Epsilón - *Revista de Educación Matemática* *2011, Vol. 28(2), nº 78, pp. 39-51*

La matemática moderna en la España de principios del siglo XX. Contexto histórico

Juan Manuel García Navarro
IES Los Alcores, Mairena del Alcor, Sevilla

Resumen: *La teoría de conjuntos es un elemento nuclear de la matemática moderna. Esta teoría ha estado en el centro de procesos que tuvieron lugar principalmente en Alemania entre la segunda mitad del siglo XIX y la primera década del siglo XX, que supusieron una nueva manera de hacer matemáticas, no exenta de grandes polémicas y enfrentamientos. Estas ideas llegaron a España durante la segunda década del siglo XX de la mano de Julio Rey Pastor en una de las escasas épocas de bonanza científica que se han producido en este país.*

Términos clave: *Matemáticas en España, matemática moderna, crisis de los fundamentos, teoría de conjuntos, Julio Rey Pastor.*

Abstract: *Set theory is a core element of modern mathematics. This theory has been at the center of processes that took place mainly in Germany between the second half of the nineteenth century and the first decade of the twentieth century, which represented a new way of doing math, not without great controversy and confrontation. These ideas came to Spain during the second decade of the twentieth century from the hand of Julio Rey Pastor, framed in one of the few good times of scientific prosperity in this country.*

Key words: *Matemathics in Spain, modern mathematics, crisis in the foundations, set theory, Julio Rey Pastor.*

INTRODUCCIÓN

El enfoque conjuntista en matemáticas y su componente principal, la teoría de conjuntos, han tenido una gran importancia como elemento sistematizador de la matemática moderna. Esta visión supuso una nueva manera de hacer matemáticas cuya aceptación y asimilación no estuvo exenta de grandes polémicas y enfrentamientos. El proceso por el cual las ideas científicas se asimilan (o rechazan) depende de varios factores, entre ellos, como es lógico, del grupo social receptor y de su ambiente y tradición cultural. En este artículo veremos la gestación de esta concepción de las matemáticas en Alemania junto con el contexto en el que surge y cómo en España habrá que esperar a que se den las condiciones idóneas, el caldo de cultivo propicio, para la recepción de estas ideas en medio de lo que se ha dado en llamar la Edad de Plata de la ciencia española.

EL NACIMIENTO DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS

A nivel mundial, el origen de esta teoría esta basado principalmente en contribuciones de matemáticos alemanes, debido probablemente al peculiar ambiente intelectual que se vivía en aquella zona, y sobre todo, a la orientación generalizada hacia una matemática pura.

Para comprender cómo se llega a esa situación y por qué surge en Alemania, tenemos que retroceder hasta la invasión napoleónica de Alemania (es decir, Prusia). La liquidación del Sacro Imperio Romano-Germánico, la caída de Prusia en manos francesas así como la ocupación de Berlín en 1806 dejó un estado arruinado y en humillante sumisión a Napoleón. Para salir de esa situación, Alemania emprendió una serie de grandes y profundas transformaciones, entre ellas una reforma educativa, para adecuarse económica, militar y científicamente al nivel de Francia. Mientras que en Francia este proceso se llevó a cabo tras la revolución de 1789, en Alemania la transformación fue "desde arriba", es decir, no revolucionaria, con un importante impulso a la investigación científica por parte de las instituciones oficiales. En Alemania, además, surge el ideal de una ciencia pura por contraposición a Francia, que abogaba por una formación eminentemente práctica.

Podemos tomar 1809 como la fecha de inicio de la reforma educativa alemana, año de la fundación de la universidad de Berlín. En su facultad de Filosofía tenían cabida los estudios de Ciencias y de Matemáticas, aunque en un principio no contaron con muchos apoyos (algo más las Matemáticas, pues los humanistas las consideraban fundamentales para la formación de la lógica y el razonamiento). Esta situación mejoró con el nombramiento de nuevos profesores en Físicas y Matemáticas hasta tal punto que las matemáticas tuvieron una situación privilegiada en Berlín durante las década de los años 1830 y 1840 con la presencia en ella de Kronecker, Weierstrass, Jacobi, Dirichlet y Steiner, entre otros. Este panorama empezaría a cambiar a lo largo de los años 50 con la muerte de Jacobi (1851) y el paso de Dirichlet a Gotinga (1855). Cantor desarrolló su carrera como matemático en Berlín desde 1863 hasta 1869, fecha en la que aceptó una plaza en la universidad de Halle, donde permaneció el resto de su vida.

