la competencia para enseñar matemáticas.

MIRAR PROFESIONALMENTE LAS SITUACIONES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE: ALGUNOS ACERCAMIENTOS Y RECURSOS

En años recientes, diversos investigadores han incorporado en sus análisis un elemento que Mason (2002) hizo notar como indispensable para lograr las competencias deseables en el docente, cualesquiera que fuese la materia a enseñar: *mirar profesionalmente*. Esta cuestión fue acogida con entusiasmo por distintos grupos que trabajan en la formación de profesores de matemáticas, y hoy parece considerarse una competencia fundamental en la formación y desarrollo de estos profesionales.

La noción mirar profesionalmente fue desarrollada por Mason (2002), en opinión de quien la necesidad de ser sensible a la experiencia de los interlocutores es central en muchas profesiones, incluida la de enseñar. Mason afirma que, para llevar a cabo una práctica profesional, cualquiera que ésta sea, es necesario desarrollar primero cierto tipo de sensibilidad y conciencia, ya que el mirar profesionalmente es lo que permitirá actuar apropiadamente en el conjunto de tareas que implica la profesión.

Siguiendo aún el pensamiento de Mason, lo que distingue a los expertos de los que no lo son, es el desarrollo de una sensibilidad respecto a las situaciones profesionales que permite notar cosas que los novatos no ven. Es por eso que, según el

autor, una forma de volverse experto es desarrollar la mirada profesional. Esta idea –compartida actualmente por muchos investigadores de la educación matemática– ha alimentado otra: formar docentes competentes implica desarrollar en los estudiantes para maestro la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza y aprendizaje. De tal idea han derivado distintas estrategias y metodologías de investigación y formación que han sido experimentadas o están siéndolo; por ejemplo, el análisis de video-grabaciones de clase.

El video como recurso para analizar la actividad en clase

Entre los primeros escritos en lengua hispana que mencionan la idea de mirar profesionalmente está el de Fortuny y Rodríguez (2012), quienes exponen su convicción de que:

[...] los actuales programas de formación del profesorado, a menudo, no se centran en ayudar a los profesores a interpretar las interacciones en el aula. En su lugar, se concentran en ayudar al profesorado en formación a actuar, y solo se les proporcionan nuevas técnicas pedagógicas, tecnología y nuevas actividades que pueden utilizar (p. 21).

Como señalan más adelante estos autores, aunque aprender técnicas nuevas es sin duda importante en la formación para la enseñanza, tal aprendizaje no garantiza que los estudiantes interpreten lo que ocurre en el aula de manera que les sea útil para planear y ajustar de manera adecuada sus actividades de enseñanza. Por ello, Fortuny y Rodríguez consideran que en la formación de los docentes ha de promoverse el análisis de lo que ocurre durante las clases de matemáticas como requisito indispensable para hacer bien el resto de la tarea, e instrumentan la idea utilizando video-relatos (Fortuny y Rodríguez; 2012). Pero, ¿qué es lo que ha de mirarse en una clase de matemáticas? Esto depende del objetivo previsto o de la teoría desde la cual se mire la actividad. Para Fortuny y Rodríguez, los siguientes tres aspectos son elementos básicos para mirar profesionalmente una clase de matemáticas:

- Determinar lo que es importante o significativo de una situación de clase.
- Establecer las conexiones entre los aspectos específicos de las acciones de clase y los principios generales de la enseñanza y el aprendizaje que representan.
- Razonar acerca de las interacciones en el aula, tomando decisiones de acción.

Análisis de tareas

El uso de videos para analizar y discutir las prácticas ha sido y es utilizado como estrategia para favorecer la mirada profesional. Otra estrategia utilizada con estos

fin es el análisis de tareas que los profesores en formación habrán de enfrentar en su práctica profesional. Al respecto, algunos autores (Llinares, 2012; Penalva, Roig y Del Río, 2009) argumentan que los formadores de docentes tienen como uno de sus compromisos esenciales identificar y diseñar tareas que –vinculadas a la práctica real que desarrollarán como profesionales– articulen diversos conocimientos y oportunidades de aprendizaje para los estudiantes.

