View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

brought to you by CORE

provided by Funes

REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

http://revista.amiutem.edu.mx

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores

del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen VII Número 1 Fecha: enero-junio de 2019

ISSN: 2395-955X

Directorio

Rafael Pantoja R.

Director

Eréndira Núñez P.

Lilia López V.

Lourdes Guerrero M.

Sección: Selección de artículos de investigación

Elena Nesterova

Alicia López B.

Verónica Vargas Alejo

Sección: Experiencias Docentes

Esnel Pérez H.

Armando López Zamudio

Sección: GeoGebra

DISEÑO DE BICICLETA SOBRE POLÍGONOS DE REULEAUX CON GEOGEBRA

Juan Carlos Piceno-Rivera, Gema Rubí Moreno Alejandri, Efrén Marmolejo Vega

jcpicenorivera@uagrovirtual.mx; alejandrigemath@gmail.com; efrenmarmolejo@yahoo.com

Universidad Autónoma de Guerrero

Para citar este artículo:

Piceno, J. C., Rubí, G., Marmolejo, E. (2019). Diseño de bicicleta sobre polígonos de REULEAUX con GeoGebra. *REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM*. Vol. VII, No. 1, pp. 17-26. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México: Editorial AMIUTEM.

REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM, Año VII, No. 1, enero-junio de 2019, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: revista@amiutem.edu.mx. Dirección electrónica: http:/revista.amiutem.edu.mx/. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

DISEÑO DE BICICLETA SOBRE POLÍGONOS DE REULEAUX CON GEOGEBRA

Juan Carlos Piceno-Rivera, Gema Rubí Moreno Alejandri, Efrén Marmolejo Vega

jcpicenorivera@uagrovirtual.mx; alejandrigemath@gmail.com; efrenmarmolejo@yahoo.com

Universidad Autónoma de Guerrero

Palabras Clave: curvas de ancho constante, planteamiento y resolución de problemas, construcción dinámica.

Resumen

Con la aplicación de los principios, categorías y métodos de la Enseñanza Problémica, se elabora una propuesta de curso taller que aborda la situación problémica de la construcción de curvas de ancho constante como los polígonos de Reuleaux, mediante el uso de GeoGebra, para el diseño de una bicicleta basado en diversos polígonos de este tipo.

Key Words: curves of constant width, approach and problem solving, dynamic construction

Abstract

With the application of the principles, categories and methods of The Problemic Teaching, a proposal of workshop course is made, such that deals with the problemic situation of the construction of curves of constant width like the polygons of Reuleaux, by means of the use of , for the design of a bicycle based on different polygons of this type.

Introducción

Sin duda, durante la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, se instalan en los alumnos conocimientos verdaderamente científicos, y otros más sustentados en creencias producto de limitados análisis que sobre los objetos matemáticos específicos se realizan. Es el caso del concepto de figuras de ancho constante, que por fuerza de la realidad visible se objetiviza en la mente de los estudiantes que, sólo el círculo cumple con ese principio, más aun, que ésta forma de los objetos hace posible su uso en diferentes móviles sin producir alteraciones al movimiento que se da en paralelo.

Lo anterior, generó el interés en diseñar un tratamiento metodológico fundamentado en la Enseñanza Problémica, a través del cual se profundice en la conceptualización, construcción y funcionalidad de figuras de ancho constante, mediante un sistema de actividades que motiven el descubrimiento y sustenten argumentaciones de propiedades que resultan de la experiencia de llegar a construir el modelo de bicicleta con figuras diferentes a las circulares.

Dicha secuencia de actividades, dan forma a un curso – taller mediado por el uso del software GeoGebra, dada la versatilidad de este para realizar simulaciones, lo que facilita la interacción entre los pares participantes y el facilitador, al "descubrir haciendo" con el uso de procedimientos heurísticos, y argumentando progresivamente hasta formalizar resultados.

