DIPLOMOVÁ PRÁCE

Využití operační analýzy v oblasti obchodní logistiky

Use of Operational Analysis in the Field of Business Logistics

STUDIJNÍ PROGRAM

Projektové řízení inovací

VEDOUCÍ PRÁCE

Ing. Pavla Koťátková Stránská, Ph.D.

HAVELKOVÁ

JITKA

2020

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Havelková Jméno: Jitka Osobní číslo: 460749

Fakulta/ústav: Masarykův ústav vyšších studií (MÚVS)

Zadávající katedra/ústav: Oddělení ekonomických studií

Studijní program: Projektové řízení inovací

Studijní obor: -

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Využití operační analýzy v oblasti obchodní logistiky

Název diplomové práce anglicky:

Use of Operational Analysis in the Field of Business Logistics

Pokyny pro vypracování:

Cílem práce je využít poznatky z teorie grafů a aplikovat metody operační analýzy pro optimalizaci rozvozových tras v obchodní firmě. Teoretická část se zaměřuje na představení distribučních úloh a metod jejich řešení. Tato teoretická východiska jsou v praktické části využita pro návrh rozvozových tras, které by minimalizovaly rozvozovou vzdálenost a snižovaly tak náklady v podobě ujetých kilometrů. Přínosem je doporučení v podobě návrhu minimalizace rozvozových tras za účelem zvýšení hodspodárnosti podniku.
Osnova: 1. Úvod 2. Teoretická část - pojetí obchodní logistiky, matematický aparát v podobě teorie grafů, distribuční úlohy a metody řešení 3. Praktická část - představení firmy, analýza současného stavu distribuce, návrh optimalizace, zhodnocení návrhu 4. Závěr

Seznam doporučené literatury:

VOLEK, Josef a Bohdan LINDA. Teorie grafů - aplikace v dopravě a veřejné správě. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2012.
PASTOR, Otto a Antonín TUZAR. Teorie dopravních systémů. Praha: ASPI, 2007.
LAMBERT, Douglas M. a Lisa M. ELLRAM. Logistika, Praha: Computer Press, 2000.
DANĚK, Jan a Dušan TEICHMANN. Optimalizace dopravních procesů. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2005.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Pavla Koťátková Stránská, Ph.D., MÚVS ČVUT v Praze, oddělení ekonomických studií

Jméno a pracoviště konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: 28.11.2019 Termín odevzdání diplomové práce: 30. 4. 2020

Platnost zadání diplomové práce: 30. 9. 2021

Podpis vedoucí(ho) práce Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry Podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

31.3.2020

Datum převzetí zadání Podpis studenta(ky)

HAVELKOVÁ, Jitka. *Využití operační analýzy v oblasti obchodní logistiky*. Praha: ČVUT 2020. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze, Masarykův ústav vyšších studií.

MASARYKŮV ÚSTAV VYŠŠÍCH STUDIÍ ČVUT V PRAZE

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracovala samostatně. Dále prohlašuji, že jsem všechny použité zdroje správně a úplně citovala a uvádím je v přiloženém seznamu použité literatury.
Nemám závažný důvod proti zpřístupňování této závěrečné práce v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) v platném znění.

V Praze dne: 29. 07. 2020 Podpis:

Poděkování

Ráda bych tímto poděkovala své vedoucí práce paní Ing. Pavle Koťátkové Stránské, Ph.D. za odborné vedení, ochotu a cenné rady, které mi poskytla během tvorby práce. Dále bych tímto chtěla vyjádřit poděkování zaměstnancům firmy JAF HOLZ spol. s.r.o. za poskytnutý čas a informace.

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá využitím metod operační analýzy a poznatků z teorie grafů při optimalizaci rozvozových tras obchodní společnosti JAF HOLZ spol. s.r.o. Teoretická část práce je zaměřena na představení problematiky obchodní logistiky, distribučních úloh a metod jejich řešení. Cílem práce je aplikovat jednotlivé metody za účelem minimalizace vzdáleností rozvozových tras a snížení firemních nákladů v podobě úspor na pohonných hmotách. Výsledkem optimalizačního procesu je představení optimálních rozvozových tras a nejefektivnějšího způsobu jejich nalezení v podobě návrhu možného zlepšení logistických procesů.

Klíčová slova

teorie grafů, obchodní logistika, metody operační analýzy, problém obchodního cestujícího, Hamiltonovské cesty, hladový algoritmus, Littlův algoritmus

Abstract

This thesis deals with using operational analysis methods and a graph theory for optimising distribution routes in a trading company JAF HOLZ spol. s.r.o. The theoretical part is focused on presenting business logistics issues, distribution tasks and their solution methods. The aim of this thesis is to apply different methods in order to minimise the length of distribution routes and reduce the company costs related to fuel. The result of optimisation procedure is presentation of the best distribution routes and the most effective way for finding them in the form of a proposal for potential improvements in logistic processes.

Key words

graph theory, business logistics, methods of operational analysis, travel salesman problem, Hamiltonian path, greedy algorithm, Little algorithm

Obsah

Úvod

Logistika jako proces řídící materiálové toky v podniku je velmi důležitým a rychle se rozvíjejícím oborem ve firemním prostředí. Především v oblasti obchodních firem je nastavení logistického řešení přepravy zboží ke konečnému zákazníkovi klíčové. Samotná činnost obchodní logistiky spočívá v nákupu zboží, zajištění jeho skladování, přepravy a končí prodejem zboží u odběratele. Snahou podniků je v dnešní době zajistit synchronizaci v řízení materiálových, finančních a informačních toků a využívat k tomu sofistikované, ekonomicko-matematické metody. Hlavním cílem integrace těchto jednotlivých dimenzí je zvyšování hospodárnosti podniku.

Diplomová práce se svým obsahem blíže zabývá úzkými místy v přepravě zboží, využíváním vhodných metod optimalizace a vyhodnocováním finančních dopadů v podobě možných úspor firemních nákladů. Cílem práce je navrhnout řešení upravující podobu současných rozvozových tras jedné firemní pobočky na jejich optimální verzi a následně vyhodnotit a představit přínos z finančního hlediska. V závěru práce je podniku představeno doporučení vhodné metody optimalizace v kontextu firemního využití.

První část práce představuje problematiku obchodní logistiky a její současné využití v podnikové praxi. Informuje čtenáře o základních cílech obchodní logistiky a vymezuje v této souvislosti několik základních logistických pojmů, které jsou využívány v následující části práce. Dále je zde věnována rozsáhlá pozornost reprezentaci jednotlivých metod operačního výzkumu, které mají při řešení přepravních problémů široké využití. Hlavní část se zabývá využitím algoritmů z teorie grafů při řešení úlohy obchodního cestujícího. Jsou zde představeny jak složité exaktní metody aplikovatelné s mnoha proměnnými, tak algoritmy mající heuristický charakter. Právě využití matematického aparátu teorie grafů slouží v praktické části práce pro řešení úloh konkrétní dopravní problematiky.

V další části bude představen konkrétní dopravní problém společnosti, který bude řešen za pomoci uvedených teoretických poznatků. Snahou bude optimalizovat současné rozvozové trasy podniku. Nejprve bude představeno současné řešení logistických tras a jednotlivých obsluhovaných bodů představujících zákazníky. Podmínkou také je, že trasa vždy musí začínat a končit ve stejném bodě, který charakterizuje firemní sklad dané pobočky. Ze zkráceného představení řešené úlohy je zřejmé, že problém má charakteristiku úlohy obchodního cestujícího vycházející z teorie Hamiltonovských kružnic. Pro nalezení optimálních rozvozových tras byly aplikovány vybrané metody řešící úlohy založené na hledání nejkratších cest. Pro řešení bylo využito Littlova algoritmu, hladového algoritmu a Vogelovy metody. Řešení v podobě hledání nejkratší trasy bylo také zpracováno pomocí vybraného počítačového softwaru, jelikož možnost počítačového zpracování matematických modelů je v dnešní době již nezbytná.

Následně jsou uvedeny optimalizované rozvozové trasy a zhodnocení aplikovatelnosti vybraných metod řešení. V závěru práce je vyčíslena optimalizace z nákladového hlediska úspor firemních nákladů.

TEORETICKÁ ČÁST

1 OBCHODNÍ LOGISTIKA

Následující kapitola bude zaměřena na představení odvětví logistiky a blíže pak obchodní logistika, která je její významnou součástí. Obchodní logistika je disciplína převážně se zaměřující na oběh zboží. Právě oběhovým procesům, které se významně podílejí na navýšení přidané hodnoty produktů je nutné věnovat velkou pozornost. Správně fungující oběhové procesy také značně ovlivňují kvalitu finálních produktů a tím dokáží poskytnou firmě i silnou konkurenční výhodu na trhu.

1.1 Charakteristika obchodní logistiky

Logistika v současnosti představuje klíčový prvek integrující materiálové, informační a kapitálové toky organizací. Je významným článkem spojujícím výrobce a zákazníky. Postupem času v organizacích vznikají plně integrované logistické systémy zajišťující distribuci výrobků, podporu a plánování výroby a nákup surovin.

Logistický systém by měl prostřednictvím řízení materiálového, informačního a kapitálového toku zabezpečovat včasné uspokojení potřeb zákazníka. Hlavním úsilím v této oblasti je vytvoření integrovaného systému, který poskytne organizaci konkurenční výhodu. Z tohoto důvodu je nutné vytvořit optimální řešení logistického systému jako celku, nikoliv však optimalizaci dílčích oblastí. (Sixta a Žižka 2009, s. 14)

K nutnosti implementace integrovaného logistického systému do hospodářské praxe Stehlík (1997, s. 12) uvádí několik významných podnětů:

- vývoj a využití elektronického zpracování dat
- matematické modelování
- rozšíření trhu v národním a mezinárodním měřítku
- zvýšení významu distribuce
- akceptování citlivosti na potřeby zákazníků
- rychlá inovace výrobků
- intenzifikace konkurence.

Logistické systémy je možné členit na mnoho podsystémů z pohledů různých autorů, ale také z pohledů různých hospodářských zájmů. Nejčastější členění rozeznává makrologistiký systém, který má národohospodářskou povahu a systém mikrologistiky týkající se pouze jednotlivých části hospodářských oblastí.

Dalším členěním logistiky podle hospodářsko-organizačního místa uplatnění rozděluje oblast na logistiku průmyslovou, někdy nazývanou jako výrobní a logistiku obchodní také známou jako oběhovou. V některých případech je u této formy členění rozeznávána ještě samotná logistika dopravní, používaná zejména u dopravních organizací, a je v ní zahrnuta i přeprava osob.

Logistika průmyslová celkově zahrnuje pohyb materiálů v oblasti výroby, konkrétně pak oblast zásobování výroby, pohyb surovin a výrobních meziproduktů.

V další části práce se zabývám především oblastí obchodní logistiky, která se zaměřuje na řízení pohybu zboží od výroby ke konečnému zákazníkovi. Hlavními logistickými řetězci je zde odbyt zboží od výrobních podniků přes dopravu do velkoobchodních skladů a maloobchod k zákazníkům.

Mezi hlavní prvky obchodní logistiky se řadí:

- příjem zboží
- manipulace a skladování hotových výrobků
- výstupní kontrola balení
- vyskladňování a expedice
- přeprava
- rozvoz zboží
- prodej

Líbal (1997, s. 209) definuje obchodní logistiku takto:

„Obchodní logistika je vědní obor i pragmatická disciplína zabývající se plánováním, řízením a realizací toku zboží a informací tak, aby správná komodita byla ve správný čas, na správném místě, s co nejnižšími náklady."

Z výše uvedené definice vyplývá, že oblast obchodní logistiky je úzce spojena s procesem podnikového plánování, ekonomickým řízením podniku i marketingem.

Plánování oběhu zboží je základní složkou zajišťující samotné praktické uplatnění obchodní logistiky. Proces plánování v sobě zahrnuje činnosti směřující k určení způsobu, pravidel a taktik použitých při realizaci logistické strategie včetně určení disponibilních zdrojů, která často představují určitá omezení v realizaci.

Úsilí marketingu na druhé straně směřuje k zákazníkovi a úspěšnému a výhodně realizovanému prodeji. Cílem obchodní logistiky v této oblasti je zajistit správnou komoditu zboží ve správný čas, na správné místo za účelem uspokojení potřeb zákazníka z pohledu poskytnutých služeb dodání zboží.

V neposlední řadě je nutné zmínit požadavek minimalizace logistických nákladů. Tento požadavek souvisí s firemní snahou získat vysoké výnosy z celé činnosti. Jelikož vlastní cenová tvorba je často omezena existující konkurencí a stanovenou cenovou hladinou dané komodity, je vhodné nalézat výhodnost logistického řešení ve snižování podnikových nákladů. Logistické náklady ve výrobních podnicích představují kolem 10 % až 30 % z prodejů. Konkrétně u obchodních organizací je tento podíl přirozeně mnohem vyšší. Logistické náklady u obchodních organizací jsou představovány především náklady na přepravu do podniku a z něho, náklady na vnitropodnikové manipulační a skladovací procesy, náklady na balení a dále pak náklady na skladování zásob a informační procesy. Sledování logistických nákladů u obchodních podniků představuje tedy významnou část řízení. Dále tato kontrola přináší mnoho přínosů v podobě možnosti kvalifikovaného rozhodování, stanovení cílových ukazatelů pro jednotlivé logistické činnosti a nastavení efektivního logistického řešení za účelem minimalizace těchto nákladů. (Líbal et al. 1997, s. 209)

1.2 Funkce obchodní logistiky

Pro pochopení klíčových funkcí, které obchodní logistika zaujímá, je nutné vymezit také kvalitu subdodavatelského systému. Kvalita dodavatelských služeb musí být konkurenceschopná, aby zajistila podniku dlouhodobou ziskovost. V rámci kvality subdodavatelského systému je možné hovořit o vhodnosti přepravních obalových materiálů a jejich následné likvidaci, způsobu mechanizované manipulace nebo rychlosti a rozsahu dodávek. Snaha podniků neustále zvyšovat kvalitu dodavatelských služeb, ale také často přináší významné zvyšování nákladů a v této souvislosti také růst konečných cen produktů.

Dalším klíčovým prvkem v oblasti funkcí obchodní logistiky je i požadavek na splnění určité úrovně komplexnosti logistického řešení. Komplexnost zvoleného logistického přístupu spočívá v možnosti zasahovat do jednotlivých fází při pohybu zboží. Optimálního navrženého řešení je možné dosáhnout pouze při zachování této komplexnosti. Řešení jednotlivých dílčích logistických procesů není vhodné především z důvodu nutnosti udržet návaznost předchozího a následného procesu při pohybu zboží. Různé formy výsledné aplikace logistických řešení následně vyplývají z odlišné povahy nabízeného zboží, zvolené marketingové koncepce a z odlišných vlivů konkurenční situace na trhu. (Líbal et al 1997, s. 211)

Pernica (2005, s. 42) uvádí následující logistické funkce:

- strategické – pojetí dlouhodobého rozhodování o zdrojích, firemních pravidlech a postupech

- dispoziční – zaměřené na krátkodobé rozhodování v podobě uspokojení současných potřeb a vyřešení vzniklých událostí

- administrativní – zajišťují informační procesy

- operativní – realizace hmotné stránky logistických řetězců zahrnující skladové operace, operace balení, technologické manipulace apod.

1.3 Cíle obchodní logistiky

V souvislosti s pojmem obchodní logistiky je nutné vymezit její základní cíle. Cíle obchodní logistiky musejí v prvé řadě respektovat celopodnikovou strategii a napomáhat plnit celopodnikové cíle. Na straně druhé musejí zajišťovat a uspokojovat požadavky zákazníků na požadované úrovni, a to při minimalizaci celkových nákladů.

Uplatnění systémů řešení obchodní logistiky je široké. Logistika může být uplatněna v různých oblastech lidské činnosti. Všeobecně lze ale na logistiku nahlíží jako na vědu, zabývající se koordinací a optimalizací všech činností, jejichž propojení je nezbytné k pružnému a hospodárnému dosažení požadovaného efektu v podobě úspěšného konečného prodeje. (Hobza a Šafařík 2002, s. 44) Tato definice ve výsledku podporuje tvrzení, že logistika má dbát na to, aby bylo místo příjmu zásobeno správným množstvím, správného výrobku, ve správném čase a kvalitě za minimálních nákladů. (Lukoszová 2004, s. 53)

V základní podobě lze cíle obchodní logistiky klasifikovat na prioritní a sekundární. Prioritní lze dále členit na vnější a výkonové. Vnější cíle se orientují na uspokojování přání zákazníků, do této skupiny je možné zařadit například zkracování dodacích lhůt, zlepšování spolehlivosti a úplnosti dodávek a zlepšování pružnosti logistických služeb. Výkonové cíle zabezpečují optimální (zde není důležité dosahovat maximální úrovně) požadovanou úroveň služeb poskytovanou zákazníkům v podobě požadovaného množství produktu ve správném množství a kvalitě na správném místě. Sekundární cíle je možné dále členit na vnitřní cíle a ekonomické cíle. Vnitřní cíle se zaměřují se na snižování nákladů, především se jedná o náklady na zásoby, dopravu, balení, manipulaci a skladování. Ekonomické cíle zajišťují zabezpečení optimálních požadované úrovně služeb s přiměřenými náklady, které jsou v souvislosti s úrovní služeb minimální.

Logistické cíle se následně převádějí do výkonových ukazatelů. Jedná se o indikátory představující směrné hodnoty pro jednotlivé prvky logistického systému. Jednotlivé činnosti je nutné pravidelně sledovat a pomocí daných ukazatelů kontrolovat míru plnění logistických cílů. (Sixta a Mačát 2005, s. 42).

1.4 Základní pojmy logistiky

Cílem této kapitoly je shrnout několik základních logistických pojmů, které budou v další části práce využívány.

Logistický systém

Logistický systém je množina na sebe navazujících systémů, které nelze zkoumat samostatně, ale pouze ve vzájemných souvislostech. Zahrnuje v sobě dopravní, výrobní a informační činnosti, které slouží k zabezpečení potřeb zákazníků.

Distribuční systém

Distribuční systém je druh dopravního systému zabezpečujícího přepravu zboží z jednoho nebo několika málo primárních zdrojů k zákazníkům. Distribuční systém může mít podobu přímé přepravy zboží, nebo se může jednat o přepravu s překládkou. Prvky jako zákazníci, zdroje, místa pro překládku a toky zboží určují strukturu distribučního systému.

Intenzita distribučního systému je určována množstvím přepravovaných jednotek zboží za určitý interval času. Konkrétní tok zboží v rámci distribučního systému je realizován pomocí dopravních prostředků, kdy v převážné většině případů je zboží přepravováno vždy v jednotlivých dávkách, jejichž velikost je omezena kapacitou dopravního prostředku. Množinu dopravních prostředků, které organizace využívá pro přepravu svého zboží v daném distribučním systému je pak označovaná jako dopravní park. Dopravní park je nadále hodnocen dle svých atributů a vlastností mezi něž patří již zmíněná kapacita, ekonomické a technologické údaje například v podobě průměrných nákladů na využití jednotlivých dopravních prostředků. (Janáček 2006, s. 11)

Distribuční kanál

Z hlediska obchodní logistiky je nutné přiblížit pojem distribuční kanál, který má významnou roli právě z pohledu firmy jako vznikajícího prostředníka. Distribuční kanál je možné definovat jako souhrn organizačních jednotek a institucí uvnitř nebo vně podniku zajišťujících funkce, které podporují marketing daného produktu.

Teorie logistiky rozlišuje dva základní typy distribučních kanálů:

- přímý – který je definován jako kanál výrobce – konečný uživatel, tento typ distribučního kanálu obvykle výrobci zajišťuje velkou míru kontroly nad výkonností marketingových funkcí, ale náklady na distribuci jsou v tomto případě obvykle výrazně vyšší

- nepřímý – v tomto typu distribučního kanálu hlavní roli představují prostředníci (dopravci, veřejná skladová zařízení, velkoobchodní či maloobchodní firmy), kteří také přejímají velkou část nákladů a externího rizika

Hlavními důvody vzniku distribučních kanálů je zvýšení výkonnosti procesu dopravy formou zefektivnění hlediska času a místa. Snahou obchodních firem je tedy vybudování takových sktruktur, které zajistí provádění plynulých a rutinních činností.

Jak již bylo zmíněno prostředníci bývají velmi často pro výrobní podniky významným zdrojem přidané hodnoty času, místa, ale také vlastnictví. Podstata vlastnictví vzniká v procesu směny, ke které dochází, kdy jejím výsledkem je nákup a prodej. Časové úspory vznikají v důsledku možnosti udržování zásob zboží a jejich poskytnutí zákazníkovi v případě potřeby bez časových prodlev. Přínosy místa jsou pak představovány tím, že prostředník je schopen zajistit dopravení a udržování dostatečného množství zásob zboží na trhu.

Lambert (2005, s. 506) definuje základní funkci prostředníků jako schopnost vyřešit rozpor v nabídce výrobců a poptávce zákazníků po zboží na daném trhu. Dále také vymezuje několik kroků, jak je možné odstranit tyto rozdíly:

- vytřídění – seskupení nesourodé dodávky v relativně ucelenou část nabídky
- akumulace – následné seskupování dodávek podobného typu do větších celků
- rozmísťování – rozdělování větších homogenních zásilek do zásilek menších
- tvorba sortimentu – uskupení komplexního, vzájemně se doplňujícího se sortimentu určeného k prodeji.

Jelikož zákazník požaduje širokou nabídku sortimentu, úlohou prostředníka na trhu je výsledně nabízet rozmanité portfolio produktů od různých výrobců. Tato skutečnost tedy vede často výrobce k tomu, aby k distribuci svých výrobků využívali právě prostředníky. Zvolení tohoto způsobu ve výsledku vede k nemalým úsporám a efektivnější distribuci. (Lambert et al. 2005, s. 506)

Dopravní síť

V dopravní síti jsou vždy rozlišovány uzly sítě v podobě umístěných skladů, primárních zdrojů, míst překládky, poboček a zákazníků. Dále pak jsou v dopravních sítích rozlišovány úseky, které spojují jednotlivé uzly dopravní sítě.

Cesta dopravní sítě představuje tedy posloupnost uzlů a úseků vždy se zahrnutím začínajícího a končícího uzle. V rámci této cesty se uzly a úseky střídají přesně tak, že mezi dvěma uzly je umístěn úsek, který právě tyto dva uzly spojuje. Dopravní síť je ve výsledku determinována množinou uzlů a úseků, kde pro každou dvojici uzlů existuje alespoň jedna cesta, která je spojuje. Blíže se této problematice bude věnovat kapitola zabývající se teorií grafů. (Janáček 2006, s. 11)

2 DOPRAVNÍ LOGISTIKA

Následující kapitola se věnuje řešení dopravních problémů. Úlohy dopravních problémů jsou řazeny mezi základní optimalizační úlohy. Hlavním cílem jejich řešení je minimalizovat cenu přepravy zboží. Níže bude uveden základní model dopravní úlohy a několik metod jeho řešení.

2.1 Dopravní úlohy a jejich klasifikace

Tato kapitola se zabývá problematikou dopravních úloh a metodami jejich řešení. V zahraniční literatuře jsou tyto typy úloh známy pod pojmem Vehicle Routing Problems. Mezi úlohy lze zařadit okružní, trasovací, rozvozní a mnoho dalších typů. Většinu je možné rozdělit podle toho, zda je pro plánování okruhů důležitá kapacita vozidel. K řešení a znázornění všech těchto úloh se využívá modelů lineárního programování. V odborné terminologii se dopravní úlohy řadí pod obecnější skupinu úloh distribučních. Jedná se o metody iteračního typu, tj. k optimálnímu řešení se dochází postupně.

Hlavním cílem řešení dopravních úloh je najít nejlepší způsob přepravy zboží od dodavatelů k odběratelům při minimálních nákladech, kdy je k dispozici určitý počet vozidel se známou kapacitou. Do řešení problému je tedy nutno nákladové hledisko zahrnout. Náklady zde představují především náklady v podobě pohonných hmot, pronájmu vozidel, mýtné apod. Kritérium v podobě nákladů je tedy nezbytné zahrnout do účelové funkce matematického modelu v podobě omezení, které je nutné dodržet. Dalším důležitým faktorem v dopravních úlohách je také počet vozidel, které jsou k dispozici a rozvozovou službu zajišťují. Z důvodu vysokých požadavků zákazníků a silné konkurenceschopnosti firem na trhu je správné nastavení flexibilních rozvozových plánů pro firmy klíčové. (Hanna 1996, s. 138) (Šubrt et al. 2019, s. 79)

Podmínkou řešitelnosti dopravních úloh je takzvaná vyváženost dané dopravní úlohy. Vyváženost představuje situaci, kdy celková kapacita všech dodavatelů se rovná součtu požadavků všech spotřebitelů. Pokud je tato podmínka splněna jedná se o vyrovnaný dopravním problému a matematický zápis má následující tvar:

$$\Sigma_{i=1}\, a_i = \Sigma_{j=1}\, a_j$$

V praktických příkladech je ale často tato podmínka porušena a objem kapacit dodavatelů se nerovná objemu požadavků spotřebitelů. V takovém případě se jedná o nevyváženou dopravní úlohu a hovoří se o nevyrovnaném dopravním problému. Při jeho řešení je nutné tuto úlohu vyvážit.

Je-li objem kapacit dodavatelů větší, než objem požadavků spotřebitelů hovoří se o úloze s převisem na straně nabídky a do úlohy je přidán fiktivní spotřebitel. Požadavek tohoto fiktivního spotřebitele se musí rovnat přebytečnému množství nabídky. Převisem nabídky lze pak zapsat takto:

$$\Sigma_{i=1} a_i > \Sigma_{j=1} a_j$$

Je-li větší objem požadavků spotřebitele, než objem kapacit dodavatelů hovoří se o situaci s převisem na straně poptávky a je nutné přidat do úlohy fiktivního dodavatele. Kapacita tohoto dodavatele se opět bude rovnat objemu požadavků, které nemohou být uspokojeny. Převis poptávky je zaznamenáván tímto způsobem (Šubrt et al. 2019, s. 79):

$$\Sigma_{i=1} a_i < \Sigma_{j=1} a_j$$

Výsledkem tohoto kroku, je získání vždy vyvážené dopravní úlohy, která je již řešitelná. Řešitelnost v tomto případě spočívá ve schopnosti nalezení optimálního řešení.

