



REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<https://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores
del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen V Número 1 Fecha: Junio de 2017

ISSN: 2395-955X

Directorio

Rafael Pantoja R.

Director

Eréndira Núñez P.

Lilia López V.

Lourdes Guerrero M.

Sección: Selección de
artículos de investigación

Elena Nesterova

Alicia López B.

Verónica Vargas Alejo

Sección: Experiencias

Docentes

Esnel Pérez H.

Armando López Zamudio

Sección: Geogebra

ISSN: 2395-955X

LA HERRAMIENTA TECNOLÓGICA COMO APOYO EN UNA PROPUESTA DIDÁCTICA EN TORNO A LA CORRELACIÓN LINEAL

Gessure Abisaí Espino Flores, José Trinidad Ulloa Ibarra

Universidad Autónoma de Nayarit (México)

gessure@uan.edu.mx, jtulloa@uan.edu.mx

Para citar este artículo:

Espino, G. A., Ulloa, J. T. (2017). La herramienta tecnológica como apoyo en una propuesta didáctica en torno a la correlación lineal. *Revista Electrónica AMIUTEM*. Vol. V, No. 1. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México.

Revista AMIUTEM, Año V, No. 1, Enero 2017, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: revista@amiutem.edu.mx. Dirección electrónica: <https://revista.amiutem.edu.mx/>. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

LA HERRAMIENTA TECNOLÓGICA COMO APOYO EN UNA PROPUESTA DIDÁCTICA EN TORNO A LA CORRELACIÓN LINEAL

Gessure Abisaí Espino Flores, José Trinidad Ulloa Ibarra

Universidad Autónoma de Nayarit (México)

gessure@uan.edu.mx, jtulloa@uan.edu.mx

Resumen

El presente trabajo reporta una propuesta didáctica en torno a la correlación lineal y aquellos elementos intervinientes con apoyo del software GeoGebra, así como lo sucedido en la implementación de tal propuesta, las ideas surgidas por parte de los docentes y dicentes. Lo anterior con base a la gran influencia que las herramientas tecnológicas han demostrado en el campo de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Palabras clave: Estadística, GeoGebra, Correlación, ACODESA

Introducción

Las tecnologías de la información y la comunicación van adquiriendo mayor influencia en nuestra sociedad y se les atribuye gran potencial para el quehacer educativo en sus diversas manifestaciones, como vendría a ser el caso de la educación matemática. Para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se aprecian algunos beneficios en el uso de las herramientas tecnológicas, debido a que permiten el almacenamiento, procesamiento y transmisión de información: calculadoras, computadoras, software, internet, etc.; pues esos procesos educativos no están exentos de dificultades entre las cuales se encuentran algunas asociadas a su naturaleza representacional y social (Hitt, 2003).

Objetivo

- Que la materialización de una propuesta didáctica permita el acercamiento de manera natural al concepto de correlación lineal bivariada.
- Diseñar una serie de applet apropiados para las actividades didácticas.

Marco teórico metodológico

Arcavi y Hadas (2000) señalan que el uso de la herramienta tecnológica apropiada debe de proporcionar cinco características que son: la visualización, la experimentación, la sorpresa, la retro alimentación y la necesidad de probar y demostrar; características que no todos los software los cumplen, esto debido a que, los propósitos con el cual fueron diseñados respondía a una necesidad; GeoGebra por su parte es un software dinámico que ha sido diseñado para la enseñanza de la Geometría y Algebra inicialmente, sin embargo las necesidades en ambientes escolares abarcan más allá que sólo esas dos ramas de la matemática, en su versión más reciente se han incluido elementos de cálculo simbólico y estadística.

Una de las características principales por el cual se optó por el uso del GeoGebra en el diseño de la actividad fue que, proporciona múltiples representaciones en tiempo real posibilitando así una visualización y reflexión sobre el comportamiento de los datos. Para Duval (1999) un componente esencial sobre el aprendizaje de las matemáticas, es la coordinación de las diferentes

representaciones de una misma idea o concepto. Tal coordinación implica que el alumno sea capaz de realizar cambios de representaciones y traslaciones entre las representaciones.