La Enseñanza Problémica como concepción teórica subyacente

Como premisa del Enfoque Histórico Cultural, el hombre comienza a pensar sólo cuando aparece la *necesidad de comprender algo*. De modo que, el momento inicial del pensamiento es generalmente una situación problémica.

La enseñanza problémica, de la autoría de Majmutov (1983), estructura de forma sistémica principios, categorías y métodos, que conllevan estratégicos tratamientos metodológicos en los que se interrelacionen la actividad cognoscitiva del estudiante con la de resolución de problemas.

Es un tipo de enseñanza que se orienta a desarrollar el intelecto, combinando la búsqueda sistemática independiente de los estudiantes con la asimilación de las conclusiones de la ciencia; conformando un sistema de procedimientos metódicos estructurados bajo el *principio de lo problémico* con el objetivo determinado de lograr la independencia cognoscitiva, la creación de motivos estables para el aprendizaje y la formación de capacidades creadoras en el proceso de asimilación de los conceptos científicos y los métodos de actividad, todo lo cual está determinado por un sistema de situaciones problémicas ante la cual los alumnos son enfrentados (Martínez, 1986). Busca la "asimilación no solo de los resultados del conocimiento científico, sino también de la vía, del proceso de obtención de dichos resultados; de modo que, coadyuva al "desarrollo de las necesidades cognoscitivas y a la formación de una personalidad intelectualmente activa" del alumno. Justo estos elementos teóricos, son compatibles con la intencionalidad del curso taller que en este escrito se describe.

La Enseñanza Problémica posee categorías fundamentales: *la situación problémica*, *el problema docente*, *la pregunta problémica y las tareas problémicas*.

Una *situación problémica* es "un estado psíquico de dificultad intelectual que surge en el hombre cuando en una situación objetiva no puede explicar el nuevo hecho mediante los conocimientos que tiene o los métodos que ya conoce, sino que debe hallar un nuevo método de acción" (Majmutov, 1983). Hernández (2008) afirma que en la situación problémica provoca en el alumno: a) desconocimiento de la solución, pero conciencia de que existen posibilidades cognoscitivas para resolver la contradicción; b) enfrentamiento a algo incomprensible, desconocido, inesperado, alarmante; c) motivan por la solución de la contradicción implícita.

Es necesario aclarar que la pregunta, condiciones o medio diseñado no se ha de confundir con la situación que se propone provocar en el alumno, el cual es un estado psíquico interno, contradictorio, que provoca una insatisfacción entre lo conocido y lo que está por conocer (la propia situación problémica). Estos estados de conflicto cognitivo son, desde este punto de vista, propiciadores de la actividad intelectual denominada actividad de aprendizaje.

De manera que, en el diseño de esta propuesta se buscó que mediante la interacción entre el alumno y el entorno virtual surjan situaciones problémicas parciales que planteen una meta comprensible para quien la va a resolver y que permita aproximaciones a la solución a partir de sus conocimientos previos, a través de las actividades planteadas. Con la solución de estas situaciones problémicas parciales se logra resolver el problema inicial: el diseño de una bicicleta sobre diversos polígonos de Reuleaux que al desplazarse sobre una superficie plana no rebote y ni patine.

En el análisis de la situación problémica, donde se separa lo conocido y lo buscado y se determinan sus nexos, es decir, se realiza la formulación del *problema docente*. Las intuiciones implicadas en la búsqueda de respuestas son resultado de un proceso de organización de la información con la que se cuenta y de su diálogo con los nuevos datos.

Después, comienza el proceso de búsqueda de su solución, esto es, la *tarea problémica*: "... una actividad que conduce a encontrar lo buscado, a partir de la contradicción que surgió durante la formación de la situación problémica en que se reveló la contradicción" (Majmutov, 1983).

Es importante que se le otorgue (tanto como sea posible) al alumno el desarrollo independiente de estas dos categorías en el proceso de solución de las situaciones problémicas.