2.2 Matematický model dopravních úloh

Hledané množství produktu, které má být přepravované mezi dodavateli a spotřebiteli se v tomto modelu označuje jako x_{ij}.

V rámci matematického modelu dopravní úlohy je hledáno minimum funkce dopravních nákladů, tedy:

$$\Sigma_{i=1} \Sigma_{j=1} c_{ij} x_{ij} \text{ -> } MIN$$

za podmínek:

$\Sigma_{j=1} x_{ij} = a_i$ $\quad i = 1,2, \ldots, m$ (kapacita dodavatelů)

$\Sigma_{i=1} x_{ij} = b_j$ $\quad j = 1,2, \ldots, n$ (požadavky spotřebitelů)

$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1,2, \ldots, m; j = 1,2, \ldots, n$

Soustava omezujících podmínek je v matematickém modelu zadaná jako soustava rovnic. První podmínka znamená skutečnost, že každý dodavatel dodá spotřebitelům tolik produktu, kolik je jeho kapacita. Druhá podmínka zase určuje, že každý spotřebitel přijme od dodavatelů tolik produktu, kolik je jeho požadavek. Poslední podmínka nezápornosti proměnných znamená to, že nemůže být přepravováno záporné množství. Účelová funkce představuje závislost mezi strukturou přepravy a jejími celkovými náklady. (Šubrt et al. 2019, s. 80)

2.3 Algoritmus řešení dopravní úlohy

Pro řešení dopravního problému se zpravidla využívá tabulky, kde sloupce jsou vyčleněny pro spotřebitele a řádky pro dodavatele. Do jednotlivých políček tabulky jsou pak vpisována množství produktu. Okraje tabulky jsou vyhrazeny pro kapacity dodavatelů a požadavky spotřebitelů.

Samotný postup řešení dopravní úlohy lze shrnout do několika kroků od výchozího bazického řešení [1] k výslednému optimálnímu řešení[2] (Šubrt et al. 2019, s. 83):

1. vyvážení dopravní úlohy

2. nalezení výchozího bazického řešení = pro určení výchozího bazického řešení existují různé metody, v další části práce budou popsány tři základní:

    - Metoda severozápadního roku

    - Indexová metoda

    - Vogelova aproximační metoda (VAM)

3. test optimality = k testu optimality se využívá modifikovaná distribuční metoda, ta určí, zda je řešení skutečně optimální a není možné nalézt řešení lepší

4. přechod pro lepší řešení, krok 3. a 4. je opakován, dokud není nalezeno optimální řešení

2.4 Metody řešení dopravní úlohy

Před samotným řešením dopravní úlohy je nutné upravit úlohu na vyrovnaný dopravní problém dle 2.1. Dalším krokem po vyrovnání úlohy je vypočítat takzvané bazické řešení. V níže uvedeném textu budou zmíněny tři metody, které jsou vhodné pro nalezení výchozího bazického řešení. (Linda a Volek 2016 s. 115)

2.4.1 Metoda severozápadního rohu

Jedná se o metodu rychlou a velmi jednoduchou. Při výpočtu bohužel často nevyhledá optimální řešení. Do tabulky jsou ve standardním tvaru zapsány výchozí údaje dopravní úlohy. Úloha začíná

---

[1] Bazické řešení není degenerované a má právě *m + n - 1* obsazených buněk.
[2] Optimální řešení je přípustné řešení s nejlepší hodnotou účelové funkce.

v levém horním roku tabulky a požadavky zákazníků jsou uspokojovány zleva doprava. Když dojde k vyčerpání zdroje, přejde se k dalšímu zdroji, tedy o řádek níž. Konec výpočtu nastává, když se dostaneme do pravého dolního roku.

2.4.2 Indexová metoda

Daná metoda je jednou z nejjednodušších a nejrychlejších metod pro nalezení výchozího řešení a na velikosti sazeb neboli indexů. Postup této metody spočívá vždy ve výběru nejkratší cesty a přiřazení jí maximální možné množství přepravovaného produktu, které je určeno jako minimum z příslušné dvojice hodnot. Při vyčerpání kapacity dodavatele, nebo při uspokojení požadavku spotřebitele, sloupec či řádek je vyškrtnut a dále není uvažován. Postup je opakován, dokud nebude vyčerpána kapacita všech dodavatelů a uspokojení požadavku spotřebitelů. V případě nevyvážené dopravní úlohy, kde se vyskytuje fiktivní činitel, je při výpočtu obsazováno jeho pole s nulovou sazbou jako poslední.

2.4.3 Vogelova aproximační metoda (VAM)

Tato metoda je na výpočet složitější na rozdíl od předcházejících metod. Výhoda této metody spočívá v tom, že nalezené řešení je již často řešením optimálním. Postup této metody spočívá v určení takzvaných diferencí mezi dvěma nejvýhodnějšími sazbami. Při výpočtu těchto diferencí nesmí být zapomenuto ani na fiktivní činitele. Určení těchto diferencí zajišťuje během celého výpočtu rovnoměrné obsazování výhodných spojů.

V každé řadě se určí diference mezi dvěma nejvýhodnějšími sazbami. V řadě, kde je určena největší diference, bude obsazena buňka s nejvýhodnější sazbou maximálním možným množstvím produktu. Opět při vyčerpání kapacity dodavatele, či uspokojení požadavku spotřebitelů se vyškrtne příslušný řádek nebo sloupec. Po tomto kroku je vždy nutné diference přepočítat. Postup v tabulce bude opakován do vyčerpání kapacit dodavatelů a uspokojení požadavku spotřebitelů. (Brázdová 2011, s. 106)

2.5 Test optimality – modifikovaná distribuční metoda (MODI)

Modifikovaná distribuční metoda (MODI) vede k získání optimálního řešení dopravní úlohy. Jak již bylo zmíněno optimální řešení je přípustné řešení s nejlepší hodnotou účelové funkce. Tato metoda je využívaná především z toho důvodu, že poskytuje nejlepší možné výsledky. Postup řešení u této metody je založen na teorii duality v lineárním programování.

Při hledání optimálního řešení je vycházeno z bazického řešení dopravní úlohy, které se získalo jednou z metod popsaných v předcházející kapitole. V rámci metody MODI je testováno, zda výsledné řešení je skutečně optimální. Pokud není, je nutné výchozí řešení upravit, aby optimální bylo.

I v této metodě omezující podmínka představuje buď kapacitu dodavatele a_i, nebo požadavek spotřebitele b_j. V této duální úloze je tedy uvažováno, že každému dodavateli odpovídá proměnná u_i a každému spotřebiteli proměnná v_j. Dále je také předpokládáno, že primární i duální úloha mají nedegenerovaná, tedy nebazická optimální řešení.

Z výchozí teorie o duálních úlohách poté vyplývá, že pro všechny bazické proměnné primární úlohy je omezující podmínkou:

$$u_i + v_j = c_{ij}$$

Pro všechny nebazické proměnné primární úlohy je omezující podmínkou nerovnost:

$$u_i + v_j \leq c_{ij}$$

Nedegenerované bazické řešení má právě $m + n - 1$ kladných proměnných. V duální úloze je splněno právě $m + n - 1$ rovnic o $m + n$ duálních proměnných u_i a v_j. V této soustavě rovnic se tedy nachází o jednu proměnnou více, než je rovnic. V dalším kroku se řeší soustava rovnic. Při výpočtu těchto duálních proměnných se zvolí za jednu z nich libovolné číslo a ostatní se postupným dosazováním dopočítají. Celý výpočet duálních proměnných není náročný a běžně se řeší přímo v dopravní tabulce úlohy pomocí doplněných řádků a sloupců na okraji tabulky.

Omezující podmínku pro nebazické proměnné primární úlohy uvedenou výše je možné pro řešení optimality upravit následně:

$$r_{ij} = z_{ij} - c_{ij} < 0$$

kde

$$z_{ij} = u_i + v_j$$

Pokud platí pro všechny prázdné buňky, tedy nevyužité zdroje:

$$z_{ij} - c_{ij} \leq 0$$

Nalezené řešení bude optimální. Tento vztah je nazýván kritériem optimality.

Postup testu optimality:

Vstup: výchozí bazické nedegenerované řešení

1. pro všechna $x_{ij} > 0$ jsou vypočítány duální proměnné u_i a v_j podle vztahu první omezující podmínky

2. následně bude zvolena jedna duální proměnná a postupně budou dopočítány ostatní proměnné do doplněných řádků a sloupců

3. pro všechna $x_{ij} = 0$ vypočítáme součty duálních proměnných podle vztahu pro z_{ij}, které se obvykle zapisují od levého dolního roku příslušných buněk

4. je-li alespoň u jednoho spoje $r_{ij} = z_{ij} – c_{ij} > 0$ - řešení není optimální a dá se ještě zlepšit; v případě, že je takových spojů více, vybereme ten s největším rozdílem r_{ij}; rozdíly r_{ij} zapisujeme do levého horního rohu

Výstup: řešení je optimální, nebo je nutné nalézt lepší řešení (Šubrt et al. 2019, s. 89)

2.6 Danzigovy uzavřené obvody

V případě, že test optimality prokáže, že je možné najít bazické řešení s lepší hodnotou účelové funkce, zvolí se přechod na nové řešení. V rámci přechodu na nové řešení dojde ke změně báze. Tato změna se provádí graficky v dopravní tabulce a je nazývána Danzigův uzavřený obvod. Grafické schéma je znázorněno lomenou čárou, která vychází z prázdné buňky, kterou je nutné obsadit, lomí se v obsazených buňkách a končí v původním buňce. Buňky, ve kterých se lomí budou označeny střídavě + a – tak, že nově obsazovaná buňka je označena +. Tento postup je zvolen pro nalezení nového řešení dopravní úlohy. Pokud ke všem buňkám označeným + bude přidána a od všech označených – bude odebrána stejná hodnota, nebudou tím porušeny podmínky kapacit dodavatelů a požadavků spotřebitelů. Nové řešení bude bazické a bude tedy obsahovat opět $m + n – 1$ obsazených buněk.

Bazické řešení má právě $m + n – 1$ kladných hodnot x_{ij}, které spolu netvoří uzavřený obvod. V případě, že řešení obsahuje méně než $m + n – 1$ kladných hodnot x_{ij} je nazýváno řešením degenerovaným. Tato degenerace následně může způsobovat problémy při dalších výpočtech. K degeneraci může dojít při hledání výchozího řešení, jestliže v některém z kroků byla současně vyčerpána kapacita dodavatelů i naplněn požadavek spotřebitelů. Druhým případem, kdy může vzniknout degenerované řešení, je při přechodu na nové bazické řešení, jestliže hodnoty alespoň dvou proměnných tvořících uzavřený okruh budou nulové. Degeneraci je tedy nutné odstranit a doplnit počet obsazených buněk na $m + n – 1$. K tomuto doplnění je využíváno hodnoty ε. Jedná se pouze o symbolickou hodnotu, která nemá v praktickém využití větší význam a slouží pouze pro doplnění volných buněk, tak aby vzniklé řešení bylo bazické a nedegenerované. S hodnotou ε se pracuje jako s velmi malou kladnou hodnotou. (Šubrt et al. 2019, s. 92)

2.7 Rozbor optimálního řešení

V rámci rozboru optimálního řešení je možné základní informace úlohy o plánu přepravy a nákladech doplnit o další informace.

K nalezení doplňujících informací budou představeny některé další pojmy. Prvním z těchto pojmů je perspektiva spoje. Perspektiva spoje představuje hodnotu testu optimality v optimálním řešení u nerealizovaného spoje. V podstatě udává míru zhoršení účelové funkce při využití této trasy neboli vliv použití trasy na hodnotu dopravních nákladů. U optimálního spoje je tedy perspektiva spoje rovna nule. U tohoto vyhodnocení Šubrt (2019, s. 97) rozlišuje tři velikosti perspektivy:

- vysoce perspektivní – dojde k malé změně účelové funkce
- perspektivní – větší zhoršení účelové funkce
- neperspektivní – dojde k velkému zhoršení účelové funkce.

Dalším pojmem je propustnost spoje. Propustnost spoje představuje maximální objem produktu, který lze přepravit po daném spoji. U optimálních spojů se propustnost rovná přímo přepravovanému množství produktu na tomto spoji. U neoptimálního spoje lze propustnost definovat jako maximální objem produktu, který by bylo možné tímto spojem přepravit. (Šubrt et al. 2019, s. 96)

3 TEORIE GRAFŮ

V následující kapitole se zaměřím na základní pojmy vymezené teorií grafů, kterých bude využito při reálných situacích v praktické části práce.

Grafem je možné rozumět útvary, které lze znázornit pomocí množiny uzlů (vrcholů) a množiny hran, kde každá hrana je spojnicí dvou vrcholů. Hrana může být dále určena směrem a váhou, která vyjadřuje kvalitu nebo kvantitu vztahu mezi dvěma vrcholy. Pro graf se běžně používá matematické značení *G = (V, E)* pro neorientovaný graf a *G = (V, A)* pro orientovaný graf. *V* je označení pro množinu vrcholů, *E* pro množinu neorientovaných hran a *A* pro množinu orientovaných hran. (Demel 2015, s. 11)

Uzel (vrchol) se graficky znázorňuje jako malý kruh a jak již bylo zmíněno je jedním ze základních prvků definujících graf. Stupněm uzlu je označován počet hran incidujících s uzlem. Uzel se vstupním stupněm 0 je pak nazýván počátečním uzlem grafu nebo vstupním uzlem grafu. Uzel s výstupním stupněm 0 bývá nazýván koncovým uzlem grafu nebo výstupním uzlem grafu.

Hrana se graficky znázorňuje jako přímka, nebo oblouk mezi uzly. V teorii grafů je rozlišováno několik základních typů hran. Neorientovaná hrana spojuje neuspořádanou dvojici uzlů a nemá tedy daný směr, což umožňuje obousměrný pohyb mezi uzly. V případě orientované hrany existuje uspořádaná dvojice uzlů a pořadí uzlů je tedy určeno, což znamená, že průchod hranou je umožněn pouze jedním směrem. U typů hran je dále možné se setkat s pojmy jako násobné hrany. Násobné hrany označují více hran spojujících stejné uzly.

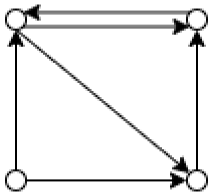
V rámci základních pojmů v teorii grafů se vymezuje sled, tah a cesta. Sled v grafu označuje takovou posloupnost uzlů, že mezi každými dvěma po sobě jdoucími je hrana. Tah je takový sled, ve kterém se žádná hrana neopakuje. Cesta je takový sled, ve kterém se neopakují vrcholy.

Je-li dán graf *G* podmnožina množiny jeho uzlů a podmnožina množiny jeho hran, které s uzly incidují, je nazývána podgrafem *H* grafu *G*. Tento podgraf tedy vzniká odebráním některých vrcholů a hran z původního grafu. (Šubrt et al. 2019, s. 263)

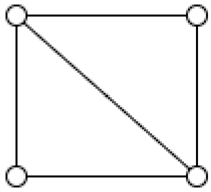
V případě, že je zapotřebí pro vyjádření grafu využít čísla, nejtypičtějším použitím je zápis pomocí matice. Nejčastějším využívaným je zápis pomocí matice sousednosti. Při použití tohoto zápisu je nejprve nutno všechny vrcholy očíslovat. Rozměr matice nám dále reprezentuje počet vrcholů. Pokud jsou vrcholy spojeny hranou, zapíše se do matice číslo 1, pokud ne zapíše se 0. (www.teorie-grafu.cz)

3.1 Typy grafů

V teorii grafů se lze setkat s různým členěním grafů. Jak již bylo zmíněno podle orientace hran lze grafy rozdělit na orientované a neorientované. V případě, že se v grafu nacházejí pouze neorientované hrany, nazývá se neorientovaný a pokud je směr hran určen, pak se hovoří o orientovaném grafu. Oba typy těchto grafů jsou níže znázorněny.



Obrázek 1 Orientovaný graf



Obrázek 2 Neorientovaný graf

(Kovář 2020, s. 20)

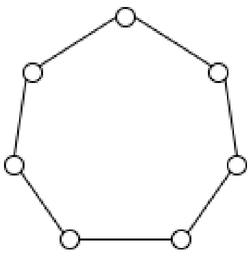
Šubrt (2019, s. 265) uvádí tyto speciální typy grafů:

- řetěz (neorientovaná cesta) = posloupnost na sebe navazujících hran bez ohledu na orientaci

Obrázek 3 Neorientovaná cesta

(Kovář 2020, s. 21)

- kružnice = uzavřená posloupnost propojených uzlů, má hranu spojující jeho koncové uzly a skládá se z jediného cyklu

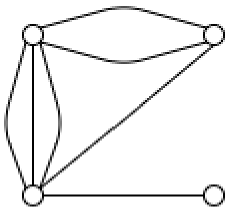


Obrázek 4 Kružnice

(Kovář 2020, s. 21)

- souvislý = graf, u kterého mezi všemi dvojicemi uzlů existuje alespoň jedna cesta
- nesouvislý = graf, u kterého neexistuje alespoň jedna cesta mezi všemi dvojicemi uzlů
- strom = souvislý a neorientovaný graf, jehož podgrafem není žádná kružnice
- rovinný = graf, jehož žádné dvě hrany se neprotínají
- acyklický = graf, jehož podgrafem není žádný cyklus
- síť = orientovaný a souvislý graf, který má právě jeden vstup, a právě jeden výstup

- multigraf = více než jedna hrana incidující se stejnou dvojicí uzlů, včetně stejné orientace.



Obrázek 5 Multigraf

(Kovář 2020, s. 20)

Dalšími speciálními typy grafů jsou:

- prázdný graf = nemá žádný vrchol ani žádnou hranu
- nulový graf = obsahuje pouze vrcholy, neobsahuje žádnou hranu
- triviální graf = obsahuje pouze jeden vrchol
- pravidelný graf = má všechny vrcholy stejného stupně
- úplný graf = všechny dvojice vrcholů jsou spojeny hranou
- bipartitní graf = jeho množinu vrcholů je možné rozdělit na dvě disjunktní množiny tak, že žádné dva vrcholy stejné množiny nejsou spojeny hranou. (www.homel.vsb.cz)

3.2 Základní úlohy teorie grafů

Teorie grafů je významným prostředkem pro řešení mnoha matematických modelů operačního výzkumu. Využívá rozsáhlou skupinu algoritmů, které jsou často uplatňovány v konstrukčních úlohách v oblasti dopravy a problematiky okružních jízd pro hledání optimálních cest na grafech. Většina těchto využívaných algoritmů má heuristický charakter.

Praktická aplikace aparátu teorie grafů je nejčastěji založeno na několika základních úlohách. V teorii se nejčastěji rozeznávají tři typy úloh pro hledání optimálních cest.

3.2.1 Hledání minimální (maximální) kostry grafu

Úlohy pro hledání minimální (maximální) kostry grafu jsou historicky nejstaršími optimalizačními algoritmy teorie grafů.

Kostra grafu *G = (V, X)* je označována jako *T = (W, Y)* a v každém souvislém neorientovaném grafu existuje alespoň jedna kostra. U hranově ohodnoceného grafu je velikost kostry dána součtem ohodnocení hran kostry. V těchto grafech tedy může být definována minimální a maximální kostra grafu.

Minimální kostrou se rozumí taková kostra, pro kterou je součet ohodnocení hran minimální. Úloha hledání minimální kostry tedy popisuje, jak spojit všechny vrcholy grafu v součtu s nejnižším ohodnocením. Analogicky je možné využít úlohu pro hledání maximální kostry grafu. Pro sestrojení minimální, resp. maximální kostry v neorientovaném ohodnoceném grafu vzniklo několik algoritmů.

Jarníkův algoritmus

Vůbec nejstarší algoritmus pro hledání minimální kostry vymyslel V. Jarník v roce 1930. Tento algoritmus byl následně několikrát znovu objeven, a tudíž se často nazývá také jako Primův. (Volek a Linda 2012, s.133)

Postup Jarníkova algoritmu:

Vstup: souvislý ohodnocený graf *G = (V, E)*

1. *V´ = {x}, x* je libovolně zvolený vrchol z *V* a přidán do kostry *T*

2. vybereme jednu hranu *h* s minimálním (maximálním) ohodnocením incidentní s tímto vrcholem, spojující graf *T* s rozdílem grafů *G-T*

3. zařadím nalezenou hranu *h* do kostry *T*

4. krok 2. a 3. opakujeme do té doby, dokud graf *T* nemá stejný počet uzlů jako graf *G*, jinak pokračujeme krokem 5.

5. sečteme ohodnocení vybraných hran, hodnota součtu je hodnotou minimální (maximální) kostry grafu

Výstup: minimální (maximální) kostra *T*

Tento přístup sestrojení minimální (maximální) kostry grafu pomocí množin sousedů je typickým příkladem takzvaného hladového algoritmu. Hladové algoritmy jsou běžně využívány pro optimalizační úlohy, kdy v každém daném okamžiku je vybírána lokálně nejlepší hrana, přičemž existuje šance, že takto bude nalezeno minimum globální. Konkrétně u tvorby minimální kostry je ve výsledku optimální řešení často nalezeno. (www.turning.cz)

Kruskalův algoritmus

Druhým významný algoritmus pro hledání minimální kostry popsal J. Kruskal v roce 1956. Tento algoritmus je opět založen na hladovém přístupu a do kostry grafu přidává nezáporné hrany od minimální (maximální) tak, aby obsahoval všechny uzly a nebyl vytvořen cyklus.

Postup Kruskalova algoritmu:

Vstup: souvislý ohodnocený graf *G = (V, E)*

1. seřadíme hrany grafu podle ohodnocení
2. zařadíme všechny vrcholy grafu *G* do kostry *T*
3. postupně zařazujeme hrany do kostry podle velikosti a vynecháváme hrany, kterými by vznikla kružnice
4. podle kroku 3. postupujeme do té doby, dokud je možné vybrat alespoň jednu hranu, jejímž zařazením nevznikne kružnice, jinak přejdeme ke kroku 5.
5. ukončíme algoritmus a sečteme ohodnocení vybraných hran, hodnota součtu je hodnotou minimální (maximální) kostry grafu (Mocková 2007, s. 85)

Výstup: minimální (maximální) kostra *T*

Jarníkův algoritmus v porovnání s Kruskalovým algoritmem je vhodné využití zejména pro grafy s velkým počtem hran. V rámci ručně řešených úloh se spíše doporučuje využití právě Kruskalova algoritmu. (Šubrt et al. 2019, s. 279)

3.2.2 Hledání nejkratší cesty v grafu

V reálných distribučních úlohách je často využíváno algoritmů pro nalezení nejkratších cest ze zadaného uzlu do koncového uzlu grafu, který neobsahuje hrany záporné délky. V grafickém znázornění pak tyto dva uzly představují místa a ostatní uzly křižovatky, hrany spojnice a jejich ohodnocení vzdálenosti mezi jednotlivými uzly. Výsledkem úlohy je nalezení nejkratší cesty v grafu mezi dvěma konkrétními uzly. Tento typ úloh je možné řešit v orientovaných i neorientovaných grafech. (Jablonský 2007, s. 172)

Dijkstrův algoritmus

Jedním z nejrychlejších známých algoritmů pro nalezení nejkratších cest z daného uzlu do koncového uzlu je Dijkstrův algoritmus. Algoritmus byl poprvé představen v roce 1959

E. Dijsktrou. Při využití tohoto algoritmu je možné nalézt, jak cestu mezi dvěma uzly, tak cesty z jednoho konkrétního uzlu do všech ostatních uzlů grafu (případně zjistit, že do některých uzlů neexistuje cesta).

Při tvorbě Dijkstrova algoritmu je nejprve označen výchozí uzel, ze kterého bude plánována cesta. Další postup tohoto algoritmu spočívá v tom, že na začátku se přiřadí uzlům určité hodnoty a postupně jsou vylepšovány. Algoritmus je dokončen v okamžiku, kdy jsou zpracovány všechny uzly. Výstupem algoritmu je pak délka nejkratší cesty z počátečního uzlu do koncového uzlu, případně všech ostatních uzlů. (Šubrt et al. 2019, s. 281)

3.2.3 Hledání cesty s maximální kapacitou

V problematice distribučních úloh je třeba často analyzovat dopravní síť s cílem určit její maximální kapacitu či propustnost. Úlohy tohoto typu jsou využívány například při stanovení maximálního počtu vozidel, které může po dané komunikaci projet. V jiném případě mohou spojnice reprezentovat elektrické distribuční sítě.

Ohodnocení hran v těchto typech úloh představuje množství jednotek, které mohou být po dané hraně přepraveny, jedná se o takzvaný maximální tok hranou. Předpokladem zde je, že přepravované jednotky jsou produkovány ve vstupním uzlu a jejich cílovým místem je výstupní uzel. Z tohoto důvodu součet toků na hranách vycházejících ze vstupního uzlu musí být roven všem tokům na hranách vstupujících do výstupního uzlu. Podmínkou tedy je, že se žádná jednotka během přesunu neztratí ani nově neobjeví. Tyto podmínky jsou označovány jako Kirchhofovy zákony. Každá hrana také obsahuje výsledný tok menší nebo roven její kapacitě.

Úlohy pro hledání maximálního toku v síti lze také navzájem kombinovat s předchozími uvedenými úlohami. V praxi je často nutné určit všechny cesty možné pro přepravu do cílového vrcholu a následně vybrat takovou cestu, pro kterou je vzdálenost na přepravu minimální. Nejprve bude využit algoritmus pro hledání cesty s maximální kapacitou a následně bude pomocí algoritmu pro hledání nejkratší cesty vybrána cesta optimální.

Ford-Fulkersonův algoritmus

K řešení úlohy hledání maximálního toku v síti se používá Ford-Fulkersonův algoritmus objevený L. Fordem a D. Fulkersonem.

