

Sains Malaysiana 44(8)(2015): 1203–1208

Pembinaan Semula Fon dengan Bézier Kubik Menggunakan Evolusi Pembezaan (Reconstruction of Font with Cubic Bézier Using Differential Evolution)

NURSHAZNEEM ROSLAN* & ZAINOR RIDZUAN YAHYA

ABSTRAK

Pembinaan semula lengkung banyak digunakan dalam kejuruteraan balikan untuk menghasilkan lengkung. Dalam kajian ini, evolusi pembezaan (EP) digunakan untuk mencari nilai titik kawalan yang optimum bagi lengkung Bézier kubik. Nilai titik kawalan yang diperolehi akan digunakan dalam persamaan lengkung Bézier kubik dan jumlah ralat antara imej sebenar dengan lengkung parametrik yang baru dihitung dengan menggunakan jumlah ralat kuasa dua (JRKD).

Kata kunci: Evolusi pembezaan; jumlah ralat kuasa dua (JRKD); lengkung Bézier kubik; pembinaan semula lengkung

ABSTRACT

Curve reconstructions are widely used in reverse engineering to produce the curves. In this study, differential evolution (DE) is used to find the optimal value for the control points of cubic Bézier curve. The value of these control points will be used in the equation of cubic Bézier curve and the amount of the error between the actual images with the new parametric curve is calculated by using sum square error (SSE).

Keywords: Cubic Bézier curve; curve reconstruction; differential evolution; sum square error (SSE)

PENGENALAN

Pada masa ini, pembangunan teknologi grafik komputer telah berkembang dengan pesat. Antara isu penting dalam pemodelan grafik komputer adalah penyuaian lengkung dengan pelbagai aplikasi seperti data penghampiran dan pemrosesan imej kepada data digital (Pandunata & Shamsuddin 2010). Selain itu, penyuaian lengkung terhadap data daripada pelbagai bentuk atau imej telah mendapat perhatian ramai penyelidik kerana aplikasinya dalam pelbagai bidang dan keperluannya dalam industri (Sarfraz et al. 2013).

Penyuaian lengkung banyak digunakan dalam kejuruteraan balikan untuk menghasilkan semula lengkung yang optimum dengan menggunakan data asal yang diperolehi daripada imej sesebuah objek. Masalah pengoptimuman ini diselesaikan dengan menggunakan teknik perkomputeran lembut seperti pengoptimuman koloni semut (PKS) (Sarfraz et al. 2013), algoritma genetik (AG) dan pengoptimuman zarah kumpulan (PZK) (Pandunata & Shamsuddin 2010) dan juga algoritma kelip-kelip (AK) (Gálvez & Iglesias 2013). AG dikatakan mempunyai masalah dari segi masa pengiraan (Pandunata & Shamsuddin 2010).

Kebanyakan penyelidik menggunakan fungsi lengkung Bézier dalam proses penyuaian lengkung kerana ciri lengkung ini mudah difahami di samping pelaksanaannya yang cekap. Selain itu, ia juga mudah diaplikasikan dalam mereka bentuk lengkung dan permukaan (Masood & Sarfraz 2009). Lengkung Bézier ini banyak digunakan untuk mereka bentuk lengkung permukaan sesuatu objek dan juga banyak digunakan dalam pembinaan semula

bentuk sesuatu huruf (Itoh & Ohno 1993; Rusdi & Yahya 2014; Sarfraz & Khan 2004). Oleh yang demikian, kami mengkaji penggunaan algoritma evolusi pembezaan (EP) untuk mencari titik pertengahan bagi lengkung Bézier yang paling optimum dengan menggunakan data yang diperolehi daripada imej tulisan Jepun. Setelah itu, fungsi bagi persamaan lengkung Bézier kubik dijadikan sebagai fungsi objektif untuk menghitung jumlah ralat kuasa dua (JRKD) antara lengkung imej sebenar dan lengkung parametrik yang baru. Dalam kajian ini, kami menggunakan suku kata daripada perkataan Jepun kerana ia mempunyai bentuk lengkung yang pelbagai. Setiap perkataan Jepun adalah daripada gabungan beberapa suku kata. Itoh dan Ohno (1993) ada menyatakan bahawa tulisan Jepun lebih rumit berbanding dengan tulisan Roman dan ia juga mengambil masa yang lama di dalam pembentukan semula tulisan ini. Sarfraz dan Khan (2004) juga menyatakan bahawa tulisan bukan Roman lebih rumit. Beberapa kajian telah dilakukan dalam pembinaan semula tulisan Jepun dengan menggunakan perkataan Kanji (Itoh & Ohno 1993; Sarfraz & Khan 2004; Masood & Sarfraz 2009; Sarfraz & Razzak 2002). Dalam kajian ini, perkataan yang kami guna adalah daripada suku kata daripada perkataan dalam Jadual 1.