Desde esta perspectiva, según Llinares (2012), interpretar producciones matemáticas de los estudiantes y analizar las propuestas de libros de texto son dos actividades relevantes en la práctica de los docentes y útiles en su formación. Con este tipo de actividades –se considera– se contribuirá a refinar la mirada profesional de quien las realiza. Al respecto, hay coincidencia en cuanto a que el análisis de las tareas deberá tener al centro la práctica matemática implicada (Godino, Giacometti, Batanero y Font, 2017), o las ideas matemáticas que configuran y dan sentido a las actividades (Llinares, 2012).

Las trayectorias de aprendizaje: un recurso para ampliar, centrar y estructurar la mirada profesional

El análisis de tareas como recurso para afinar la mirada profesional, parece haber encontrado algunos límites: una tarea o actividad puede verse de manera aislada, sin conexiones que favorezcan un aprendizaje más allá del referido a dicha tarea. Probablemente por ello, esta línea de trabajo se vio opacada por la que se aborda en este inciso. En efecto, un enfoque introducido más recientemente, y que permite favorecer y analizar el desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente en una perspectiva más amplia, se basa en la incorporación de trayectorias de aprendizaje.

Aunque existen diferentes interpretaciones de la idea de trayectoria de aprendizaje (Battista, 2011), una característica comúnmente reconocida es que proporciona un modelo de la progresión en el aprendizaje de conceptos matemáticos específicos (niveles de progresión en el pensamiento matemático cada vez más sofisticados) vinculados a un objetivo de aprendizaje sustentado en resultados de investigaciones previas y un conjunto de posibles actividades que pueden apoyar dicha progresión de aprendizaje (Ivars, Buforn y Llinares, 2016).

Según Wilson et al. (2013) el uso de una trayectoria de aprendizaje «apoya a los profesores para conocer y entender el pensamiento matemático de los estudiantes y para reestructurar su propio entendimiento de las matemáticas» (p. 103). La pertinencia y potencia de este enfoque como recurso para desarrollar la mirada profesional, en opinión de quienes lo han utilizado, radica en que al centrar la atención en el pensamiento de los estudiantes y su desarrollo ofrece referentes específicos para la toma de decisiones de enseñanza a lo largo del tratamiento de un tema.

Siguiendo tal idea, Ivars et al. (2016), así como Fernández, Sánchez-Matamoros, Valls y Callejo (2018), sostienen que incorporar la trayectoria de aprendizaje como instrumento de formación, ayuda a los estudiantes para maestro a lograr una mirada más estructurada sobre la comprensión alcanzada por los alumnos. Esta mirada –sostienen los autores– permitirá además proponer nuevas actividades útiles para hacer progresar a los estudiantes en su nivel de pensamiento sobre el tema matemático que se esté tratando.

Todos los autores referidos en este inciso consideran también que el lenguaje es fundamental en este proceso de estructuración de la mirada; sostienen que ha de producirse un lenguaje que relacione de manera adecuada lo general (lo teórico) con lo específico que se refleja en el pensamiento matemático de los alumnos.

Los temas matemáticos que se han trabajado desde este enfoque son diversos, por ejemplo, fracciones, generalización de patrones, clasificación de cuadriláteros, proporcionalidad, límite de una función y el concepto de derivada (Fernández et al., 2018); en este libro, la trayectoria de aprendizaje se utiliza para trabajar la magnitud longitud en educación infantil (Sánchez-Matamoros, Valls, Moreno y Pérez-Tyteca, 2019).