Myšlenka tohoto algoritmu je založená na hledání zlepšujícího toku, při kterém se zkouší všechny cesty v grafu. Základem je zvýšení toku na všech hranách cesty o maximální hodnotu, o kterou lze tok zvýšit, dokud neexistuje cesta od výchozího vrcholu ke koncovému vrcholu taková, že již není možnost zvětšit její tok. Popsaný postup lze opakovat, dokud existují zlepšující toky a existuje tedy možnost získávat čím dál větší toky. S aplikací tohoto typu úloh je využíváno také pojmu nasycené hrany. Nasycené hrany představují hrany, jejichž tok je roven kapacitě. (Šubrt et al. 2019, s. 284)

3.3 Problém obchodního cestujícího

Problém obchodního cestujícího je nejznámější okružní úlohou. Okružní úlohu Rais (2005, s. 62) popisuje jako jednu z nejčastěji řešených úloh optimálního pořadí a označuje ji také jako sekvenční typ úlohy. Úloha obchodního cestujícího je v odborné literatuře častěji známá pod anglickým názvem Travelling Salesman Problem. Blíže o historii tohoto problému hovoří například Cook (2012, s. 19), který zmiňuje jeho využití již dávno předtím, než se stal předmětem studia matematiků. Upozorňuje například na využití u jeskyních lovců, kteří museli řešit, jak zvolit vhodnou cestu při lovu. V posledních staletích se řešení tohoto problému stalo významným především pro firmy, pro které jsou dobře naplánované trasy hlavním faktorem úspěchu.

Jedná se o optimalizační úlohu, jejímž cílem je nalézt v úplném ohodnocené grafu kružnici, která prochází všemi vrcholy a ohodnocení jejích hran je minimální. V teorii grafů se odborně tato kružnice nazývá hamiltonovská kružnice, případně hamiltonovský cyklus. Jedná se o takovou kružnici v grafu, která projde právě jednou všemi jeho vrcholy. Graf, který následně tuto kružnici obsahuje se nazývá Hamiltonův graf. U problému obchodního cestujícího nemusí každý graf nutně obsahovat hamiltonovskou kružnici. Nutnými podmínkami ale je, že graf musí být souvislý a každý vrchol musí mít stupeň nejméně rovný dvěma. Tento předpoklad znamená, že s každým vrcholem incidují alespoň dvě hrany. Hamiltonovské kružnice a cesty budou blíže vysvětleny samostatně, v další části této kapitoly. (Fiala et al. 2010, s. 55)

Jedno z hlavních využití tohoto problému je právě u obchodních cestujících, v dnešní době spíše u dodavatelských a obchodních firem. Efektivní plánování rozvozových tras může firmě ušetřit nezanedbatelné množství nákladů. (Weigner, 2009)

Pro řešení úlohy obchodního cestujícího existuje několik metod. Tyto metody se běžně rozdělují do dvou základních skupin:

- metody exaktní
- metody heuristické

K první skupině exaktních metod patří metoda lineárního celočíselného programování, tyto metody jsou ale vhodné pouze pro malé množství vrcholů grafu. Dále pak k této skupině lze zařadit metody hrubé síly, které pro nalezení optimálního řešení využívají velmi jednoduchého principu prozkoumání všech permutací, na základě, kterého vybere minimálně ohodnocenou. Problémem těchto metod je opět jejich nezvladatelnost narůstající složitosti v případě úloh velkého rozsahu. Právě pro řešení úloh s narůstající složitostí byly vyvinuty nejvýkonnější algoritmy založené na metodě typu branch-and-bound. Tato metoda spočívá na větvení úlohy na jednodušší podúlohy, pomocí kterých se získá řešení úlohy hlavní.

Další skupinou metod pro řešení problému obchodního cestujícího jsou metody heuristické. Hlavní výhodou heuristických metod je jejich rychlost a schopnost poskytnou kvalitní řešení i pro rozsáhlé typy úloh. Výsledky těchto metod jsou v praxi také velmi dobře využitelné.

V další části této kapitoly přiblížím dva algoritmy pro řešení úloh obchodního cestujícího. První metoda spadá do skupiny takzvaných hladových algoritmů, které již byli dříve zmíněny a jedná se o heuristickou metodu. Druhá metoda spadá do skupiny metod exaktních. (Volek a Linda 2012, s. 144)

3.3.1 Hamiltonovské cesty a kružnice

Cesta je vymezena jako tah, ve kterém se neopakují vrcholy. Hamiltonovská cesta tedy obsahuje všechny vrcholy právě jedenkrát. Obdobně hamiltonovská kružnice je taková kružnice, která prochází přes všechny vrcholy grafu jedenkrát. Uvedené pojmy jsou popsány podle W. Hamiltona, který v 19. století zveřejnil hamiltonovu hádanku pravidelného dvanáctistěnu.

Níže je uvedeno několik nutných podmínek, aby v daném grafu existovala hamiltonovská cesta a hamiltonovská kružnice:

- existuje-li v grafu hamiltonovská cesta, musí být graf souvislý
- existuje-li v grafu hamiltonovská kružnice, musí mít každý vrchol stupeň alespoň dva

Variant hamiltonovských úloh existenčního i optimalizačního charakteru je několik. V této části popíši algoritmus postupu pro určení minimální hamiltonovské kružnice v rámci řešení problému obchodního cestujícího.

Metoda nejbližšího souseda

Metoda nejbližšího souseda je jednou z nejjednodušších heuristických metod pro řešení okružního problému. Základem této metody je hladový algoritmus, jehož postup je popsán níže. Princip metody spočívá ve zvolení výchozího místa a z něho je zvolena nejvýhodnější cesta do dalšího místa. Je nutné ohlídat, aby při volbě cesty nedošlo k předčasnému uzavření kružnice, ta může být uzavřena až po obsloužení všech míst při návratu do výchozího místa. Postupně jsou zvolena všechna místa jako výchozí a postup je vždy opakován, výsledkem je nalezení okružní trasy. Ze všech takto nalezených tras je v závěru vybrána trasa s nejkratší hodnotou vzdálenosti.

Tuto metodu je možné aplikovat na matici vzdáleností, nebo přímo v sestrojeném grafu. Aplikace této metody na sestrojeném grafu odpovídá popisu postupu hladového algoritmu, který se nachází níže. V následující části bude popsán postup pro matici vzdáleností. V matici vzdáleností je nejprve vyškrtnut řádek odpovídající zvolenému výchozímu místu, jelikož do tohoto místa zatím nepojedeme. V dalším kroku v tomto řádku bude nalezena nejnižší sazba a spojení mezi výchozím místem a místem odpovídajícím nejnižší sazbě bude zahrnuto do výsledné okružní trasy. Sloupec vybrané trasy bude opět proškrtnut, jelikož do tohoto místa se již nebudeme vracet. V řádku odpovídajícímu tomuto místu se vybere z nevyškrtnutých sazeb opět ta nejnižší a postup bude opakován, dokud nebudou vyškrtnuty všechny sloupce.

Hladový algoritmus

Postup nalezení minimální Hamiltonovské kružnice $H = (W, Y)$ v kompletním grafu:

Vstup: hranově ohodnocený graf $G = (V, X)$

1. je určen libovolný počáteční vrchol kružnice $v_p \in V$

   - počáteční vrchol je zařazen do W
   - je určena Γ (v_p) – množina přilehlých (sousedních) vrcholů v_p
   - dále je položena $\bar{\Gamma}(v_p) = \Gamma(v_p) \setminus W$

2. bude vybrána hrana $h \in X$ s minimálním ohodnocením (je-li takových hran více, bude vybrána jedna z nich) a zařazena do Hamiltonovské kružnice

3. položíme $v_p = v_i$, a určíme $\bar{\Gamma}(v_p) = \Gamma(v_p) \setminus W$

   - je-li $\bar{\Gamma}(v_p) = \{\emptyset\}$; zařadíme poslední hranu uzavírající kružnici a pokračuje se 4. krokem
   - je-li $\bar{\Gamma}(v_p) \neq \{\emptyset\}$; pokračuje se 2. krokem

4. sečteme ohodnocení hran zařazených do Hamiltonovské kružnice

Výstup: minimální hamiltonovská kružnice (Volek a Linda 2012, s. 145)

Littlův algoritmus

Jak bylo již výše zmíněno, Littlův algoritmus je řazen mezi exaktní metody typu branch-and-bound pro nalezení minimální Hamiltonovské kružnice v hamiltonovském grafu. Metodu poprvé publikoval Little v roce 1963 a její hlavní nevýhodou je využití do maximálně 60 vrcholů grafu.

Princip tohoto algoritmu spočívá ve větvení a určování mezí. Každá množina přípustných řešení je dále zmenšována na podmnožinu a pro každou z nich je dále vypočtena hranice minimální délky řešení. Algoritmus je prováděn do té doby, dokud není nalezeno řešení s nejmenší hodnotou délky. (Získal a Havlíček 2000, s. 67)

Před začátkem výpočtu tohoto algoritmu Holoubek (2010, s. 106) doporučuje sestavit matici vzdáleností obsahující například jednotlivé kilometrové vzdálenosti zahrnutých cest. Tato matice může být symetrická i nesymetrická.

Níže je uveden postup Littlova algoritmu:

Vstup:

- neorientovaný, nebo orientovaný ohodnocený graf; resp. symetrická, nebo nesymetrická matice vzdáleností
- každá hrana grafu má ohodnocení $v_{ij} \geq 0$, nebo $v_{ij} = \infty$
- hodnoty v_{ij}; $i = 1, 2, \ldots, n; j = 1, 2, \ldots, n$ tvoří matici $V = (v_{ij})^{n}_{i,\, j=1}$
- ∞ znázorňuje situaci, kdy mezi vrcholy v_i a v_j neexistuje hrana nebo je zakázáno ji použít

1. v každém řádku matice V odečteme od všech prvků minimální prvek řádku; tímto se získá v každém řádku matice alespoň jedna nulu
2. v každém sloupci matice V' odečteme od všech prvků minimální prvek sloupce; tímto získáme v každém sloupci matice alespoň jednu nulu
3.

3a) provedeme pouze při prvním průchodu algoritmem, jinak provedeme krok 3b

Vytvoříme kořen stromu řešení úlohy a přiřadíme mu hodnotu b_0 rovnající se součtu odečítaných minimálních hodnot v 1. a 2. kroku, kde $b_0 = \sum_{i=1}^{n} min\,\{v_{ij}\} + \sum_{j=1}^{n} min\,\{v_{ij}'\}$ a přejdeme na 4. krok algoritmu

3b) sečteme řádková a sloupcová minima odečítaná v 1. a 2. kroku, abychom vytvořili nuly v redukované matici a přejde se na 9. krok

Hodnota b_0 vyjadřuje skutečnost, že žádná hamiltonovská kružnice grafu nebude mít menší hodnotu než b_0.

4. ohodnotíme všechny nuly v matici tak, že se sečte minimální prvek v příslušném i-tém řádku a j-tém sloupci, tedy $\gamma_{\mathrm{ij}} = min_{\,r \neq j}\,\{v_{ir}'\} + min_{\,s \neq i}\,\{v_{sj}'\}$; k zápisu tohoto ohodnocení se nejčastěji využívá horního indexu k dané hodnotě
5. vybereme pole (v_k, v_l), které obsahuje nulu s maximálním ohodnocení, tedy $\gamma_{\mathrm{kl}} = \max\{\gamma_{ij}\}$, toto pole určuje vlastnost P_{kl} $(\bar{P}_{kl})$; P_{kl} znamená, že hamiltonovská kružnice bude obsahovat hranu (v_k, v_l); vlastnost $\bar{P}_{kl}$ znamená, že hamiltonovská kružnice hranu (v_k, v_l) obsahovat nebude

6. rozvineme strom o vrchol s vlastností P_{kl} vrchol ohodnotíme tak, že k ohodnocení předchůdce přičteme γ_{kl}

7. rozvineme strom o vrchol odpovídající vlastnosti P_{kl}, vyloučíme z matice k-tý řádek a l-tý sloupec, čímž dojde k redukci matice sazeb o jeden řádek a sloupec; ty prvky redukované matice, které by umožnily vznik kružnice menší délky, než *n* položíme rovny ∞

8. s maticí, která je výsledkem 7. kroku, provedeme 1. a 2. krok algoritmu, potom přejdeme na krok 3b

9. s maticí, která je výsledkem 8. kroku, provedeme 3b krok; hodnotu součtu přičteme k ohodnocení předchůdce a tímto součtem ohodnotíme vrchol s vlastností P_{kl}

10. jestliže výsledkem 7. kroku je matice rozměru 1 x 1, je proces ukončený a délkou kružnice rozumíme počet hran, v opačném případě pokračujeme 11. krokem

11. z visících vrcholů vybereme vrchol s nejmenším ohodnocením, je-li jich více vybereme libovolný z nich

12. jestliže vybraný vrchol odpovídá posledně uvažované vlastnosti P_{kl}, přejdeme na 4. krok, jinak přejdeme na 13. krok

13.

13a) visící vrchol vybraný v 11. kroku odpovídá vlastnosti P_{ij}, potom v matici odpovídající této vlastnosti změníme hodnotu v_{ij}'' na ∞, v i-tém řádku, resp. j-tém sloupci, určíme minimální prvek a tento odečteme od všech hodnot řádku, resp. sloupce; následuje 4. krok

13b) visící vrchol vybraný v 11. kroku odpovídá vlastnosti $P_{\bar{ij}}$, pokračujeme 4. krokem s maticí odpovídající vlastnosti $P_{\bar{ij}}$

Výstup: minimální hamiltonovská kružnice
(Volek a Linda 2012, s. 147) (Rašovský a Šišláková 2003, s. 154)

3.3.2 Optimalizační programy řešící úlohu obchodního cestujícího

Tato podkapitola bude věnována jednomu ze způsobů řešení optimalizačních problémů konkrétně se zaměřením na úlohu obchodního cestujícího, která bude řešena v praktické části práce. Zmíněny budou možnosti zpracování úloh lineárního programování pomocí počítačových programů. V dnešní době je nabídka jednotlivých optimalizačních programů velmi široká se zaměřením na úlohy rozdílného typu a rozdílného rozsahu. Jednotlivé verze těchto programů jsou limitovány množstvím proměnných zahrnutých v dané úloze. Podle těchto verzí se odvíjí také cenová hladina programu. (Jablonský 2007, s. 135)

V další části budou zmíněny konkrétní programy a jejich nejvhodnější použití. Za zmínění stojí také tabulkový kalkulátor MS Excel, který je možné využívat jednak samostatně pro mnoho typů úloh menšího rozsahu, případně ho využít se zdrojovým propojením jiného programu. Popsány budou výukové i profesionální optimalizační systémy *STORM, LINDO* a *LINGO.* Praktická aplikace jednoho z těchto programů bude znázorněna v praktické části v rámci řešení konkrétního okružního problému.

STORM

Program *STORM* patří do skupiny výukových systémů řešících úlohy lineárního programování a statistiky. Jeho výhodou jsou jednoduchost ovládání a nenáročnost na hardwarové vybavení počítače. Jednoznačnou nevýhodou systému je, že se jedná o starší program, který pracuje pouze v prostředí MS DOS. (Rašovský a Šišláková 1999, s. 169)

Systém obsahuje množství několika modulů zaměřených na lineární programování, ze kterých každý řeší jiný typ úloh. Konkrétně se může jednat o úlohy celočíselného programování, dopravní problém, přiřazovací úlohu apod. Systém obsahuje i další typy modulů se zaměřením na statistiku. (Lauber a Jablonský 1997, s. 26)

LINDO

U programu *LINDO* se již jedná o zcela profesionální program vyvinut společností Lindo Systems Inc. Jeho maximální verze je schopna řešit úlohy o rozsahu desítek tisíc proměnných. Tento systém je určen primárně pro řešení úloh lineárního programování s doplněním podmínek celočíselnosti. Zadávání jednotlivých dat do programu je možné dvěma způsoby podle rozsahu proměnných. U řešení úloh menšího rozsahu program umožňuje zadávat vstupní data přímo do zobrazených oken. U rozsáhlejších úloh umožňuje spolupráci s datovým souborem požadovaného formátu vygenerovaného jiným programem. Oproti předcházejícímu programu je LINDO ovládáno používáním příkazů. (Jablonský 2011, s. 127)

Specifickými položkami hlavního menu jsou zde *Solve* a *Reports*. Volbou *Solve* je spuštěno řešení zadaného modelu. Nejprve je provedena kompilace a následně výpočet. Jablonský (2007, s. 156) zmiňuje, že v průběhu výpočtu se uživateli postupně zobrazují některé užitečné informace, zejména se jedná o status aktuálního řešení, počet iterací, míra nepřípustnosti, hodnota účelové funkce, čas výpočtu a dosud nejlepší nalezené celočíselné řešení úlohy. Další z možných položek je položka *Reports*, která generuje různé typy výstupních sestav.

LINGO

Systémem *LINGO* je možné řešit lineární i nelineární optimalizační úlohy a soustavy lineárních i nelineárních rovnic. *LINGO* je stejně jako předcházející program vyvinut společností Lindo Systems Inc. a práce s oběma programy je velmi podobná. Hlavním rozdílem těchto programů jsou možnosti, které oba programy poskytují. Klíčovým znakem *LINGA* je existence speciálního jazyka pro matematické modelování. U tohoto systému je tedy nutné, aby se uživatel před jeho použitím důkladně seznámil s tímto jazykem a připravil vstupní data v požadovaném formátu.

Při práci s tímto programem uživatel musí nejprve zapsat navržený model pomocí speciálního jazyka. Takto připravený matematický model je možné propojit s datovým souborem obsahujícím vstupní data pro výpočet. V tomto případě se může jednat o běžný textový soubor, případně soubor připravený v tabulkovém procesoru MS Excel.

Nyní budou představeny základní prvky modelovacího jazyka tohoto programu. Každý model je zde vymezen příkazem MODEL a END. V rámci modelu lze použít běžné matematické operátory v podobě +, -, *, ^, /. Využitá optimalizační kritéria začínají MAX, případně MIN. Model dále obsahuje oblast SETS, která definuje jednotlivé množiny a jejich prvky a atributy. Příkaz ENDSETS ukončuje tuto oblast. Další z oblastí je označena jako DATA a specifikuje vstupní data modelu. Tato data mohou být vložena přímo v podobě hodnot, nebo mohou odkazovat na konkrétní datový soubor vytvořený v jiném programu. Nejčastěji je program propojován s tabulkový kalkulátorem MS Excel a často je využíváno importu již zadaných dat z Excelu. K tomuto propojení je nutné využít funkci @ole. Tato funkce může být využita jak pro import dat z Excelu do LINGA, tak pro export výsledků LINGA do Excelu. Příkaz ENDDATA opět ukončuje oblast. (Jablonský 2007, s. 162)

Základní zápis obecného modelu podle Jablonského (2007, s. 162) má tuto strukturu:

MODEL:
SETS: *definice množin, jejich prvků a atributů*
ENDSETS:
DATA: *specifikace vstupních dat*
ENDDATA:
END

Tento popis systému LINGO poskytuje pouze velmi zkrácenou představu o jeho fungování. Funkcí, které program umožňuje využívat je velké množství a jejich popis je zahrnut v manuálu pro použití modelovacího jazyka. LINGO tedy umožňuje uživateli vytvoření obecného modelu, který je možné opakovaně využívat s různými vstupními datovými soubory obsaženými v datové sekci modelu. (Jablonský 2007, s. 165)

PRAKTICKÁ ČÁST

4 PŘEDSTAVENÍ SPOLEČNOSTI

V této kapitole bude představena společnost, v rámci které bude provedena analýza dopravní sítě a následně vytvořen návrh na její zlepšení. Níže je stručně přiblížena historie společnosti, její preferované hodnoty a firemní mise. Dále je pak uveden hlavní prodejní sortiment společnosti a zákaznická struktura včetně způsobu dopravy zboží k zákazníkovi, který bude klíčový pro možnost optimalizace.

4.1 Historie společnosti

Firmu J.u.A. FRISCHEIS založili Josef a Antonie Frischeis v roce 1948 v rakouském městě Stockerau. Z této první filiálky je dnes ve Stockerau hlavní centrála. V roce 1959 vznikly pobočky po celém Rakousku a počátkem 90. let expanze pokračovala do celého světa. Firma se tedy v posledních sedmdesáti letech rozvinula z rodinného podniku v mezinárodní koncern obchodující po celé Evropě. Koncern Frischeis je předním velkoobchodem se dřevem a stavebními prvky především ve střední a východní Evropě.

Obrázek 6 Logo společnosti, zdroj: www.jafholz.cz

V roce 1992 byla otevřena první pobočka v České republice. V současné době je zde firma zastoupena sedmi pobočkami:

- Rokycany
- Vodňany
- Domašín
- Brandýs nad Labem
- Česká Třebová
- Vyškov
- Ostrava

V roce 1998 byla první pobočka otevřena také na Slovensku. Zde je v současnosti zastoupena třemi pobočkami:

- Špačince
- Žilina
- Ličartovce

Lze tedy říci, že firma svými pobočkami pokrývá téměř celé území České i Slovenské republiky. (www.jafholz.cz)

4.2 Nabízený sortiment

V rámci své obchodní činnosti se společnost JAF HOLZ, s.r.o. zaměřuje na nákup a prodej rozmanitých dřevěných materiálů a produktů ze dřeva. V souvislosti s nabízeným sortimentem klade firma vysoké nároky jak na kvalitu svých produktů, tak na úroveň poskytovaných služeb, a to především v podobě silného logistického řetězce, který je pro její obchodní činnosti klíčový. Pomocí neustálého zlepšování svých logistických služeb se společnost snaží o maximální výkonnost v dodání svého zboží k zákazníkovi. Za jednu ze svých hlavních hodnot také společnost vyzdvihuje regionálnost a zapojování se do lokálních projektů. V konkrétní zemi často realizuje dodání materiálu na nejrůznější projekty a podílí se na podpoře rozvoje oboru zpracování dřeva. Právě z těchto důvodu firemní slogan, který je zároveň firemní misí, zní *„Dřevo je náš svět“.*

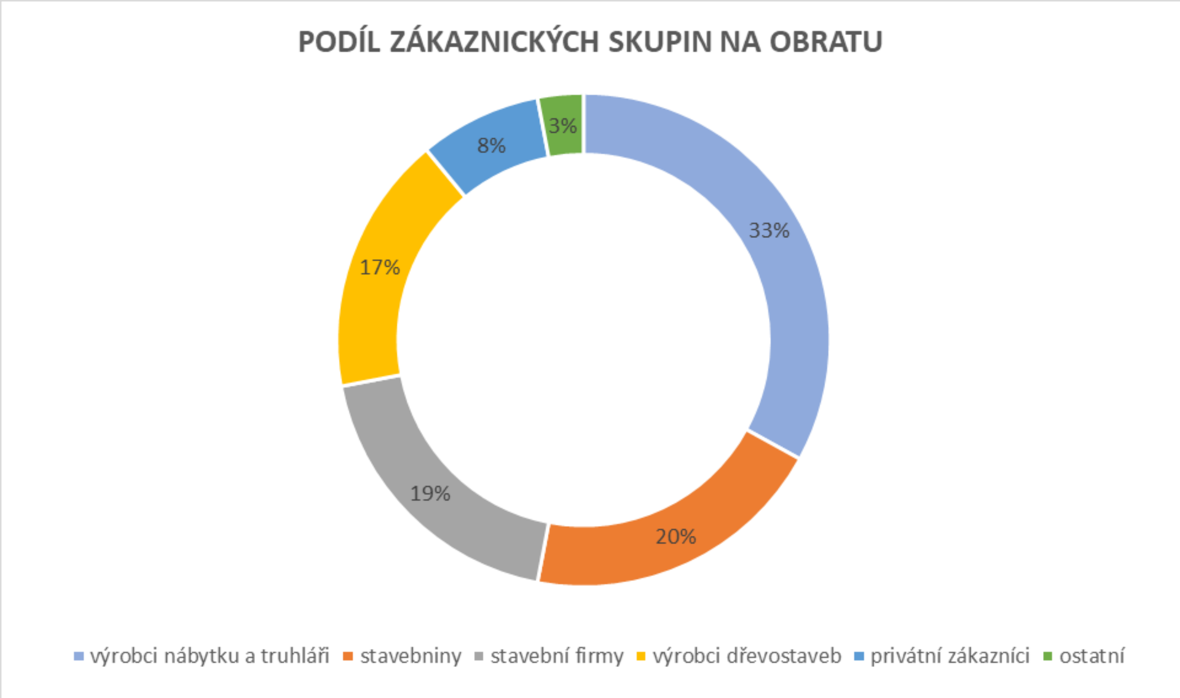
Z nabízeného sortimentu jsou základními prodejními skupinami prodej konstrukčních desek, podlah, stavebních materiálů, materiálů pro dřevostavby, dýh, řeziva, dveří, překližek a kování. Společnost kromě nabízeného sortimentu zboží poskytuje také doplňkové služby v podobě formátování velkoplošných materiálů, olepování hran, sesazování dýh a CNC obrábění.

Z hlediska prodejního obratu je pro firmu stěžejní prodej konstrukčních desek a stavebních materiálů, který tvoří přibližně 50 % obratu. Další významnou prodejní skupinou jsou překližky a stavební řezivo.

4.3 Zákaznická struktura

Zákaznická struktura společnosti je široká. Zahrnuje zákazníky, kteří při své výrobě používají polotovary nebo konečné výrobky ze dřeva. Zákazníci společnosti jsou v převážné většině stálí odběratelé. Jedná se především o výrobce nábytku, truhláře, stavební firmy, stavebniny, výrobce dřevostaveb, tesařské firmy a v neposlední řadě i koncové privátní zákazníky.

Na obrázku uvedeném níže (obrázek 7) je znázorněn graf představující jednotlivé zákaznické skupiny z hlediska jejich podílu na obratu firmy. Výsledné podíly vychází z dat z roku 2019. V rámci znázornění jsou uvažováni především klíčoví zákazníci.



