

Timo Grambusch

Über fokussierende Gitterspiegel
zur kontinuierlichen Abstimmung
von Quantenkaskadenlasern
im THz-Bereich

Über fokussierende Gitterspiegel zur kontinuierlichen Abstimmung von Quantenkaskadenlasern im THz-Bereich



INAUGURAL-DISSERTATION

zur
Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
an der Universität zu Köln
vorgelegt von

TIMO GRAMBUSCH

AUS NORDEN

KÖLN 2014

Berichtersteller: Prof. Dr. Jürgen Stutzki
Prof. Dr. Jan Jolie

Tag der mündlichen Prüfung: 28. Mai 2014

Kurzzusammenfassung

Die Untersuchung von Molekülwolken im Weltraum ist eine wichtige Voraussetzung um die Vorgänge der Sternentstehung verstehen zu können. Die Moleküle erzeugen diskrete Spektrallinien, die Aufschlüsse über die Zusammensetzung der Wolken liefern. Eine Methode diese Linien zu untersuchen ist das Heterodynverfahren, welches dazu geeignet ist diese Linien in einer hohen spektralen Auflösung zu messen. Zur Durchführung dieses Verfahrens wird ein Lokaloszillator (LO) benötigt, der Frequenzen in derselben Größenordnung wie die zu messenden erzeugt. Der LO muss genügend Strahlungsleistung bereitstellen, um möglichst viele Messungen gleichzeitig durchzuführen können. Je kontinuierlicher und monochromatischer die Strahlung des LO bei dem Verfahren ist, desto weiter auseinander liegende Spektrallinien können gemessen und höher aufgelöst werden. Die Zielsetzung dieser Arbeit ist es, die Grundlagen zu entwickeln um einen solchen LO im Terahertz (THz)-Bereich herstellen zu können.

Heutige LO im unteren THz-Bereich sind monochromatisch und können kontinuierlich abgestimmt werden. Deren Strahlungsleistung ist jedoch zu gering, um viele Messungen gleichzeitig durchzuführen zu können. Quantenkaskadenlaser (QCL) bieten sich als LO an, da diese eine hohe Strahlungsleistung im THz-Bereich produzieren. Allerdings lassen sie sich nicht ohne weiteres kontinuierlich abstimmen. Ein externer Resonator (ER) im Littrowaufbau ist eine gängige Methode, um QCL im höheren THz-Bereich abzustimmen. Diese Methode kann aber für den niedrigen Bereich nicht einfach übernommen werden. Speziell das Problem der dafür benötigten Entspiegelung der Facetten des QCL, wurde bis heute nicht vollständig gelöst. Daher konnte bisher kein QCL im unteren THz-Bereich mit einem ER betrieben werden. Das Ziel dieser Arbeit ist es, einen ER in einem Littrowaufbau zur Abstimmung von QCL im unteren THz-Bereich zu entwickeln. Dafür wurde ein fokussierender Gitterspiegel (FG) als ER entwickelt, optimiert, gefertigt und vermessen. Ein FG ist eine Kombination eines Parabolspiegels mit einem Reflexionsgitter, mit der es möglich ist eine Beugungsordnung des Gitters zu kollimieren und gleichzeitig eine in den Brennpunkt der Parabel zurück zu fokussieren. Die Kombination eines Parabolspiegels mit einem Reflexionsgitter hat gegenüber herkömmlichen ER im Littrowaufbau den Vorteil, dass diese die externe Resonatorlänge minimiert und somit die Anzahl der Resonatormoden am stärksten einschränkt. Ein wesentlicher Teil dieser Arbeit bestand darin, ein Verfahren zur Berechnung der Beugungseigenschaften des FG zur Optimierung der FG Parameter zu entwickeln. Das entwickelte Verfahren basiert auf dem Helmholtz-Kirchhoffschen Beugungsintegral (HKI).