JADUAL 1. Istilah suku kata perkataan Bahasa Jepun yang digunakan

Suku kata	Perkataan Asal	Bahasa Jepun
Chikara atau Ryoku	Kekuatan	Tsuyo-sa
Jyo	Perempuan	Josei-tachi
Yuū	Kawan	Yūjin

Kaedah yang dicadangkan di dalam kajian ini dirumuskan seperti langkah-langkah berikut:

Pengekstrakan sempadan daripada imej tulisan Jepun; Mencari pengesanan titik sudut yang terdapat pada imej tulisan; Pemparameteran panjang rentas untuk mencari nilai parametrik t ; dan Penyuaian lengkung terhadap imej tulisan.

LENGKUNG BÉZIER KUBIK

Fungsi persamaan polinomial lengkung kubik dinamakan sempena Pierre Etienne Bézier. Pada awal tahun 1960-an, beliau mula mencari idea bagaimana proses reka bentuk sesebuah kereta dilakukan. Kaedah beliau telah menjadi asas kepada medan Reka Bentuk Geometri Berbantuan Komputer (RGBK) (Salomon 2007). Lengkung Bézier adalah lengkung berparameter $Q(t)$ yang merupakan fungsi polinomial dengan parameter t . Lengkung Bézier kerap digunakan untuk menghasilkan lengkung yang licin kerana ia dapat menghasilkan keputusan yang baik (Rusdi & Yahya 2014). Persamaan lengkung Bézier adalah seperti (1):

$$Q(t) = \sum_{i=0}^n B_i^n(t) P_i \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (1)$$

dengan P_i adalah titik kawalan dan B_i^n adalah fungsi campuran atau dikenali dengan nama Polinomial Bernstein.

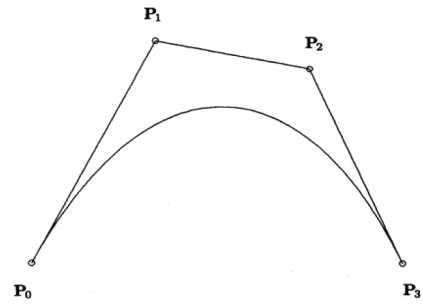
Bentuk am bagi Polinomial Bernstein adalah seperti berikut:

$$B_i^n(t) = {}^n C_i (1-t)^{n-i} t^i, \quad (2)$$

Dalam kajian ini, kami menggunakan lengkung Bézier kubik yang terhasil daripada 4 titik kawalan iaitu P_0 , P_1 , P_2 dan P_3 dengan $n = 3$. Rajah 1 menunjukkan contoh Lengkung Bézier kubik. Dalam kajian Rusdi dan Yahya (2014), mereka menyatakan antara ciri-ciri lengkung Bézier kubik adalah:

Titik kawalan P_0 dan P_3 berada di atas lengkung; Lengkung Bézier melalui dua titik hujung P_0 dan P_3 ; Lengkung Bézier kubik sentiasa berada di antara hul cembung titik kawalannya; $B_i^n(t)$ mempunyai nilai maksimum pada $t = \frac{i}{n}$; dan Kecerunan pada permulaan dan akhir pada lengkung Bézier kubik adalah sepanjang garis pada titik P_0P_1 dan P_2P_3 .