Obrázek 7 Podíl zákaznických skupin na obratu, zdroj: vlastní zpracování dle interních dat

5 ANALÝZA SOUČASNÉHO STAVU DISTRIBUCE

V této kapitole bude blíže představena současná logistická situace společnosti, způsob distribuce zboží a aktuální přehled využívaných rozvozových tras pro jednu vybranou firemní pobočku.

Jak bylo již výše zmíněno, firma se zabývá především obchodní činností a z tohoto důvodu je pro ni správné fungování veškerých logistických procesů velmi důležité. Hlavní činnost je tedy postavena na schopnosti dovážet pravidelně veškeré zboží ke všem zákazníkům, bez ohledu na to, zda se jedná o velké nadnárodní společnosti nebo privátní koncové zákazníky. Doprava společnosti není omezena ani objemy zboží. Společnost je schopná zavážet zboží bez rozdílu sortimentu, to znamená, že podle objednávek dováží jak velkoobjemové zboží v podobě KVH hranolů délky 13 metrů, tak drobné nábytkové kování.

Předností dopravy společnosti jsou především velké skladové kapacity nejen v České republice, ale také v Rakousku, kde jsou vytvořeny velkokapacitní centrální sklady na jednotlivé sortimenty zboží. Z těchto skladů jsou pravidelně každý týden zásobovány sklady jednotlivých poboček v jiných zemích. Mezi českými sklady následně existuje i mezifiliálková doprava, tak aby bylo možné maximálně využívat skladovou kapacitu všech poboček. Cílem této logistické struktury je, aby i ti nejmenší zákazníci byli pravidelně zásobováni jakýmkoliv druhem zboží.

Systém závozu ke konkrétním zákazníkům je jednotný pro celou Českou republiku. Každý zákazník má možnost si objednat v obchodním oddělení jakýkoliv druh zboží. Jednotlivé objednávky jsou zaevidovány do firemního systému, který vytváří veškeré systémové podklady pro dopravu i fakturaci daného zboží. Pro přepravu zboží je vedoucím v oblasti dopravy vytvořen plán dodávek pro konkrétní vozidlo. Plán dodávek je vždy vytvořen na jeden den a dané rozvozové území. Tento plán dále obsahuje soupis všech jednotlivých příjemců zboží a čísla objednávek. Spolu s plánem dodávek jsou vygenerovány přípravní listy, které jsou předávány skladníkům jako podklad pro přípravu zboží a dodací listy, které jsou spolu se zbožím předávány zákazníkům.

5.1 Analýza vybraného území

V této části práce bude představeno vybrané území, ve kterém se nacházejí všechny zkoumané rozvozové trasy, které budou následně analyzovány. Z důvodu přehlednosti bude v následující kapitole práce zkoumána pouze jedna vybraná firemní pobočka. Tato pobočka se spolu se skladem nachází v Jihočeském kraji ve městě Vodňany. Pobočka byla vybrána z důvodu rozsáhlejší distribuční sítě a nutnosti obsloužit větší množství zákazníků oproti pobočkám v jiných krajích. V rámci svých rozvozových služeb musí vodňanská pobočka zajistit pravidelné rozvozy po téměř celém Jihočeském kraji.

Hlavními městy pro rozvoz v tomto kraji jsou České Budějovice, Tábor, Jindřichův Hradec, Písek, Strakonice, Vimperk, Český Krumlov, Hluboká nad Vltavou a Třeboň. V těchto městech má společnost několik stálých zákazníků, pro které zboží rozváží pravidelně každý týden. V celé této oblasti se nacházejí především silnice II. a III. třídy. Hlavní tah pak tvoří především dálnice D3 z Českých Budějovic do Tábora.

Na obrázku níže (obrázek 8) je vymezené území, v rámci kterého, budou rozvozové trasy firmy analyzovány.

Obrázek 8 Mapa Jihočeského kraje, zdroj: www.rsd.cz

5.2 Vozový park

Vozový park celé společnosti zahrnuje přibližně 300 vysokozdvižných vozíků, 86 vlastních dodávek a kamionů a 164 vozidel spedičních společností. Bližší představení vozového parku bude zaměřeno pouze na pobočku ve Vodňanech, v rámci které je prováděna analýza rozvozových tras.

Vodňanská pobočka má ve své evidenci jedno vlastní firemní vozidlo a čtyři vozidla má dlouhodobě zapůjčeny od spedičních a dopravních společností. Všechna tato vozidla jsou pravidelně využívána pro rozvoz zboží k zákazníkům. Vozidla jsou vybavena GPS navigací a palubní jednotkou pro evidenci mýtného na zpoplatněných úsecích. Jednotlivá vozidla jsou představena níže, včetně jejich průměrné spotřeby, která je stěžejní z hlediska firemních nákladů. Do firemních nákladů spojených s využíváním těchto vozidel jsou dále uvažovány i mýtné poplatky z důvodu překročení hranice nosnosti 3,5 t. U každého vozidla je samostatně uvedena i jejich maximální nosnost, která je firmou důsledně kontrolována, aby nedošlo k jejímu překročení.

Nákladní vozidla vodňanské pobočky společnosti JAF HOLZ, s.r.o.:

Značka a typ vozidla	Druh	Nosnost (v t)	Palivo	Průměrná spotřeba v (l/100 km)
Volvo FHF3C	nákladní automobil	14	nafta	31
DAF AE45LF	nákladní automobil	6	nafta	25
Iveco	nákladní automobil	6	nafta	20
Mercedes ATEGO 1518L	nákladní automobil	8	nafta	21
Iveco	nákladní automobil	6	nafta	20

Tabulka 1 Přehled využívaných vozidel, zdroj: vlastní zpracování dle interních dat

Obrázek 9 Nákladní vozidla společnosti JAF HOLZ, s.r.o., zdroj: www.jafholz.cz

5.3 Distribuční síť

V této podkapitole budou popsány jednotlivé současně využívané rozvozové trasy pro dané území. Bude využito předcházejících kapitol, ve kterých bylo představeno konkrétní obsluhované území a vozový park, který může daná pobočka využít. Veškeré podklady, které zde budou využívány pro analýzu a následný návrh optimalizačního řešení, jsou interními daty a byly poskytnuty společností JAF HOLZ, s.r.o.

Z důvodu rozsáhlosti celého území a za účelem efektivnějšího plánování rozvozu společnost člení celé své obsluhované území ještě na několik menších úseků. Celé území Jihočeského kraje je rozděleno do pěti částí, podle kterých jsou dále rozděleny i jednotlivé rozvozové trasy. Toto rozdělení vychází především z obsluhy klíčových měst a jejich blízkého okolí. V současnosti lze tedy definovat pět hlavních rozvozových tras.

Jak již bylo zmíněno pobočka společnosti využívá k obsluze svých zákazníků jedno vlastní a čtyři pronajmutá vozidla. Každé z vozidel obsluhuje jednu danou část z celého území. Rozdělení vozidel k jednotlivým trasám je provedeno na základě minulých dat o objemech objednávek. Vozidla jsou z tohoto důvodu rozdělena k trasám podle jejich různých nosností.

Všechny rozvozy jednotlivých tras začínají v ranních hodinách. Řidiči vozidel přebírají od skladníků již připravené zboží podle plánu dodávek na konkrétní den. Ve výjimečných případech je možné zajet trasu více než jedenkrát za den. V rámci následující části optimalizace nebudou blíže řešena časová okna například v podobě překládky, jelikož hlavním zaměřením budou délky a struktury tras. U jednotlivých optimalizací budou ale respektovány cesty, které nemohou být z jakéhokoli důvodu využity a budou uvedeny v podobě zakázaných cest.

Jednotlivé zastávky v podobě zákazníků nejsou vždy u rozvozových tras stejné a mění se podle objednávek. Společnost má ale několik stálých zákazníků, kterým je dováženo zboží pravidelně. Z tohoto důvodu budou vybráni především tito pravidelní zákazníci k reprezentaci nejčastější podoby jednotlivých tras. Současná posloupnost navštívených zákazníků v rámci rozvozových tras je tvořena řidiči především na základě jejich odhadů a zvyklostí. Firma nyní nevyužívá žádný typ softwaru pro navržení nejvhodnějších struktur rozvozových tras. Níže uvažované vzdálenosti jsou především převzaty z adresy www.maps.google.cz

V následující části jsou uvedeny vstupní údaje pro zpracování optimalizačního řešení. V tabulce uvedené níže (tabulka 2) jsou vyznačeny jednotlivé trasy využívané pro rozvoz zboží dané pobočky. Dále jsou zde uvedeny dny, ve kterých jsou trasy obsluhovány. Ve dnech, kdy nejsou vozidla vytížena rozvozy zboží je společnost využívá pro jiné účely. Nejčastěji jsou využita například pro mezifiliálkovou přepravu sortimentu.

	Pondělí	Úterý	Středa	Čtvrtek	Pátek
Trasa 1	✔		✔		✔
Trasa 2	✔		✔		✔
Trasa 3	✔	✔	✔	✔	✔
Trasa 4		✔			
Trasa 5		✔		✔	

Tabulka 2 Přehled rozvozových tras, zdroj: vlastní zpracování dle interních dat

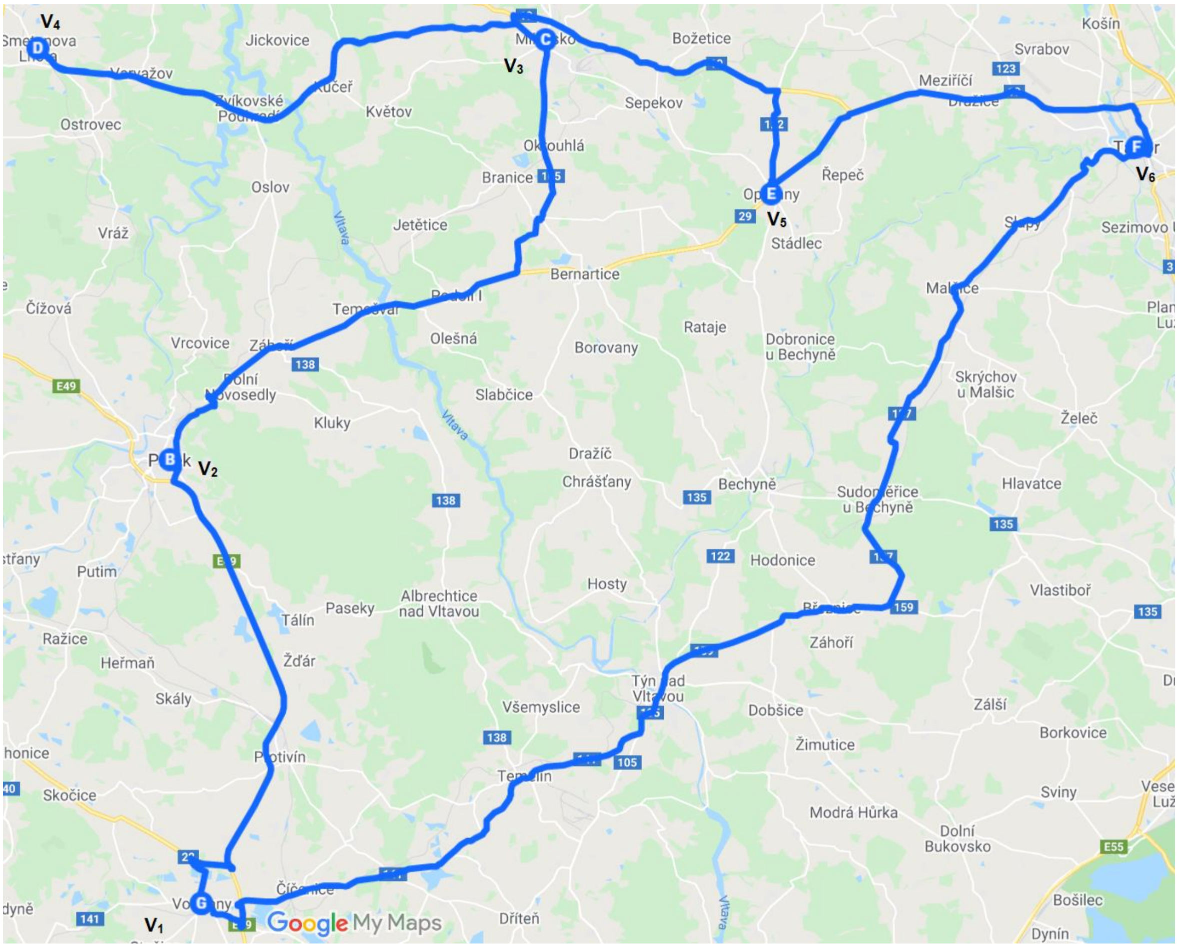
Podle této tabulky (tabulka 1) jsou dále blíže popsány jednotlivé rozvozové trasy s pravidelnými zastávkami. Všechny tyto zastávky jsou uvedeny v posloupnosti, v jaké jsou nejčastěji řidiči navštíveny podle informací vedoucího z oblasti dopravy na dané pobočce. Každá trasa má svůj počáteční a koncový bod ve vodňanském skladu na adrese Číčenická 1282, kde probíhá nakládka zboží a kde jsou i jednotlivé trasy zakončeny a uloženo případné nepředané zboží.

Trasa 1

První trasa je zaměřena na severovýchod Jihočeského kraje, okresy Tábora a Písku. A svojí délkou je nejrozsáhlejší ze všech znázorněných tras. Rozvozová trasa 1 je rozepsána v tabulce (tabulka 3) a znázorněna v mapě na obrázku (obrázek 10).

Pořadí	Zastávka	Vrchol	Vzdálenost (km)
1.	Vodňany (sklad)	V_1	0
2.	Písek	V_2	21,9
3.	Milevsko	V_3	28,0
4.	Smetanova Lhota	V_4	22,5
5.	Opařany	V_5	37,1
6.	Tábor	V_6	18,9
7.	Vodňany (sklad)	V_1	58,8
Celková vzdálenost			187,2

Tabulka 3 Rozvozová trasa 1, zdroj: vlastní zpracování



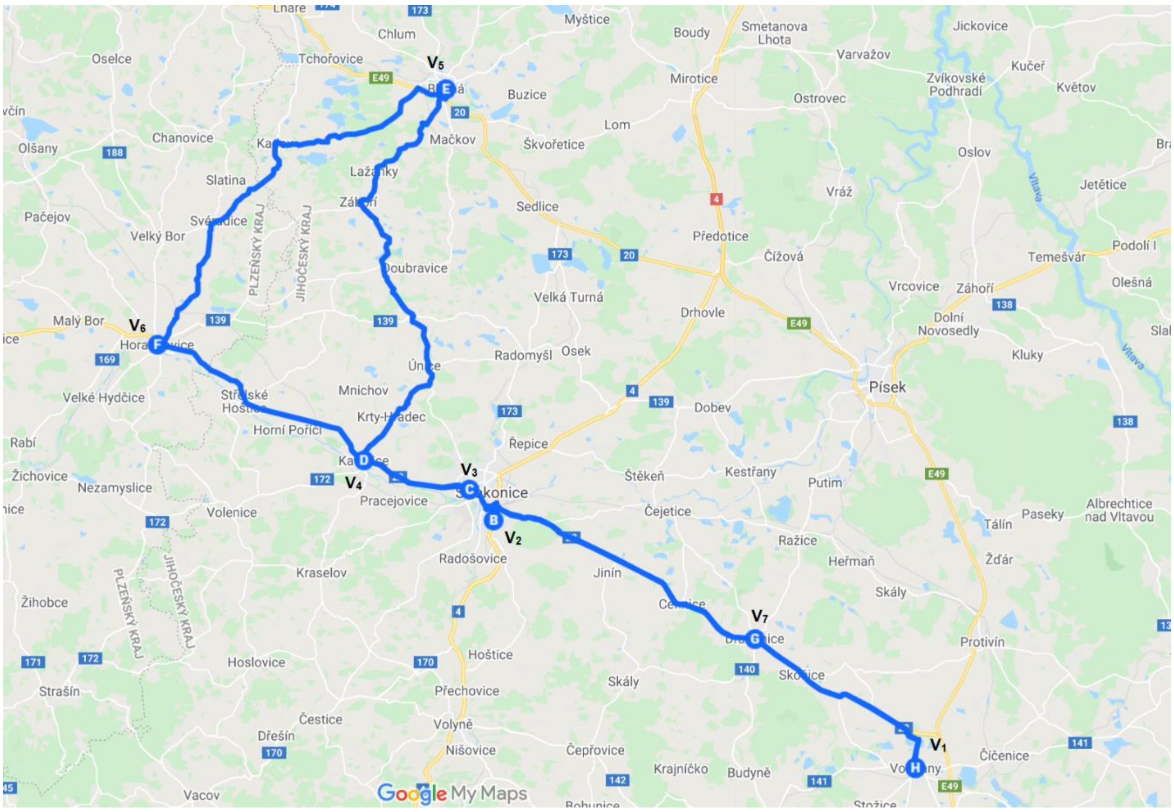
Obrázek 10 Rozvozová trasa 1, zdroj: vlastní zpracování s využitím www.maps.google.cz

Trasa 2

Druhá rozvozová trasa obsluhuje především severozápadní část Jihočeského kraje. Zde je znázorněno sedm nejčastějších zastávek. Rozvozová trasa 2 je rozepsána v tabulce níže (tabulka 4) a mapově znázorněna na obrázku (obrázek 11).

Pořadí	Zastávka	Vrchol	Vzdálenost (km)
1.	Vodňany (sklad)	V_1	0
2.	Strakonice II – Volyňská	V_2	24,5
3.	Strakonice I – Katovická	V_3	2,3
4.	Katovice	V_4	5,2
5.	Blatná	V_5	23,0
6.	Horažďovice	V_6	21,8
7.	Drahonice	V_7	32,2
8.	Vodňany (sklad)	V_1	10,4
Celková vzdálenost			119,4

Tabulka 4 Rozvozová trasa 2, zdroj: vlastní zpracování



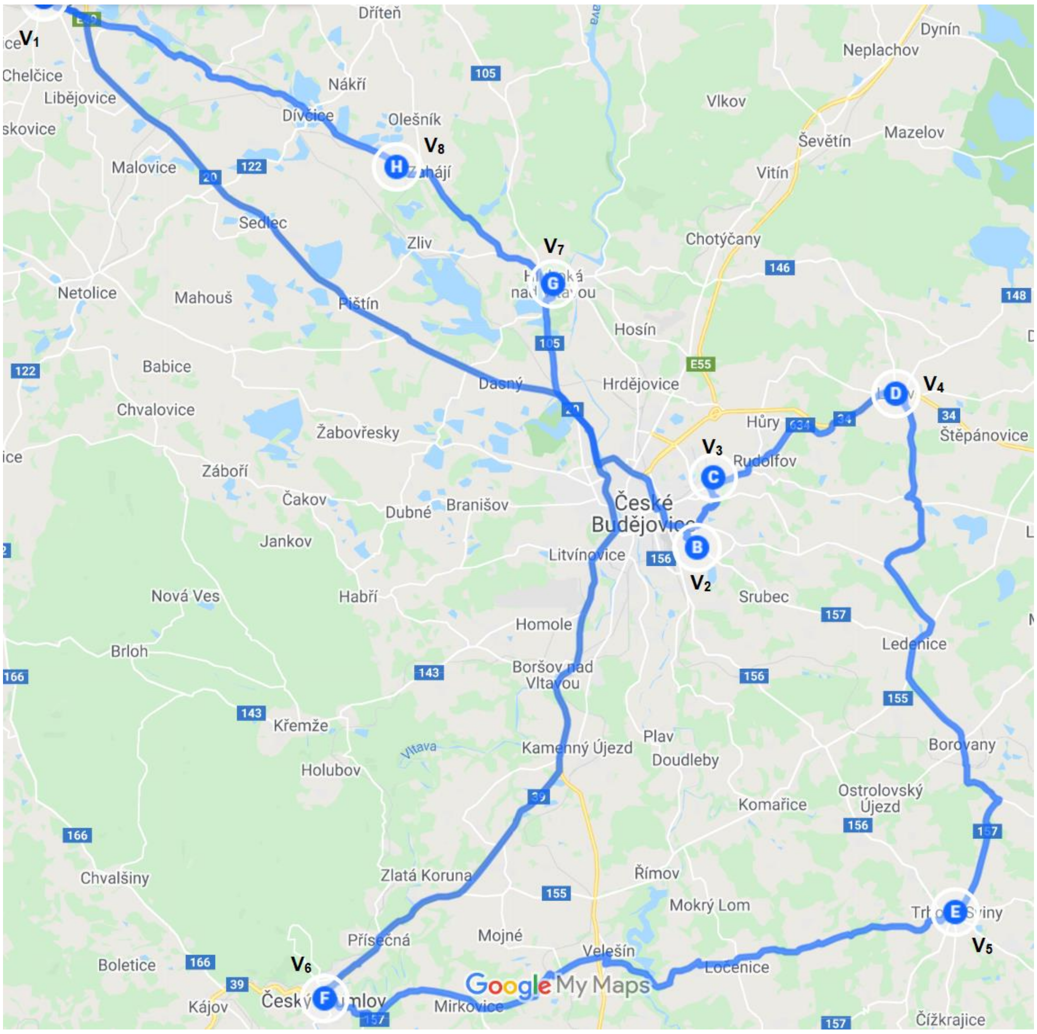
Obrázek 11 Rozvozová trasa 2, zdroj: vlastní zpracování s využitím www.maps.google.cz

Trasa 3

Třetí rozvozová trasa je obsluhována každý všední den a je směrována na jihovýchod rozvozového území. V rámci celkové trasy je uvažováno osm zastávek, do kterých je pravidelně zaváženo zboží. Hlavními body rozvážky jsou České Budějovice se dvěma zastávkami v ulici Ledenické a ulici U Pily a Hluboká nad Vltavou. Rozvozová trasa 3 je detailně rozepsána v tabulce níže (tabulka 5) a mapově znázorněna na obrázku (obrázek 12).

Pořadí	Zastávka	Vrchol	Vzdálenost (km)
1.	Vodňany (sklad)	V_1	0
2.	České Budějovice – Ledenická	V_2	33,5
3.	České Budějovice – U Pily	V_3	3,0
4.	Lišov	V_4	18,0
5.	Trhové Sviny	V_5	26,2
6.	Český Krumlov	V_6	32,4
7.	Hluboká nad Vltavou	V_7	33,3
8.	Mydlovary	V_8	8,2
9.	Vodňany (sklad)	V_1	15,4
Celková vzdálenost			170,0

Tabulka 5 Rozvozová trasa 3, zdroj: vlastní zpracování



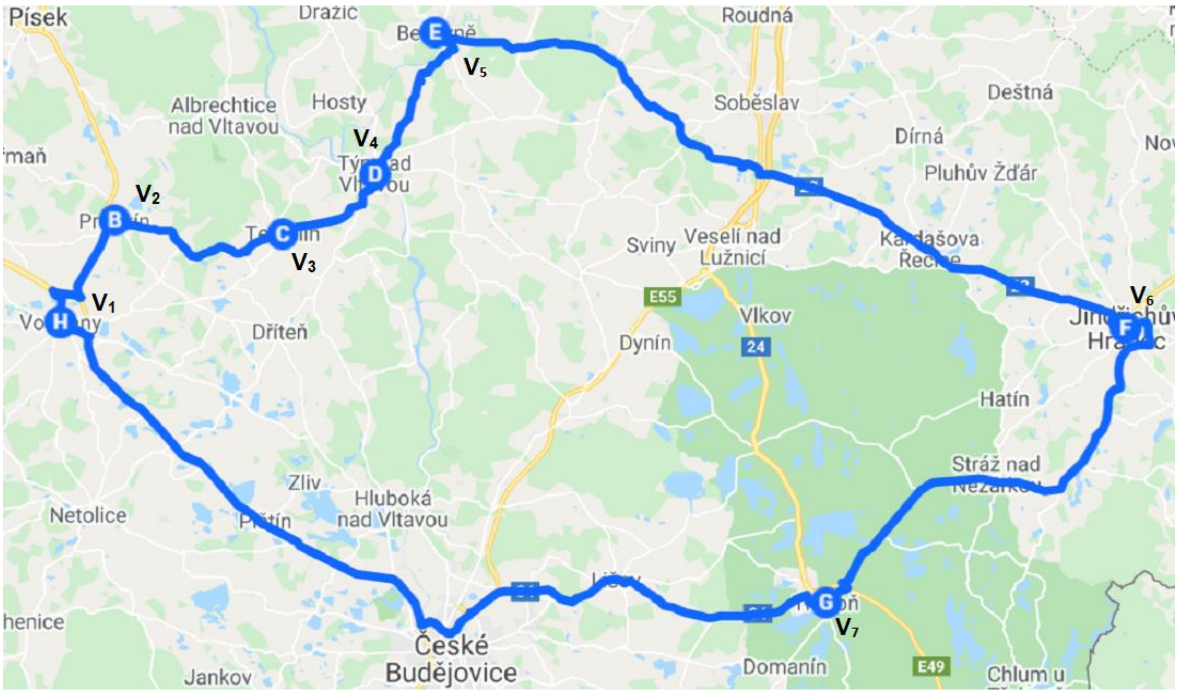
Obrázek 12 Rozvozová trasa 3, zdroj: vlastní zpracování s využitím www.maps.google.cz

Trasa 4

Čtvrtá rozvozová trasa je směřována jihovýchodně na okolí Jindřichova Hradce a Třeboně. Její celková délka je přibližně 170 kilometrů. Její jednotlivé zastávky jsou zapsány v tabulce (tabulka 6) a znázorněny na obrázku (obrázek 13).