Zur Bestätigung der Berechnungsergebnisse der Beugungseigenschaften, wurde ein auf 460 GHz skalierter FG im Littrowaufbau gefertigt. Mit diesem konnten die Beugungseigenschaften vermessen werden. Die Messergebnisse des 460 GHz-FG entsprachen den berechneten Beugungsintensitäten. Als Quelle wurde ein Gunn-Oszillator in einer Vervielfacherkette anstatt eines QCL genutzt, um die gleichzeitige Entwicklung eines THz-QCL zu unterstützen. Somit konnte in dieser Arbeit zum einen gezeigt werden, dass der FG als ein ER im Littrowaufbau genutzt werden kann. Zum anderen konnte aber auch gezeigt werden, dass sich die Parameter des FG mithilfe des auf das HKI basierenden Verfahrens optimieren ließen. Mit den Ergebnissen dieser Arbeit kann für zukünftige QCL ein FG im Littrowaufbau gefertigt werden.

Abstract

The analysis of molecule clouds in space is an important requirement for being able to understand the process of star formation. The molecules create discrete spectral lines which give information about the formation of the clouds. One method to analyse these lines is the heterodyn detection which is suitable to measure these lines in a high spectral resolution. To conduct this detection a local oscillator (LO) is required. It creates frequencies in the same magnitude order as the ones which are to be measured. The LO has to provide enough radiation power to be able to conduct as many measurements as possible. The more continuous and monochromatic the LO's radiation is within this detection the more widely spaced spectral lines can be measured and be resolved more highly. The aim of this thesis is to develop the basics to be able to produce such an LO in the THz regime.

Current LOs in the lower THz regime are monochromatic and can be tuned continuously. However, their radiation power is too low to conduct many measurements at the same time. Quantum Cascade Laser (QCL) are suitable as LO since these create a high radiation output. They can't be tuned continuously without further ado, though. An external cavity (EC) in Littrow mounting is a current method to tune QCL in the higher THz regime. Unfortunately this method cannot be easily transferred to the lower regime. Especially the problem of the required antireflection coating of the facets of the QCL has not been solved completely to this day. Therefore the operation of a QCL in the lower THz regime with an EC has not been possible yet. This thesis is aimed at the development of an EC in a Littrow mounting to tune the QCL in the lower THz regime. For this reason a focused grating mirror (FG) was developed, optimized, produced and tested to be used as an EC. An FG is a combination of a parabolic mirror with a reflection grating with which it is possible to collimate a diffraction order of the grating and to focus one back into the focal point of the parabola at the same time. The advantage of the combination of a parabolic mirror with a reflection grating in comparison to conventional ECs in a Littrow mounting is that it minimizes the external cavity length and therefore is best able to constrict the number of cavity modes. An essential part of this thesis consisted in developing a method to calculate the FG's diffraction characteristics to optimize the FG's parameter. The developed method is based on the Helmholtz-Kirchoff diffraction integral (HKI).

A 460 GHz scaled FG in Littrow mounting was produced in order to confirm the diffraction characteristics' results of the calculation. The diffraction characteristics could be measured with this. The measurement results of the 460 GHz-FG correlate with the calculated diffraction intensities. A Gunn-oscillator in a multiplier chain was used as source instead of a QCL in order to support the simultaneous development of a THz-QCL. Consequently on the one hand it could be shown in this thesis that the FG can be used as an EC in Littrow mounting. However, on the other hand it could also be shown that the FG's parameter could be optimized by means of using the method based on the HKI. Using the results of this thesis FGs in Littrow mounting can be produced for future QCLs.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	5
2.1	Resonatoren	6
2.1.1	Prinzip des Fabry-Perot-Interferometers	6
2.1.2	Prinzip des externen Resonators	8
2.1.3	Prinzip des externen Resonators im Littrowaufbau	9
2.2	Beugung	10
2.2.1	Allgemeine Beugungstheorie	10
2.2.2	Beugungsgitter	12
2.2.3	Blazegitter	13
2.3	Gaußsche Optik	15
2.3.1	Das elektrische Feld der Gaußstrahlen	15
2.3.2	Spiegel als fokussierende Elemente	17
2.3.3	Intensität und Leistung	19
2.3.4	Kopplung	20
2.4	Quantenkaskadenlaser (QCL)	21
2.4.1	Aufbau und Prinzip des Quantenkaskadenlasers	21
2.4.2	Quantenkaskadenlaser als Lokaloszillator	25
2.4.3	Abstimmungsverhalten von QCL	26
3	Konzept des fokussierenden Gitterspiegels	27
3.1	Der fokussierende Gitterspiegel	28
3.1.1	Kombination von einem Beugungsgitter und einem Parabolspiegel	28
3.1.2	Definition der Parameter des FG	31
3.1.3	Berechnung der Stufen des FG	31
3.2	Berechnung der Beugungsintensitäten	35
3.2.1	Berechnung der Beugung von Gaußstrahlen mit dem HKI	35
3.2.2	Berechnung der Beugungsintensitäten am FG	37
3.2.3	Berechnung der spektralen Auflösung des FG	39
3.2.4	Definition der Schirmebenen	41
3.2.5	Berechnung des Leistungskoeffizienten	43
3.2.6	Berechnung des Kopplungskoeffizienten	44
3.2.7	Betrachtung der Beugungsparameter des FG in Nulllage	46
3.3	Rotation des FG	48
3.3.1	Definition des Rotationspunktes	48