El grupo de Berlín estableció un enfoque en la manera de hacer matemáticas muy distinto al que imperaba en Gotinga, el otro núcleo matemático alemán de la época. Kronecker y Weierstrass, sobre todo este último, eran partidarios de una fundamentación rigurosa de las matemáticas, en particular del análisis, sobre nociones estrictamente aritméticas. Junto a esto era común la insatisfacción de los planteamientos de las teorías generalistas que no atendían a la variedad de casos particulares que podían presentarse. En Berlín, Cantor tuvo la posibilidad de desarrollar una teoría de conjuntos rigurosa sobre la base del análisis de Weierstrass y en un principio contó con el apoyo de éste. Pero cuando Cantor quiso ir más allá de los límites impuestos por los berlineses provocó reacciones muy negativas de varios colegas, con lo que Cantor se vio inmerso en medio de fricciones con todos ellos. La obra de Cantor se fue orientando poco a poco en un sentido más abstracto, en un proceso para el que resultó fundamental la influencia de Riemann y Dedekind desde Gotinga. En consecuencia, Cantor llegó a sentirse enfrentado a la escuela de Berlín en los años 1880.

Aunque la universidad de Gotinga estuvo en una posición retrasada hasta esas fechas a pesar de la presencia en ella de Gauss (toda una celebridad, aunque era poco accesible e impartía sólo algunos cursos elementales), es allí donde se sitúan los orígenes del enfoque conjuntista, debido, principalmente a las contribuciones de Riemann y Dedekind (doctorados en 1851 y 1852, respectivamente, bajo la dirección de Gauss). La presencia de Gauss junto con otros hechos (por ejemplo, allí se fundó el primer observatorio de magnetismo terrestre y fue allí donde se instaló el primer telégrafo) aseguró a esta universidad una fama que se mantuvo posteriormente, pero la presencia simultánea de Dirichlet, Riemann y Dedekind a partir de 1855 (año de la muerte de Gauss) convirtió a Gotinga en uno de los centros matemáticos más importantes del momento, comparable sólo con Berlín y París. Se trataba además de matemáticos que impulsaron una concepción de las matemáticas fuertemente abstractas. Éstos, junto a Cantor son los más destacables por la impronta que dejaron.

Cronológicamente, la primera contribución es de Riemann con una serie de trabajos (*Sobre las hipótesis en que se basa la geometría*) que realizó para su habilitación como profesor en 1854 y que fueron publicados por su amigo Dedekind en 1868. Le siguen aportaciones del propio Dedekind (en 1871 publicó su teoría de los números algebraicos, trabajando con conjuntos de números en lugar de con los números directamente) y Cantor (a partir de 1868, utilizando el lenguaje conjuntista en obras de Geometría, Álgebra, Teoría de funciones, Teoría de números,…). La generalidad que encierra el concepto de conjunto es evidente y Klein pronunció una famosa disertación cuando accedió a su puesto de profesor en Erlangen –*Erlangen Programm*– en 1872 en la que mostró cómo podría ser aplicado este concepto como un medio para clasificar las diversas geometrías que habían ido apareciendo.

El punto de partida del desarrollo de la teoría de conjuntos cantoriana se sitúa en 1873, cuando Cantor se plantea una pregunta genial y le da una respuesta sorprendente. La pregunta era: ¿es posible correlacionar biunívocamente los números reales y los naturales?, o en otros términos, ¿hay la misma cantidad de números en N y en R? La respuesta resultó ser no, y con ella adquirió sentido la noción de cardinalidad de un conjunto infinito, ya que se había probado que existen conjuntos infinitos de diferentes "tamaños".

Sin embargo, en el proceso de difusión de la teoría de conjuntos se iba a generar una crisis que socavaba los cimientos mismos de la Matemática, como nos muestra Ferreirós (2004). Hilbert había hecho mención del teorema de buen orden en su conferencia de París en 1900. Cantor notificó a Hilbert, a la sazón redactor de la *Mathematische Annalen*, el propósito de escribir una obra en la que se demostraba el teorema. El resultado esencial utilizado para la demostración era el carácter antinómico del conjunto de todos los ordinales transfinitos. Aunque en un principio Hilbert no aceptó la idea de que fuese antinómico, acabó tomando conciencia de la naturaleza del problema. Otros matemáticos fueron descubriendo las antinomias pero el proceso de asimilación por parte de la comunidad matemática distó de ser simple ni se supo dar una interpretación adecuada. Russell dio a conocer otra antinomia más elemental en su obra *The Principles of Mathematics* (1903): mientras las anteriores hacían uso de unas nociones sofisticadas de la teoría cantoriana, Russell sólo empleaba nociones simples que se consideraban puramente lógicas[1].