Por otra parte un software no sólo puede ser elegido por sus características tecnológicas, sino por el propósito que llevó a su diseño, un ejemplo de ello es lo señalado por Ben-Zvi; citado por Hitt y Cortés (2009) el cual menciona que tales herramientas tecnológicas, que son desarrolladas para el aprendizaje de la estadística, han sido diseñadas para apoyar:

- ❖ La construcción activa del conocimiento de los estudiantes, por "hacer" y "ver" las estadísticas.
- ❖ Oportunidades para que los estudiantes reflexionen sobre los fenómenos observados.
- ❖ El desarrollo de las capacidades metacognitivas de los estudiantes, es decir, el conocimiento de su propio pensamiento, procesos, la autorregulación y el control.
- ❖ La renovación de la enseñanza y el currículo estadístico sobre la base de fuertes asociaciones entre el contenido, pedagogía y tecnología.

Bajo consideraciones como las anteriores se diseñó una propuesta didáctica compuesta de cuatro actividades organizadas siguiendo la metodología ACODESA, siglas en francés de "*Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico y Auto-reflexión*" (Hitt y Cortés, 2009), con adaptaciones menores, y en las cuales se incorpora el uso de la tecnología GeoGebra a través de varios applets diseñados ex profeso.

La metodología ACODESA consta de cinco fases, las cuales no son dictaminadas por el profesor respecto a lo sucedido en cada una de estas, únicamente al final de la etapa de cierre (institucionalización), las etapas promueven un desarrollo cognitivo del alumno a través de una serie de interrogantes en torno a la situación problema que se plantea en cada actividad,

1. **Trabajo individual** (producción de representaciones funcionales para comprender la situación problema).
2. **Trabajo en equipo sobre una misma situación.** Proceso de discusión y validación (refinamiento de las representaciones funcionales).
3. **Debate** (que puede convertirse en un debate científico). Proceso de discusión y validación (refinamiento de representaciones funcionales).
4. **Regreso sobre la situación** (trabajo individual: reconstrucción y auto-reflexión).
5. **Institucionalización.** Proceso de institucionalización y utilización de representaciones institucionales.

Exposición de la propuesta y sus resultados

Las actividades fueron exploradas con estudiantes y únicamente se presentarán las consideraciones que se tuvieron, se muestra sólo la primera de cuatro actividades diseñadas. Tal actividad aborda particularmente el concepto de regresión lineal bivariada; se hará un breve reporte sobre el análisis de las interacciones que surgieron en su implementación.

Actividad sobre “El camino y las localidades”.

La actividad aborda el concepto de recta de regresión y sus conceptos implicados, debido a que consideramos necesario que el alumno aborde tal tema como preámbulo a la correlación lineal.

Sólo se mostrarán aquellas preguntas que consideramos clave para abordar la actividad sobre la correlación lineal.

Problemática:

*“En un municipio existen doce localidades ubicadas como se muestra en la Figura 1 (representadas por puntos) y se planea comunicarlas a través de un camino que las una a dos carreteras federales que las delimitan (las rectas punteadas en la imagen). Si bien se ha decidido que el camino siga la dirección **Suroeste (SO)** a **Noreste (NE)** por la distribución de las localidades, los diferentes comisarios plantean que el camino pase por su comunidad, pero esto no es del todo posible, pues también habría que optimizar costos y bajo estas condiciones aún no han podido llegar a un acuerdo”*

1. Tratando de ayudar a estas comunidades, ¿qué les propondrías como un camino más adecuado? (Bosquéjalo en la Figura 1 y llámalo C1)

En la Figura 1 se pueden observar los distintos caminos que se realizaron en forma individual por un miembro del equipo, en cada uno de los bosquejos se consideró la dirección del camino, otro de los criterios que se pueden observar desde el camino C1 hasta C3 es que se han “dividido” las doce localidades (puntos) de manera equitativa, tal acción parece ser realizada por el concepto de proporcionalidad que el estudiante tiene.