3.3.2	Änderung der Beugungsparameter bei der Rotation des FG	49
3.3.3	Ermittlung der optimalen Parameter des FG über Betrachtung der Beugungsparameter	53
4	Messungen am 1,5 THz QCL und 460 GHz-FG	65
4.1	Vermessung eines 1,5 THz QCL	65
4.1.1	1,5 THz QCL Spektren	66
4.1.2	Strahlprofil des 1,5 THz QCL	70
4.2	Der FG für 460 GHz	71
4.3	Entwicklung des 460 GHz-FG im Littrowaufbau	72
4.4	Messung der räumlichen Auflösung des 460 GHz-FG	79
4.5	Messung der spektralen Auflösung des 460 GHz-FG	82
4.5.1	Indirekte Messung der spektralen Auflösung des 460 GHz-FG	82
4.5.2	Direkte Messung der spektralen Auflösung des 460 GHz-FG	84
5	Ergebnisse und Zusammenfassung	87
	Danksagung	91
	Literaturverzeichnis	93
	Abbildungsverzeichnis	97
	Tabellenverzeichnis	99
	Quellcodeverzeichnis	101
	Appendix	103
A.1	Kürzel und Konstanten	103
A.2	Das Helmholtz-Kirchhoffsche Beugungsintegral	106
A.3	Einschränkungen des Parabolspiegels in der gaußschen Optik	109
A.4	Der FG mit einem Paraboloid als Gitterebene	110
A.5	Die logarithmische Spirale	114
A.6	Abschätzung von dem Werteraum des Neigungswinkels und der Anfangslänge	115
A.7	Übersicht der spektralen und räumlichen Beugungsintensitäten	117
A.8	Abschätzung des Parameterraums des FG	119
A.9	Lage des Drehpunktes für eine konstante Strahlrichtung	121
A.10	Einfacher Maschinen-Code	123
	Versicherung	125
	Lebenslauf	127

Kapitel 1

Einleitung

Die Zusammensetzung und Mechanismen von Molekülwolken im Weltraum und ihre Entwicklungszyklen sind ein breites und nicht vollständig erschlossenes Forschungsgebiet. Durch den anhaltenden technischen und wissenschaftlichen Fortschritt ergeben sich allerdings immer wieder neue Erkenntnisse die zu der Beantwortung bisher ungeklärter Fragen führt. In dieser Arbeit werden Grundlagen für die Verbesserung der Messmethoden erforscht. Dazu wurde der fokussierende Gitterspiegel (FG) entwickelt.