Pořadí	Zastávka	Vrchol	Vzdálenost (km)
1.	Vodňany (sklad)	V_1	0
2.	Protivín	V_2	9,0
3.	Temelín	V_3	11,3
4.	Týn nad Vltavou	V_4	7,5
5.	Bechyně	V_5	12,0
6.	Jindřichův Hradec	V_6	47,9
7.	Třeboň	V_7	28,1
8.	Vodňany (sklad)	V_1	54,7
Celková vzdálenost			170,5

Tabulka 6 Rozvozová trasa 4, zdroj: vlastní zpracování



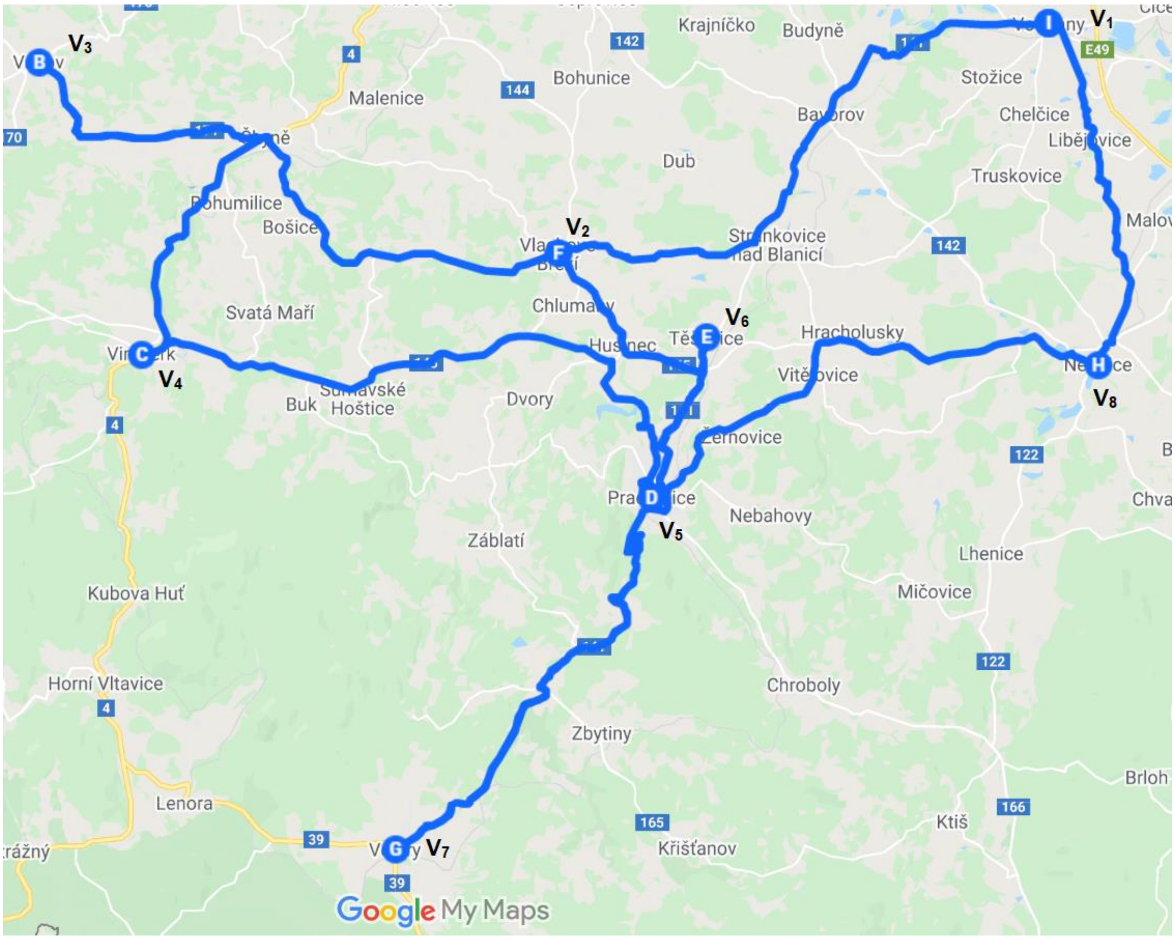
Obrázek 13 Rozvozová trasa 4, zdroj: vlastní zpracování s využitím www.maps.google.cz

Trasa 5

Poslední z tras je orientována jižně od sídla pobočky a je zaměřena na území Šumavy. V současnosti je délka této trasy celkem kolem 163 kilometrů. Trasa 5 je opět představena v tabulce (tabulka 7) a na obrázku (obrázek 14).

Pořadí	Zastávka	Vrchol	Vzdálenost (km)
1.	Vodňany (sklad)	V_1	0
2.	Vlachovo Březí	V_2	20,8
3.	Vacov	V_3	21,8
4.	Vimperk	V_4	18,9
5.	Prachatice	V_5	22,8
6.	Těšovice	V_6	7,1
7.	Volary	V_7	24,8
8.	Netolice	V_8	42,8
9.	Vodňany (sklad)	V_1	12,7
Celková vzdálenost			171,7

Tabulka 7 Rozvozová trasa 5, zdroj: vlastní zpracování



Obrázek 14 Rozvozová trasa 5, zdroj: vlastní zpracování s využitím www.maps.google.cz

5.4 Ekonomické parametry současných rozvozových tras

V souvislosti s výše uvedenými skutečnostmi by bylo vhodné se také zabývat ekonomickým hlediskem současné situace rozvozu. Pro výpočet nákladového zatížení firmy z hlediska distribuce zboží a využívání jednotlivých vozidel bude klíčová spotřeba pohonných hmot vzhledem k ujetým kilometrům. Právě na spotřebě pohonných hmot bude znázorněna i úspora po zpracování optimalizačního procesu. V rámci ekonomických parametrů nebudou uvažovány úspory na mýtných poplatcích, jelikož ve výpočtu optimalizace nebude s tímto parametrem kalkulováno a budou automaticky preferovány silnice vyšších tříd i z důvodu úspory časového hlediska.

V další části bude kalkulováno pouze s cenami nafty, jelikož všechna nákladní vozidla využívané na této firemní pobočce spotřebovávají jako palivo motorovou naftu. K dalším výpočtům bude využívána průměrná cena nafty za rok 2019. Pro stanovení její výše jsou využity průměrné ceny nafty v jednotlivých měsících roku 2019. Přehled těchto jednotlivých cen je uveden v příloze 3 a je převzat z webových stránek www.ccs.cz. Průměrná cena nafty na litr paliva byla v tomto případě stanovena ve výši 32,01 Kč/l.

Ve výpočtech níže jsou uvedeny celkové vzdálenosti rozvozových tras, které byly představeny v předcházející podkapitole (kapitola 5.3). Dále je využíváno ceny paliva stanoveného výše. Výsledkem je celkové nákladové zatížení firmy z hlediska spotřeby pohonných hmot na jednu rozvozovou trasu za současné situace.

V tabulce znázorněné níže (tabulka 8) jsou vypočítány náklady na pohonné hmoty u jednotlivých rozvozových tras. Jednotlivé náklady jsou zohledněny na jeden den rozvozové trasy. Průměrná spotřeba paliva je převzata z informací ohledně využívaných vozidel uvedených v přecházející kapitole.

Trasa	Počet ujetých km	Průměrná spotřeba v l/100 km	Náklady na pohonné hmoty v Kč
1	187,2	20	1198
2	119,4	21	802
3	170,0	31	1687
4	170,5	25	1364
5	171,7	20	1099

Tabulka 8 Celkové náklady na pohonné hmoty u původních rozvozových tras, zdroj: vlastní zpracování

6 NÁVRH OPTIMALIZACE

V této kapitole bude představen návrh pro optimalizační řešení rozvozu zboží vybrané pobočky. Níže bude využito teoretických východisek, především budou aplikovány jednotlivé algoritmy a metody pro nalezení nejkratší cesty. Následně se také bude vycházet z analýzy současného fungování distribuce firmy a z jejích kapacitních možností. Cílem tohoto optimalizačního procesu je nalezení úspory najetých kilometrů. Výsledky tohoto návrhu budou firmě představeny jako doporučení pro efektivnější využívání distribučních sítí v daném kraji s možností aplikace v jiných firemních pobočkách.

6.1 Využití algoritmů pro optimalizaci rozvozové trasy

Jak již bylo zmíněno, pro nalezení efektivnější struktury rozvozových tras bude využito metod popsaných v teoretické části práce. Především se bude jednat o algoritmy řešící problém obchodního cestujícího vycházející z teorie hamiltonovských kružnic. Nejprve bude pro každou jednotlivou trasu sestaven orientovaný a ohodnocený graf a matice vzdáleností, které jsou důležitým výchozím krokem pro řešení těchto úloh. Z důvodu rozsáhlosti je graf znázorněn pouze u rozvozové trasy 1, zbylé grafy jsou uloženy v příloze (příloha 2).

Pro přehlednost jsou v rámci grafů využity namísto názvů měst čísla vrcholů uvedená v předcházející kapitole. Tyto grafy jsou vytvořeny ze sestavených matic vzdáleností. Vzdálenosti mezi jednotlivými vrcholy pak nemusejí být vždy totožné s jejich opačnou cestou z důvodu snahy nalezení vždy nejkratší trasy. Tyto rozdíly mohou být způsobeny jednosměrnými komunikacemi, městskými okruhy apod. Z tohoto důvodu většina matic není symetrických. Výběr komunikace vhodné pro trasu mezi jednotlivými městy byl zvážen s ohledem na typ komunikace, a často byly upřednostněny komunikace vyšších tříd s nejkratší vzdáleností především z důvodu využívání nákladních vozidel.

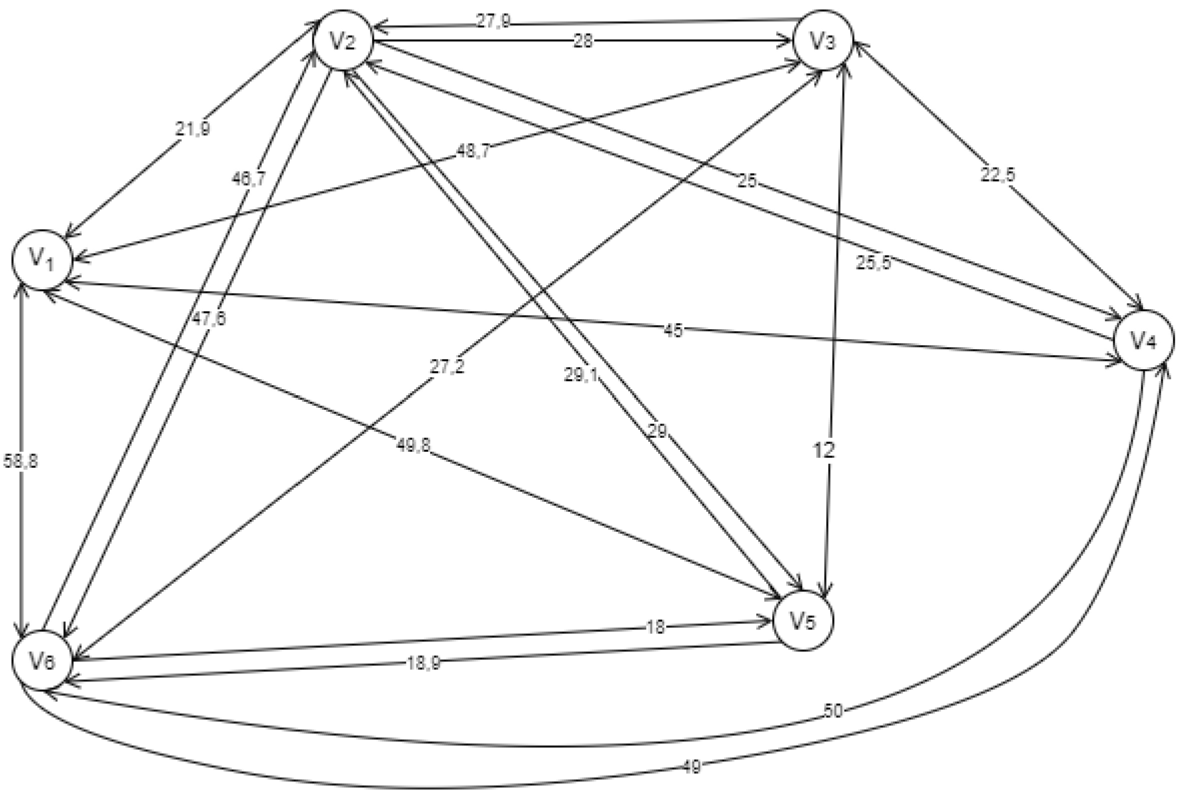
Optimalizační proces bude proveden u všech pěti rozvozových tras. Jak již bylo zmíněno, u každé trasy bude vytvořena matice vzdálenosti. Z této matice bude následně sestaven graf z vrcholů odpovídajících jednotlivým zastávkám a ohodnocených hran představující přímé vzdálenosti mezi těmito zastávkami. U rozvozové trasy 1 budou aplikovány algoritmy popsané v první části práce. Konkrétně bude využita Vogelova metoda, Littlův algoritmus, hladový algoritmus a také počítačový optimalizační program LIGNO. Následně bude provedeno zhodnocení postupů, časové a výpočetní náročnosti a získaných výsledků jednotlivých metod. Dále bude vybrána nejvhodnější metoda z hlediska výše zmíněných parametrů a popsán způsob jejího využití ve firmě. Tato vybraná metoda bude aplikována pro ostatní rozvozové trasy.

Trasa 1

V níže uvedené tabulce (tabulka 9) je vytvořena matice vzdáleností pro trasu 1. Cesta mezi zastávkami Opařany a Smetanova Lhota je zde znázorněna jako zakázaná cesta, jelikož tato trasa nikdy nebude vybrána z důvodu nejkratšího průjezdu přes jinou již zahrnutou cestu. Tato matice je následně graficky prezentována ohodnocený a orientovaný graf (obrázek 15).

	Vodňany	Písek	Milevsko	Smet. Lhota	Opařany	Tábor
Vodňany	∞	21,9	48,7	45,0	49,8	58,8
Písek	21,9	∞	28,0	25,0	29,0	47,6
Milevsko	48,7	27,9	∞	22,5	12,0	27,2
Smet. Lhota	45,0	25,5	22,5	∞	∞	50,0
Opařany	49,8	29,1	12,0	∞	∞	18,9
Tábor	58,8	46,7	27,2	49,0	18,0	∞

Tabulka 9 Matice vzdáleností rozvozové trasy 1, zdroj: vlastní zpracování



Obrázek 15 Graf rozvozové trasy 1, zdroj: vlastní zpracování

Vogelova metoda

První zvolenou metodou byla metoda Vogelova, která je založená na hledání nejkratších cest a postupně na základě jednotlivých kroků algoritmu konstruuje trasu obchodního cestujícího. Vychází z vytvořené matice vzdáleností.

Prvním krokem této metody je nalezení dvou nejmenších hodnot v každém řádku a sloupci a vypočtení rozdílu mezi těmito dvěma hodnotami. Tento krok je znázorněn v tabulce (tabulka 10). Následně je vybrána největší z těchto diferencí. V uvedeném případě se největší z diferencí nachází v 1. řádku a 1. sloupci a její hodnota je rovna 23,1. V tomto případě bude zvolena například diference v 1. sloupci. Následně je pokračováno nalezením nejnižší hodnoty v tomto sloupci. Zde se jedná o hodnotu 21,9. Tímto výběrem byla vybrána první cesta, kterou lze zařadit do konstruované trasy. Cesta vede z vrcholu V_2 do vrcholu V_1.Před dalšími kroky je nutné zakázat zpětnou cestu, tedy cestu z V_1 do V_2. Dále se musí zakázat všechny cesty vedoucí kamkoliv z vrcholu V_2, jelikož z tohoto vrcholu již není možné jet do jiného vrcholu než V_1. Stejně tak je nutné zakázat všechny vrcholy vedoucí do V_1, jelikož do tohoto vrcholu již není možné jet z jiného vrcholu než z V_2.

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	
V_1	∞	~~21,9~~	48,7	45	49,8	58,8	*23,1*
V_2	~~21,9~~	∞	~~28~~	~~25~~	~~29~~	~~47,6~~	*3,1*
V_3	~~48,7~~	27,9	∞	22,5	12	27,2	*10,5*
V_4	~~45~~	25,5	22,5	∞	37,1	50	*3*
V_5	~~49,8~~	29,1	12	37,1	∞	18,9	*6,9*
V_6	~~58,8~~	46,7	27,1	49	18	∞	*9,1*
	23,1	*3,6*	*10,5*	*2,5*	*6*	*8,3*	

Tabulka 10 První krok Vogelovy metody, zdroj: vlastní zpracování

Po této úpravě je možné v tabulce pokračovat v hledání další z cesty stejným způsobem a postupně přidávat nalezená řešení do rozvozové trasy. Takto nalezené řešení je znázorněno v tabulce uvedené níže (tabulka 11). Zde jsou znázorněny buňky, které označují nalezenou cestu. Z těchto nalezených cest, lze vytvořit výslednou rozvozovou trasu.

V tomto případě byla nejkratší trasa nalezena v následujícím pořadí:

Vodňany (sklad) -> Opařany -> Tábor -> Milevsko -> Smetanova Lhota -> Písek -> Vodňany (sklad)

Nalezená trasa má celkovou délku **165,7 km**.

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6				
V_1	∞	21,9	48,7	45	49,8	58,8	*23,1*	*3,7*	*1,1*	*1,1*
V_2	21,9	∞	28	25	29	47,6	*3,1*	-	-	-
V_3	48,7	27,9	∞	22,5	12	27,2	*10,5*	*10,5*	-	-
V_4	45	25,5	22,5	∞	37,1	50	*3*	*3*	*11,6*	*11,6*
V_5	49,8	29,1	12	37,1	∞	18,9	*6,9*	*6,9*	*6,9*	-
V_6	58,8	46,7	27,1	49	18	∞	*9,1*	*9,1*	*9,1*	*19,6*
	23,1	*3,6*	*10,5*	*2,5*	*6*	*8,3*				
	-	*2,4*	*10,5*	***14,6***	*6*	*8,3*				
	-	*3,6*	*15,1*	-	*19,1*	***31,1***				
	-	*21,2*	***21,6***	-	*12,7*	-				

Tabulka 11 Nalezení výsledného řešení Vogelovou metodou, zdroj: vlastní zpracování

Littlův algoritmus

Další způsob, kterým bude nalezen efektivnější způsob rozvozu je Littlův algoritmus. Z důvodu rozsáhlého výpočetního procesu tohoto algoritmu je velká část postupu přesunuta do přílohy (příloha 1). Pro znázornění postupu tohoto výpočtu byl proveden základní krok, který je v rámci algoritmu následně opakován.

Součástí zpracovaného řešení pomocí Littlova algoritmu je tvorba stromu, v rámci kterého jsou znázorněny jednotlivé kroky rozhodování. Takto vypěstovaný strom má podobu binárního stromu, vychází se tedy z jednoho kořene, z něhož existuje cesta do všech jednotlivých vrcholů. Tento strom také v daném řešení napomáhá k prověření všech možných lepších řešení a vede tedy k optimálnímu nalezenému řešení.

Opět je zde vycházeno z matice vzdáleností dané rozvozové trasy. Prvním krokem algoritmu bylo získání nul v každém řádku a sloupci. Toho se dosáhlo odečtením nutných řádkových a sloupcových minim. Výše uvedený postup je znázorněn v tabulkách (tabulka 12 a tabulka 13).

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	
V_1	∞	21,9	48,7	45	49,8	58,8	*21,9*
V_2	21,9	∞	28	25	29	47,6	*21,9*
V_3	48,7	27,9	∞	22,5	12	27,2	*12*
V_4	45	25,5	22,5	∞	∞	50	*22,5*
V_5	49,8	29,1	12	∞	∞	18,9	*12*
V_6	58,8	46,7	27,2	49	18	∞	*18*

Tabulka 12 Vyhledání minimálního prvku řádku, zdroj: vlastní zpracování

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	∞	0	26,8	23,1	27,9	36,9
V_2	0	∞	6,1	3,1	7,1	25,7
V_3	36,7	15,9	∞	10,5	0	15,2
V_4	22,5	3	0	∞	∞	27,5
V_5	37,8	17,1	0	∞	∞	6,9
V_6	40,8	28,7	9,2	31	0	∞
	0	*0*	*0*	*3,1*	*0*	*6,9*

Tabulka 13 Vyhledání minimálního prvku sloupce, zdroj: vlastní zpracování

Suma minim = 118,3

Výše zmíněným krokem se získá matici obsahující alespoň jednu nulu v každém řádku a v každém sloupci. Suma všech minim byla v tomto případě 118,3 a tvoří nám kořen stromu zahrnutý v obrázku níže (obrázek 16).

V dalším kroku je nutné provést ohodnocení nul. Pro každou nulu v aktuální matici tedy bylo uvedeno ohodnocení, a to v podobě součtu minimální hodnoty v řádku a ve sloupci. Tato ohodnocení zde byla znázorněna horními indexy, jak je vidět v tabulce (tabulka 14).

Následně je vybrána nula s největším ohodnocením. Jednalo se o nulu s ohodnocením 23, která je zvýrazněna. Takto vybraná nula nám vytvořila první cestu, a to z bodu V_1 do V_2. Zároveň tato cesta byla přidána do pěstovaného stromu a jedná se o první větvící prvek. V současné chvíli bylo rozhodnuto, že tato cesta byla skutečně zařazena do naší hamiltonovské kružnice. Její ohodnocení tedy zůstává 118,3. Druhý větvící prvek znázorněný ve stromu a označený nulou představuje situaci, že by bylo rozhodnuto nezahrnout danou cestu do hamiltonovské kružnice, a došlo by v rámci ohodnocení k navýšení o 23. V dané chvíli byla rozvíjena větev stromu, ve které bylo rozhodnuto o vybrání daného prvku.

	V_1	~~V_2~~	V_3	V_4	V_5	V_6
~~V_1~~	~~∞~~	~~0^{23}~~	~~26,8~~	~~20~~	~~27,9~~	~~30~~
V_2	$0^{22,5}$	~~∞~~	6,1	$0^{7,4}$	7,1	18,8
V_3	36,7	~~15,9~~	∞	7,4	$0^{7,4}$	8,3
V_4	22,5	~~3~~	0^{3}	∞	∞	20,6
V_5	37,8	~~17,1~~	0^{0}	∞	∞	$0^{8,3}$
V_6	40,8	~~28,7~~	9,2	27,9	$0^{9,2}$	∞

Tabulka 14 Ohodnocení nul a výběr nuly s max. ohodnocením, zdroj: vlastní zpracování

	V_1	V_3	V_4	V_5	V_6
V_2	∞	6,1	0	7,1	18,8
V_3	36,7	∞	7,4	0	8,3
V_4	22,5	0	∞	∞	20,6
V_5	37,8	0	∞	∞	0
V_6	40,8	9,2	27,9	0	∞

Tabulka 15 Redukovaná matice o pole $x_{1,2}$, zdroj: vlastní zpracování

Pro další postup je nutné matici zredukovat o vybraný prvek $x_{1,2}$. Takto zredukovaná matice je znázorněna v tabulce (tabulka 15).

V takto zredukované matici je nutné zakázat zpětnou cestu mezi vybranými vrcholy a také všechny cesty, které by vytvořily předčasné uzavření kružnice. Tyto cesty jsou označovány nekonečnem.

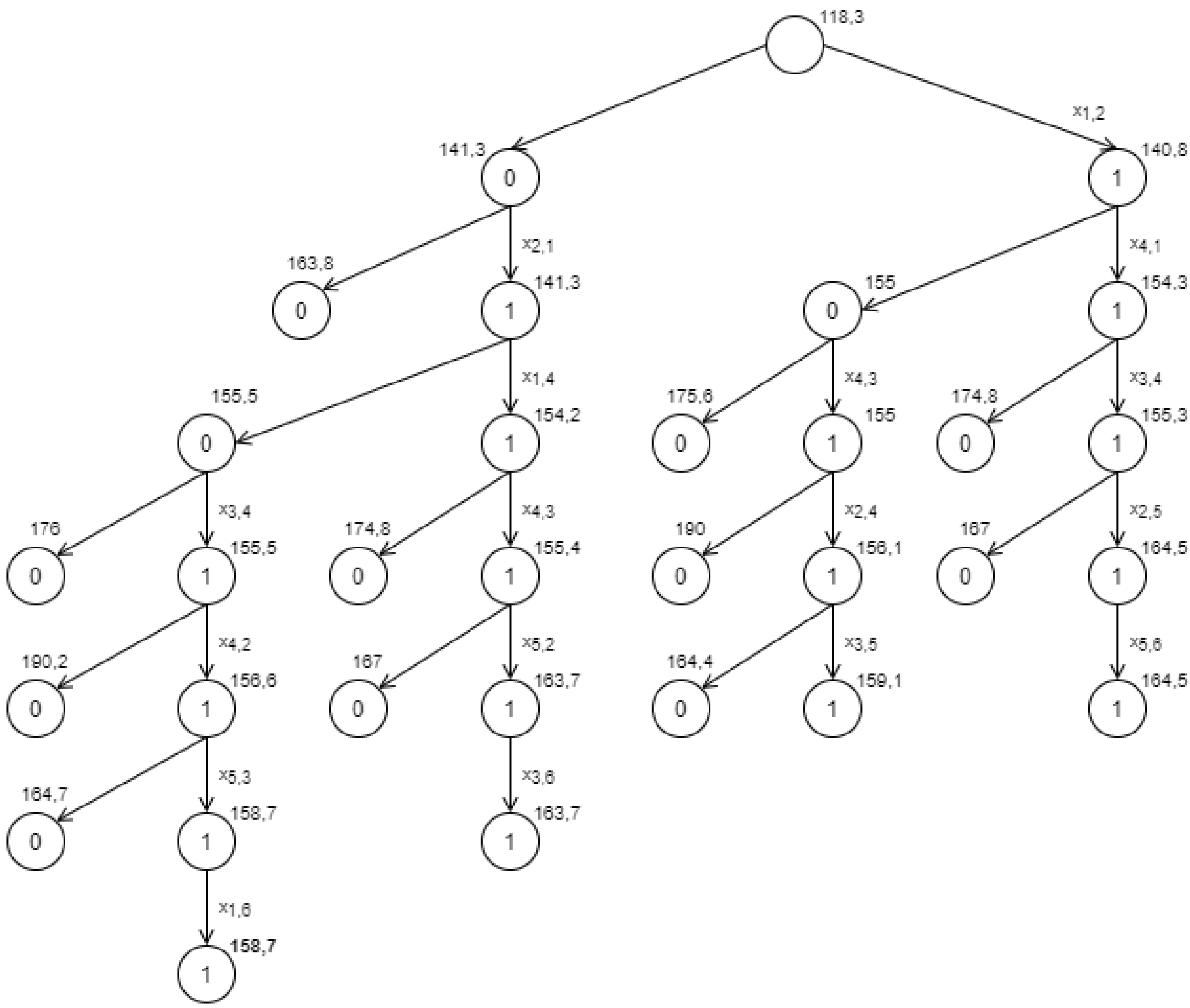
Celý tento postup je opakován v každém kroku do té doby, než bude dosaženo zredukované matice o rozměrech 1x1. Všechny kroky jsou znázorněny do stromu řešení, který je zobrazen níže (obrázek 16). K jednotlivým vybraným prvkům, které byly v rámci daného řešení zahrnuty do kružnice, je vždy jejich hodnota navýšena o sumu minim z předcházejícího kroku.