La otra gran polémica de la época estaba situada en el axioma de elección. La cuestión del teorema del buen orden volvió a centrar la atención en el congreso de 1904 y un mes después de su celebración, Zermelo envió una carta a Hilbert para que publicara en los *Mathematischen Annalen* una demostración del teorema basada en el axioma de elección. El axioma venía siendo utilizado implícitamente por Cantor y Dedekind en sus investigaciones. Sin embargo, había sido rechazado por Peano o Levi. La novedad era que Zermelo lo definió claramente y lo situaba en el centro de la atención de su trabajo. La demostración constituye un ejemplo del lado más discutible y radical de la teoría de conjuntos: se trata de un axioma puramente existencial y de una demostración de existencia de órdenes imposibles de determinar concretamente. Esto fue justamente lo que originó las grandes polémicas de la época, más aún que las antinomias: las objeciones constructivistas al tipo de matemática abstracta que caracterizaba a la teoría de conjuntos (a pesar de que muchos de los autores que criticaran esta manera de proceder hubiesen empleado razonamientos similares en sus trabajos).

Las principales posiciones en este enfrentamiento se tomaron entre los años 1900 y 1910, aunque los medios técnicos para analizarlas y medir sus consecuencias se refinaron sobre todo en los 20. A final, después de mucho tiempo sin una resolución completamente satisfactoria, se llegó al triunfo del conjuntismo, en buena medida bajo la autoridad de Hilbert. Por entonces, la teoría de conjuntos recibía apoyo tras apoyo: Peano, Jordan y Borel la empleaban en sus textos de análisis, mientras dos matemáticos de primera fila, Hadamard y Hurwitz, ya la ensalzaban desde sus conferencias estelares del I Congreso Internacional (1898). Y también en el campo de la geometría se hacían sentir los nuevos tiempos: las ideas del *Programa de Erlangen* de Klein, publicado de nuevo en 1893, y las axiomatizaciones propuestas por miembros de la escuela de Peano y por Hilbert, se basaban todas ellas en una aproximación conjuntista. Los dos primeros problemas de Hilbert en su famosa conferencia *Mathematische Probleme* de 1900 guardan relación con la teoría de conjuntos[2].

1. En las etapas iniciales, el empleo de la noción de conjunto estaba basado en el *principio de comprehensión*: si tenemos una propiedad P, podemos construir el conjunto {x: x cumple P}. Resumiendo, a Russell le bastó considerar el concepto de conjunto que no pertenece a sí mismo, usando la propiedad *x pertenece a x*. Así pues, el conjunto R = {x: x no pertenece a x} nos lleva a una contradicción ya que R pertenece a R sí y sólo si R no pertenece a R. En este principio se basan numerosos acertijos-paradoja muy populares, del tipo: "El barbero de un pueblo afeita a todos los que no se afeitan a sí mismos. ¿Debe afeitarse a sí mismo el propio barbero?".

2. El primero trata sobre la hipótesis del continuo: probar que no existe un conjunto cuyo tamaño

Gracias a la obra de Zermelo con su axiomatización (1908) se alcanzó el periodo de madurez de la teoría de conjuntos que permite reducir toda la teoría creada por Cantor y Dedekind a algunas definiciones y axiomas. Se completó así la teoría elemental cantoriana y se superó la situación creada por las antinomias. Entonces empezaron a aparecer los primeros manuales y a partir de 1905, con la publicación de varios artículos de Borel, el debate dejó de ser exclusivamente alemán para pasar a internacionalizarse.

LA SITUACIÓN EN ESPAÑA

A finales del siglo XVIII se estaba realizando un gran esfuerzo de renovación científica que se interrumpió bruscamente durante la Guerra de la Independencia[3]. Sin embargo, el final de la guerra no significó la vuelta a la situación anterior de la Ilustración. Para dificultar aún más la recuperación durante los años siguientes, tal y como nos ilustra González (2002), cabe destacar la presencia de ingenieros, científicos, catedráticos universitarios y demás personal del mundo científico en puestos políticos: diputados, senadores, altos cargos de las administraciones, etc., debido en buena parte al clima de inestabilidad política de la época. El precio es el abandono de sus labores científicas (caso de los matemáticos José Echegaray y Manuel María Azafra[4]). Sólo después de la revolución de 1868 se logró alcanzar cierta continuidad en los esfuerzos para la recuperación científica con el estímulo de la liberalización ideológica. Con el pronunciamiento del general Martínez Campos en 1874 se restauró en el poder a la dinastía de los Borbones en la persona del príncipe Alfonso cuyo gobierno impuso los criterios del sector más intransigente del catolicismo español, terminando así el llamado Sexenio Democrático, uno de los momentos de mayor esplendor cultural del siglo XIX. Sin embargo, es en este régimen, (como reacción frente a él, de hecho) donde tuvo su origen la *Institución Libre de Enseñanza*, pilar fundamental para el desarrollo de la cultura y la ciencia en la España. El 28 de febrero de 1875 apareció un real decreto que incluía una circular dirigida a todos los rectores de las universidades según la cual, ningún profesor podía hacer manifestación alguna que fuese en contra de la monarquía recién instaurada o las doctrinas o creencias de la religión católica, única confesión religiosa aceptada por el Estado. Asimismo, se imponían otras cuestiones como la asistencia obligatoria a clase por parte de los alumnos o que el profesor debía seguir como libro de texto sólo aquéllos impuestos desde el ministerio. El contenido de esas leyes fue rechazado por algunos catedráticos y profesores y el gobierno reaccionó sancionando a varios de los profesores que protestaron, deteniendo a unos (entre ellos a Giner de los Ríos, futuro fundador y director de la Institución), desterrando y trasladando a otros. Como consecuencia