Die Molekülwolken haben eine so geringe Dichte, dass die enthaltenden Moleküle durch interstellare UV-Strahlung in angeregte Energiezustände gebracht und in Atome dissoziiert werden können. Kommt es zu Übergängen zwischen den Energiezuständen (z.B. Feinstrukturübergänge), werden Photonen mit einer spezifischen Frequenz emittiert. Diese Spektrallinien können auch im THz-Bereich liegen (z.B. [CII] bei 1,9 THz). Aus den astronomischen Messungen können z.B. die Zusammensetzung, die Temperatur und die Geschwindigkeit der Molekülwolken oder auch die UV-Strahlung bestimmt werden. Die Frequenzen, die hierbei von Interesse sind, liegen im unteren Terahertz (THz)-Bereich (1,5 THz, 1,9 THz, 2,4 THz und 4,7 THz). Im Weiteren wird nur dieser Bereich als THz-Bereich bezeichnet.

Die Atmosphäre der Erde absorbiert aufgrund des in ihr enthaltenen Wasserdampfs einen Großteil der THz-Strahlung. Um die astronomischen Messungen durchzuführen, müssen daher Standorte in möglichst hohen und trockenen Gebieten (Atacamawüste in Chile, 5600 m oder Antarktis, 3200 m), oberhalb der dichten Atmosphärenschichten (Stratospheric Observatory For Infrared Astronomy (SOFIA), ein Flugzeugteleskop, 13 km) oder außerhalb der Atmosphäre (Herschel, Satellit, Lagrangepunkt L2 $1,5 \times 10^6$ km) gewählt werden. Allerdings ist die Luftfeuchtigkeit für die Messung von THz-Strahlung meist immer noch zu hoch bei den erdgebundenen Teleskopen.

Die Größenordnung von Geschwindigkeiten in Molekülwolken liegt bei 1 km/s, dies entspricht nach dem Doppler-Effekt eine Frequenzverschiebung von 0,003 %. Um diese und noch kleinerer Verschiebungen noch auflösen können, ist eine hochauflösende Messmethode erforderlich.

Um die Spektrallinien hochauflösend zu messen, eignet sich das Heterodynverfahren. Bei dem Heterodynverfahren wird ein zu messendes hochfrequentes Signal (HF) mit einer ähnlichen Frequenz (Lokaloszillator (LO)-Frequenz) gemischt wobei unter anderem die Differenzfrequenz (Zwischenfrequenz (ZF)) entsteht. Das Mischen wird mit einem elektronischen Bauelement durchgeführt, das eine nichtlineare Kennlinie besitzt, z.B. ein supraleitendes „Hot Electron Bolometer (HEB)“. Die ZF enthält nach dem Mischen immer noch dieselben Informationen wie das gemessene Signal.

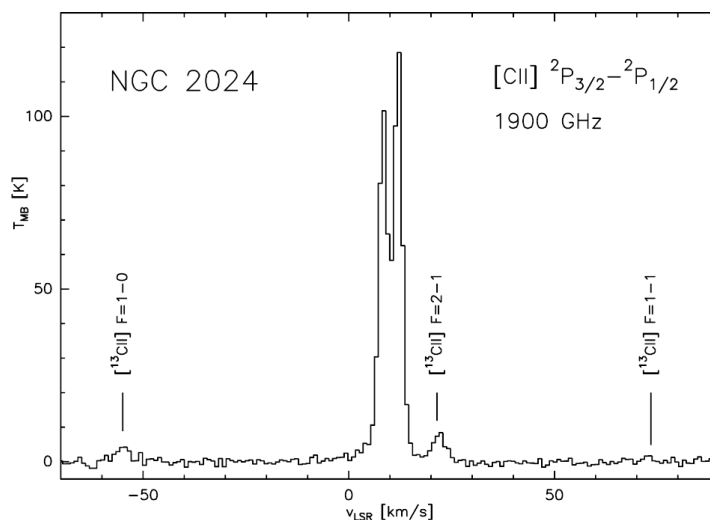


Abb. 1.1: Messung des Feinstrukturübergangs von [CII] in NGC 2024 (U. U. Graf, Simon et al. 2012). Die Intensität ist als Temperatur gegen die Geschwindigkeiten aufgetragen. NGC 2024 ist ein Emissionsnebel im Sternbild Orion, auch Flammenebel genannt. Diese Messung wurde mit dem Flugzeugteleskop SOFIA durchgeführt.