Sarfraz dan Khan (2004) dalam kajiannya juga ada menyebut bahawa pengiraan secara berkomputer dengan menggunakan lengkung Bézier kubik lebih cekap dan lengkung ini juga mempunyai tahap ketepatan yang tinggi dalam penyuaian lengkung. Manakala Masood dan Safraz (2009) pula mengatakan bahawa lengkung Bézier kubik memberikan hasil reka bentuk yang fleksibel di samping dapat mengurangkan jumlah masa pengiraan. Oleh yang demikian, kami memilih lengkung Bézier kubik untuk digunakan dalam proses penyuaian lengkung.



RAJAH 1. Contoh lengkung Bézier kubik

EVOLUSI PEMBEZAAN (EP)

Algoritma Evolusi Pembezaan (EP) telah diperkenalkan oleh Rainer Storn pada tahun 1995 untuk menyelesaikan masalah pengoptimuman yang bertujuan untuk mendapatkan penyelesaian terbaik dengan menggunakan nilai pemboleh ubah yang diberi. EP merupakan kaedah pembezaan yang istimewa, kerana ia digunakan untuk menghasilkan genetik baru dengan menggunakan kaedah mutasi, dengan dua individu dipilih secara rawak daripada populasi semasa. Kaedah pelaksanaannya yang mudah dan memerlukan jumlah parameter yang sedikit menyebabkan EP semakin dikenali ramai (Das et al. 2008; Storn 1996). EP telah banyak digunakan dalam pelbagai bidang, antaranya kejuruteraan mekanik, perhubungan, optik dan sistem kuasa (Mallipeddi et al. 2011) dan ia juga digunakan dalam kaedah pendekatan umum (Prado et al. 2010). Pandunata dan Shamsuddin (2010) menggunakan EP untuk mencari titik kawalan bagi lengkung Bézier dan Yahya (2013) juga menggunakan EP dalam penulisan tesisnya.

Terdapat empat proses yang terlibat di dalam algoritma EP. Algoritma EP bermula dengan proses penemuan dan dalam proses ini pemboleh ubah awalan yang akan digunakan di dalam algoritma EP akan dikenal pasti. Pemboleh ubah yang digunakan dalam algoritma ini adalah bilangan generasi, jumlah populasi, faktor mutasi dan juga pekali pelintas.

Untuk memperoleh penyelesaian awal, ruang carian terhadap sesuatu masalah itu harus dikenal pasti. Terdapat satu julat dengan nilai parameter yang boleh menghasilkan keputusan carian yang lebih baik dapat diperoleh (Das et al. 2008). Di awal proses EP, ruang carian yang baik boleh dicari dengan menggunakan formula seperti berikut:

$$X_{i,j} = X_j^L + rand(0,1) \cdot (X_j^U - X_j^L), \quad (3)$$

dengan $rand(0,1)$ ialah nombor yang dipilih secara rawak dalam julat nombor 0 hingga 1. Manakala X_j^L dan X_j^U masing-masing ialah nilai sempadan bawah dan sempadan atas bagi sesebuah populasi.

Proses EP diteruskan dengan proses mutasi. Dalam proses mutasi, setiap generasi akan mengubah ahli populasinya yang dikenali sebagai vektor sasaran, $X_{i,G}$ kepada vektor penderma, $V_{i,G}$. Terdapat 10 jenis strategi mutasi dalam proses EP. Antara strategi mutasi yang

kerap digunakan ialah EP/rand/1. Dalam strategi mutasi ini, vektor penderma untuk setiap ahli populasi dihasilkan dengan memilih 3 parameter vektor secara rawak, iaitu $X_{r1,G}$, $X_{r2,G}$, dan $X_{r3,G}$ dengan syarat nilai indeks I , $r1$, $r2$, dan $r3$ adalah berbeza dan nilai bagi faktor mutasi, F biasanya dipilih di antara nilai $[0.5,1]$ (Arunachalam 2008; Storn 1996). $V_{i,G}$ dihitung menggunakan (4).

$$V_{i,G} = X_{r1,G} + F(X_{r2,G} - X_{r3,G}). \quad (4)$$

Untuk meningkatkan kepelbagaian dalam populasi, operasi pelintas dijalankan ke atas setiap $X_{i,G}$ dan $V_{i,G}$ semasa proses penggabungan semula untuk menghasilkan vektor percubaan, $U_{i,G}$. Dalam proses ini, nilai $U_{i,G}$ diperolehi dengan menggunakan (5).