esté estrictamente entre el de los enteros y los reales. El segundo consistía en demostrar la consistencia de los axiomas de la aritmética.

3. Como anécdota, recordemos lo que le ocurrió al Real Observatorio de Madrid: fue transformado en cuartel por los franceses; su excelente telescopio fue desmontado para aprovechar la madera y su archivo saqueado y utilizado para encender fuego para calentar a los soldados durante el invierno.

4. Echegaray (1832-1936) llegó a ser Director general de Obras Públicas, ministro de Hacienda –en tres ocasiones– y de Fomento. Azafra (1813-1879) fue director general de Industria y Comercio.

de la situación, tras desechar la idea de crear una "universidad libre" española en Gibraltar, tomó forma un proyecto más modesto, fuera del ámbito universitario, dentro de la enseñanza secundaria pero que tendría una gran influencia en la historia española: la creación de la *Institución Libre de Enseñanza*, en la que la ciencia jugó un papel muy importante. De hecho, durante la primera década de la Restauración, muchos de los más eminentes científicos de Madrid mantuvieron relaciones con la Institución: Salvador Calderón (geólogo), Luís Simarro (neurólogo), Ramón y Cajal,…De esta manera, durante buena parte de la segunda mitad del siglo XIX la ciencia experimentó una cierta recuperación, aunque llevada de la mano fundamentalmente de las ciencias naturales y médicas[5]. Al mismo tiempo, las ciencias matemáticas y físico-químicas languidecían.

Ya en el primer tercio del siglo XX, la ciencia, y también las matemáticas experimentaron un notable progreso. En las universidades, desde 1900 el plan de estudios de la licenciatura se equiparó al de otras naciones europeas y las facultades de ciencias fueron tomando el protagonismo en los estudios de matemáticas (sobre los centros militares, institutos de enseñanzas medias, escuelas normales,...). Por esta razón los grupos de matemáticos con mayor relevancia se localizaron en Madrid, Barcelona y Zaragoza, únicas ciudades donde se encontraban secciones de Exactas

Una de las iniciativas más interesantes para mejorar la situación educativa y científica en nuestro país es la creación, en 1907, de la *Junta para la Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas* (JAE). La JAE fue una institución autónoma aunque dependiente del ministerio de Instrucción Pública, inspirada en la ideología que caracterizó a la *Institución Libre de Enseñanza*, con la que es fácil encontrar evidencias de conexión, por ejemplo, al repasar la lista de los nombres que intervinieron en la creación de la Junta[6]. En el Real Decreto que informaba de su fundación se enumeraban de manera explícita las funciones que tendría a su cargo la JAE:

– El servicio de ampliación de estudios dentro y fuera de España.
– Las Delegaciones en Congresos Científicos.
– El servicio de información extranjera y relaciones internacionales en materia de enseñanza.
– El fomento de los trabajos de investigación científica.
– la protección de las instituciones educativas en la enseñanza secundaria y superior.

5. Esto puede explicarse por el hecho de que existían en España instituciones consolidadas y con una larga tradición, como el Museo de Ciencias Naturales y El Jardín botánico en Madrid, cuyas actividades se remontan al siglo XVIII. Igualmente, existían facultades de Medicina en prácticamente todas las universidades españolas.

6. Fue creada por en Real Decreto el 11 de enero de 1907. Al acto de constitución asistieron como vocales Echegaray, Menéndez Pidal, Torres Quevedo, Ramón y Cajal, entre otros. Éste último fue elegido presidente, cargo que desempeñó hasta su muerte, en 1934.

Frente a la penuria general que dominaba a la universidad española, para este proyecto se dedicaron unos presupuestos bastante más elevados que los dedicados a la investigación científica (tanto en ciencias como en humanidades) fuera de la JAE.