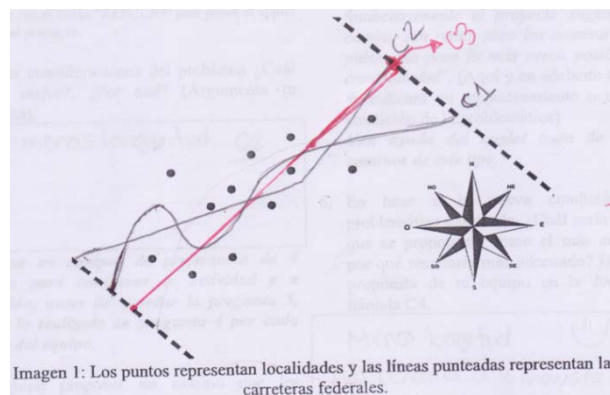


Figura 1. Las doce poblaciones y algunos camino trazados.

3. Revisando el camino bosquejado en la Figura 1 y considerando detenidamente la problemática planteada ¿Crees que exista otro camino que sea más adecuado?, de ser así trázalo en la Figura 1 y llámalo C2, ¿Por qué este es más adecuado que el primero?

Debido a que se dieron interacciones por parte de los alumnos con sus pares en la parte de trabajo individual, consideraron un análisis y búsqueda de un mejor camino; en la pregunta tres se consideró un nuevo camino al que llamaron C2 (Figura 1), tal camino ya no fue de una línea más curva, sino al contrario, este fue realizado en dos segmentos y considerando la dirección del camino y, que este pasara por la “mitad de estos”, en donde quedan seis puntos en la parte superior y seis en la parte inferior.

Es notorio en este punto de la actividad que, el primer bosquejo que se realizó ha considerado distintos puntos de inflexión en la curva, sin embargo para este nuevo acercamiento se considera que un mejor camino es aquel que tiene menos puntos y, por consiguiente la longitud de este es mucho menor que el primer acercamiento, así lo comentan algunos alumnos (*Figura 2*).

Porque tiene menos punto y así
taen poco mas la longitud

Figura 2. Comentario sobre el problema

Tiene menos longitud C2

Figura 3. Comentario sobre el problema

4. Bajo las consideraciones del problema ¿Cuál resulta mejor?, ¿Por qué? (Argumenta tu respuesta).

La consideración que se tomó para determinar que C2 es un mejor camino, fue la longitud (*Figura 3*), debido al uso del applet se pudo observar las diferentes longitudes entre los caminos propuestos, concluyendo así que la longitud es parte importante para decidir qué camino es el mejor o más apropiado.

Durante la manipulación del applet SC_1.ggb (*Figura 4*) se probaron diferentes caminos, algunos con longitudes un poco mayor o menor, inclusive añadiendo diferentes cantidades de puntos para formar los segmentos que conforman al camino. La representación de C1 fue realizado mediante el total de puntos que el applet permite agregar, realizando así una representación similar a C1 el cual fue un camino curvo, en donde se observó la longitud total de este. Para la segunda representación, C2, solo fueron considerados dos segmentos y la longitud total fue anotada.

