El que parte y reparte… ¿se lleva la mejor parte?

por
Jorge Ortigas Galindo
(IES Rodanas, Épila)

La semifinal de la XXV Olimpiada Matemática Aragonesa de 2.º de E.S.O fue celebrada el 16 de abril de 2016 en diferentes institutos de la comunidad de Aragón. En estas líneas analizaremos el segundo problema de dicha prueba. Estudiaremos las distintas respuestas aportadas por los alumnos de cara a observar los principales errores cometidos en la resolución del problema así como los resultados obtenidos.

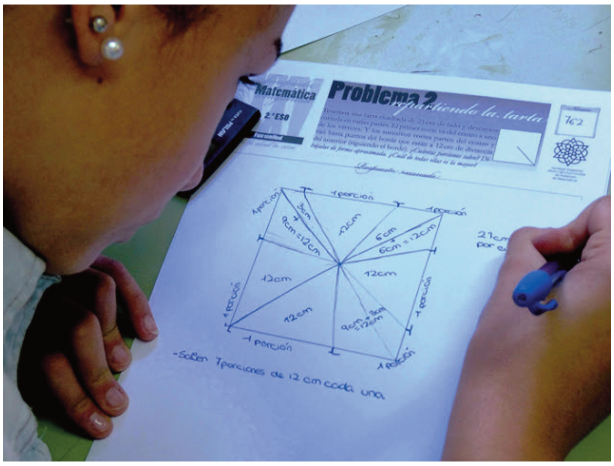

Figura 1. Alumna resolviendo el problema 2 durante la semifinal

El problema

Enunciado

La semifinal consistía en la resolución de seis problemas. Veamos el enunciado del problema que aquí tratamos.

> Tenemos una tarta cuadrada de 21 cm de lado y deseamos cortarla en varias partes. El primer corte va del centro a uno de los vértices. Y los sucesivos cortes parten del centro y van hasta puntos del borde que están a 12 cm de distancia del anterior (siguiendo el borde). ¿Cuántas porciones salen? Dibújalas de forma aproximada. ¿Cuál de todas ellas es la mayor?

Solución y criterios de evaluación

A la hora de puntuar cada problema se utilizó un número entero de 0 a 9. Para responder a la primera pregunta basta calcular el perímetro de nuestra tarta que es de 84 cm. Así pues, dividiendo dicha medida por la longitud de cada trozo obtenemos las 7 porciones en las que finalmente queda repartida la tarta. Los alumnos que llegaron a esta conclusión de forma razonada obtuvieron 1 punto.

A continuación, en la figura 2, podemos ver un esquema de la partición realizada. Todos aquellos alumnos que realizaron un bosquejo similar al observado en la figura obtuvieron 2 puntos (a añadir al anterior).