Die niedrige ZF birgt neben dem hohen Auflösungsvermögen den zweiten großen Vorteil des Heterodynverfahrens. Die THz-Strahlung der Spektrallinien hat sehr geringe Leistung und um detektiert zu werden müsste sie verstärkt werden. Dies ist im THz-Bereich nicht möglich, für niedrigere Frequenzen aber sehr wohl. Durch kontinuierliches Abstimmen des LO über einen großen Frequenzbereich können viele verschiedenen Frequenzen gemessen werden, dabei bleibt die ZF konstant.

Für die hohe Auflösung des Heterodynverfahrens wird vor allem eine möglichst monochromatische LO-Frequenz benötigt. Je schmaler die LO-Frequenz im Vergleich zum zu messenden Bereich ist, desto besser kann dieser aufgelöst werden.

Das einzige Teleskop, welches zur Zeit in der Lage ist, Messungen für die oben genannten Frequenzen durchzuführen ist SOFIA. In Abbildung 1.1 ist ein Beispiel für eine Heterodynmessungen des Feinstrukturübergangs (${}^2P_{3/2}$ nach ${}^2P_{1/2}$) von [CII] bei 1,9 THz gezeigt. Dort ist zu sehen, dass die Auflösung der Heterodynmessungen benötigt wird, um die Absorption in der Mitte der Linie bei ungefähr 10 km/s zu zeigen und die Hyperfeinstruktur des Isotops $[{}^{13}\text{CII}]$ darzustellen.

Bei dem Mischvorgang benötigt der Mischer eine gewisse Leistung (μW). Diese wird von dem LO bereitgestellt. Mit einem Mischer kann genau ein Punkt am Himmel zu einem Zeitpunkt gemessen werden. Um mehrere Punkte gleichzeitig zu messen, werden mehrere Mischer benötigt. Aus praktischen Gründen ist es sinnvoll, diese alle mit einem LO zu betreiben.

Heutige LO im THz-Bereich sind meist Vervielfacherketten, die nur genügend Leistung für einige wenige Mischer bereitstellen können. Andere Quellen sind gerade im THz-Bereich schwer zu erschließen, da es zwischen 1 THz bis 10 THz nur wenige bis gar keine Quellen gibt, die sogenannte THz-Lücke. Der niederfrequentere Bereich kann gut mit elektronischen Bauteilen erzeugt werden und der hochfrequentere mit optisch gepumpten Verfahren. Um

mehr Mischer gleichzeitig zu betreiben, bräuchte es aber einen leistungsstarken, monochromatischen und kontinuierlichen abstimmbaren LO.

Quantenkaskadenlaser (QCL) sind eine vielversprechende Lösung als LO im THz-Bereich, da diese eine hohe Strahlungsleistung (mW) liefern. Dazu können sie mit vergleichsweise niedrigen Spannungen und Strömen betrieben werden und haben eine kompakte Bauweise. Eine gängige Methode QCL abzustimmen, ist ein externer Resonator (ER). Dieser verschiebt mit einem externen Spiegel, der einen variablen Abstand zum QCL besitzt, die spektralen Resonatormoden innerhalb des spektralen Verstärkungsprofils des QCL. Damit nicht mehrere Moden (Multimoden) gleichzeitig angeregt werden und eine Mode stabilisiert wird, kann ein Beugungsgitter zur Separation der Resonatormoden genutzt werden. Wird dieses Gitter als externer Resonator genutzt, so wird ein solcher Aufbau Littrowaufbau genannt. Ein Littrowaufbau besteht immer aus einem beweglichen Gitter und einem kollimierenden bzw. fokussierenden Element.

Um die Eigenschaften des Littrowaufbaus zu verbessern, wurde in dieser Arbeit ein fokussierender Gitterspiegel (FG) entwickelt, optimiert, gefertigt und vermessen. Dieser soll als ER im Littrowaufbau genutzt werden, um QCL im THz-Bereich abzustimmen. Um die Eigenschaften des FG zu berechnen und damit den FG zu optimieren, wurde ein Verfahren auf Basis des Helmholtz-Kirchhoffschen Beugungsintegrals (HKI) entwickelt.