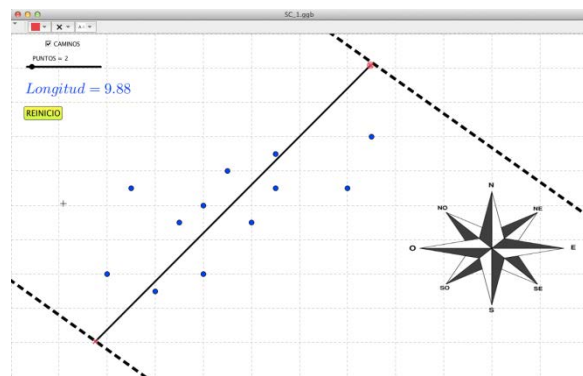
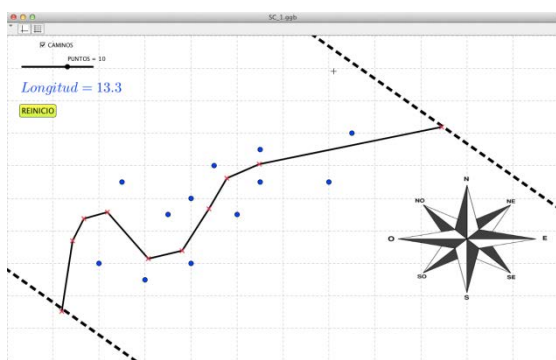
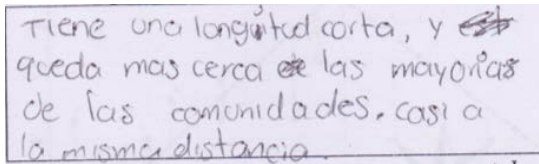


Figura 4. Pantallas del ambiente gráfico para introducir al alumno en el concepto de regresión lineal

5. En equipo proponer un camino que les parezca más adecuado a las condiciones de la situación, y bajo las restricciones del applet, llamarlo C3 y agrégalo a la *Figura 1* ¿En qué es mejor este camino a los demás propuestos?

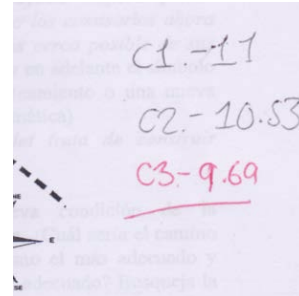
En equipo y en base a las consideraciones que se realizaron individualmente los integrantes del equipo presentaron sus diferentes propuestas (*Figura 5*) y, mediante el uso del applet se acordó en realizar un camino recto, el cual tiene una longitud menor a las propuestas en forma individual, otro de los criterios que consideraron al interior del equipo fue la cercanía del camino C3 (*Figura 2*) a los puntos y, la distancia de estos a la recta.

Para este punto se realizaron las anotaciones de las longitudes que tenían los caminos C1, C2 y C3 realizando de esta manera una comparación entre las longitudes arrojadas por el applet. (Figura 6)



Tiene una longitud corta, y queda mas cerca de las mayorias de las comunidades, casi a la misma distancia.

Figura 5. Evidencia textual



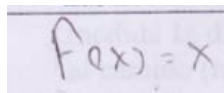
C1 = 11
C2 = 10.53
C3 = 9.69

Figura 6. Evidencia descriptiva

La preocupación que presentaron los estudiantes al analizar cuál podría ser el mejor camino a considerarse, fueron los costos que estos implican en la realización de un camino, desde el tiempo de construcción hasta el tiempo que podría llevar la construcción de este. Dejando en segundo plano si el camino debería de pasar o no por las localidades, esto debido a que desde un inicio han considerado que los costos de producción son una parte importante en la realización de cualquier proyecto, y más hablando de una obra pública.

7. Si es posible expresar analíticamente el camino propuesto, ¿Cómo y de qué tipo sería? Intenta justificar la propuesta (deja asentado en la Imagen 2 los elementos auxiliares que has necesitado).

Para esta parte de la actividad los alumnos tuvieron dudas respecto a “expresión analítica”, sin embargo, después de un análisis y evocar a los conocimientos previos sobre los cursos de matemáticas que han tenido en su formación, decidieron que la expresión que podría representar el camino es $f(x)=x$ (Figura 7). No fue posible que realizarán una expresión analítica con todas sus integrantes, debido a que no conocían los ejes, ni las escalas de estos; no obstante, en la discusión surgió que no era posible en ese momento considerar ejes, debido a que tenían dudas sobre donde localizar el punto de origen $(0,0)$.