$$U_{j,i,G} = \begin{cases} V_{j,i,G} & \text{jika } \text{rand}_{j,i}(0,1) \leq CR, \\ & \text{atau } j = j_{rand} \\ X_{j,i,G} & \text{sebaliknya.} \end{cases} \quad (5)$$

$i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, D$

Dalam (5), CR ialah pekali pelintas yang nilainya adalah antara julat $[0,1]$. Nilai CR ini yang akan mengawal sama ada vektor penderma, $V_{i,G}$ atau vektor sasaran, $X_{i,G}$ yang akan menjadi vektor percubaan, $U_{i,G}$. Syarat $j = j_{rand}$ diperkenalkan supaya nilai $V_{i,G}$ adalah berbeza daripada $X_{i,G}$.

Pada proses pemilihan, perbandingan nilai antara fungsi objektif masing-masing bagi vektor sasaran, $f(X_{i,G})$ dan vektor percubaan, $f(U_{i,G})$ di dalam populasi semasa akan dilakukan. Jika nilai fungsi objektif $f(U_{i,G}) \leq f(X_{i,G})$, maka $U_{i,G}$ akan menggantikan nilai $X_{i,G}$ dan akan menjadi ahli populasi bagi generasi yang seterusnya. Jika tidak, $X_{i,G}$ akan kekal di dalam populasi bagi generasi yang berikutnya. Operasi pemilihan diwakili dengan (6):

$$X_{i,G+1} = \begin{cases} U_{i,G}, & \text{jika } f(U_{i,G}) \leq f(X_{i,G}) \\ X_{i,G}, & \text{sebaliknya} \end{cases}. \quad (6)$$

Proses mutasi, penggabungan semula dan pemilihan akan diulang sehingga mencapai kriteria penghentian yang diinginkan. Selalunya, kriteria penghentian yang ditetapkan adalah bilangan generasi atau dengan meletakkan nilai pradefinisi yang sesuai. Keseluruhan proses bagi algoritma EP ini boleh dilihat pada Rajah 2.

PENGEKSTRAKAN SEMPADAN & PENGESANAN TITIK SUDUT

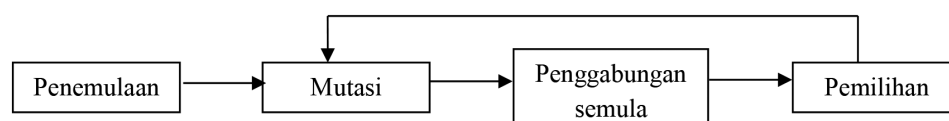
Dalam kajian ini, 3 suku kata daripada bahasa Jepun digunakan. Ketiga-tiga imej bagi tulisan tersebut adalah seperti dalam Jadual 1. Langkah seterusnya adalah untuk mengekstrak sempadan yang terdapat pada imej tulisan tersebut. Terdapat beberapa algoritma yang boleh diguna pakai untuk mengekstrak sempadan iaitu algoritma Avrahi (Avrahi & Pratt 1991; Itoh & Ohno 1993) dan juga seperti Chain Codes (Sarfranz & Khan 2002). Dalam kajian ini, fungsi yang terdapat dalam perisian MATLAB yang dikenali sebagai Boundaries telah digunakan untuk mengekstrak sempadan daripada imej perkataan tersebut, dan imej yang dimasukkan ke dalam perisian MATLAB adalah dalam bentuk format bitmap.