El objetivo fundacional de la JAE era el de “por todos los medios posibles, formar el personal docente futuro y dar al actual medios y facilidades para seguir de cerca el movimiento científico y pedagógico de las naciones más cultas”. El principal medio escogido para llevar acabo esa tarea fue el de las pensiones (becas, como se conocen en la actualidad; hasta el punto en que la Junta era más conocida como *Junta de Pensiones*). Eran consideradas una herramienta fundamental para el desarrollo cultural y científico de España. Se concedían de manera individual y en grupo, para trabajos en el país y fuera de él. Las pensiones en el extranjero se hallaban implantadas entonces en numerosas naciones, incluso en algunas poco desarrolladas de la época, como Rumania, China o Turquía. Con respecto a las europeas, en ese momento España estaba a la cola en cuanto a la colonia de estudiantes en el extranjero, sólo por delante de Portugal y Montenegro.

Durante las primeras décadas del siglo XX se produjo también un hecho curioso. En una apuesta que marcará el futuro de la ciencia española en el primer tercio de siglo, se auparon a Cátedras (algunas creadas ex profeso) a varios jóvenes recién doctorados en diversas disciplinas, prometedores, pero que aún no habían demostrado nada ya que no habían tenido tiempo. De esta manera, Julio Rey Pastor, licenciado en 1908, doctor en 1909, obtuvo la Cátedra de Análisis Matemático de la universidad de Oviedo en 1911 y la de igual denominación en Madrid en 1913. Además, todos esos nuevos Catedráticos recibieron pensiones de la JAE, lo que permitió a Rey Pastor trabajar en Alemania y tomar contacto con las corrientes punteras en investigación matemática.

LA MATEMÁTICA MODERNA EN ESPAÑA

Los primeros contactos de Julio Rey Pastor con la JAE fueron muy precoces. Recién licenciado, aún no doctor, solicitó a la JAE en 1909 un pensionado con el propósito de estudiar Geometría Proyectiva con Theodor Reye en Estrasburgo. Le fue concedida una estancia de nueve meses, aún sin doctorar, pero Rey Pastor tuvo que renunciar a ella por problemas burocráticos (debido a su condición de recluta). El siguiente intento, ya definitivo, por lograr una de las pensiones en el extranjero tuvo lugar en 1911. Se le concedió por una estancia de once meses en la Universidad de Berlín, donde realizó trabajos de investigación y asistió a clases de Schwarz, Schottky y Frobenius. En las cartas que envió al presidente de la JAE a modo de memoria de su estancia, Rey Pastor se refería a lo que ya era (y seguiría siendo a lo largo de su vida) uno de sus temas preferidos: la implantación en España de los estudios y métodos de investigación matemática que destacaban en el resto del mundo, en particular el sistema que conoció en Berlín, para salvar la distancia que nos separaba de Alemania, Francia e Italia. Además, en estas primeras comunicaciones, hizo mención al Seminario Matemático que había frecuentado en

Alemania, cuya implantación en España veía muy conveniente para despertar el espíritu investigador entre los estudiantes de matemáticas. De esta manera se empezó a gestar el *Laboratorio y Seminario de Matemática*, que la JAE crearía a su vuelta a España (1915), para que Rey Pastor diseñara, coordinara y dirigiese los designios de las nuevas generaciones de matemáticos españoles según los modelos que había conocido durante su pensión en el extranjero.

Su siguiente contacto con la JAE tuvo lugar en 1913, siendo ya catedrático de Análisis Matemático de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Oviedo, cuando solicitó, y le fue concedida, en 1914, una pensión por diez meses. En esta ocasión estuvo en Munich en una primera etapa y luego en Gotinga, donde siguió cursos de Caratheodory, Courant, Hilbert, Hölder, Rohn, Koebe y Landau y donde conoció las ideas del Erlangen Programm de Klein.

Así pues, con las pensiones de la JAE, Rey Pastor fue el primer matemático español que tuvo la oportunidad de trabajar en Berlín y Gotinga, los dos focos en los que se centraron los debates sobre los fundamentos de las matemáticas; además, con los personajes principales que participaron en ellos y en una época en la que aún resonaban sus ecos. Todo esto, unido a su afán renovador, hacen de Rey Pastor la persona indicada de introducir en España la matemática moderna que se hacía en Europa y con ella la teoría de conjuntos.

LAS OBRAS PIONERAS

Fundamentos de la Geometría Proyectiva Superior (1916)

Rey Pastor evidenció a lo largo de todo su trabajo una gran formación geométrica. Estando de viaje por Alemania, presentó un trabajo (que resultó ganador frente a siete candidatos más) para optar al premio instituido en memoria de la Duquesa de Alba en conmemoración del tercer centenario del Quijote, dirigido a obras "de tema científico cualquiera, siempre que no se refiera a inventos de medios de destrucción". El trabajo premiado, mejorado y ampliado, fue publicado en forma de libro por la JAE en 1916 con el título *Fundamentos de la Geometría Proyectiva Superior*. En él se aprecia el enfoque sistematizador del Programa de Erlangen de Félix Klein.