Takto vyobrazený strom napomáhá k nalezení optimálního řešení. V rámci vyobrazených větví je vždy nutné prohledat větvící prvek s nejnižší hodnotou pro nalezení nejnižší hodnoty celkové vzdálenosti. V daném stromu řešení je tedy vidět, které jednotlivé větve byly dále rozvinuty a prohledávány. Nejoptimálnější řešení v daném případě bylo nalezeno až v několikáté prohledané větvi a nejnižší hodnota vzdálenosti je v obrázku (obrázek 16) znázorněna tučně.

Z představeného řešení tedy vyplývá výsledná nejoptimálnější cesta takto:

Vodňany (sklad) -> Tábor -> Opařany -> Milevsko -> Smetanova Lhota -> Písek -> Vodňany (sklad)

Celková délka takto nalezené trasy je tedy **158,7 km**.



Obrázek 16 Strom řešení, zdroj: vlastní zpracování

Metoda nejbližšího souseda – Greedy Algorithm

Další zvolenou metodou k optimalizaci tras je metoda nejbližšího souseda. Základem řešení této metody pro výběr nejkratší trasy je hladový algoritmus. Při použití tohoto typu algoritmu je možné vycházet jak z vytvořené matice vzdáleností, tak využít grafické znázornění trasy v podobě ohodnoceného grafu.

Při aplikaci na první rozvozovou trasu v daném příkladu bude znázorněno využití obou možností s počátečním bodem ve vodňanské skladu. Nejprve bude východiskem matice vzdáleností, u které budou prohledávány jednotlivé řádky a vybírána minimální sazba pro určení následného vrcholu. Na začátku algoritmu je nutné zvolit počáteční vrchol. V tomto případě se jedná o vrchol V_1, který představuje sklad ve Vodňanech. Tento bod tedy představuje počáteční i koncový vrchol z důvodu okružní trasy, která zde začíná i končí.

Prvním krokem je prohledání řádku vrcholu V_1, který je začátkem trasy. V tabulce (tabulka 15) vede nejkratší cesta do vrcholu V_2 a její vzdálenost je 21,9 km. Trasa z vrcholu V_1 do V_2 je přidána do kružnice. Následně je nutné proškrtnout celý první řádek, jelikož z vrcholu V_1 již není možné jet jinam. Stejně tak je nutné proškrtnou celý druhý sloupec, jelikož do vrcholu V_2 není možné přijet z jiného vrcholu než z V_1. Na závěr je nutné také zakázat zpětnou cestu. Tímto krokem byly uzavřeny všechny cesty, které by předčasně uzavřeli kružnici.

V dalším kroku je postupováno obdobně. Výchozím bodem bude vrchol, do kterého vedla cesta v přecházejícím kroku. Pokračovat se bude druhým řádkem. Při prohledání řádku je nalezena minimální sazba ve výši 25 km a nalezená cesta je z vrcholu V_2 do vrcholu V_4. Opět bude tato cesta přidána do sestavované kružnice. Následně je nutné provést zakázání nevyhovujících cest. Celý tento krok je znázorněn v tabulce (tabulka 17) v rámci které je zahrnut i krok předcházející.

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	~~∞~~	~~21,9~~	~~48,7~~	~~45,0~~	~~49,8~~	~~58,8~~
V_2	~~21,9~~	~~∞~~	28,0	25,0	29,0	47,6
V_3	48,7	~~27,9~~	∞	22,5	12,0	27,2
V_4	45,0	~~25,5~~	22,5	∞	37,1	50,0
V_5	49,8	~~29,1~~	12,0	37,1	∞	18,9
V_6	58,8	~~46,7~~	27,2	49,0	18,0	∞

Tabulka 16 První krok metody nejbližšího souseda, zdroj: vlastní zpracování

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	~~∞~~	~~21,9~~	~~48,7~~	~~45,0~~	~~49,8~~	~~58,8~~
~~V_2~~	~~21,9~~	~~∞~~	~~28,0~~	~~25,0~~	~~29,0~~	~~47,6~~
V_3	48,7	~~27,9~~	∞	~~22,5~~	12,0	27,2
V_4	45,0	~~25,5~~	22,5	~~∞~~	37,1	50,0
V_5	49,8	~~29,1~~	12,0	~~37,1~~	∞	18,9
V_6	58,8	~~46,7~~	27,2	~~49,0~~	18,0	∞

Tabulka 17 Druhý krok metody nebližšího souseda, zdroj: vlastní zpracování

V další tabulce (tabulka 18) je znázorněno výsledné řešení tohoto algoritmu po prohledání všech vrcholů. Jsou zde barevně vyznačeny jednotlivé trasy, které byly vybrány a zahrnuty do hledané trasy.

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	∞	21,9	48,7	45,0	49,8	58,8
V_2	21,9	∞	28,0	25,0	29,0	47,6
V_3	48,7	27,9	∞	22,5	12,0	27,2
V_4	45,0	25,5	22,5	∞	37,1	50,0
V_5	49,8	29,1	12,0	37,1	∞	18,9
V_6	58,8	46,7	27,2	49,0	18,0	∞

Tabulka 18 Řešení metodou nejbližšího souseda s počátkem ve Vodňanech, zdroj: vlastní zpracování

Postupně byla vybrána jako počáteční všechna města a pro každé byla nalezena okružní trasa způsobem uvedeným výše. Tímto postupem bylo nalezeno šest okružních tras, které jsou uvedeny níže v tabulce (tabulka 19). Z těchto tras byla vybrána nejkratší v tomto případě trasa začínající v Táboře. Pomocí této trasy bylo spojení sestavené pro výchozí město Vodňany.

Je nutné přepsat trasu tak, aby se začínalo i končilo ve městě Vodňanech:

Vodňany (sklad) -> Tábor -> Opařany -> Milevsko -> Smet. Lhota -> Písek -> Vodňany (sklad)

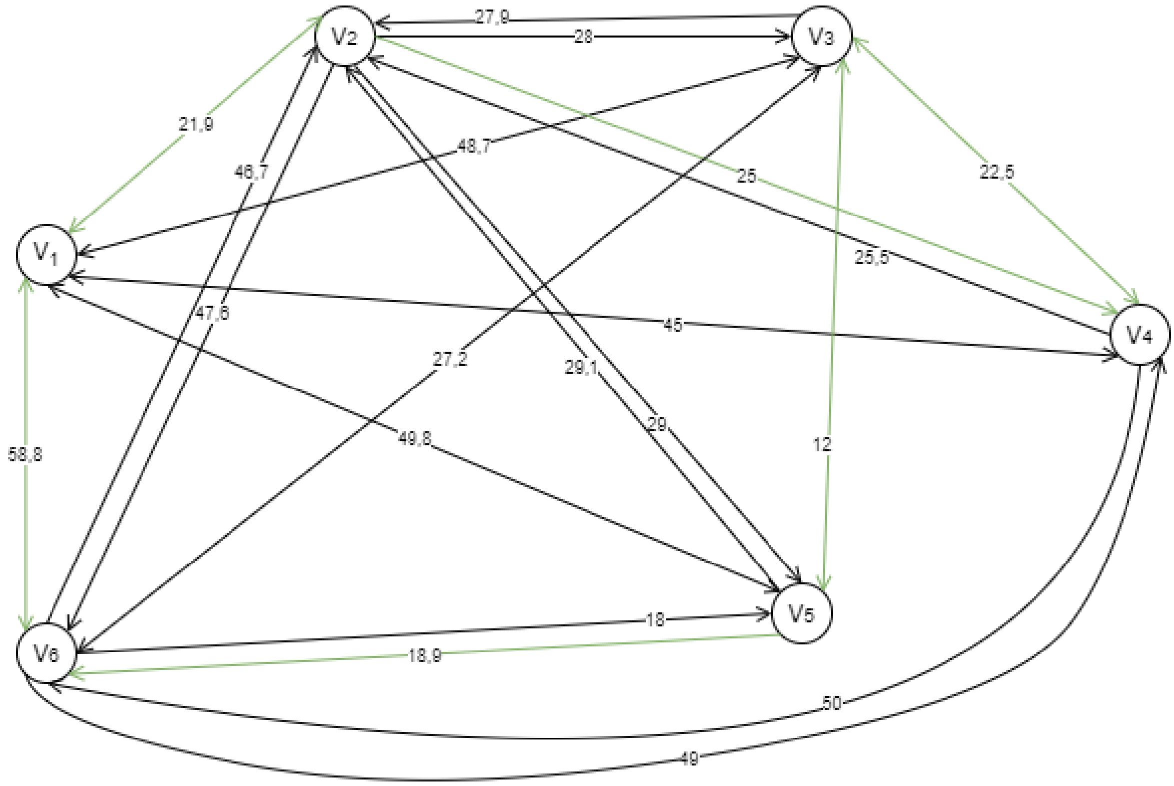
Celková délka této trasy, je tedy **158,7 km**.

Počáteční město	Okružní spojení	Celková délka trasy (km)
Vodňany (sklad)	Vodňany (sklad) -> Písek -> Smet. Lhota -> Milevsko -> Opařany -> Tábor -> Vodňany (sklad)	159,1
Písek	Písek -> Vodňany (sklad) -> Smet. Lhota -> Milevsko -> Opařany -> Tábor -> Písek	167
Milevsko	Milevsko -> Opařany -> Tábor -> Písek -> Vodňany (sklad) -> Smet. Lhota -> Milevsko	167
Smet. Lhota	Smet. Lhota -> Milevsko -> Opařany -> Tábor -> Písek -> Vodňany (sklad) -> Smet. Lhota	167
Opařany	Opařany -> Milevsko -> Smet. Lhota -> Písek -> Vodňany (sklad) -> Tábor -> Opařany	**158,7**
Tábor	Tábor -> Opařany -> Milevsko -> Smet. Lhota -> Písek -> Vodňany (sklad) -> Tábor	**158,7**

Tabulka 19 Řešení metodou nejbližšího souseda, zdroj: vlastní zpracování

Druhou z možností, jak aplikovat hladový algoritmus v praktickém příkladu, je využít grafického znázornění dané trasy. Postup je obdobný jako v aplikaci u matice vzdáleností. Nejprve je zvolen počáteční vrchol a z něho je vybrána hrana s minimální ohodnocením. V tomto případě je to hrana vedoucí do vrcholu V_2 ohodnocená sazbou 21,9. Takto je postupováno v prohledávání celého grafu. Je opět nutné hlídat, aby nebyla cesta uzavřena dříve, než jsou obslouženy všechny požadované vrcholy. Toto grafické znázornění může být v mnoha ohledech jednodušší, ovšem při velkém počtu vrcholů může docházet ke značné chybovosti.

Grafické znázornění aplikace hladového algoritmu je představeno na grafu níže (obrázek 17). Pro ukázku je znázorněn pouze postup u zvoleného počátku jednoho z měst, a to konkrétně u Vodňan.



Obrázek 17 Postup hladového algoritmu v grafu, zdroj: vlastní zpracování

LINGO

Pro další způsob optimalizace byl vybrán optimalizační počítačový program LINGO, jehož demo verze je volně dostupná ke stažení. Pro práci s programem je nutné seznámit se s jeho speciálním jazykem, který využívá. Pro řešení daného problému optimalizace je v rámci tohoto programu možné využít základní podobu již vytvořeného algoritmu pro problém obchodního cestujícího. Tento algoritmus je možné nalézt v sekci Help Topics pod zkratkou TPS.

Pro výpočet úlohy je nutné programu zadat konkrétní matici vzdáleností. Tuto matici je možné vepsat ručně přímo do vytvořeného kódu, případně vložit zdrojové propojení na tabulkový procesor MS Excel a definovat název datové oblasti, se kterou chceme program propojit. V tomto případě bylo využito zdrojového odkazu na MS Excel, který je odkazován pomocí zkratky *@ole* v oblasti DIST. Dále je nutné uvést počet prvků v matici a název jednotlivých měst, pro které je úloha řešena. Celý zápis kódu pro řešení úlohy včetně odkazovaného souboru je znázorněn na obrázku níže (obrázek 18).

Po takto připraveném algoritmu je otestována správnost zadání a proveden samotný výpočet možností *solve* v horní liště. V případě chybného zadání algoritmu program vygeneruje zprávu *error* s popisem chyb. V případě správného zadání algoritmu program vygeneruje zprávu řešení.

LINGO 11.0 - [LINGO Model - TSP_trasa 1]

File Edit LINGO Window Help

```
MODEL:
! Traveling Salesman Problem for the cities of
Vodňany, Písek, Milevsko, Smetanova Lhota, Opařany, Tábor;
SETS:
CITY / 1.. 6/: U; ! U( I) = sequence no. of city;
LINK( CITY, CITY):
DIST, ! The distance matrix;
X; ! X( I, J) = 1 if we use link I, J;
ENDSETS
DATA: !Distance matrix, it need not be symmetric;
DIST = @ole('\matice vzdalenosti.xlsx','vzdalenosti');
ENDDATA
```

Obrázek 18 Základní kód v programu LINGO, zdroj: vlastní zpracování

Na závěr je zvolena možnost *solution*, která vygeneruje *solution report* obsahující kompletní řešení dané úlohy. *Solution report* pro daný příklad je znázorněna na obrázku (obrázek 19). Z konečných výsledků řešení je vidět optimální struktura sestavené trasy a její celková číselná hodnota zastupující kilometrovou vzdálenost celkové cesty.

Solution Report - TSP_trasa 1

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              158.7000
Objective bound:                              158.7000
Infeasibilities:                              0.000000
Extended solver steps:                               0
Total solver iterations:                           122


                     Variable           Value        Reduced Cost
                     X( 1, 6)        1.000000            58.80000
                     X( 2, 1)        1.000000            21.90000
                     X( 3, 4)        1.000000            22.50000
                     X( 4, 2)        1.000000            25.50000
                     X( 5, 3)        1.000000            12.00000
                     X( 6, 5)        1.000000            18.00000
```

Obrázek 19 Řešení v programu LINGO trasa 1, zdroj: vlastní zpracování

Pořadí měst získané programem LINGO je následující:

Vodňany (sklad) -> Tábor -> Opařany -> Milevsko -> Smetanova Lhota -> Písek -> Vodňany (sklad)

Výsledná nalezená délka trasy programem LINGO je **158,7 km**.

6.2 Vyhodnocení výsledků a výběr vhodné metody

V předcházející části práce byly aplikovány čtyři metody hledající nejkratší cestu na první rozvozovou trasu. Při aplikaci těchto metod bylo vycházeno z teoretické části práce. V této kapitole budou vyhodnoceny výsledky jednotlivých metod a zhodnocena jejich časová a algebraická náročnost. Na základě tohoto zhodnocení bude zvolena jedna metoda, která bude aplikována na zbylé rozvozové trasy a nalezení jejich optimálnější cesty. U výběru metody bude zvažován i přístup k problematice a požadavky na optimalizační metodu dané společnosti.

Metoda	Celková délka trasy (km)
Vogelova metoda	165,7
Littlův algoritmus	158,7
Hladový algoritmus	158,7
LINGO	158,7

Tabulka 20 Výsledná řešení použitých metod, zdroj: vlastní zpracování

V tabulce znázorněné výše (tabulka 20) jsou uvedeny všechny využité optimalizační metody a výsledná řešení v podobě celkových vzdáleností okružní trasy. Z tabulky je patrné, že výsledky jednotlivých metod nejsou totožné. Minimální délka trasy byla nalezena Littlovým a Hladovým algoritmem a programem LINGO. U Vogelovy metody je zřejmé, že nehledá zcela optimální řešení, ale předkládá pouze suboptimální výsledek.

Vogelova metoda nalezla trasu o délce 165,7 km, která je nejdelší ze všech variant. Tato metoda může být často využívána díky svojí jednoduchosti a rychlosti nalezení řešení. Může být využita, jak pro symetrickou matici vzdáleností, tak pro nesymetrickou. Při výpočtu řešení pomocí této metody nebylo potřeba splnit speciální požadavky na řešení příkladu a ani by nebylo nutné vynakládat náklady na značně sofistikovaný počítačový program. Z výsledků je ale patrné, že tato metoda nepředkládá nejlepší řešení.

Littlův algoritmus nalezl nejkratší trasu ze všech variant výpočtu o délce 158,7 km. Jak již bylo zmíněno výhodou tohoto algoritmu je nalezení optimálního řešení díky prohledání všech možných variant cest v rámci konkrétní trasy. V této práci bylo k výpočtu řešení použito tabulkového procesoru MS Excel, který pro výpočet jednoho optimalizačního problému byl dostačující. Pro aplikaci ve firemním prostředí by bylo ale nutné využít externích služeb a nechat si vyvinout program pro výpočet tohoto algoritmu. Nejenže forma výpočtu v ruční podobě je velice časově náročná, je ale také velmi náchylná k chybovosti. Při větším rozsahu využití by ruční řešení Littlova algoritmu nebylo vůbec možné.

Hladový algoritmus nalezl celkovou trasu o délce 158,7 km. V tomto případě se jedná o stejné řešení, které nalezl například Littlův algoritmu. U této metody, ale nelze spoléhat na nalezení vždy zcela optimálního řešení, především u řešení s více vstupujícími vrcholy. Postup řešení metody, ale využívá velmi jednoduchého principu. U této varianty je tedy nutné zvážit a porovnat výnosy v podobě značné jednoduchosti a nevýhody v podobě poskytnutí pouze suboptimálního řešení.

Poslední variantou bylo využití programu LINGO, který nalezl trasu o délce 158,7 km. Jednalo se opět o nejkratší nalezenou trasu. Využití tohoto optimalizačního programu bylo velmi rychlé, jednoduché a nalezlo optimální řešení. Jedinou nutnou podmínkou pro využití bylo seznámení se se specifickým jazykem tohoto programu. Použití optimalizačních programů je ve firemním prostředí nejběžněji volenou variantou.

Pro zpracování a optimalizování zbývajících rozvozových tras bude využito právě optimalizačního programu LINGO. Tento program zajistí optimalitu řešení a pro danou firmu by byl vhodnou alternativou pro sestavování rozvozových tras. Nákladová náročnost jednotlivých verzí programu LIGNO se odvíjí od požadavků na rozsah prvků k optimalizaci a následném množství nutných iterací, které jsou programem vytvořeny. Jelikož v daném případě firma nedisponuje požadavky na optimalizaci stovek prvků v jedné rozvozové trase, ale jedná se řádově maximálně o desítky jednotek, byla tato varianta zvolena jako nejvhodnější pro výpočet u zbývajících rozvozových tras.

Níže je uveden rozdíl původní a nové rozvozové trasy 1 s využitím optimalizace programem LINGO:

Trasa	Okružní spojení	Celková délka trasy (km)
Původní	Vodňany (sklad) -> Písek -> Milevsko -> Smetanova Lhota -> Opařany -> Tábor -> Vodňany (sklad)	187,2
Optimální	Vodňany (sklad) -> Tábor -> Opařany -> Milevsko -> Smetanova Lhota -> Písek -> Vodňany (sklad)	158,7
Rozdíl		**28,5**

Tabulka 21 Porovnání původní a optimální rozvozové trasy 1, zdroj: vlastní zpracování

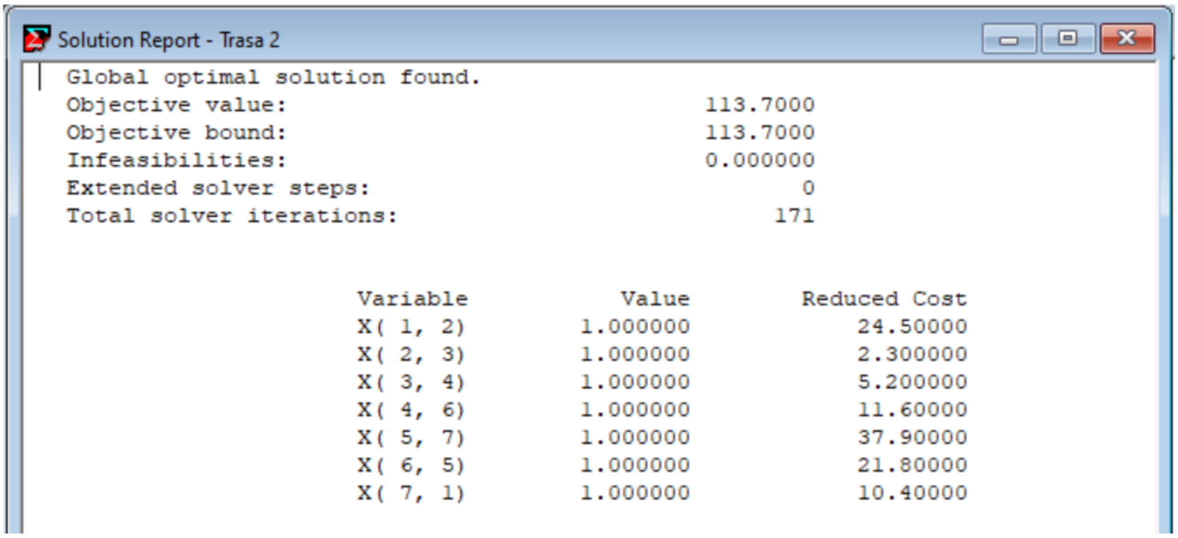
Rozvozová trasa 1 byla díky optimalizaci zkrácena o 28,5 km.

Trasa 2

U rozvozové trasy 2 bude opět využito programu LINGO k ověření, zda lze nalézt kratší trasu. Východiskem pro výpočet je matice vzdáleností znázorněná v tabulce (tabulka 22). Výsledné optimální řešení vygenerované programem je uvedeno na obrázku níže (obrázek 20). V následné tabulce (tabulka 23) je poté znázorněna posloupnost jednotlivých zastávek a celková délka trasy. Z tabulky vyplývá, že díky optimalizaci byla trasa zkrácena o 5,7 km.

	Vodňany	Strakonice II	Strakonice I	Katovice	Blatná	Horažďovice	Drahonice
Vodňany	∞	24,5	∞	∞	48,2	∞	10,4
Strakonice II	24,5	∞	2,3	∞	25,1	∞	14,1
Strakonice I	∞	2,5	∞	5,2	23,8	∞	15,4
Katovice	∞	∞	5,2	∞	23,0	11,6	∞
Blatná	48,6	25,0	24,6	23,0	∞	21,8	37,9
Horažďovice	∞	∞	∞	11,6	21,8	∞	∞
Drahonice	10,4	14,1	15,4	∞	37,9	∞	∞

Tabulka 22 Matice vzdáleností rozvozové trasy 2, zdroj: vlastní zpracování



Obrázek 20 Řešení v programu LINGO trasa 2, zdroj: vlastní zpracování

Trasa	Okružní spojení	Celková délka trasy (km)
Původní	Vodňany (sklad) -> Strakonice II -> Strakonice I -> Katovice -> Blatná -> Horažďovice -> Drahonice -> Vodňany (sklad)	119,4
Optimální	Vodňany (sklad) -> Strakonice II -> Strakonice I -> Katovice -> Horažďovice -> Blatná -> Drahonice -> Vodňany (sklad)	113,7
Rozdíl		**5,7**

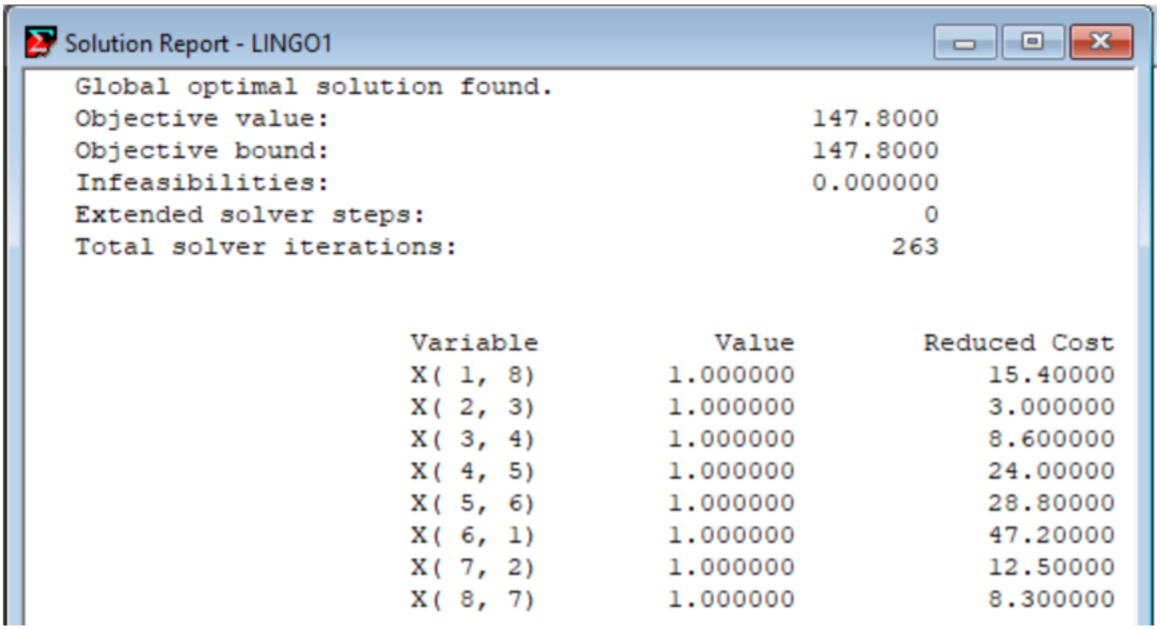
Tabulka 23 Porovnání původní a optimální rozvozové trasy 2, zdroj: vlastní zpracování

Trasa 3

Matice vzdáleností, ze které je vycházeno při optimalizaci rozvozové trasy 3 je uvedená níže (tabulka 24). Jednotlivé optimální cesty jsou vyznačeny ve vygenerované zprávě řešení (obrázek 21). Ve výsledné tabulce (tabulka 25) byla opět porovnána původní trasa s trasou optimální a úspora v kilometrech je 22,2.

	Vodňany	ČB Ledenická	ČB U Pily	Lišov	Trhové Sviny	Český Krum.	Hluboká n. V.	Mydlovary
Vodňany	∞	33,5	35,1	∞	∞	49,0	26,2	15,4
ČB Ledenická	34,3	∞	3,0	∞	22,3	27,2	12,5	19,8
ČB U Pily	35,1	3,0	∞	8,6	25,5	28,3	13,9	21,1
Lišov	∞	∞	8,6	∞	24,0	∞	17,0	24,7
Trhové Sviny	∞	22,3	25,5	24,0	∞	28,8	34,8	42,1
Český Krum.	47,2	27,2	28,3	∞	28,8	∞	33,4	40,6
Hluboká n. V.	27,5	12,5	13,9	17,7	34,8	33,4	∞	8,3
Mydlovary	15,4	19,8	21,1	24,9	42,1	40,6	8,3	∞

Tabulka 24 Matice vzdáleností rozvozové trasy 3, zdroj: vlastní zpracování


Solution Report - LINGO1

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              147.8000
Objective bound:                              147.8000
Infeasibilities:                              0.000000
Extended solver steps:                               0
Total solver iterations:                           263


                  Variable           Value        Reduced Cost
                  X( 1, 8)        1.000000            15.40000
                  X( 2, 3)        1.000000            3.000000
                  X( 3, 4)        1.000000            8.600000
                  X( 4, 5)        1.000000            24.00000
                  X( 5, 6)        1.000000            28.80000
                  X( 6, 1)        1.000000            47.20000
                  X( 7, 2)        1.000000            12.50000
                  X( 8, 7)        1.000000            8.300000
```

Obrázek 21 Řešení v programu LINGO trasa 3, zdroj: vlastní zpracování

Trasa	Okružní spojení	Celková délka trasy (km)
Původní	Vodňany (sklad) -> ČB Ledenická -> ČB U Pily -> Lišov -> Trhové Sviny -> Český Krumlov -> Hluboká nad Vltavou -> Mydlovary -> Vodňany (sklad)	170
Optimální	Vodňany (sklad) -> Mydlovary -> Hluboká nad Vltavou -> ČB Ledenická -> ČB U Pily -> Lišov -> Trhové Sviny -> Český Krumlov -> Vodňany (sklad)	147,8
Rozdíl		**22,2**

Tabulka 25 Porovnání původní a optimální rozvozové trasy 3, zdroj: vlastní zpracování

Trasa 4

Stejným způsobem jako předešlé rozvozové trasy byla provedena optimalizace u rozvozové trasy 4. Ve zprávě řešení (obrázek 22) jsou opět uvedeny jednotlivé cesty včetně konkrétních vzdáleností převzatých z distanční matice (tabulka 26). V tabulce (tabulka 27) porovnávající původní trasu a optimalizovanou je vidět, že nedošlo ke zkrácení trasy. Z toho vyplývá, že aktuálně využívaná trasa je optimální.