Ein FG ist eine Kombination eines Parabolspiegels mit einem Reflexionsgitter. Mit dem FG ist es möglich, ausgehend von einem divergenten Strahl im Brennpunkt eines Parabolspiegels, eine Beugungsordnung eines Gitters zu kollimieren und gleichzeitig eine andere in den Brennpunkt zurück zu fokussieren. Die Kombination eines Parabolspiegels mit einem Reflexionsgitter hat den Vorteil gegenüber herkömmlichen ER im Littrowaufbau, dass diese die Separation der Resonatormoden maximiert. Ist die Separation maximiert, können Multimoden verhindert und eine Frequenz stabilisiert werden. Außerdem führt diese Kombination automatisch zu einer Reduktion der zu nutzenden Bauteile, und damit auch zur Reduzierung der Freiheitsgrade des gesamten Aufbaus.

Um das Verhalten des FG zu messen und mit den theoretischen Überlegungen vergleichen zu können, wurde in dieser Arbeit ein FG für 460 GHz entworfen und hergestellt. Als Quelle diente ein Gunn-Oszillator in einer Vervielfacherkette. Mit diesem Modell konnten die spektralen und räumlichen Auflösungen des FG vermessen werden. Es zeigt sich, dass die Messungen gut mit den berechneten Daten übereinstimmen.

Im Gegensatz zum hohen THz-Bereich können QCL im niedrigen THz-Bereich bisher nicht kontinuierlich abgestimmt werden. Dies scheiterte bisher vor allem an der hohen Reflektivität der Facetten des QCL und dessen unzureichendem Strahlprofil. Die Vervielfacherkette wurde genutzt, um die zeitliche Entwicklung eines QCL, bei dem die Reflektivität seiner Facetten und sein Strahlprofil verbessert werden sollten, zu unterstützen. So kann, sobald der QCL in einem Stadium ist, bei dem er mit einem ER betrieben werden kann, auf den FG zurückgegriffen werden.

Im THz-Bereich werden reflektierende Transformationselemente benötigt, da transmissive Elemente eine zu hohe Absorption in diesem Bereich haben. Zudem können reflektierende Gitter wesentlich mehr Leistung in ihren Beugungsordnungen transportieren. Daher wird das Gitter mit einer Hochpräzisionsfräsmaschine in einen Aluminiumblock gefräst. Diese hat eine Genauigkeit von bis zu 500 nm. Das entspricht bei der kleinsten, in dieser Arbeit benötigten,

Wellenlänge von circa $50\ \mu\text{m}$ einer Toleranz von 1 %. Aluminium hat im THz-Bereich eine hohe Reflektivität und hat zudem den Vorteil, dass es gut verarbeitet werden kann, das heißt, es hat eine geringe Dichte, eine geringe Härte und ein gutes Spanverhalten. Dies hat einen geringen Materialverschleiß der Werkzeuge und eine höhere Genauigkeit des Werkstücks zur Folge.

Ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit besteht im Umgang und Aufbau der angesprochenen ER im Littrowaufbau und QCL. Daher werden in Kapitel 2 die Funktionsweisen und theoretischen Bezüge erläutert, die zum Verständnis dieser Arbeit grundlegend sind.

Das Konzept des FG aufstellen war eine der Hauptaufgaben dieser Arbeit und eine besondere Herausforderung war es die Parameter des FG zu optimieren. Zur Optimierung wurde extra ein Berechnungsverfahren auf Basis des HKI entwickelt, damit konnten die Beugungsintensitäten des FG bestimmt werden. Die Darstellung dieser Inhalte finden sich in Kapitel 3.

In Kapitel 4 werden die Entwicklung und Herstellung des 460 GHz-FG erklärt sowie die Vermessung seiner spektralen und räumlichen Auflösungen gezeigt. Weiterhin enthält das Kapitel Messungen zu einem 1,5 THz-QCL, die am Anfang dieser Promotion durchgeführt wurden und zu einem Verständnis der Abstimmbarkeit von QCL führten.

Schließlich beinhaltet Kapitel 5 eine Übersicht der Ergebnisse.