Los autores que han utilizado la trayectoria de aprendizaje en la formación docente informan de ciertos logros (Fernández et al. 2018; Ivars et al., 2016; Sánchez-Matamoros, Valls y Pérez-Tyteca, 2019; Wilson et al., 2012) pero concluyen que su uso como instrumento de análisis del pensamiento matemático de los alumnos por parte de los estudiantes para maestro no resulta fácil. Más difícil resulta a los profesores o estudiantes para profesor proponer nuevas actividades de aprendizaje a partir de los elementos identificados en el pensamiento de los niños (Ivars et al. 2016; Sánchez-Matamoros et al., 2019).

Coincido con las opiniones que resaltan las bondades potenciales de la trayectoria de aprendizaje como instrumento de apoyo para afinar la mirada profesional y, por lo tanto, para mejorar la formación de docentes de matemáticas. Sin duda es un andamiaje poderoso en el proceso de aprender a enseñar. No obstante, en la práctica su uso refleja la complejidad de integrar el conocimiento teórico con hechos reales y más todavía, con exigencias de acción. (Fernández et al., 2018).

EL ANÁLISIS ONTOSEMIÓTICO DE LA PRÁCTICA

Otro enfoque orientado al análisis y desarrollo de las competencias docentes para la enseñanza de las matemáticas, es el creado por Godino y sus colaboradores en el marco del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2009).

El EOS es un sistema teórico que adopta como elemento central la actividad de resolución de problemas en la construcción del conocimiento matemático y trata

de integrar diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática (Godino, Batanero y Font, 2017). Desde tal enfoque se configuró el modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) del profesor de matemáticas. Este modelo define un conjunto de categorías para el análisis de los conocimientos y las competencias del profesor para la enseñanza idónea de las matemáticas (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017).

En su vinculación con la docencia, el EOS se orienta a que los profesores desarrollen la *competencia general para enseñar matemáticas* denominada *análisis e intervención didáctica* (Godino et al., 2017). Dicha competencia se compone de cinco sub-competencias que lo autores vinculan a otros tantos aspectos relacionados con la acción de enseñar matemáticas: a) gestión de configuraciones didácticas, b) análisis de la idoneidad didáctica, c) análisis de los significados globales, d) análisis ontosemiótico de las prácticas, y e) análisis normativo.

Un aspecto central en el EOS, vinculado a su vertiente epistémica, es el reconocimiento de las prácticas matemáticas que se realizan al resolver tareas o problemas matemáticos, así como los objetos matemáticos y procesos implicados en dichas prácticas (Godino et al., 2009). Dada la relevancia de este aspecto en el EOS, se plantea como fundamental desarrollar en los profesores la competencia para lograr dicho reconocimiento a través del análisis ontosemiótico de las prácticas, que es una sub-competencia de la competencia análisis e intervención didáctica. En la visión de sus autores, esta competencia es relevante porque «tal reconocimiento permitirá [a los docentes] comprender la progresión de los aprendizajes, gestionar los procesos de institucionalización y evaluar las competencias matemáticas de los alumnos» (Godino et al., 2017, p. 99). También es importante porque permitirá al profesor entender la complejidad implicada en la resolución de las tareas que plantea a sus alumnos y, con ello, comprender las posibles dificultades de aprendizaje que enfrentarán. El supuesto es que, a partir de lo anterior, el docente estará en posibilidad de planificar intervenciones educativas idóneas para promover el aprendizaje.

En este volumen, la contribución de Godino y sus colegas (Burgos, Giacomone, Godino y Neto, 2019) trata precisamente del desarrollo de la competencia de análisis ontosemiótico, así como de un análisis de los niveles de algebrización identificados en las prácticas matemáticas vinculadas a un problema de proporcionalidad. El análisis de las prácticas matemáticas implicadas en las tareas planteadas se promueve mediante las preguntas: ¿Qué matemáticas se ponen en juego en la resolución del problema? ¿Qué matemáticas ha puesto en juego el alumno? Estas interrogantes tienen bondades como herramienta de indagación en el análisis de la práctica, ya que permiten a los profesores o estudiantes para profesor identificar la distancia entre lo que la institución demanda y lo que comprenden y logran sus alumnos. De la identificación de dicha distancia derivarán –según previsiones

teóricas— acciones pertinentes para continuar de manera adecuada la enseñanza. Por supuesto, aquí media la capacidad de mirar la práctica en el sentido adecuado.