Selepas memperoleh garisan sempadan bagi imej tersebut, langkah seterusnya adalah untuk membuat pengesanan titik sudut yang terdapat pada imej tulisan Jepun. Terdapat beberapa algoritma yang telah dicadangkan oleh penyelidik untuk mengenal pasti titik sudut yang terdapat pada imej sesebuah objek. Antaranya seperti algoritma Davis yang terdapat dalam kajian Itoh dan Ohno (1993) dan Sarfranz dan Khan (2002). Dalam kajian ini, kami menggunakan algoritma SAM06 (Sarfranz 2008) untuk proses pengesanan titik sudut. Menurut Sarfranz (2008), algoritma ini mudah dijalankan selain cekap dan dapat disesuaikan dengan pelbagai bentuk. Selain itu, kaedah ini juga dapat mengesan titik sudut dengan baik walaupun pada bentuk yang sukar. Algoritma SAM06 juga digunakan dalam kajian Rusdi dan Yahya (2014), Sarfranz (2008a) dan Sarfranz (2008b). Kami juga menggunakan algoritma Douglas-Peucker (MATLAB 2014) untuk mengurangkan bilangan data yang terdapat di dalam lengkung. Tujuan algoritma ini adalah untuk menghasilkan lengkung yang sama seperti lengkung asal dengan menggunakan jumlah data yang lebih sedikit.

Setelah memperoleh titik sudut, pembahagian sempadan imej dilakukan dan segmen yang menghubungkan satu titik sudut dengan titik sudut yang lain akan dihasilkan. Setiap segmen ini akan digunakan untuk mencari nilai bagi titik pertengahan P_1 dan P_2 dengan menggunakan kaedah EP. Jadual 2 menunjukkan pengesanan titik sudut yang telah dilakukan.


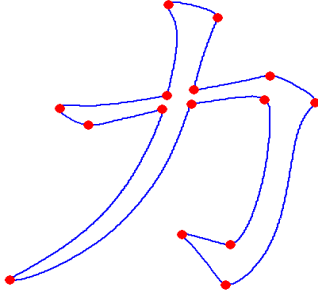

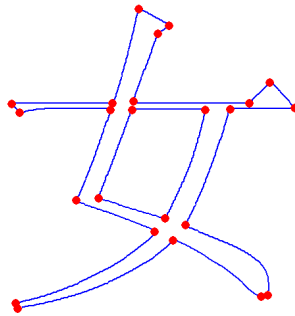

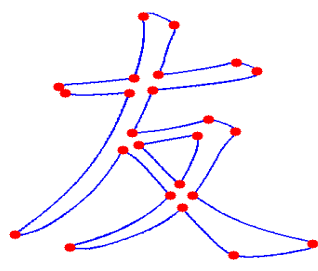
PEMPARAMETERAN PANJANG RENTAS

Lengkung Bézier kubik mempunyai 4 titik kawalan P_0 , P_1 , P_2 dan P_3 . Dua titik akhir iaitu P_0 dan P_3 berada pada



RAJAH 2. Proses asas dalam algoritma EP

JADUAL 2. Maklumat terperinci berkenaan imej

Imej asal	Pengesanan titik sudut	Bilangan titik sudut
 <p>Chikara atau Ryoku</p>		15
 <p>Jyo</p>		24
 <p>Yuū</p>		24

lengkung Bézier manakala titik pertengahan P_1 dan P_2 akan dicari dengan menggunakan kaedah EP. Daripada (1) apabila $n = 3$, persamaan lengkung Bézier adalah seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= B_0^3(t)P_0 + B_1^3(t)P_1 \\
 &\quad + B_2^3(t)P_2 + B_3^3(t)P_3 \\
 &= (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 \\
 &\quad + 3t^2(1-t)P_2 + t^3 P_3 \\
 &= t^3[-P_0 + 3P_1 - 3P_2 + P_3] \\
 &\quad + t^2[3P_0 - 6P_1 + 3P_2] \\
 &\quad + t[-3P_0 + 3P_1] + P_0.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Persamaan (7) juga boleh ditulis dalam bentuk matrik:

$$Q(t) = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Setiap nilai parametrik t yang terdapat dalam lengkung Bézier perlu dicari dengan menggunakan kaedah pemparameteran. Terdapat pelbagai kaedah pemparameteran iaitu, panjang rentas, sentripetal, seragam dan hibrid (Pandunata & Shamsuddin 2010).