Se trata de la obra más importante de Rey Pastor en Geometría. Incorpora grandes aspectos de modernidad pero sin dejar de tener el carácter de matemáticas del siglo XIX. La característica esencial de la obra es que intenta fundamentar correcta y rigurosamente, a partir de la axiomática, el desarrollo sintético de la geometría proyectiva, aspectos que ocuparon a los matemáticos de finales del siglo XIX, principalmente a italianos y alemanes.

En la obra se nota la frenética importación de las novedades matemáticas europeas desconocidas en España. Así aparece en sus páginas mucha información, acompañada de amplia bibliografía, y expone temas novedosos con suma diligencia.

Sin embargo, el tamaño del esfuerzo no se correspondió con la duración de la influencia dejada por la obra, que nació cuando la geometría sintética se retiraba. Rey Pastor trabajó solo y sin competencia en un edificio cuya construcción había sido abandonada. Con los *Fundamentos*, Rey Pastor pretendía presentar "a los jóvenes matemáticos españoles un cuadro del estado actual de esta ciencia, señalándoles los campos que aún están por cultivar, y donde pueden cosecharse frutos importantes". Aunque su libro fue reseñado en varias revistas con juicios favorables y había realizado una magnífica puesta a punto del "estado actual de esta ciencia" –la geometría sintética, o la geometría en general–, las tendencias matemáticas del momento, que conoció en Berlín y Gotinga, no iban por ese camino.

Así pues, la actividad investigadora y creativa de rey Pastor en geometría está limitada en el tiempo: desde la realización de su Tesis Doctoral durante el curso 1908-1909 (*Correspondencia de figuras elementales*, trabajo sobre geometría sintética de curvas y superficies en espacios proyectivos) hasta los *Fundamentos de la Geometría Proyectiva Superior* en 1916. A partir de entonces su actividad se decantó hacia el análisis matemático que estudió en profundidad en Alemania.

Introducción a la Matemática Superior (1916)

De febrero a abril de 1915 se celebró en el Ateneo de Madrid[7] un ciclo de conferencias sobre el "Estado actual, métodos y problemas de la ciencia". En la sección de Matemáticas, Rey Pastor dictó una serie de seis conferencias que se publicaron en 1916 en forma de libro bajo el título de *Introducción a la Matemática Superior. Estado actual, métodos y problemas*. En el contenido de estas conferencias Rey Pastor expuso los conocimientos adquiridos en su estrecho contacto con el movimiento matemático alemán durante su pensionado. Esta obra marca la separación entre la etapa de Rey Pastor como geómetra y el giro que toma su actividad hacia el análisis matemático.

En esta obra, además de hacer referencia a la crisis de los fundamentos sufridos pocos años antes, "como todas las ciencias", se muestra el entusiasmo de Rey Pastor por el enfoque conjuntista desde las primeras líneas del pequeño prólogo:

> "Pedir una definición de la disciplina que se llama hoy Matemática moderna, equivale a preguntar cuál es la última radical renovación que esta ciencia ha sufrido. […] la posterior a Riemann y Weierstrass. De ella nos ocupamos en estas páginas, agrupando sus variadas teorías en torno a tres ideas capitales: conjuntos, funciones, grupos".

En resumen, justamente los elementos en los que se basa la visión conjuntista.

El libro está articulado en seis capítulos coincidiendo con las seis conferencias impartidas. En concreto fueron:

7. Desde su fundación en 1835, el Ateneo se subtitulaba "científico" (y literario). Fue unos de los foros impulsores y renovadores de la ciencia del siglo XIX.

1. Fundamentos de la aritmética y del análisis. Rey Pastor comienza el capítulo con la definición de matemáticas del futuro como las matemáticas de los conjuntos. Aquí se observa su total entusiasmo por el enfoque conjuntista. La primera cuestión que aborda es la definición del concepto de conjunto, separando su significado del de la lengua vulgar. A continuación nos conduce luego al concepto de numero natural, a la recién creada teoría de conjuntos (potencia de un conjunto, conjuntos numerables, cardinal del continuo, Cantor, Peano...) y a la aritmética transfinita.
2. Los fundamentos de la geometría. Revisa las geometrías no euclídeas (Gauss, Lobachevski, Bolyai), las nuevas concepciones del espacio curvo (Riemann), y analizaba los peligros de la intuición (aun sin dejar de considerar su importancia en el proceso creativo) y la importancia del método axiomático de Klein y de sus implicaciones con la lógica.
3. Funciones de variable real. Aquí se analizan los conceptos de función, curva e integral. El capítulo comienza reconociendo el concepto de función como fundamental para toda la matemática. Introduce diversas concepciones de función (Euler, Fourier, Dirichlet, Riemann, Weierstrass), de curva analítica y dimensión y de los diversos enfoques del calculo integral (Euler, Cauchy, Riemann, Lebesgue, Baire) y de cómo la coincidencia entre la función con la derivada de su primitiva desaparece con las nuevas definiciones. Se trata también el problema de la medida de conjuntos.
4. En la cuarta conferencia se estudia el problema del paso al límite y, en particular, las series de Fourier, las series divergentes (Euler, Abel, Cauchy, Stieljes, Poincaré y Cesaro), los sistemas de infinitas ecuaciones lineales (Poincaré, Hilbert) y las ecuaciones integrales (Fredholm, Hilbert)
5. La quinta conferencia la dedica al estudio de las funciones de variable compleja (Cauchy, Weierstrass, Riemann).
6. Termina la obra con una sistematización de la matemática (Álgebra, Análisis, Geometría) por medio de la Teoría de Grupos.