La experimentación de este enfoque en relación con temas como fracciones, semejanza de triángulos, ecuaciones cuadráticas, y proporcionalidad, llevada a cabo por estos investigadores, informa de las posibilidades del modelo (Burgos et al., 2019; Giacomone y Godino, 2016; Posadas y Godino, 2017). Al igual que en otros trabajos reportados en este libro, la instrumentación de la propuesta —en voz de sus propios autores— arroja resultados modestos e implica tiempos más prolongados que los considerados por los investigadores para obtener mayores logros.

REFLEXIONES FINALES

La idea de formar a los profesores o promover su desarrollo profesional mediante el aprendizaje de métodos de enseñanza, parece haber perdido vigencia. Los trabajos de investigación sobre la formación de docentes realizados recientemente, se vinculan con la actividad de resolver problemas y, principalmente, se orientan al análisis de los sucesos que tienen lugar durante las clases de matemáticas. Se han utilizado diversos recursos y estrategias para realizar dicho análisis, pero la noción de competencia está presente en todos ellos.

Al respecto Sanhueza, Penalva y Torregrosa (2009) han señalado que, teóricamente, un programa de formación de maestros basado en competencias contribuiría a transformar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en la medida que se consiga articular la teoría con la práctica. Pero esto no es fácil; dicen estos autores que el uso pertinente de los conocimientos no es algo automático, sino producto de la construcción de nuevos conocimientos al enfrentar y tratar de responder a las situaciones que se presentan.

Investigadores y formadores de profesores han realizado esfuerzos en distintas direcciones y en tal sentido los avances de investigación son relevantes. Sin embargo, en la práctica, los resultados no son tan alentadores como promete la teoría. Caben entonces las preguntas:

- ¿La noción de competencia, será un enfoque que guíe las acciones educativas en una buena dirección?
- ¿La noción de competencia logrará trascender las condiciones y restricciones que imponen los sistemas educativos?

Respecto de lo primero, los conceptos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico autorizan a afirmar que la noción de competencia tiene una virtud como guía de la acción educativa: pretender la integración de *logos* y *praxis*, la intención de generar una *praxis* con *logos* en la formación y la práctica de los profesores, donde lo que se aprende es algo más que simples conocimientos, pero también algo más que simples habilidades.

Sin embargo, los trabajos que abordan la formación docente teniendo como eje la resolución de problemas enfrentan dificultades de distinto orden, entre otras la lentitud de los procesos de asimilación y cambio. En los casos en que la formación introduce como recurso una trayectoria de aprendizaje, se reflejan dificultades para que los instrumentos conceptuales se comprendan y se inserten adecuadamente en la práctica. El trabajo basado en el análisis ontosemiótico parece correr una suerte similar. Sus promotores concluyen señalando la necesidad de profundizar en el diseño y experimentación de dispositivos de formación adecuados y ampliar el tiempo de trabajo con los estudiantes para lograr el desarrollo de esta competencia; su incorporación en el pensamiento y la acción de los profesores, siendo posible, resulta compleja.

Me parece que se necesita más investigación para saber si la idea de competencia –y sus implicaciones– es un sustento viable de la formación de maestros y el desarrollo de las competencias matemáticas que dichos profesionales han de impulsar en su acción de enseñanza. Los avances teóricos, los esfuerzos en la formación de docentes y el nutrido trabajo de investigación realizado con miras a lograr este tipo de formación, alimentan la hipótesis de que algo se logrará. Pero por ahora, ni todo está hecho, ni todo está ganado.