Sin embargo, en esta diligencia el facilitador ha de estimular a los alumnos empleando *preguntas problémicas* cuando es necesario. Se trata de un impulsor directo del movimiento del conocimiento. "La pregunta se argumenta y contesta de una vez, es un eslabón en la cadena del razonamiento que suponen las actividades propuestas por la tarea. Como eslabón de la cadena, la pregunta expresa, de forma concreta, la contradicción entre los conocimientos y los nuevos hechos" (Majmutov, 1983). Sin embargo, no cualquier pregunta es problémica. Para alcanzar este estatus, la pregunta debe tener un carácter heurístico, y, por tanto, compromete a cuidarse en su formulación de no descubrir el paso siguiente. Es un estímulo a la reflexión del alumno en la búsqueda independiente de la solución del problema.

En este punto es importante que el facilitador siga de cerca el proceso de resolución realizado a fin de que pueda proveer al alumno preguntas problémicas necesarias para identificar, concluir, continuar, analizar, o redireccionar ideas de solución.

Ortíz (2004), recalca que "el estudiante no adquiere la experiencia histórico-social solamente mediante su propia actividad, sino también en su interacción comunicativa con otras personas". En este sentido, la intercomunicación entre alumnos y con el facilitador (reflexión, afirmación y refutación de argumentos) es indispensable para un desarrollo adecuado de las actividades. Esto fortalece el aprendizaje de los participantes, pues al contrastar sus ideas con las de los otros se reafirman o modifican sus concepciones, las que al interiorizarlas conscientemente le producen un aprendizaje significativo. Es previsible que al inicio los argumentos sean poco específicos, dando oportunidad al facilitador de intervenir con preguntas problémicas que orienten el desarrollo y fortalecimiento de las argumentaciones y focalicen convenientemente el tema de discusión.

En la solución de un problema nuevo, no es suficiente poseer un amplio bagaje de conocimientos, más bien es necesario dominar algunas técnicas y estrategias para atacar el problema. Generalmente el proceso se inicia con procedimientos de ensayo y error: se prueban hipótesis, ideas, resultados particulares (Polya, 1970). Todas ellas encaminadas a generar el diálogo heurístico entre los pares y el facilitador, con lo cual se orientan las actividades y se centra el objeto de análisis, con la intención de dar solución a la situación problémica planteada; con ello se enriquece el poder de argumentar causalmente, abriendo la perspectiva de avanzar hasta el logro del objetivo.

Propuesta didáctico-metodológica

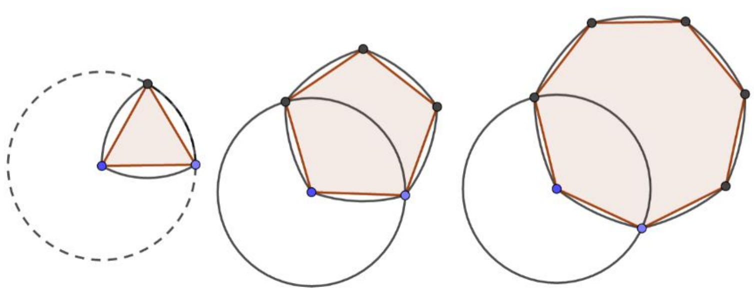
Es de sentido común, que "solo" la rueda redonda es de ancho constante, lo que justifica que todo móvil al desplazarse sobre objetos circulares no da "tumbos". Es así como se inicia el diálogo hasta descubrir que existen otras formas de ancho constante con funciones similares a la de la rueda redonda. La propuesta que aquí se hace, va desde la construcción de curvas de ancho constante como los polígonos de Reuleaux, hasta el diseño de una bicicleta sobre diversos polígonos de Reuleaux. Para ello, se han dividido el proceso en seis etapas:

1. Construcción de polígonos de Reuleaux.
2. Análisis del giro de un polígono de Reuleaux en su cuadrado circunscrito.
3. Construcción del mecanismo para que un polígono de Reuleaux gire en el interior de su cuadrado circunscrito.
4. Búsqueda de condiciones necesarias y suficientes para que un polígono de Reuleaux gire desplazándose sobre una superficie plana sin rebotes y sin patinar.
5. Construcción del mecanismo para que un polígono de Reuleaux gire sobre una superficie plana sin rebotes y sin patinar.
6. Instalación de dichos mecanismos en los ejes de las llantas y de los pedales de una bicicleta normal.