Llama la atención la modernidad de las 80 referencias bibliográficas[8] que incluye en el texto, casi todas posteriores a 1900, y más de la mitad de ellas posteriores a 1910.

Introducción a la Matemática Superior (1951)

Años más tarde, en 1951, Rey Pastor hizo una revisión de la obra, con el mismo título. En ella, con la perspectiva que da la lejanía en el tiempo, nos presenta

8. Rey Pastor consideraba crucial el conocimiento bibliográfico para la mejora del nivel matemático. Recomendaba consultar la *Encyklopädie* impulsada por Klein desde Gotinga o al *Repertorio* de Pascal para completar el conocimiento de la matemática del XIX que faltaba en España, al mismo tiempo que no dudaba en acusar a los colegas de leer sólo unos pocos libros en los que basaban sus cursos e ignorar la matemática que se publicaba en las revistas de investigación (González, 2006).

un claro resumen del progreso experimentado por las matemáticas gracias a la implantación de todos esos mecanismos en las primeras décadas del siglo.

La reedición de la *Introducción* apareció también dividido esta vez en siete capítulos, pero modernizadas y ampliadas, especialmente dedicada a los profesionales que realizaban cálculos y que se consideraban matemáticos pero que no estaban informados todavía de la revolución que supuso la matemática moderna.

Los títulos de los capítulos del libro son:

1. Aritmética y lógica matemática.
2. Fundamentos de la Geometría.
3. Aritmética y Álgebra. Geometría algebraica.
4. Funciones reales o Geometría diferencial e integral.
5. El paso a límite y la Correlación en el Análisis.
6. Funciones de variable compleja.
7. Sistematización de la Matemática.

En el prólogo, mucho más amplio que en la anterior edición, Rey Pastor recuerda el germen del libro como conferencias en el Ateneo y a continuación hace un pequeño balance de la cultura matemática en los países de habla hispana a lo largo de los años transcurridos. Reconoce que se ha elevado mucho durante ese tercio de siglo y que no sólo se conocen a fondo las modernas teorías sino que también las nuevas generaciones investigan en ellas y colaboran en revistas internacionales, tarea que por aquel entonces se le antojaba fabulosa e inverosímil. Sin embargo, se puede contrastar el planteamiento que sigue Rey Pastor treinta y cinco años después y cómo va decayendo su inicial entusiasmo por el enfoque conjuntista, dejando paso a un cierto desencanto[9]. Aunque vuelve a centrar las matemáticas modernas en torno a tres "etapas", conjuntos, funciones, y familias de funciones (en 1916 aparecían los grupos en tercer lugar), mientras antes eran símbolos de modernidad, ahora considera la arbitrariedad[10] como la característica fundamental de la nueva matemática, de la que, según intenta denunciar Rey Pastor, se abusa hasta el punto de sufrir un curioso cambio de valores: los mediocres, que antaño debían conformarse con la resolución de problemas mientras que los grandes creaban teorías, se dedican ahora a la fácil tarea de fabricar teorías o generalizarlas, con una simple combinación de postulados. Critica con sarcasmo también la maraña de espacios abstractos y subíndices (ya que fácilmente se agotan las letras del alfabeto) y cómo los jóvenes matemáticos se mueven sin rumbo por un terreno que ven infinito y deshabitado.

9. Al igual que en la edición de 1916, define la Matemática del futuro como la *Ciencia de los Conjuntos*, aunque no de manera tan rotunda como entonces. Se puede notar en el matiz de que escoge esa definición "eligiendo entre las muchas que se han propuesto" y que toma esa "por ejemplo".

10. "las construcciones arbitrarias, los postulados arbitrarios y las funciones arbitrarias; suma de arbitrariedades que horrorizaban a Poincaré" (Rey Pastor, 1951).

