

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМ ФАКТОРА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СГУСТКОВ ДЛЯ РАСЧЁТА ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

М.М. Токтаганова

Научный руководитель: Д.А. Шкитов, к.ф.-м.н.

Томский политехнический университет, Томск 634050, Россия

E-mail: mmt8@tpu.ru

Введение

Переходное излучение (ПИ) возникает при пересечении заряженными частицами границы раздела двух сред с различными диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_{1,2}$ (в статье граница вакуум ($\varepsilon_1 = 1$) – металл ($\varepsilon_2 = \infty$)) [1]. Данное излучение используется для диагностики релятивистских пучков заряженных частиц в ускорителях [2].

Полное спектрально-угловое распределение интенсивности ПИ определяется через выражение:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = [N + N(N-1) \cdot F(\mathbf{k})] \cdot \frac{d^2W_0}{d\omega d\Omega}, \quad (1)$$

где $\frac{d^2W_0}{d\omega d\Omega}$ – спектрально-угловое распределение ПИ от одной частицы, получаемое аналитически из теории, либо численно с помощью моделирования, N – число частиц в пучке, \mathbf{k} – волновой вектор излучения, $F(\mathbf{k})$ – форм фактор (ФФ) сгустка. Форм фактор описывает когерентную часть спектра, т.е. это коэффициент, характеризующий долю частиц, излучающих когерентно. Излучение называют когерентным, когда его интенсивность пропорциональна N^2 [3]. Зная ФФ можно рассчитать полную интенсивность излучения.

В данной работе для расчета форм фактора применяются два подхода: общеизвестный аналитический и новый численный подход.

Аналитический подход

В аналитическом подходе предполагается непрерывное пространственное распределение частиц. В таком случае ФФ рассчитывается как:

$$F = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(r) \exp\{-i\Delta\varphi\} dr \right|^2, \quad \Delta\varphi = k\Delta r - \omega\Delta t,$$

где \mathbf{r} – радиус вектор, проведенный к частице в сгустке из начала координат системы мишени, $\rho(r)$ – нормированное пространственное распределение частиц (ПРЧ) в пучке, $\Delta\varphi$ – сдвиг фазы излучения, ω – частота излучения, Δr – геометрическая разность хода, Δt – время «запаздывания» частицы. Сдвиг фазы для случая ПИ «назад» находится из геометрических соотношений [4, 5] (см. рис. 1).

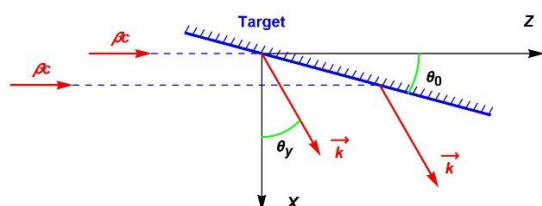


Рис. 1. Кинематика ПИ в плоскости xOz

Задав ПРЧ тремя гауссианами по трём осям, опуская математические выкладки, получим формулу ФФ для последовательности сгустков с произвольными расстояниями между сгустками, зарядами и продольными и поперечными размерами (2):

$$F = \left| \sum_1^m \mu_p e^{-\frac{2\pi^2}{\lambda^2}(\sigma_{x_p}^2 A^2 + \sigma_{y_p}^2 B^2 + \sigma_{z_p}^2 C^2)} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda} z_p C} \right|^2, \quad (2)$$

$$A = \cos \theta_x \cos \theta_y + \frac{\cos \theta_x \sin \theta_y - C}{\tan \theta_0},$$

$$B = \sin \theta_x, \quad C = 1/\beta,$$

где m – количество сгустков, μ_p – доля заряда p -го сгустка, $\sigma_{x_p}, \sigma_{y_p}, \sigma_{z_p}$ – размеры p -го сгустка по осям x, y, z , z_p – координата центра p -го сгустка по оси z , отсчитываемая от центра системы координат, λ – длина волны излучения, β – отношение скорости частицы к скорости света, θ_y, θ_x – углы направления вектора наблюдения в пространстве, θ_0 – угол наклона мишени.

На основе формулы (2) в пакете Wolfram Mathematica создан манипулятор (см. рис. 2), позволяющий в интерактивном режиме рассчитать ФФ для равномерной последовательности одинаковых сгустков и отобразить наглядную схему генерации ПИ, задавая следующие параметры: кол-во сгустков, расстояние между ними, энергия частиц, размеры сгустков, угол наклона мишени относительно оси Y , положение детектора, а также параметры визуализации схемы генерации ПИ и движения сгустков. Выражение (2) получено для гауссовых сгустков, однако, на практике встречаются сгустки, ПРЧ которых невозможно описать аналитически.