Dalam kajian ini, kami menggunakan pemparameteran panjang rentas untuk mencari nilai parametrik t untuk setiap titik yang berada di atas lengkung. Menurut Roslan dan Yahya (2014), panjang rentas bagi lengkung parametrik $Q(t)$ atas nilai domain $t \in [0,1]$ adalah seperti berikut:

$$t_i = \begin{cases} 0 & \text{jika } i = 1 \\ \frac{|P_1P_2| + |P_2P_3| + \dots + |P_iP_{i+1}|}{|P_1P_2| + |P_2P_3| + \dots + |P_{n-1}P_n|} & \text{jika } i < n. \\ 1 & \text{jika } i = n \end{cases} \tag{9}$$

PENYUAIAN LENGKUNG

Setelah memperoleh nilai parametrik t , langkah seterusnya adalah untuk mencari nilai bagi titik pertengahan P_1 dan P_2

dengan menggunakan kaedah evolusi pembezaan (EP). Titik pertengahan P_1 dan P_2 merupakan titik koordinat iaitu $P_1 = (x_1, y_1)$ dan $P_2 = (x_2, y_2)$. Dalam kajian ini, jumlah populasi telah ditetapkan sebanyak 100 dan bilangan lelaran adalah sebanyak 50 kali.

Langkah untuk mencari nilai bagi titik pertengahan P_1 dan P_2 dimulakan dengan mencari penyelesaian permulaan bagi setiap segmen dengan menggunakan formula dalam (3). Kemudian pada peringkat mutasi, vektor penderma, $V_{i,G}$ bagi titik pertengahan dihasilkan dengan menggunakan nilai faktor mutasi, $F = 0.8$.

Seterusnya, dengan menggunakan (5), vektor percubaan, $U_{i,G}$ dihasilkan. Pada peringkat ini, pekali pelintas, CR telah disetkan kepada nilai $CR = 0.5$. Pemilihan nilai F dan CR memainkan peranan penting dalam proses mutasi dan penggabungan semula dan pemilihan nilai-nilai ini adalah seperti yang telah dibincangkan dalam bahagian evolusi pembezaan (EP). Dalam kajian ini, faktor mutasi yang telah digunakan adalah $EP/\text{rand}/1$.

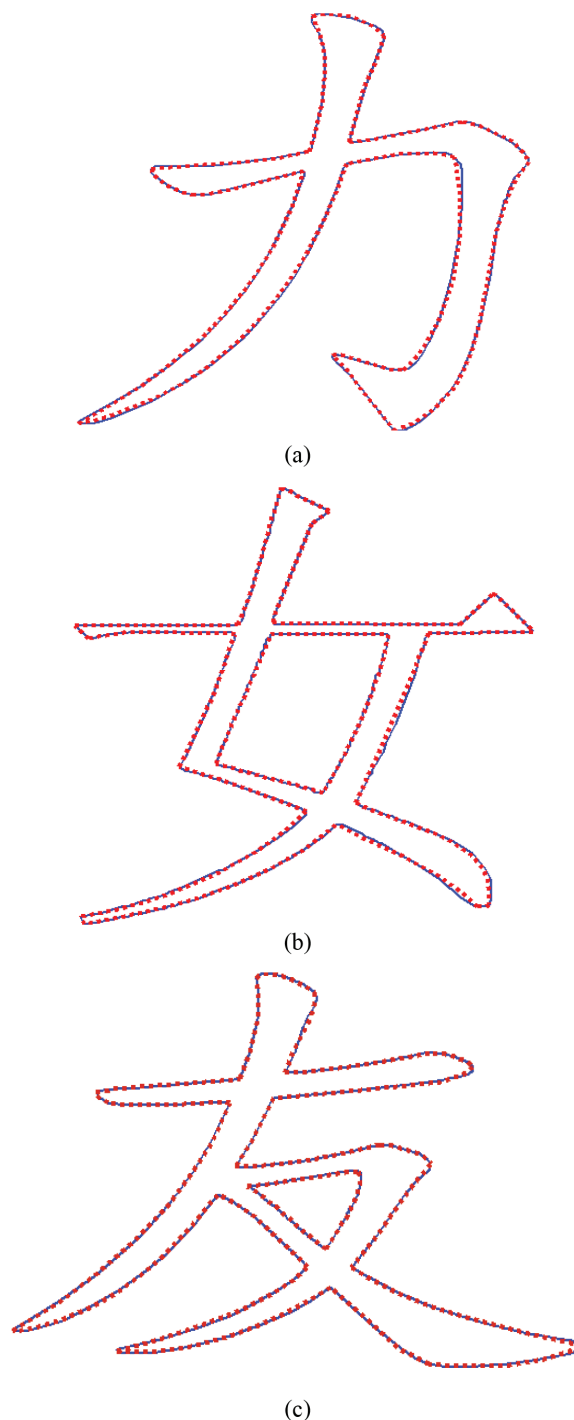
Pada langkah terakhir, (6) digunakan untuk memilih nilai titik pertengahan $P_1 = (x_1, y_1)$ dan $P_2 = (x_2, y_2)$ yang paling optimum. Nilai optimum yang telah dipilih ini akan digunakan untuk dipadankan dengan lengkung Bézier kubik untuk menghasilkan lengkung parametrik yang baru.