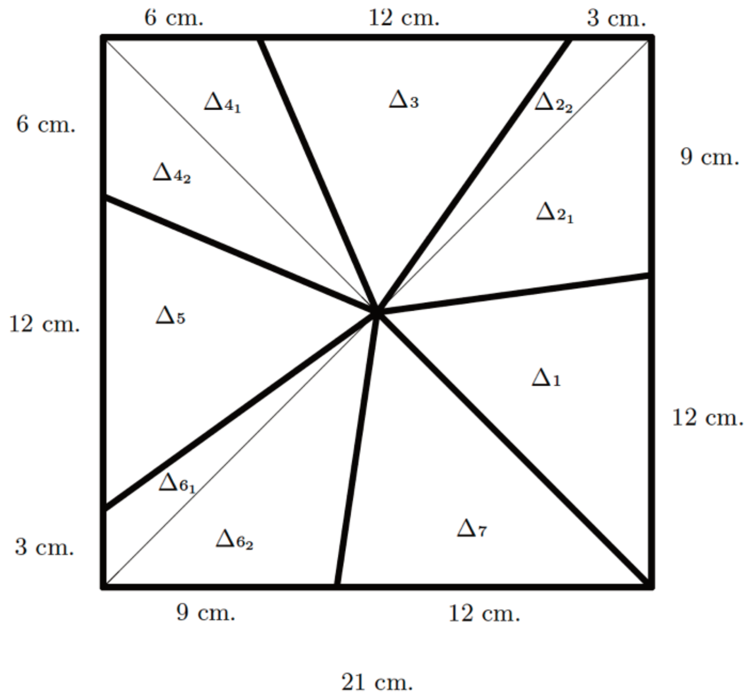

Figura 2. Esquema de los cortes

Para ver cuál de las porciones es más grande basta observar que Δ_1, Δ_3, Δ_5 y Δ_7 son triángulos cuya base mide 12 cm y su altura 10,5 cm. Por tanto, el área de estos triángulos es $(12 \cdot 10{,}5)/2 = 63$ cm^2. A su vez, las porciones Δ_2, Δ_4 y Δ_6 se pueden descomponer en dos triángulos ($\Delta_i = \Delta_{i1} \cup \Delta_{i2}$, $i = 2, 4, 6$) cuyas bases suman 12 cm y tienen una misma altura de 10,5 cm. Por ejemplo, el área de Δ_2 y Δ_6 es igual a $(9 \cdot 10{,}5/2) + (3 \cdot 10{,}5/2) = 63$ cm^2 (procediendo de forma análoga obtenemos el área de Δ_4). Por todo lo anterior, concluimos que *todas las porciones tienen la misma superficie*.

Los alumnos que llegaron a la respuesta final de forma razonada obtuvieron 6 puntos, que añadidos a los conseguidos con anterioridad, sumaban un total de 9 puntos.

Respuestas de los alumnos

A continuación veremos algunas de las respuestas y errores más frecuentes cometidos por los participantes:

— Muchos alumnos, a pesar de estar en segundo curso, confunden perímetro con área, de la misma manera que unidades de longitud con unidades de superficie.
— Bastantes participantes esgrimieron el siguiente razonamiento: «Mismo perímetro implica misma área».
— Algunos alumnos razonaban erróneamente: «Como la división del área entre el número de trozos es exacta los trozos deben ser iguales».
— Una elevada cantidad de los estudiantes trazaron un dibujo a escala y tomaron después medidas con la regla. Esto les llevó a errores de aproximación en cada una de las porciones por lo que concluyeron que los trozos eran distintos.
— Unos pocos afirmaron: «Mismo lado implica igual área».
— Hubo varios alumnos que escribieron: «El trozo más grande es aquel que no pasa por ninguna esquina y la suma de sus catetos supera todas las demás».

- Muchos participantes afirmaban que como 441 es divisible por 7, entonces todos los trozos son iguales.
- Algunos argumentaron que la mayor porción era la que formaba un triángulo equilátero.
- Otros sin embargo remarcaban que el trozo mayor era el que mayor ángulo central tenía (calculado con el trasportador).
- Hubo respuestas que literalmente decían: «El mayor es el que coge la esquina porque es el punto más alejado del centro e igual cantidad por los dos lados desde la esquina».
- Y algunas otras como: «En el corte inicial el lado del triángulo es más largo, por eso la porción más grande es la primera».
- Finalmente, una de las respuestas más pintorescas y con cierta lógica fue la siguiente: «La parte pintada es la mayor porque ocupa el punto más lejos del centro y es el único que no tiene parejas del mismo tamaño, la pregunta nos deja muy claro ¿Cuál de todas ellas es la mayor? Nos pregunta cuál y no cuáles, eso significa todo».

Análisis de los resultados

Observemos en la siguiente tabla la distribución de puntuaciones obtenidas por los alumnos en el problema.

Puntuación	*Frecuencia*
0	247
1	90
2	54
3	366
4	19
5	4
6	7
7	3
8	1
9	5

Cuadro 1. Puntuaciones de la prueba

Remarcar que tan solo 20 de los 796 alumnos obtuvieron una calificación igual o superior a 5. De entre estos, únicamente 5 participantes obtuvieron la máxima calificación. Sorprende el hecho de que, pese a la sencillez de las primeras preguntas, un 31 % obtuviera un 0 como calificación. El hecho de que la moda sea la puntuación 3 es fácilmente explicable ya que una gran parte de los estudiantes respondieron bien la primera pregunta y dibujaron adecuadamente el esquema. En este caso la nota media es de 1,89 con una desviación de 1,58.

Podemos considerar que quizás hubiera cabido esperar mejores resultados, ya que solo en torno al 1 % de los alumnos fue capaz de razonar adecuadamente cuál de las porciones tenía un mayor tamaño; a pesar de ser este un problema (cálculo de áreas de triángulos y figuras planas) con el que los alumnos llevan enfrentándose desde la etapa final de primaria.