Desarrollo de las Actividades

La primera etapa, parte de la definición de curvas de ancho constante[1] y de la definición de polígonos de Reuleaux[2].

El primer problema consiste en construir dichos polígonos, empezando por el triángulo de Releaux y aumentando posteriormente la cantidad de lados del polígono.



Ya realizadas las construcciones, las argumentaciones se centran en sí la cualidad de ancho constante la poseen los polígonos de Releaux. En esta exploración, surgen preguntas problémicas como las siguientes:

[1] Una curva de ancho constante es una curva cerrada convexa cuya distancia entre dos rectas paralelas tangentes a la curva es constante (Gardner, 1991).

[2] Un polígono de Reuleaux es una curva cerrada convexa cuyo base es un polígono regular de 2n + 1 lados construido a través de conectar desde un vértice cualquiera los dos vértices más lejanos por un arco con centro en dicho vértice (Reuleaux, 1963).

1. *¿Cuáles son las características esenciales de los polígonos de Releaux?*

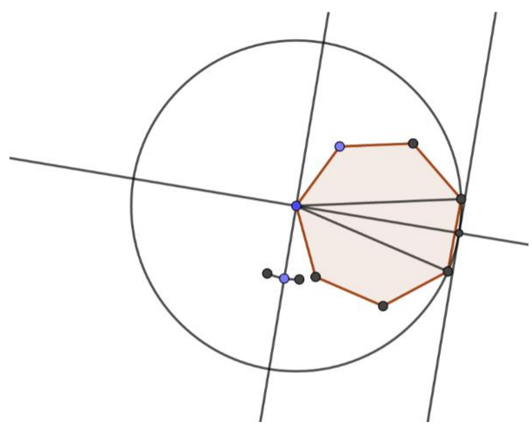
   El diámetro del polígono regular de $2n+1$ lados es la longitud de la diagonal que une un vértice con el n-ésimo vértice contando a partir de él, en cualquier sentido, pues quedan entre él y cada uno de esos dos vértices, $n-1$ vértices, es decir, $2(n-1)+3=2n+1$. Formando así, un triángulo isósceles con la base igual a uno de los lados del polígono y los otros dos iguales al diámetro del polígono y dos polígonos de $n+1$ lados.

2. *¿Qué construcciones auxiliares permiten el análisis del ancho de esta curva?*

   Esto resalta la necesidad de trazar una recta tangente al polígono en uno de sus vértices y la paralela a dicha recta a una distancia igual al diámetro del polígono. Esto genera, a su vez otras preguntas problémicas, como:

   - *En el caso de la recta tangente al polígono en uno de sus lados, ¿cómo es el ángulo que forma con el lado respectivo?*
   - *Respecto a la paralela a dicha recta que se localiza a una distancia igual al diámetro del polígono, ¿cómo se relaciona con la circunferencia con centro en el vértice escogido?*

     Esta recta es tangente a la circunferencia con centro en el vértice escogido y recorre un arco igual al ángulo central igual a $\frac{90°}{2n+1}$ que es la medida del ángulo superior del triángulo isósceles construido.

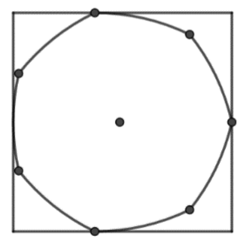


Es importante que, aunque las exploraciones sean particulares (en un polígono de Reuleaux de cierta cantidad de lados), las justificaciones giren en torno a características esenciales de los polígonos de Reuleaux (generalizando la cantidad de lados).