REFERENCIAS

- Altet, M. (2005). La competencia del maestro profesional o la importancia de saber analizar las prácticas. En L. Paquay, M. Altet, E. Charlier y Ph. Perrenoud (Eds.), *La formación profesional del maestro. Estrategias y competencias* (pp. 33-48). México, Cd. De México: Fondo de Cultura Económica.
- Battista, M. (2011). Conceptualizations and issues related to learning progressions, learning trajectories, and levels of sophistication. *The Mathematics Enthusiast*, 8(3), 507-570.
- Blanco, L. (1996). Resolución de problemas aritméticos y formación práctica de los maestros. *Educación Matemática*, 8(1), 53-64.
- Blanco, L. (2009). *Proyecto docente e investigador para optar por una plaza de catedrático de Universidad de Didáctica de la Matemática*. Documento inédito. Badajoz. España: Universidad de Extremadura. Disponible en <https://maniasmatematicas.blogspot.com/>.
- Blanco, L. y Cárdenas, J. (2018). La resolución de problemas en la formación de profesores de matemáticas. En A. Ávila (Coord.), *Rutas de la educación matemática* (pp. 208-226). Ciudad de México, México: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, A.C.
- Block, D., Dávila, M. y Martínez, P. (1995). La resolución de problemas: una experiencia de formación de maestros. *Educación Matemática*, 7(3), 5-26.
- Bohórquez, L. A. y D'Amore, B. (2018). Factores que apoyan o limitan los cambios de concepciones de los estudiantes para profesor de matemática sobre la gestión del

- proceso de enseñanza-aprendizaje. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 85-103.
- Burgos, M., Giacomone, B., Godino, J. D. y Neto, T. (2019). Desarrollo de la competencia de análisis ontosemiótico de futuros profesores de matemáticas mediante tareas de proporcionalidad. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 241-261). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Comisión Europea/Eurydice. (2002). *Las competencias clave. Un concepto en expansión dentro de la educación general obligatoria*. Comisión Europea (Dirección General de Educación y Cultura). Disponible en <http://eurydice-org>.
- Comisión Europea/Eurydice. (2012). *El desarrollo de las competencias clave en el contexto escolar en Europa: desafíos y oportunidades para la política en la materia*. Informe de Eurydice. Luxemburgo: Oficina de Publicaciones de la Unión Europea.
- Choy, B. H. y Dydial, J. (2018). An approach to teach with variation: using typical problems. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 21-38.
- D'Amore, B. (2014). «Competencias»: objetivo de quien construye su propio saber. En B. D'Amore, J. Díaz Godino y M. I. Fandiño (Eds.), *Competencias y matemática* (pp. 27-37). Edo. De México, México: Magisterio Editorial/Nueva Editorial Iztaccíhuatl.
- D'Amore, B., Díaz Godino, J. y Fandiño, M. I. (2013). *Competencias y matemática*. Edo. De México, México: Magisterio Editorial/Nueva Editorial Iztaccíhuatl.
- Díaz, V. y Poblete, L. A. (2016). Modelo de competencias profesionales de matemáticas (MCPM) y su implementación en profesores de enseñanza primaria en Chile. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 786-807.
- Fandiño, M. I. (2014). «Ser competente», un desafío con raíces antropológicas. En B. D'Amore, J. D. Godino y M. I. Fandiño (Eds.), *Competencias y matemática* (pp. 39-58). Edo. De México, México: Magisterio Editorial/Nueva Editorial Iztaccíhuatl.
- Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J. y Callejo, M. L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: Characterization, development and contexts. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 39-61.
- Fortuny, J. M. y Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: Facilitar la interpretación de la interacción en el aula. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 23-37.
- Giacomone, B y Godino, J. D. (2016). Experiencia formativa para desarrollar una competencia didáctico matemática de futuros profesores. En *Actas del XVI Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. Matemáticas, ni más ni menos* (pp. 1-10). Jerez de la Frontera: CEAM.
- Godino, J. D. (2014a). Perspectiva ontosemiótica de la competencia y comprensión matemática. En B. D'Amore, J. D. Godino y M. I. Fandiño (Eds.), *Competencias y matemática* (pp. 59-76). Edo. De México, México: Magisterio Editorial/Nueva Editorial Iztaccíhuatl.
- Godino, J. D. (2014b). Competencia y comprensión matemática ¿Qué son y cómo se consiguen? En B. D'Amore, J. Díaz Godino y M. I. Fandiño (Eds.), *Competencias y*