$f(x) = x$

Figura 7. Definición de la función

8. ¿Cuáles son las distancias del Norte y las del Sur?, acuerda las medidas con tu equipo y anótalas en azul y rojo respectivamente en la Tabla 1.

Las mediciones que el equipo consensó fueron que estas deberían de ser en forma vertical, debido a que se les posibilitaba de una mejor forma la toma de medidas (Figura 8). Uno de los elementos que se puede observar es que los ejes requirieron de una etiqueta que los identificara, en donde se esperaba que consideraran etiquetas como Norte y Oeste, sin embargo, optaron por unas etiquetas de manera más tradicional como son x e y .

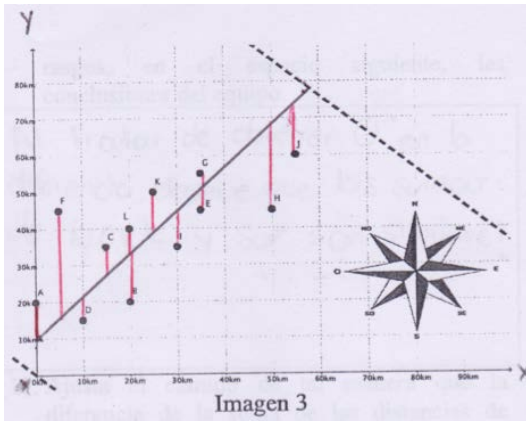


Figura 8. Recta de ajuste

Tabla 1

Punto	Coordenadas		Distancia (km)
A	0	20	10
B	20	20	12
C	15	35	7
D	10	15	7
E	35	45	2.5
F	5	45	30
G	35	55	5
H	50	45	20
I	30	35	7.5
J	55	60	11
K	25	50	11
L	20	50	7

10
30
7
7
11
5
78
7
12
7.5
2.5
20
11
60

Figura 9. Tabla numérica

Debido a que los puntos en las gráficas estaban en múltiplos de 10 ó 5 km, se les facilitó el poder localizar las coordenadas de los puntos, sin embargo para las longitudes de los segmentos entre las localidades y el camino no fue así, es aquí en donde los integrantes del equipo realizaron mediciones aproximadas (Figura 9). Debido a la nueva condición en la actividad la cual consiste en que el camino a realizar, deberá de ser un camino justo; los integrantes del equipo realizaron dos sumas diferentes para corroborar las medidas que habían obtenido, una suma representando a la parte norte y la otra a la parte sur, encontraron que aún necesitaba ajustes la propuesta del equipo debido a que existía una diferencia de 10 km y lo consideraron como un margen amplio de error entre ambas sumas.

9. Tomando en cuenta el último acuerdo de los comisarios, ¿La propuesta del equipo requiere ajustes para que la diferencia mencionada sea cero?, ¿Por qué? En caso de requerir ajustes ¿Cuáles serían? (Argumenta tu respuesta).

Los ajustes que decidió el equipo efectuar después del análisis numérico que se realizó fue que, la “diagonal” (recta) deberían de hacerla “hacia abajo” (rotarla), esto se puede observar a través de los diagramas que realizaron en la respuesta (Figura 10). Dejan de lado un análisis gráfico, esto quiere decir que no volvieron a intentar realizar un nuevo ajuste en el applet, aun cuando tenían la posibilidad de utilizarlo solo se basaron en el análisis numérico previo para responder a la pregunta planteada, de esta forma no responden de manera escrita en esta pregunta el por qué son necesario los ajustes, sin embargo lo consideran de manera implícita al realizar las sumas comparativas.