En una segunda etapa, se plantea la situación problémica de cómo hacer girar un polígono de Reuleaux en su cuadrado circunscrito, encontrando las condiciones necesarias y suficientes para que esto suceda y realizando como resultado la construcción dinámica de este hecho en general para distintos polígonos de Reuleaux. Para ello, preliminarmente, es necesario abordar *¿cómo girar un objeto completo en torno a un punto?*

En la exploración de la situación problémica planteada, surgen preguntas problémicas como las siguientes:

1. *Al estar siempre entre dos paralelas, ¿el polígono de Reuleaux puede inscribirse en un cuadrado?*
   El polígono de Reuleaux está contenido en cualquier polígono de $2k$ lados, $2 \leq k \leq 7$, paralelos dos a dos con la única condición de que cada recta que pase por el vértice forme un ángulo con los lados adyacentes entre $\frac{90°}{2n+1}$ y $\frac{270°}{2n+1}$.

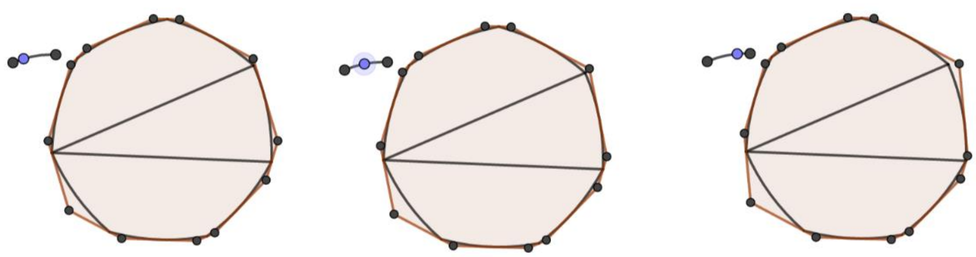


2. *¿Cómo girar el polígono de Reuleaux sin salirse del cuadrado?*

   Para que esto pueda ocurrir es necesario que se elija el cuadrado de lado igual al ancho del polígono de Reuleaux, esto es a $d = \frac{L}{2cos\left(n\frac{180°}{2n+1}\right)}$.

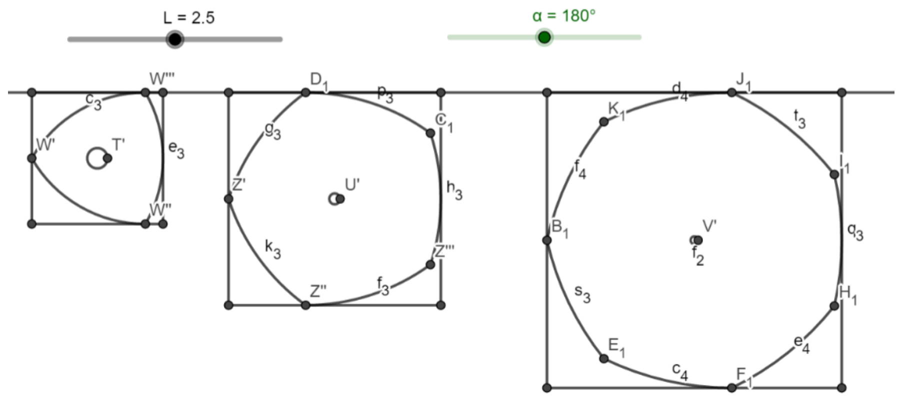
   Otra pregunta problémica que surge ahora es *¿cuál es la relación entre el centro del cuadrado y el centro de gravedad del polígono de Reuleaux?*

   El colocar en el centro del cuadrado el centro de gravedad del polígono de Reuleaux, que coincide con el centro de gravedad (centro geométrico del polígono regular) es una pieza importante de este proceso. Una vez identificado esto, en torno a este punto se construye el polígono de Reuleaux correspondiente.