- matemática* (pp. 77-95). Edo. De México, México: Magisterio Editorial/Nueva Editorial Iztaccíhuatl.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2009). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Versión ampliada y revisada al 8/Marzo/2009 del artículo, Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/jgodino>.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90-113.
- Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Ivars, P., Buforn, A. y Llinares S. (2016). Características del aprendizaje de estudiantes para maestro de una trayectoria de aprendizaje sobre las fracciones para apoyar el desarrollo de la competencia «mirar profesionalmente». *Acta Scientiae*. 18(4). Ed. Especial, 48-66.
- Llinares, S. (2003). Matemáticas escolares y competencia matemática. En C. Chamorro. *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 3-29). España, Madrid: Pearson-Prentice Hall.
- Llinares, S. (2004). La actividad de enseñar matemáticas como organizador de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Seminario sobre «Itinerario Educativo de la Licenciatura de Matemáticas». Disponible en http://www.ugr.es/~vic_plan/formacion/itermat/ Universidad de Granada.
- Llinares, S. (2012). Del análisis de la práctica al diseño de tareas matemáticas para la formación de maestros. En N. Planas (coord.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 99-115). Barcelona: Graó.
- Mason, J. (2002). *Researching your Own Practice. The discipline of Noticing*. London/New York: Routledge, Taylor & Francis Group.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards*. Reston. Virginia: NCTM.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project. En A. Gagatsis y S. Papastavridis (Eds.), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education*. (pp. 116-124). Athens: Mathematical Society.
- Niss, M. (2011). The Danish KOM Project and possible consequences for teacher education. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 6(9), 13-24.
- OCDE (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003: la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y resolución de problemas /OCDE*. España. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo.
- Penalva, M. C. et al. (2006). Conclusiones. Investigación sobre la formación de profesores responsables de la educación matemática. En M. C. Penalva, I. Escudero y D. Barba (Eds.), *Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización para la formación del profesorado de Matemática*. (pp. 157-159). Granada: Proyecto Sur.

- Penalva, M. C., Roig, A.I., y Del Río, M. (2009). Experimento de enseñanza: Tareas de aprendizaje de la geometría en la formación de maestros de Educación Infantil. En T. Tortosa, J. D. Álvarez Teruel y N. Pellín (Eds). *La calidad del proceso de enseñanza/aprendizaje universitario desde la perspectiva del cambio. VII Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria*. (pp. 130-136). Alicante: Universidad de Alicante.
- Perrenoud, Ph. (2007). *Diez nuevas competencias para enseñar*. Ciudad de México. México: Graó/Colofón.
- Posadas, P. y Godino, J. D. (2017). Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático. *Didacticae*. 1, 77-96.
- Sánchez-Matamoras, G., Valls, J., Moreno, M. y Pérez-Tyteca, P. (2019). Relación entre la mirada profesional de los estudiantes para maestro de una situación de aula y la planificación de una lección. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 219-239). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Sanhueza, S., Penalva, M. C., y Torregrosa G. (2009), Evaluación de competencias matemáticas y profesionales relativas a la educación infantil. En T. Tortosa, J.D. Álvarez Teruel y N. Pellín (Eds), *La calidad del proceso de enseñanza/aprendizaje universitario desde la perspectiva del cambio. VII Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria* (pp. 122-129). Alicante: Universidad de Alicante.
- Wilson, P. H., Mojica, G. y Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: Supporting teachers' understanding of students' mathematical thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*. 32, 103-121.