Численный подход

Численный подход предполагает прямой расчёт ФФ последовательности сгустков, зная дискретное распределение частиц по всем координатам. Близкое к реальному ПРЧ можно получить, например, с помощью кода ASTRA [6]. В этом случае полное спектрально-угловое распределение интенсивности ПИ можно рассчитать с помощью выражения (3):

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{d^2W_0}{d\omega d\Omega} \sum_{p=1}^N \sum_{j=1}^N e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(s[r_p - r_j])}. \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{s} = \{A, B, C\}$ из (2) и $\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_j$ – координаты p -ой и j -ой частицы в пучке, соответственно. Далее из равенства формул (1) и (3), получим выражение для ФФ (4):

$$F = \left(\sum_1^N \sum_1^N e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(s[r_p - r_j])} - N \right) / N(N-1). \quad (4)$$

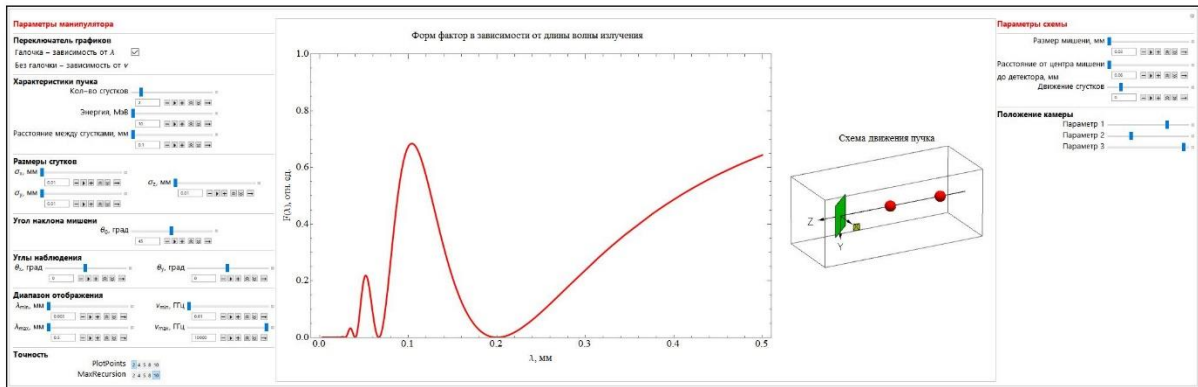


Рис. 2. Внешний вид манипулятора, график форм фактора (слева) и схема (справа)

Преимущество данного способа в том, что он позволяет рассчитать ФФ для реального ПРЧ в последовательности сгустков. Недостаток способа – резкое увеличение времени расчёта с ростом числа частиц. Пока расчёт ФФ реальных сгустков ($\sim 10^8 \div 10^{10}$ частиц) по (4) на ПК средней производительности без оптимизации требует колоссального количества времени.

Сравнение подходов

Для сравнения подходов (формулы (2) и (4)) был случайным образом сгенерирован набор координат точек, представляющий из себя два гауссовых сгустка с одинаковыми поперечными и продольными размерами. Каждый сгусток состоял из 1000 частиц. На рис. 3 приведено сравнение ФФ, рассчитанных на основе вышеописанных подходов, для электронов с энергией 10 МэВ.

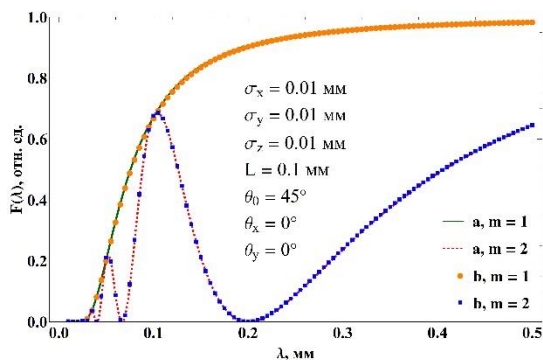


Рис. 3. Сравнение аналитического (а) и численного (б) подходов, где L – расстояние между сгустками

Видно хорошее согласие двух подходов для случая 1-го и 2-х сгустков. В приведённом диапазоне длин волн разность значений в основном $< 2\%$, кроме интервалов, соответствующих минимумам ФФ. Это связано с расчётами малых значений на пределе машинной точности. Заметим, что сравнение проведено для конкретных значений угла наблюдения и угла наклона мишени.

Заключение

Следуя классическому подходу, получена формула расчёта ФФ для ПИ, учитывающая произвольные: количество сгустков, их пространственные размеры, расстояние между ними, энергию, заряд, наклон мишени и положение точки наблюдения.

Помимо этого, разработан принципиально новый подход расчёта ФФ по произвольному дискретному распределению частиц в пространстве. Сравнение двух подходов для расчёта ФФ даёт хорошее совпадение с разницей $< 2\%$.

Для автоматизации расчёта “аналитического” ФФ по формуле (2) создан манипулятор, позволяющий динамически задавать множество параметров. На выходе получается график ФФ для равномерного распределения одинаковых сгустков и наглядная схема взаимодействия пучка (последовательности сгустков) с мишенью. В разработке находится расширенная версия, обобщённая на произвольные параметры каждого сгустка, а также аналогичное приложение для численного подхода.

Список использованных источников

1. Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние: монография. – М.: Наука, 1984. – 359 с.
2. Mihalcea D. et al. // Phys. Rev. ST-AB. – 2006. – Vol. 9. – 082801
3. Гарибян Г.М., Ян Ши Рентгеновское переходное излучение: монография. – Ер.: Изд-во АН АрмССР, 1983. – 320 с.
4. Потылицын А.П. // Письма в ЖЭТФ. – 2016. – Т. 103. – № 11. – С. 762-766.
5. Науменко Г.А. // Известия ВУЗов. – 2007. – № 10/3. – С. 199-206.
6. A Space Charge Tracking Algorithm [Эл. ресурс]. – URL: <http://www.desy.de/~mpyflo/> (дата обращения 13.11.2019)