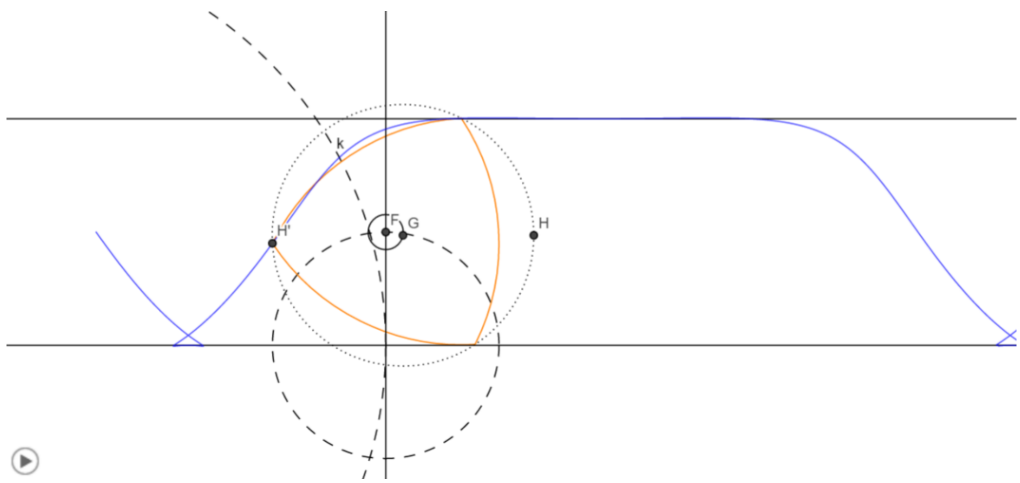
En la tercera etapa, construimos el mecanismo de forma general para que un polígono de Reuleaux giré en el interior de su cuadrado circunscrito.

A fin de poner a girar adecuadamente al polígono de Reuleaux en el interior del cuadrado, se aprovecha la característica dinámica de GeoGebra. Se definen dos deslizadores: uno para la longitud del lado del polígono regular base (deslizador L), y otro, para rotar el polígono (deslizador alfa).

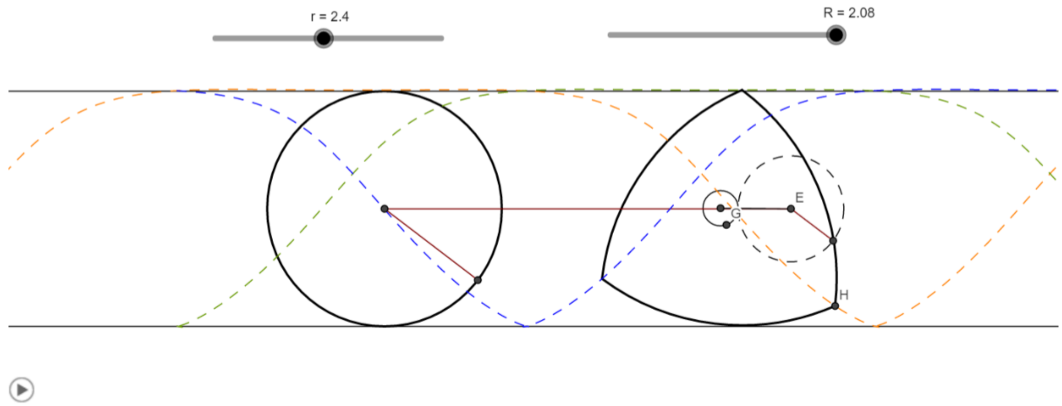


En la cuarta etapa se plantea el problema de buscar las condiciones necesarias y suficientes para que un polígono de Reuleaux gire desplazándose sobre una superficie plana sin rebotes y sin patinar, describiendo cualquiera de sus puntos en su perímetro su "cicloide" respectiva y hacemos la construcción dinámica general para distintos polígonos de Reuleaux.