Untuk meminimumkan jarak antara imej asal dengan lengkung parametrik yang baru, jumlah ralat kuasa dua (JRKD) digunakan untuk mencari nilai ralat antara imej data asal dengan lengkung parametrik yang baru. JRKD digunakan dalam kajian ini kerana banyak kajian terdahulu menggunakan JRKD dalam mencari nilai ralat antara imej data asal dengan lengkung parametrik yang baru, antaranya Itoh dan Ohno (1993), Rusdi dan Yahya (2014), Safraz et al. (2013) dan Sarfraz dan Khan (2004, 2002).

JADUAL 3. JRKD dan purata jumlah masa

Imej	JRKD	Purata jumlah masa
力 Chikara atau Ryoku	569.1344	8.0453
女 Women (Jyo)	158.1562	21.8988
友 Friend (Yū)	387.6141	12.5396

Dalam penyelidikan ini, kajian dijalankan sebanyak 10 kali untuk mendapatkan nilai purata bagi ralat antara kedua-dua lengkung yang dibentuk. Jadual 3 menunjukkan nilai purata bagi jumlah JRKD antara lengkung yang terhasil dan masa yang diperlukan untuk menjalankan kajian ini. Manakala Rajah 3 pula menunjukkan imej bagi data asal (garisan lurus) dan imej bagi lengkung parametrik yang baru (garisan putus-putus).



RAJAH 3. Imej bagi data asal (garisan lurus) dan lengkung parametrik yang baru (garisan putus putus) bagi imej tulisan: (a) Chikara atau Ryoku, (b) Jyo dan (c) Yū

KESIMPULAN

Penyuaian lengkung Bézier kubik dengan nilai titik kawalan yang baru dilakukan untuk membuat perbandingan antara lengkung parametrik yang baru dengan imej data asal.

Berdasarkan Rajah 3, lengkung parametrik yang terhasil dilihat berada di atas garisan sempadan imej asal tulisan. Jadual 3 menunjukkan purata jumlah masa masing-masing bagi imej tulisan Yuū dan Jyo agak tinggi. Ini disebabkan oleh imej bagi kedua-dua tulisan ini lebih rumit, dengan jumlah titik sudut sebanyak 24 jika dibandingkan dengan imej tulisan Chikara yang lebih ringkas (Jadual 2).

Walau bagaimanapun, algoritma EP telah menghasilkan keputusan yang baik dalam pembinaan semula tulisan Jepun dengan menggunakan fungsi persamaan lengkung Bézier kubik. Pada masa hadapan, kami merancang untuk menggunakan strategi mutasi yang lain untuk menguji keberkesanan kaedah ini.

PENGHARGAAN

Kajian ini dibiayai oleh geran universiti penyelidikan bernombor 1001/PPSG/852004. Penulis juga amat menghargai atas komen-komen membina daripada penilai untuk penambahbaikan kajian ini.