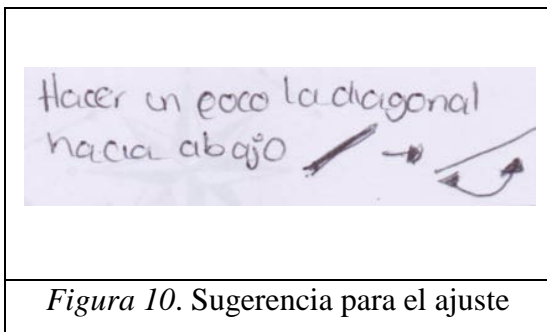


Figura 10. Sugerencia para el ajuste

La longitud de la carretera, puede variar pero las suma de las distancias de las localidades N y S, serán iguales.

Tabla 2

X ₀	Y ₀
20 km	30 km

Figura 11. Descripción del ajuste

13. Recurriendo de nueva cuenta al applet, activa la casilla “Camino Alternativo” e intenta probar tu conjetura del punto anterior. ¿A qué conclusión se puede llegar con estas nuevas exploraciones? ¿Cuál(es) es(son) la(s) propiedad(es) clave(s) para tal conclusión? ¿Existe algún punto en especial?, de ser así anótalo en la *Tabla 2*.

Tras las transformaciones que realizaron en el applet observaron que la recta (camino) podía variar su longitud, sin embargo la suma de las longitudes de los puntos (localidades) a la recta se mantenía muy próxima (*Figura 11*). Sin embargo, no optaron por realizar un camino de forma horizontal o vertical, esto debido a la condición inicial del problema, pues debería de tener una dirección Suroeste a Noreste. No obstante, se realizaron diferentes transformaciones con la dirección Suroeste – Noreste, en donde pusieron observar que existía un punto con coordenadas (20, 30) aproximadamente, es aquí donde este punto permitía que la mayoría de las rectas tuvieran una diferencia muy cercana a cero.

Después de realizar un análisis sobre el debate formado por los representantes de los equipos, en donde el profesor guió el debate y surgieron ideas como: que una diferencia entre la suma de la localidades implicaba una resta, que esto era como una balanza debido a que se quería que la suma fuera igual en ambas partes (Norte y Sur) y, que si se restaban ambas partes una de ellas debería de tener valores negativos; sin embargo se concluyó que no podía haber longitudes negativas e idearon que una multiplicación por -1 permitía a la parte Sur obtener valores negativos, sin embargo al considerarlo como una balanza era necesario multiplicar por -1 la parte superior (Norte), concluyendo así que el criterio de multiplicar por -1 no aplica en esta situación.

Otro de los criterios que surgieron durante el debate fue que elevar un número al cuadrado siempre arroja un valor positivo, a través de este criterio se consensó que elevar al cuadrado los valores negativos ayudarían a equilibrar la “balanza” de la suma de las longitudes. Y además que geoméricamente esto representaba cuadrados, los cuales estaban formados por las longitudes de los segmentos construidos desde el punto a la recta.

Sin embargo, no consideraron que las rectas fueran perpendiculares a los ejes (*Figura 12*), considerando sólo aquellos arreglos en los que se empleaban direcciones Suroeste – Noreste

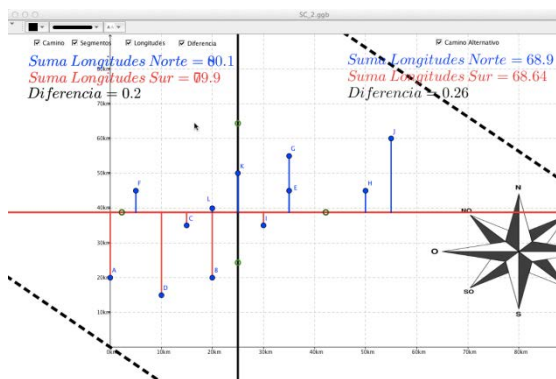


Figura 12. Puntos de dispersión

Aumenta la suma de los cuadrados

Figura 13. Conclusión del alumno

15. ¿Qué pasa con la Suma de Cuadrados cuando la recta se aleja de la masa de puntos?