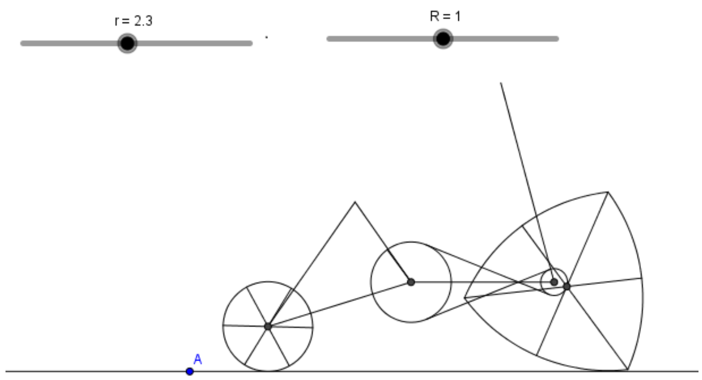
De modo que algunas preguntas problémicas para lograr la simulación del deslizamiento de un polígono de Releaux sobre un plano sin patinar, ni despegarse del plano, pueden ser: *¿cómo simular que un punto sobre una superficie se despega del plano sin que el objeto lo haga?, ¿cómo hacerlo para una circunferencia?, ¿cómo para un triángulo de Releaux?, y, ¿cuál sería la generalización para cualquier polígono de Releaux?*



En la quinta etapa se tiene la intención de construir el mecanismo para que un polígono de Reuleaux gire sobre una superficie plana sin rebotes y sin patinar.



Por último, en la sexta etapa, se instalan dichos mecanismos en los ejes de las llantas y de los pedales de una bicicleta normal.



Reflexión final

El considerar en el diseño del curso–taller los principios, categorías y métodos de la Enseñanza Problémica que mediante la exploración simulada en GeoGebra, conducen a la formulación de conceptos y sus definiciones, así como a la solución de problemas como es el caso de figuras de ancho constante arriba tratado, producen en los aprendientes una experiencia de construcción de conocimiento que al superar las limitantes que en un principio les generó la situación problémica planteada y solucionar el problema, ahora se empoderan de ese saber, es decir potencian "poder sobre el saber".

La construcción de la bicicleta con llantas de figuras de ancho constante de Reuleaux, consistió de un conjunto de actividades secuenciadas a partir de la situación problémica de su construcción, transcurriendo: de la deliberación y caracterización de figuras de ancho constante lo que consolidó su conceptualización y definición; de determinar y calcular lo necesario para establecer las condiciones de girar tangencialmente a los lados de un cuadrado; para finalmente aplicar estos resultados en el uso de estos polígonos como ruedas de una bicicleta, lo que consolida el conocimiento de este tipo de figuras, dados los argumentos establecidos.

Así, el conocimiento construido fortalecido ampliamente por las actividades secuenciadas, los argumentos vertidos durante el proceso y la oportuna y cuidadosa intervención del facilitador conforman un proceso didáctico exitoso.

Referencias bibliográficas

Gardner, M., (1991). *The Unexpected Hanging and Other Mathematical Diversions*. United States of America: Chicago University Press.

Reuleaux, F., & Kennedy, A., (1963). *The Kinematics of Machinery*. United States of America: Dover Publications.

Hernández, J., (2008). La enseñanza problémica. Su importancia en la motivación. *Varona*, 46, pp. 40-45.

Martínez, M. (1986) *Categorías, principios y métodos de la enseñanza problémica*. Cuba: Universidad de La Habana.

Majmutov, M., (1983). *La Enseñanza Problémica*. Cuba: Pueblo y Educación.

Ortiz, A., (2004). *Metodología de la enseñanza problémica en el aula de clases.* Colombia: Ediciones ASIESCA.

Polya, G., (1970). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.