RUJUKAN

- Arunachalam, V. 2008. Optimization using differential evolution. *Water Resources Research Report. Book 22*. The University of Western Ontario. Department of Civil and Environment Engineering.
- Avrahami, G. & Pratt, V. 1991. Sub-pixel edge detection in character digitization. *Raster Imaging and Digital Typography II*. pp. 54-64.
- Das, S., Abraham, A. & Konar, A. 2008. Particle swarm optimization and differential evolution algorithms: Technical analysis, applications and hybridization perspectives. *Advances of Computational Intelligence in Industrial Systems*. Berlin, Heidelberg: Springer. pp. 1-38.
- Gálvez, A. & Iglesias, A. 2013. Firefly Algorithm for Bézier curve approximation. *Computational Science and Its Applications (ICCSA). 13th International Conference on IEEE*. pp. 81-88.
- Itoh, K. & Ohno, Y. 1993. A curve fitting algorithm for character fonts. *Electronic Publishing* 6(3): 195-205.
- Mallipeddi, R., Suganthan, P.N., Pan, Q.K. & Tasgetiren, M.F. 2011. Differential evolution algorithm with ensemble of parameters and mutation strategies. *Applied Soft Computing* 11(2): 1679-1696.
- Masood, A. & Sarfraz, M. 2009. Capturing outlines of 2D objects with Bézier cubic approximation. *Image and Vision Computing* 27(6): 704-712.
- Pandunata, P. & Shamsuddin, S.M.H. 2010. Differential evolution optimization for Bézier curve fitting. *Computer Graphics, Imaging and Visualization (CGIV), 2010 Seventh International Conference on IEEE*. pp. 68-72.
- Prado, R.S., Silva, R.C., Guimarães, F.G. & Neto, O.M. 2010. Using differential evolution for combinatorial optimization: A general approach. In *Systems Man and Cybernetics (SMC), 2010 IEEE International Conference on IEEE*. pp. 11-18.
- Roslan, N. & Yahya, Z.R. 2014. Reconstruction of egg shape using cubic B-Spline. *International Conference on Mathematics, Engineering & Industrial Application*. 28-30 May. Penang. Preprint.
- Rusdi, N.A. & Yahya, Z.R. 2014. Reconstruction of generic shape with cubic Bézier using Least Square Method. *International Conference on Mathematics, Engineering & Industrial Applications 28-30 May*. Penang. Preprint.
- Salomon, D. 2007. *Curves and Surfaces for Computer Graphics*. New York: Springer.
- Sarfraz, M., Irshad, M. & Hussain, M.Z. 2013. Reverse engineering of planar objects using GAs. *Sains Malaysiana* 42(8): 1167-1179.
- Sarfraz, M. & Khan, M.A. 2004. An automatic algorithm for approximating boundary of bitmap characters. *Future Generation Computer Systems* 20(8): 1327-1336.
- Sarfraz, M. & Khan, M.A. 2002. Automatic outline capture of Arabic fonts. *Information Sciences* 140(3): 269-281.
- Sarfraz, M. & Razzak, M.F.A. 2002. An algorithm for automatic capturing of the font outlines. *Computers & Graphics* 26(5): 795-804.
- Sarfraz, M. 2008a. Digital outline capture with cubic curves. *Interactive Curve Modeling: With Applications to Computer Graphics, Vision and Image Processing*. London: Springer-Verlag London Limited. pp. 267-295.
- Sarfraz, M. 2008b. Corner detection for curve segmentation. *Interactive Curve Modeling: With Applications to Computer Graphics, Vision and Image Processing*. London: Springer-Verlag London Limited. pp. 209-240.
- Storn, R. 1996. On the usage of differential evolution for function optimization. *Fuzzy Information Processing Society, NAFIPS. Biennial Conference of the North American IEEE*. pp. 519-523.
- The MathWorks Inc. (MATLAB). 2014. Ramer-Douglas Peucker algorithm demo by Ligong Han, <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/41986-ramer-douglas-peucker-algorithm-demo/content/DouglasPeucker.m>
- Yahya, Z.R. 2013. Representation of rational Bezier quadratics using genetic algorithm, differential evolution and particle swarm optimization. PhD Thesis. Universiti Malaysia Perlis (unpublished).

Institut Matematik Kejuruteraan
Universiti Malaysia Perlis
Kampus Pauh Putra
02600 Arau, Perlis Indera Kayangan
Malaysia

*Pengarang untuk surat-menyurat; email: nurshazneem@unimap.edu.my

Diserahkan: 21 November 2014
Diterima: 9 April 2015