A modo de conclusión: ¿qué matemática es la que defiende Rey Pastor? Para él, aunque la Matemática es la ciencia de las estructuras abstractas, los felices hallazgos de los postnewtonianos durante el siglo XVII se debieron a que esas estructuras explicaban fenómenos naturales. El éxito de la Matemática es que consigue librarse de las trabas de la experiencia pasando de lo real a lo posible, pero sin desconectarse de la realidad. En definitiva, la utilidad de la Matemática en cuanto consigue explicar la realidad. Rey Pastor considera que ese abuso en la creación de nuevos entes sin los frenos que se imponían en otros tiempos (ya fuera por el fin de representar una entidad natural o de resolver un problema en concreto) enreda el universo de las teorías matemáticas. El arte del matemático no debe estar en añadir más hilos a la maraña, sino en desatar nudos y convertirlo en tejido ordenado.

EL FIN DE UNA ÉPOCA

En junio de 1921 Rey Pastor marchó a Buenos Aires, terminando así una primera etapa[11] intensa y fructífera. El *Laboratorio* continuaría sus actividades hasta la llegada de la Guerra Civil e incluso durante la contienda[12].

La guerra civil frenó en seco los embriones de un sistema científico en España. Las bases ideológicas y culturales de la dictadura del general Franco representaron un retroceso de alcance histórico para el frágil entramado científico español. La represión emprendida tras el fin de la guerra por los vencedores sobre los vencidos golpeó con extremada dureza al sistema educativo y científico español. Las depuraciones de maestros, profesores universitarios y científicos excluyeron de la práctica profesional a miles de personas capacitadas, condenadas a un duro y amargo exilio, interior o exterior, provocando una descapitalización que tardó decenios en ser solventada y cuyo coste no ha sido suficientemente mensurado para el desarrollo educativo, la formación y cualificación de la sociedad española tras la larga posguerra.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Español, L. (2006) Julio rey Pastor. Primeros años españoles. Hasta 1920. *La Gaceta de la RSME*. 9 (2), 545-585.

Español, L. (1990). Algunas cuestiones sobre los “Fundamentos de la Geometría Proyectiva Superior”. *Estudios sobre Julio Rey Pastor* (1888-1962). Logroño. Instituto de estudios Riojanos. 379-397.

Ferreirós, J. (1993). *El nacimiento de la teoría de conjuntos, 1854-1908*. Madrid. Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid.

11. Durante los años 1947 a 1962 alternaría su estancia entre Argentina y España, pero con una actividad en este último país más bien institucional, impartiendo cursos y conferencias.

12. Sobre la base organizativa de la JAE se creará, en 1939, el Consejo Superior de Investigaciones.

Ferreirós, J. (1998). El enfoque conjuntista en matemáticas. *La Gaceta de la RSME*, *1*(1), 389-412.

Ferreirós, J. (2004). Un episodio en la crisis de los fundamentos: 1904. *La Gaceta de la RSME*, *7*(2), 449-467.

González, F. A. (2002). La matemática en el panorama de la Ciencia española, 1852-1945. *La Gaceta de la RSME*, *5*(3), 779-809.

González, F. A., de Vicente, L. y Fernández, R. E., (2008). La organización de la educación matemática en la Junta para Ampliación de Estudios: el Laboratorio y Seminario Matemático. *Revista Complutense de Educación, 19*(1), 137-153.

Hormigón, M. (1985). Rey Pastor y las matemáticas en España. *Actas del I simposio sobre Julio Rey Pastor* (pp. 41-58). Logroño. Instituto de Estudios Riojanos.

Otero Carvajal, L. E. (2001). La destrucción de la ciencia en España. Las consecuencias del triunfo militar de la España franquista. *Historia y Comunicación Social*. 6, 149-186.

Peralta Coronado, F. J. (1999) *La matemática española y la crisis de finales del siglo XIX*. Madrid. Nivola. Colección Ciencia abierta.

Rey Pastor, J. (1916). *Fundamentos de la geometría proyectiva superior. Introducción a la Matemática Superior*. Madrid. Junta para la Ampliación de Estudios.

Rey Pastor, J. (1916). *Introducción a la Matemática Superior. Estado actual, métodos y problemas*. Madrid. Biblioteca Corona. (Edición facsímil de 1983).

Rey Pastor, J. (1951). *Introducción a la Matemática Superior. Estado actual, métodos y problemas*. Madrid y Buenos Aires. Editorial iberoamericana.

Sánchez Ron, J. M. (1990) Julio Rey Pastor y la Junta para la Ampliación de Estudios. *Estudios sobre Julio Rey Pastor* (1888-1962). Logroño. Instituto de estudios Riojanos. 9-41.