A través de las transformaciones de la recta realizadas en el applet se pudo observar que la suma de cuadrados aumentaba, sin embargo, si la recta no estaba posicionada en el punto de intersección de las rectas $x = \bar{x}$ e $y = \bar{y}$ la variación en la suma de mínimos cuadrados aumentaba cuando la recta era rotada (Figura 13) y, disminuía cuando esta se encontraba aproximadamente en la posición de la recta de mejor ajuste.

De forma similar en etapas anteriores la manipulación del applet (Figura 14) fue centrada solo en una pequeña área, debido a que persistía la consideración del criterio sobre la dirección del camino.

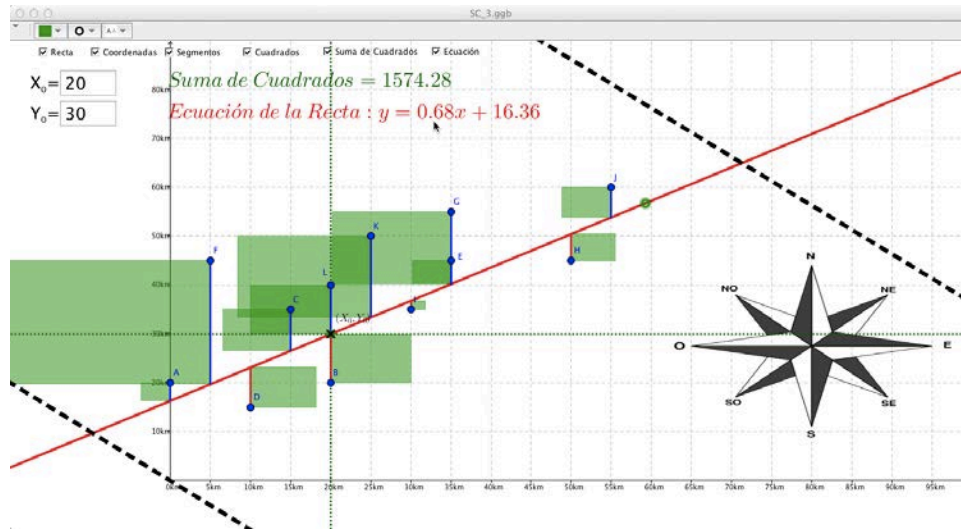


Figura 14. Curva de ajuste

Conclusiones

- Se encuentra que los alumnos tienen dificultades para determinar funciones básicas y describir una función lineal.
- Se encuentra que con la correlación negativa tienen más problemas para identificarla, a no ser que esta sea perfecta.
- Aun haciendo uso de elementos que tienen a su disposición, como sitios de internet o apuntes previos de clase, los alumnos tienen dificultades para caracterizar distancias de un punto a la recta y cómo simbolizar una función de la representación gráfica.
- La herramienta tecnológica (applets en GeoGebra) permite realizar un análisis más profundo sobre aquellos elementos a trabajar, esto debido a la interactividad que el programa proporciona
- La tecnología proporciona una visión más amplia sobre las situaciones estadísticas, debido a que la visualización de múltiples registros.

Referencias

Arcavi, A., y Hadas, N. (2000). *Computer mediated learning: An example of an approach. international Journal of computers for Mathematical learning*, 5(1), 25-45.

- Duval, R. (1999). *Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning.*
- Hitt, F. (2003). *Una Reflexión sobre la construcción de Conceptos Matemáticos en ambientes con Tecnología.* Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, X(2),213-223.
- Hitt, F. y Cortés, J. (2009). *Planificación de actividades en un curso sobre la adquisición de competencias en la modelación matemática y uso de calculadora con posibilidades gráficas.* *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, Vol. 10, n°1, pp. 1-30. Disponible en: www.cidse.itcr.ac.cr/revistamete.