	Vodňany	Protivín	Temelín	Týn nad V.	Bechyně	Jindřichův H.	Třeboň
Vodňany	∞	9,0	17,1	24,3	35,8	82,2	54,7
Protivín	9,5	∞	11,3	18,8	30,2	69,8	55,6
Temelín	17,1	11,3	∞	7,5	∞	61,2	47,9
Týn nad V.	24,1	18,8	7,5	∞	12,0	54,0	44,9
Bechyně	38,5	30,2	∞	12,0	∞	47,9	49,2
Jindřichův H.	78,5	72,5	61,2	54,0	47,7	∞	28,1
Třeboň	54,7	55,6	47,9	44,9	49,2	28,1	∞

Tabulka 26 Matice vzdáleností rozvozové trasy 4, zdroj: vlastní zpracování

```
Solution Report - Trasa 4

Global optimal solution found.
Objective value:                         170.5000
Objective bound:                         170.5000
Infeasibilities:                         0.000000
Extended solver steps:                          0
Total solver iterations:                       72


                    Variable           Value        Reduced Cost
                    X( 1, 2)        1.000000            9.000000
                    X( 2, 3)        1.000000            11.30000
                    X( 3, 4)        1.000000            7.500000
                    X( 4, 5)        1.000000            12.00000
                    X( 5, 6)        1.000000            47.90000
                    X( 6, 7)        1.000000            28.10000
                    X( 7, 1)        1.000000            54.70000
```

Obrázek 22 Řešení v programu LINGO trasa 4, zdroj: vlastní zpracování

Trasa	Okružní spojení	Celková délka trasy (km)
Původní	Vodňany (sklad) -> Protivín -> Temelín -> Týn nad Vltavou -> Bechyně -> Jindřichův Hradec -> Třeboň -> Vodňany (sklad)	170,5
Optimální	Vodňany (sklad) -> Protivín -> Temelín -> Týn nad Vltavou -> Bechyně -> Jindřichův Hradec -> Třeboň -> Vodňany (sklad)	170,5
Rozdíl		**0**

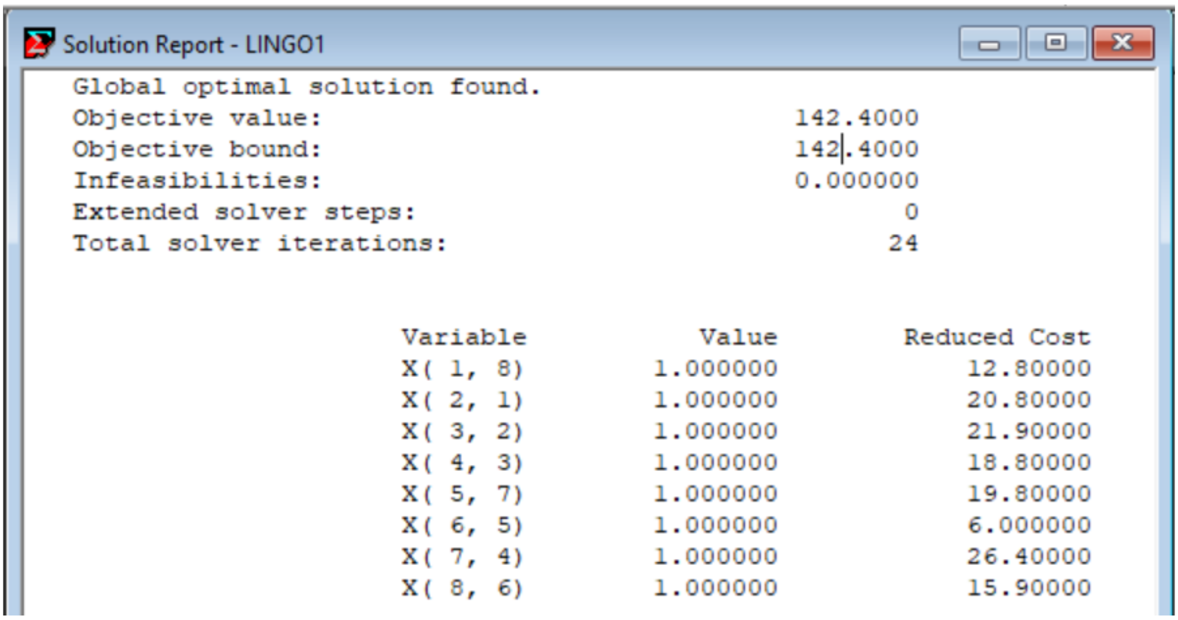
Tabulka 27 Porovnání původní a optimální rozvozové trasy 4, zdroj: vlastní zpracování

Trasa 5

Optimalizace poslední trasy opět vycházela z její vytvořené matice vzdálenosti (tabulka 28) a je znázorněna ve zprávě řešení (obrázek 23). Z výsledného porovnání původního a optimálního stavu obsluhy jednotlivých zastávek (tabulka 29) je zřejmé, že optimalizací došlo ke zkrácení trasy o 29,3 km.

	Vodňany	Vlach. Březí	Vacov	Vimperk	Prachatice	Těšovice	Volary	Netolice
Vodňany	∞	20,8	∞	36,9	23,5	17,5	∞	12,8
Vlach. Březí	20,8	∞	21,9	17,8	10,5	7,4	30,2	20,2
Vacov	∞	21,9	∞	18,8	33,7	29,3	44,9	43,5
Vimperk	36,9	17,8	18,8	∞	23,0	21,1	26,4	34,0
Prachatice	24,6	10,9	32,6	23,0	∞	7,1	19,8	19,9
Těšovice	17,5	7,8	29,8	21,1	6,0	∞	∞	15,9
Volary	∞	30,2	44,9	26,4	19,8	∞	∞	36,5
Netolice	12,8	20,2	43,5	34,8	19,9	15,9	37,5	∞

Tabulka 28 Matice vzdáleností rozvozové trasy 5, zdroj: vlastní zpracování



Solution Report - LINGO1

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              142.4000
Objective bound:                              142.4000
Infeasibilities:                              0.000000
Extended solver steps:                               0
Total solver iterations:                            24


                    Variable           Value        Reduced Cost
                    X( 1, 8)        1.000000            12.80000
                    X( 2, 1)        1.000000            20.80000
                    X( 3, 2)        1.000000            21.90000
                    X( 4, 3)        1.000000            18.80000
                    X( 5, 7)        1.000000            19.80000
                    X( 6, 5)        1.000000            6.000000
                    X( 7, 4)        1.000000            26.40000
                    X( 8, 6)        1.000000            15.90000
```

Obrázek 23 Řešení v programu LINGO trasa 5, zdroj: vlastní zpracování

Trasa	Okružní spojení	Celková délka trasy (km)
Původní	Vodňany (sklad) -> Vlachovo Březí -> Vacov -> Vimperk -> Prachatice -> Těšovice -> Volary -> Netolice -> Vodňany (sklad)	171,7
Optimální	Vodňany (sklad) -> Netolice -> Těšovice -> Prachatice -> Volary -> Vimperk -> Vacov -> Vlachovo Březí -> Vodňany (sklad)	142,4
Rozdíl		**29,3**

Tabulka 29 Porovnání původní a optimální rozvozové trasy 5, zdroj: vlastní zpracování

Shrnutí

V této kapitole byly představeny jednotlivé metody optimalizace a následně aplikovány na všechny rozvozové trasy obsluhované danou pobočkou. Následně byly tyto trasy porovnány z hlediska původního stavu a stavu optimalizovaného. Pomocí tohoto porovnání byly u každé trasy vyhodnoceny možné úspory v podobě ujetých kilometrů. Na základě podkladů z této kapitoly budou v další části práce zobrazeny tyto úspory z hlediska finančního, a to konkrétně v úspoře nákladů na pohodné hmoty.

6.3 Ekonomické parametry optimalizovaných rozvozových tras

V této kapitole bude navázáno na kapitolu 5.4 zabývající se nákladovým hlediskem původních rozvozových tras. Nyní bude znázorněno nákladové zatížení firmy při využívání optimalizovaných tras představených v návrhu optimalizace v přecházející části práce.

V tabulce níže (tabulka 30) jsou opět vypočítány náklady na pohonné hmoty u jednotlivých rozvozových tras s optimalizovanou délkou jejich vzdáleností. Pro výpočet je využíváno průměrné ceny nafty z roku 2019. Ke stanovení výše této průměrné ceny nafty je využito průměrných cen v jednotlivých měsících roku 2019. Tyto ceny jsou uvedeny v příloze 3.

V rámci tabulky celkových nákladů není znázorněna trasa 4, jelikož podle optimalizace nedošlo k nalezení kratší trasy.

Trasa	Počet ujetých km	Průměrná spotřeba v l/100 km	Náklady na pohonné hmoty v Kč
1	158,7	20	1016
2	113,7	21	764
3	147,8	31	1467
5	142,2	20	910

Tabulka 30 Celkové náklady na pohonné hmoty u optimalizovaných rozvozových tras, zdroj: vlastní zpracování

7 ZHODNOCENÍ NÁVRHU OPTIMALIZACE

V této závěrečné části práce bude vyhodnocen proces optimalizace rozvozových tras u vybrané společnosti. Východiskem pro vyhodnocení budou údaje o současné situaci distribuce a jejich porovnání s návrhem optimalizace. Pro sestavení procesu optimalizace bylo využito vybraných optimalizačních algoritmů z teorie grafů hledajících nejkratší cestu.

Z důvodu snahy o zvyšování hospodárnosti podniku je pro firmu klíčové efektivní nastavení logistických procesů. Právě nastavení logistických procesů představuje pro danou společnost velké možnosti k neustálému zlepšování a nacházení efektivnějších způsobů při jednotlivých firemních činnostech. Tato práce byla zaměřena na nalezení lepšího způsobu rozvozu v podobě úpravy obsluhovaných rozvozových tras. Hlavním úkolem bylo nalezení nejkratší trasy a tím snížit firemní náklady na pohonné hmoty.

V současné situaci firma v dané pobočce využívá k distribuci svého zboží kombinaci vlastních a zapůjčených vozidel. Jednotlivá vozidla pravidelně zajišťují rozvoz k zákazníkům v rámci určených tras. K návrhu posloupnosti obsluhy jednotlivých zákazníků v rámci rozvozové trasy firma v současné době nevyužívá žádného dostupného softwaru pro úpravu trasy. Vedoucí z oblasti dopravy poskytuje řidičům pouze plán dodávek, ve kterém je soupis všech jednotlivých objednávek pro daný den. Sestavení konkrétní trasy poté probíhá dle uvážení řidičů a jejich zvyklostí.

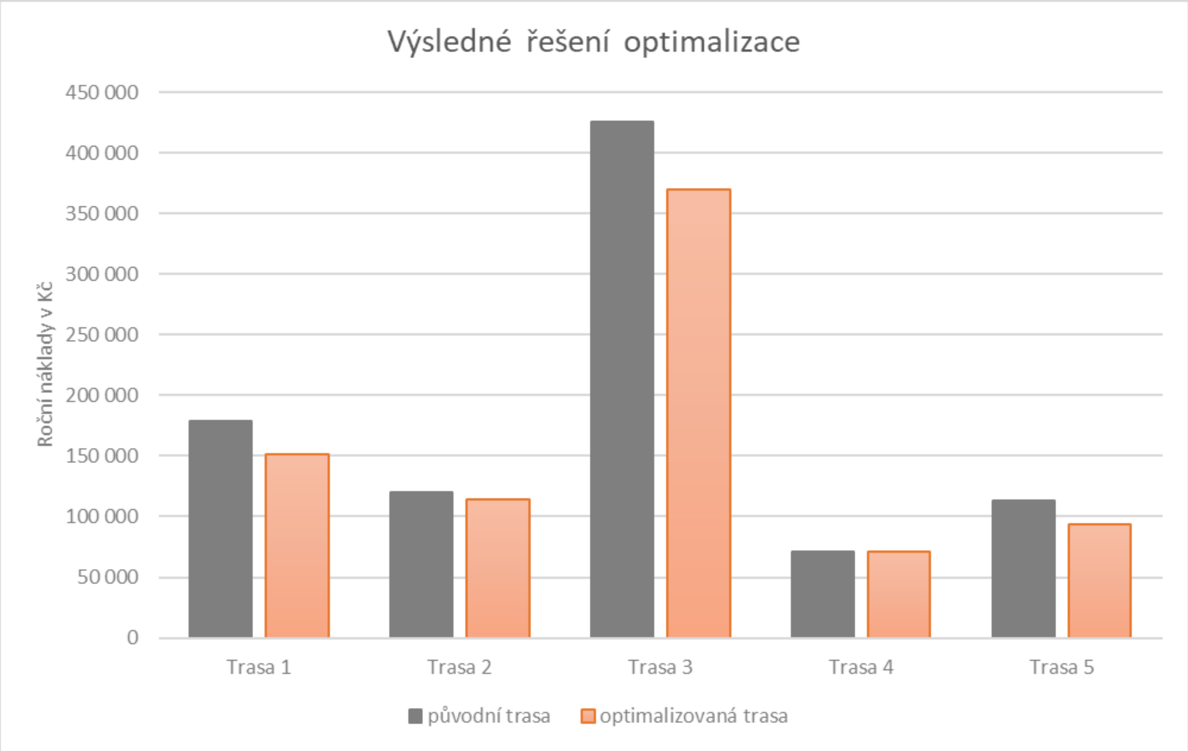
Další část byla zaměřena na využití algoritmů a metod zabývajících se touto problematikou a jejich aplikace na konkrétní firemní rozvozové trasy. Pro optimalizaci byly vybrány jak metody poskytující optimální řešení, tak metody poskytující suboptimální řešení a následně byly zvažovány jejich přínosy a nedostatky.

Trasa	Počet ujetých km/trasa		Celkové náklady na pohonné hmoty v Kč za rok			Rozdíl v %
	původní trasa	optimalizovaná trasa	původní trasa	optimalizovaná trasa	rozdíl	
1	187,2	158,7	178 502	151 384	27 118	15
2	119,4	113,7	119 647	113 836	5 811	5
3	170,0	147,8	425 124	369 684	55 440	13
4	170,5	170,5	70 928	70 928	0	0
5	171,7	142,2	113 197	93 730	19 467	17
Celkové náklady v Kč za rok			907 398	799 562	107 836	12

Tabulka 31 Porovnání celkových nákladů původních a optimalizovaných tras, zdroj: vlastní zpracování

V tabulce uvedené výše (tabulka 31) je již představena výsledná optimalizace v podobě úspory nákladů včetně porovnání délky stávajících rozvozových tras a optimalizovaných. Z uvedených výsledků je zřejmé, že u většiny rozvozových tras byla pomocí zvolených metod nalezena optimálnější cesta pro rozvoz zboží. Nákladové úspory byly vypočítány v ročních hodnotách a následně byl vyčíslen procentní rozdíl úspory. Celková roční úspora nákladů byla vyčíslena ve výši 107 836 Kč, došlo tedy k úspoře firemních nákladů na pohonné hmoty o 12 %. Největší rozdíl byl zaznamenán u trasy 3, kde původní vzdálenost trasy byla 170 km a po optimalizaci klesla na 147,8 km. Naopak ke změně v rámci optimalizace nedošlo u trasy 4, kde se celková vzdálenost nezměnila.

V obrázku níže (obrázek 24) je výsledná optimalizace uvedena v grafickém znázornění.



Obrázek 24 Grafické znázornění výsledného řešení optimalizace, zdroj: vlastní zpracování

V závěru lze tedy zhodnotit, že firma by s využitím optimalizačních metod mohla v rámci své distribuce značně snížit své logistické náklady a neefektivitu v oblasti rozvozu. Jak již bylo zmíněno, výběr vhodné optimalizační metody vždy záleží na firemních požadavcích, rozsahu sestavovaných modelů a zhodnocení finanční a časové náročnosti. Z těchto důvodů lze firmě doporučit využívání softwarových nástrojů zaměřujících se na řešení okružních dopravních problémů. Využití vhodného softwaru by také umožnilo rychlé přizpůsobení trasy při změnách v obsluze zákazníků, ke kterým v praxi často dochází.

Z předloženého návrhu je zřejmé, že aplikace metod operačního výzkumu zaměřených na zefektivnění tras distribuce zboží, dokáže nezanedbatelně snížit firemní náklady, podpořit a zjednodušit tvorbu sestavení distribučních tras a předcházet tak chybám při procesu rozhodování.

Závěr

V současné době lze vidět u většiny podniků vysoké úsilí směřované právě do oblasti logistických procesů. Jako u většiny oborů i v oblasti logistiky se firmy snaží o filosofii neustálého zlepšování za účelem zvyšování podnikové hospodárnosti a kladou důraz na integritu jednotlivých firemních útvarů. Za posledních několik desetiletí byly u většiny firem vybudovány samostatné útvary logistiky řízené zkušenými logistickými manažery. Otázkou však zůstává, zda jsou vždy všechny logistické činnosti řízeny s maximální efektivitou a některé z nich nezůstávají opomíjeny.

Diplomová práce je zaměřena na oblast sestavení rozvozových tras. Cílem práce bylo nalézt optimální řešení rozvozových tras ve vybrané podnikové pobočce a vyhodnotit finanční dopad optimalizace. Východiskem pro řešení dané problematiky byl sběr dat o fungování současné distribuční situace od vybrané společnosti. V úvodní praktické části byla provedena analýza těchto dat a sestavena současná podoba rozvozových tras. Byl také blíže představen proces fungování rozvozu zboží a přehled využívaných nákladních vozidel v dané pobočce.

Klíčová část práce obsahovala zpracování optimalizačního procesu pro nalezení efektivnějšího způsobu rozvozu. Při výběru metod bylo vycházeno z teoretické části práce, kde byly jednotlivé přístupy detailně představeny. Před samotným výpočtem hledajícím nejkratší cestu byl pro každou rozvozovou trasu vytvořen orientovaný a ohodnocený graf a z něj byla následně vytvořená matice vzdáleností. Právě matice vzdáleností představovala u většiny metod výchozí krok k aplikování algoritmu. V rámci optimalizace byla nejprve vybrána jedna z rozvozových tras, na které byly aplikovány vybrané metody hledající nejkratší cestu. Konkrétně se jednalo o tyto metody – Vogelova metoda, Littlův algoritmus, hladový algoritmus a optimalizační program LINGO. U každé metody byla zhodnocena její časová i výpočetní náročnost a vhodnost aplikace z hlediska firemního prostředí. Vybraná nejvhodnější metoda byla následně aplikovaná u zbývajících rozvozových tras.

Jako nejvhodnější metoda byla zvolena optimalizace pomocí počítačového softwaru LINGO. Výhoda této aplikace je shledána především v časové nenáročnosti a vzhledem k firemním požadavkům na rozsáhlost optimalizačních modelů by ani firmu výrazně finančně nezatížila. U využití počítačového softwaru je také výhodou, že poskytuje optimální řešení, což se u některých metod neověřilo. Z předložených výsledků v předcházející kapitole 7 je zřejmé, že u většiny rozvozových tras program skutečně nalezl výrazně optimálnější trasu, než která je v současnosti zvolena. Výsledná roční úspora byla vyčíslena ve výši 107 836 Kč.

Firma v současnosti nevyužívá žádný počítačový software ani jiné kvantitativní metody pro stanovení posloupnosti zastávek v rozvozových trasách a spoléhá pouze na zkušenosti a zvyklosti svých pracovníků. Z výsledků optimalizace je ale zřejmé, že využití právě počítačového programu pro stanovení rozvozových tras by firmě mohlo ušetřit nemalou částku ve firemních nákladech na pohonné hmoty díky nalezení kratších cest rozvozu.

Ačkoliv by se mohlo zdát, že efektivní nastavení systému řízení logistických činností je v dnešní době již u většiny firem samozřejmostí, obsah této práce tuto tezi vyvrací. Práce poukazuje i na skutečnost, že některé z firem stále v mnoha případech pracují pouze na základě intuitivních zkušeností. Tyto zkušenosti často nemusejí být na nízké úrovni, ale většinou nedostačují úrovně využití vhodného aparátu pro podporu řízení.

Seznam použité literatury

ODBORNÉ PUBLIKACE

BRÁZDOVÁ, Markéta. *Řešené úlohy lineárního programování*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2011. ISBN 9788073953614.

COOK, W. J. *In pursuit of the traveling saleman: mathematics at the limits of computation*. 2. vydání. [New Jersey]: Princeton University Press, 2012. ISBN 978-0-691-15270-7.

DEMEL, Jiří. *Grafy a jejich aplikace*. Vyd. 2., (Vlastním nákladem 1.). Libčice nad Vltavou: J. Demel, 2015. ISBN 80-260-7684-1.

HANNA, Michael E. *Introduction to management science*. Cincinnati: South-Western College, c1996. ISBN 0877096031.

HOLOUBEK, Josef. *Ekonomicko-matematické metody*. 2., nezměn. vyd. V Brně: Mendelova univerzita, 2010. ISBN 978-80-7375-411-2.

JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum*. 2. vyd. Praha: Vysoká škola ekonomická, 1998. ISBN 80-7079-597-2.

JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. 3. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.

JANÁČEK, Jaroslav. *Optimalizace na dopravních sítích*. V Žiline: Žilinská univerzita, 2002. ISBN 80-8070-031-1.

JUROVÁ, Marie. *Výrobní a logistické procesy v podnikání*. Praha: Grada Publishing, 2016. Expert (Grada). ISBN 978-80-247-5717-9.

KUBÁT, Jiří a Vladimír LÍBAL. *ABC logistiky v podnikání*. Praha: Nakladatelství dopravy a turistiky, 1994. ISBN 80-85884-11-9.

LAMBERT, Douglas M. a Lisa M. ELLRAM. *Logistika: příkladové studie, řízení zásob, přeprava a skladování, balení zboží*. Praha: Computer Press, 2000. Business books (Computer Press). ISBN 80-7226-221-1.

LAMBERT, Douglas M., James R. STOCK a Lisa M. ELLRAM. *Logistika: příkladové studie, řízení zásob, přeprava a skladování, balení zboží*. 2. vyd. Brno: CP Books, 2005. Business books (CP Books). ISBN 80-251-0504-0.

LAUBER, Josef a Josef JABLONSKÝ. *Programy pro matematické modelování*. Přeprac. 1. vyd. Praha: Vysoká škola ekonomická, 1997. ISBN 80-7079-296-5.

LINDA, Bohdan a Josef VOLEK. *Lineární programování*. Vydání 6., opravené a doplněné. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2016. ISBN 9788075600189.

LUKOSZOVÁ, Xenie. *Nákup a jeho řízení*. Brno: Computer Press, 2004. Vysokoškolské učebnice (Computer Press). ISBN 80-251-0174-6.

MOCKOVÁ, Denisa. *Základy teorie dopravy: úlohy*. V Praze: Nakladatelství ČVUT, 2007. ISBN 978-80-01-03791-1.

PERNICA, Petr. *Logistika pro 21. století: (Supply chain management)*. Praha: Radix, 2005. ISBN 80-86031-59-4.

RAIS, Karel. *Základy optimalizace a rozhodování*. Vyd. 10. Brno: Zdeněk Novotný, 2005. Studijní text pro studium BA Hons. ISBN 80-7355-051-2.

RAŠOVSKÝ, Miroslav a Hana ŠIŠLÁKOVÁ. *Ekonomicko-matematické metody*. Brno: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně, 1999. ISBN 80-7157-412-0.

SIXTA, Josef a Miroslav ŽIŽKA. *Logistika: metody používané pro řešení logistických projektů*. Brno: Computer Press, 2009. Praxe manažera (Computer Press). ISBN 978-80-251-2563-2.

SIXTA, Josef a Václav MAČÁT. *Logistika: teorie a praxe*. Brno: CP Books, 2005. Business books (CP Books). ISBN 978-80-251-0573-3.

STEHLÍK, Antonín. *Obchodní logistika*. Brno: Masarykova univerzita, 1997. ISBN 80-210-1676-0.

ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko-matematické metody*. 3. upravené a rozšířené vydání. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2019. ISBN 978-80-7380-762-7.

VOLEK, Josef a Bohdan LINDA. *Teorie grafů - aplikace v dopravě a veřejné správě*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2012. ISBN 978-80-7395-225-9.

ZÍSKAL, Jan. *Ekonomicko matematické metody: studijní texty pro distanční studium*. Vyd. 2. Praha: Credit, 2000. ISBN 80-213-0664-5.

INTERNETOVÉ ZDROJE

DORDA, Michal. Teorie grafů: Základy teorie grafů. *Dokumentační portál Centra informačních technologií VŠB-TUO* [online]. [cit. 2020-04-21]. Dostupné z: http://homel.vsb.cz/~dor028/Teorie_grafu.pdf.

Firma: Historie. *Jafholz* [online]. [cit. 2020-04-21]. Dostupné z: https://www.jafholz.cz/firma/historie.

JIROVSKÝ, Lukáš. Základní pojmy: matematická reprezentace grafu: matice sousednosti. *Teorie grafů* [online]. Praha [cit. 2020-04-21]. Dostupné z: https://teorie-grafu.cz/zakladni-pojmy/reprezentace-grafu.php.

KOVÁŘ, Petr. *Teorie grafů* [online]. Ostrava, 2020 [cit. 2020-04-10]. Dostupné z: http://homel.vsb.cz/~kov16/files/skriptum_teorie_grafu.pdf. Skripta. Vysoká škola báňská.

Minimální kostry [online]. 18.05.2017 [cit. 2020-04-21]. Dostupné z: https://turing.cz/tom/pruvodce/07-kostry.pdf.

WEIGNER, Martin. *Problém obchodního cestujícího: paralelní řešení pomocí vlákem* [online]. Brno, 2009 [cit. 2020-04-21]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=116425. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Tomáš Kašpárek.

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam příloh

Příloha 1 Výpočet Littlova algoritmu

Prohledání 1. větve

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	
V_1	∞	21,9	48,7	45	49,8	58,8	21,9
V_2	21,9	∞	28	25	29	47,6	21,9
V_3	48,7	27,9	∞	22,5	12	27,2	12
V_4	45	25,5	22,5	∞	∞	50	22,5
V_5	49,8	29,1	12	∞	∞	18,9	12
V_6	58,8	46,7	27,2	49	18	∞	18

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	∞	0	26,8	23,1	27,9	36,9
V_2	0	∞	6,1	3,1	7,1	25,7
V_3	36,7	15,9	∞	10,5	0	15,2
V_4	22,5	3	0	∞	∞	27,5
V_5	37,8	17,1	0	∞	∞	6,9
V_6	40,8	28,7	9,2	31	0	∞
	0	0	0	3,1	0	6,9

Suma minim = 118,3

	V_1	~~V_2~~	V_3	V_4	V_5	V_6
~~V_1~~	~~∞~~	~~0^{23}~~	~~26,8~~	~~20~~	~~27,9~~	~~30~~
V_2	$0^{22,5}$	~~∞~~	6,1	$0^{7,4}$	7,1	18,8
V_3	36,7	~~15,9~~	∞	7,4	$0^{7,4}$	8,3
V_4	22,5	~~3~~	0^{3}	∞	∞	20,6
V_5	37,8	~~17,1~~	0^{0}	∞	∞	$0^{8,3}$
V_6	40,8	~~28,7~~	9,2	27,9	$0^{9,2}$	∞

	V_1	V_3	V_4	V_5	V_6
V_2	∞	6,1	0	7,1	18,8
V_3	36,7	∞	7,4	0	8,3
V_4	22,5	0	∞	∞	20,6
V_5	37,8	0	∞	∞	0
V_6	40,8	9,2	27,9	0	∞
	22,5				

Suma minim = 22,5

	~~V_1~~	V_3	V_4	V_5	V_6
V_2	~~∞~~	6,1	$0^{13,5}$	7,1	18,8
V_3	~~14,2~~	∞	7,4	$0^{7,4}$	8,3
~~V_4~~	~~$0^{14,2}$~~	~~0^{0}~~	~~∞~~	~~∞~~	~~20,6~~
V_5	~~15,3~~	0^{0}	∞	∞	$0^{8,3}$
V_6	~~18,3~~	9,2	27,9	$0^{9,2}$	∞

	V_3	V_4	V_5	V_6	
V_2	6,1	∞	7,1	18,8	6,1
V_3	∞	7,4	0	8,3	0
V_5	0	∞	∞	0	0
V_6	9,2	27,9	0	∞	0

	V_3	V_4	V_5	V_6
V_2	0	∞	1	12,7
V_3	∞	7,4	0	8,3
V_5	0	∞	∞	0
V_6	9,2	27,9	0	∞
		7,4		

Suma minim = 13,5

	V_3	~~V_4~~	V_5	V_6
V_2	0^{1}	~~∞~~	1	12,7
~~V_3~~	~~∞~~	~~$0^{20,5}$~~	~~0^{0}~~	~~8,3~~
V_5	0^{0}	~~∞~~	∞	$0^{8,3}$
V_6	9,2	~~20,5~~	$0^{9,2}$	∞

	V_3	V_5	V_6	
V_2	∞	1	12,7	1
V_5	0	∞	0	0
V_6	9,2	0	∞	0

Suma minim = 1

	V_3	~~V_5~~	V_6
~~V_2~~	~~∞~~	~~$0^{11,7}$~~	~~11,7~~
V_5	$0^{9,2}$	~~∞~~	$0^{11,7}$
V_6	9,2	~~$0^{9,2}$~~	∞

	V_3	V_6	
V_5	∞	0	
V_6	9,2	∞	9,2

Suma minim = 9,2

	V_3	~~V_6~~
~~V_5~~	~~∞~~	~~0^{∞}~~
V_6	0^{∞}	~~∞~~

	V_3
V_6	0

Prohledání 2. větve

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	
V_1	∞	∞	26,8	20	27,9	30	20
V_2	0	∞	6,1	0	7,1	18,8	0
V_3	36,7	15,9	∞	7,4	0	8,3	0
V_4	22,5	3	0	∞	∞	20,6	0
V_5	37,8	17,1	0	∞	∞	0	0
V_6	40,8	28,7	9,2	27,9	0	∞	0

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	∞	∞	6,8	0	7,9	10
V_2	0	∞	6,1	0	7,1	18,8
V_3	36,7	15,9	∞	7,4	0	8,3
V_4	22,5	3	0	∞	∞	20,6
V_5	37,8	17,1	0	∞	∞	0
V_6	40,8	28,7	9,2	27,9	0	∞
	0	3	0	0	0	0

Suma minim = 23

	~~V_1~~	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	~~∞~~	∞	6,8	$0^{6,8}$	7,9	10
~~V_2~~	~~$0^{22,5}$~~	~~∞~~	~~6,1~~	~~$0^{6,1}$~~	~~7,1~~	~~18,8~~
V_3	~~36,7~~	12,9	∞	7,4	$0^{7,4}$	8,3
V_4	~~22,5~~	$0^{12,9}$	0^{0}	∞	∞	20,6
V_5	~~37,8~~	14,1	0^{0}	∞	∞	$0^{8,3}$
V_6	~~40,8~~	25,7	9,2	27,9	$0^{9,2}$	∞

	V_2	V_3	~~V_4~~	V_5	V_6
~~V_1~~	~~∞~~	~~6,8~~	~~$0^{14,2}$~~	~~7,9~~	~~10~~
V_3	12,9	∞	~~7,4~~	$0^{7,4}$	8,3
V_4	$0^{12,9}$	0^{0}	~~∞~~	∞	20,6
V_5	14,1	0^{0}	~~∞~~	∞	$0^{8,3}$
V_6	25,7	9,2	~~27,9~~	$0^{9,2}$	∞

	V_2	V_3	V_5	V_6
V_3	12,9	∞	0	8,3
V_4	∞	0	∞	20,6
V_5	14,1	0	∞	0
V_6	25,7	9,2	0	∞
	12,9			

Suma minim = 12,9

	V_2	~~V_3~~	V_5	V_6
V_3	$0^{1,2}$	~~∞~~	0^{0}	8,3
~~V_4~~	~~∞~~	~~$0^{20,6}$~~	~~∞~~	~~20,6~~
V_5	1,2	~~0^{0}~~	∞	$0^{8,3}$
V_6	12,8	~~9,2~~	$0^{9,2}$	∞

	V_2	V_5	V_6
V_3	∞	0	8,3
V_5	1,2	∞	0
V_6	12,8	0	∞
	1,2		

Suma minim = 1,2

	~~V_2~~	V_5	V_6
V_3	~~∞~~	$0^{8,3}$	8,3
~~V_5~~	~~$0^{11,6}$~~	~~∞~~	~~$0^{8,3}$~~
V_6	~~11,6~~	$0^{11,6}$	∞

	V_5	V_6	
V_3	∞	8,3	8,3
V_6	0	∞	

Suma minim = 8,3

	V_5	~~V_6~~
~~V_3~~	~~∞~~	~~0^{∞}~~
V_6	0^{∞}	~~∞~~

	V_5
V_6	0

Prohledání 3. větve

	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	
V_1	∞	6,8	∞	7,9	10	6,8
V_3	12,9	∞	7,4	0	8,3	
V_4	0	0	∞	∞	20,6	
V_5	14,1	0	∞	∞	0	
V_6	25,7	9,2	27,9	0	∞	

	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	∞	0	∞	1,1	3,2
V_3	12,9	∞	7,4	0	8,3
V_4	0	0	∞	∞	20,6
V_5	14,1	0	∞	∞	0
V_6	25,7	9,2	27,9	0	∞
			7,4		

Suma minim = 14,2

	V_2	V_3	~~V_4~~	V_5	V_6
V_1	∞	$0^{1,1}$	~~∞~~	1,1	3,2
~~V_3~~	~~12,9~~	~~∞~~	~~$0^{20,5}$~~	~~0^{0}~~	~~8,3~~
V_4	$0^{12,9}$	0^{0}	~~∞~~	∞	20,6
V_5	14,1	0^{0}	~~∞~~	∞	$0^{3,2}$
V_6	25,7	9,2	~~20,5~~	$0^{9,2}$	∞

	~~V_2~~	V_3	V_5	V_6
V_1	~~∞~~	$0^{1,1}$	1,1	3,2
~~V_4~~	~~$0^{34,7}$~~	~~∞~~	~~∞~~	~~20,6~~
V_5	~~14,1~~	0^{0}	∞	$0^{3,2}$
V_6	~~25,7~~	9,2	$0^{10,3}$	∞

	V_3	V_5	V_6
V_1	∞	1,1	3,2
V_5	0	∞	0
V_6	9,2	0	∞

1,1

Suma minim = 1,1

	~~V_3~~	V_5	V_6
V_1	~~∞~~	$0^{2,1}$	2,1
~~V_5~~	~~$0^{9,2}$~~	~~∞~~	~~$0^{2,1}$~~
V_6	~~9,2~~	$0^{9,2}$	∞

	V_5	V_6
V_1	∞	2,1
V_6	0	∞

2,1

Suma minim = 2,1

	V_5	~~V_6~~
~~V_1~~	~~∞~~	~~0^{∞}~~
V_6	0^{∞}	~~∞~~

	V_5
V_6	0

Prohledání 4. větve

	V_1	V_3	V_4	V_5	V_6
V_2	∞	6,1	0	7,1	18,8
V_3	14,2	∞	7,4	0	8,3
V_4	∞	0	∞	∞	20,6
V_5	15,3	0	∞	∞	0
V_6	18,3	9,2	27,9	0	∞
	14,2				

Suma minim = 14,2

	V_1	~~V_3~~	V_4	V_5	V_6
V_2	∞	~~6,1~~	$0^{13,5}$	7,1	18,8
V_3	$0^{1,1}$	~~∞~~	7,4	0^{0}	8,3
~~V_4~~	~~∞~~	~~$0^{20,6}$~~	~~∞~~	~~∞~~	~~20,6~~
V_5	1,1	~~0^{0}~~	∞	∞	$0^{8,3}$
V_6	4,1	~~9,2~~	27,9	$0^{4,1}$	∞

	V_1	~~V_4~~	V_5	V_6
~~V_2~~	~~∞~~	~~0^{35}~~	~~7,1~~	~~18,8~~
V_3	$0^{1,1}$	~~∞~~	0^{0}	8,3
V_5	1,1	~~∞~~	∞	$0^{9,4}$
V_6	4,1	~~27,9~~	$0^{4,1}$	∞

	V_1	V_5	V_6
V_3	∞	0	8,3
V_5	1,1	∞	0
V_6	4,1	0	∞

1,1

Suma minim = 1,1

	V_1	~~V_5~~	V_6
~~V_3~~	~~∞~~	~~$0^{8,3}$~~	~~8,3~~
V_5	0^{3}	~~∞~~	$0^{8,3}$
V_6	3	~~0^{3}~~	∞

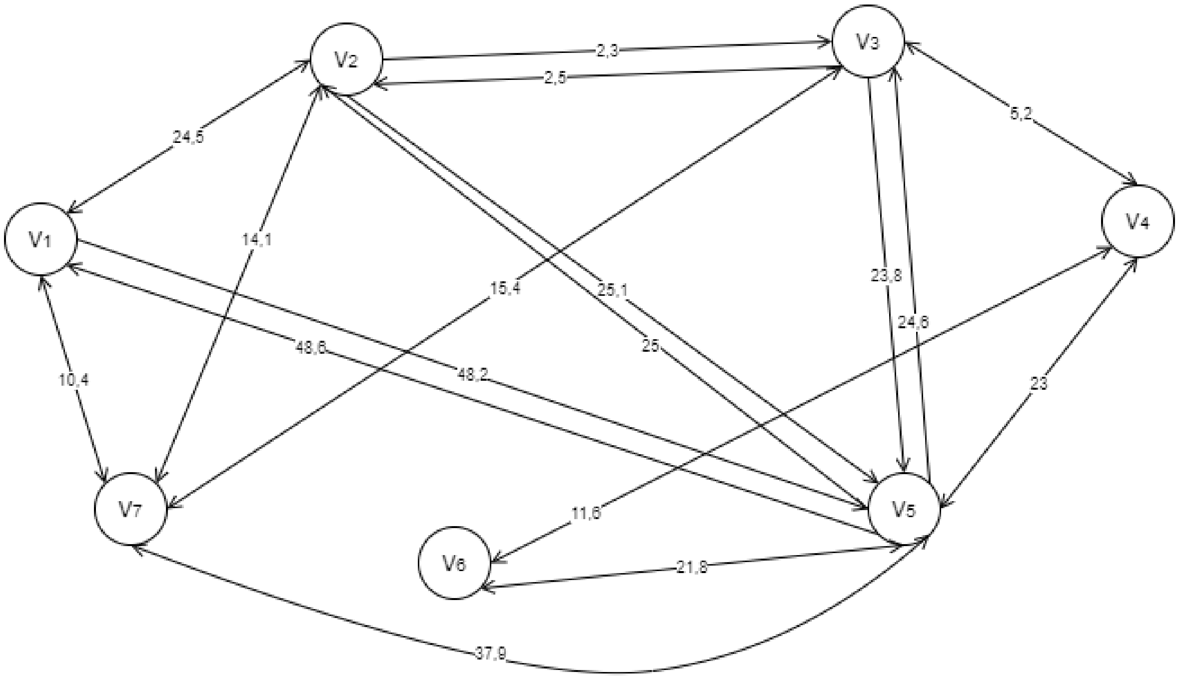
	V_1	V_6
V_5	∞	0
V_6	3	∞

3

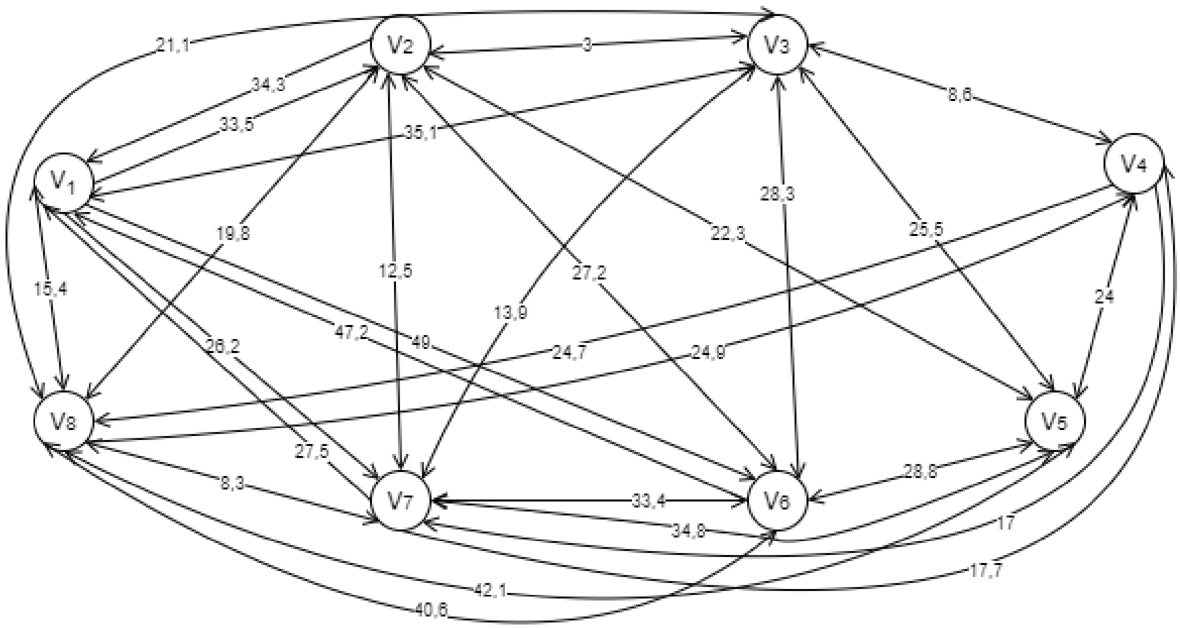
Suma minim = 3

Příloha 2 Grafy rozvozové trasy 2, 3, 4, 5

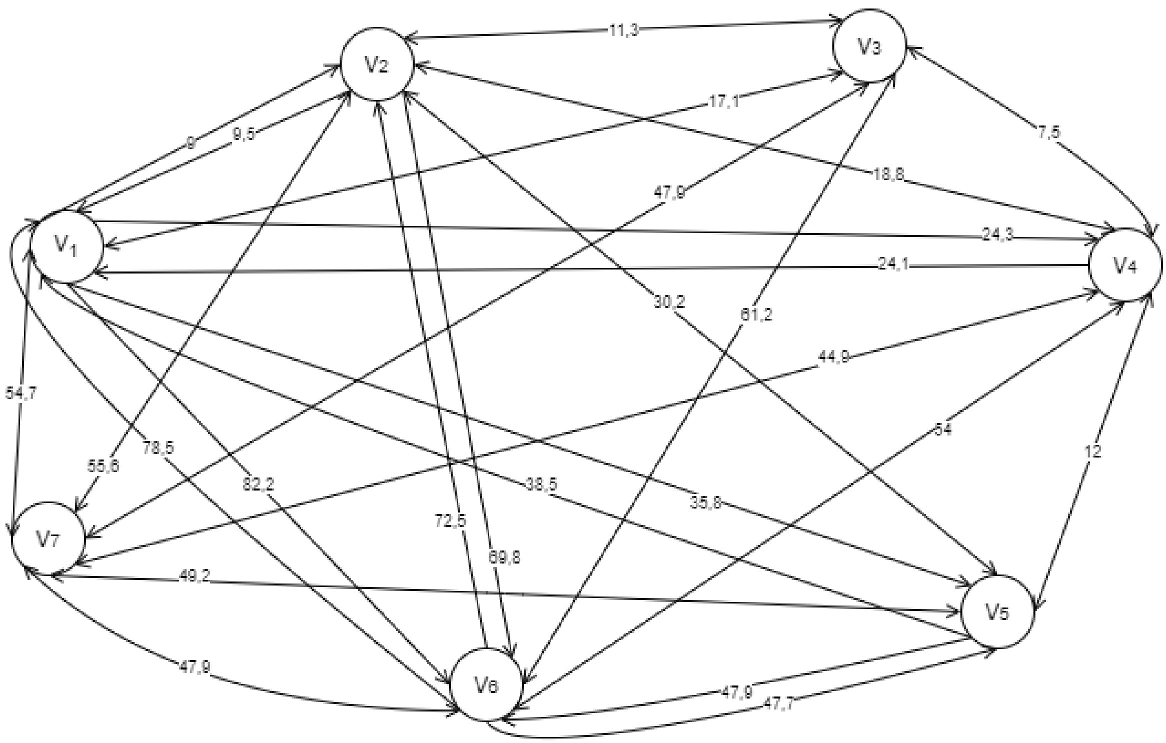
Graf rozvozové trasy 2



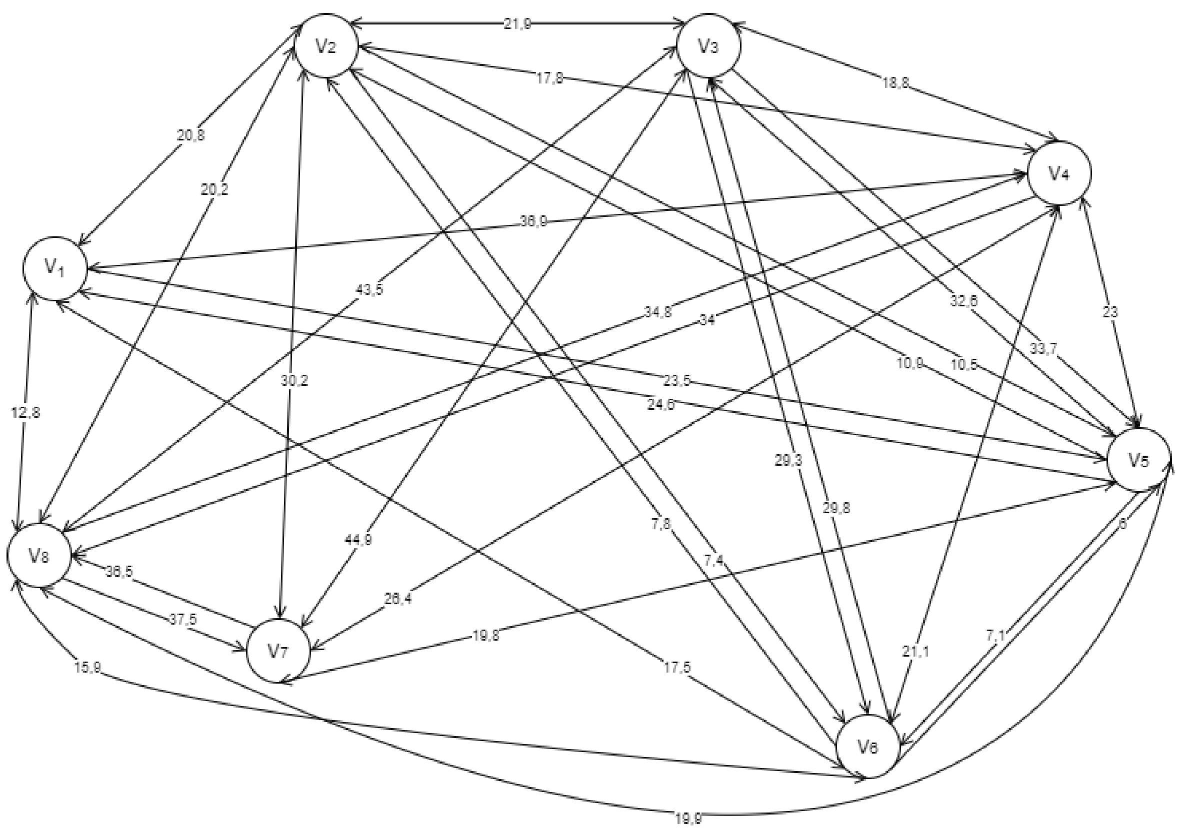
Graf rozvozové trasy 3



Graf rozvozové trasy 4



Graf rozvozové trasy 5



Příloha 3 Průměrné ceny nafty v roce 2019

Přehled průměrné ceny nafty v jednotlivých měsících roku 2019

Měsíc	Cena nafty v Kč/l
Leden	31,53
Únor	31,06
Březen	31,40
Duben	32,04
Květen	32,75
Červen	32,72
Červenec	32,29
Srpen	32,13
Září	32,09
Říjen	32,15
Listopad	31,99
Prosinec	31,95

Evidence výpůjček

Prohlášení:
Dávám svolení k půjčování této diplomové práce. Uživatel potvrzuje svým podpisem, že bude tuto práci řádně citovat v seznamu použité literatury.

Jméno a příjmení: Jitka Havelková
V Praze dne: 29. 07. 2020 Podpis:

Jméno	**Oddělení/ Pracoviště**	**Datum**	**Podpis**