Von Zhang et al. (2005) wurden ebenfalls eine Kombination von Beugungsgittern mit gekrümmten Oberflächen entwickelt. Es wurde auch ein ER entwickelt um Halbleiterlaser durchzustimmen. Die Unterschiede zu dieser Arbeit sind aber zahlreich: Anstatt des Littrowaufbaus wurde der Littmannaufbau gewählt, dieser erfordert ein weiteres Bauteil und maximiert durch den längeren Resonator nicht die Separation der Resonatormoden. Zudem lag die zu nutzende Frequenz in einem wesentlich höheren Frequenzbereich (Infrarotbereich 200 THz), wodurch andere Verfahren als in dieser Arbeit zur Fertigung genutzt werden konnten.

Kapitel 2

Grundlagen

Da das Ziel dieser Arbeit ist, einen Aufbau zu entwickeln, mit dem Quantenkaskadenlaser (QCL) durchgestimmt werden können, werden nun die theoretischen Grundlagen und Funktionsweisen kurz erläutert.

QCL können Strahlung mit einer großen Ausgangsleistung emittieren, allerdings können sie nicht ohne Weiteres kontinuierlich abgestimmt werden, da ihre Frequenzen durch ihren internen Resonator gegeben sind. Der interne Resonator bildet sich aus den Facetten des QCL. Dies erzeugt diskrete spektrale Resonatormoden. Eine gängige Methode, einen QCL durchzustimmen, ist ein externer Resonator. Dieser besteht aus einem externen Spiegel mit einem variablen Abstand zum QCL. Mit dem variablen Spiegel ist es möglich, die Resonatormoden innerhalb des spektralen Verstärkungsprofils des QCL zu verschieben. Dabei zeigt sich, dass das Verstärkungsprofil breiter sein kann als die Abstände der externen Resonatormoden, da der Abstand der Resonatormoden antiproportional vom Abstand des externen Spiegels zum QCL abhängt. Dadurch können im QCL Multimoden entstehen.

Um die Anzahl der Resonatormoden des QCL weiter einzuschränken kann der externe Resonator mit einem Beugungsgitter kombiniert werden. Dies kann über seine spektrale Auflösung die Anzahl der Resonatormoden limitieren. Eine Möglichkeit dafür ist der Littrowaufbau (siehe Abb. 2.1a). Der Littrowaufbau retroreflektiert eine Beugungsordnung und besteht meist aus einem Beugungsgitter und einer Sammellinse. Die Sammellinse kann aber auch durch einen Sammelspiegel ersetzt werden. Die Sammellinse kollimiert den divergenten Strahl des QCL auf ein Beugungsgitter. Das Beugungsgitter beugt eine Retroreflexion auf die Linse und die Linse fokussiert diese Retroreflexion in den QCL.

Eine Methode, diesen Aufbau als kontinuierlich durchstimmbare Quelle zu nutzen, ist die Auskopplung der nullten Beugungsordnung. Die zweite ist, die Emission des QCL auf der gegenüberliegenden Seite des externen Resonators auszukoppeln.

Es zeigt sich, dass je näher das Gitter an der Sammellinse ist, desto schmaler ist die spektrale Breite der Retroreflexion im Verhältnis zum Abstand der Resonatormoden. Daher wurde der fokussierende Gitterspiegel (FG) entwickelt (siehe Abb. 2.1b). Dieser kann dies Verhältnis maximieren, da hier ein Beugungsgitter direkt auf einen Parabolspiegel gelegt wurde. Zudem verringert diese Kombination die Anzahl der zu montierenden Bauteile.

Die Freiheitsgrade des FG im Littrowaufbau, das heißt die Anzahl der beweglichen Bauteile, sollten so gering wie möglich gehalten werden. Viele bewegliche Bauteile erschweren die Justage der Bauteile, da die Betriebstemperatur der QCL unter 80 K liegt. Der FG muss in einem geringen Abstand zum QCL montiert werden, daher wird der FG dieselbe Temperatur wie der QCL haben. Außerdem sollte die Anzahl der Bauteile insgesamt gering sein, da die

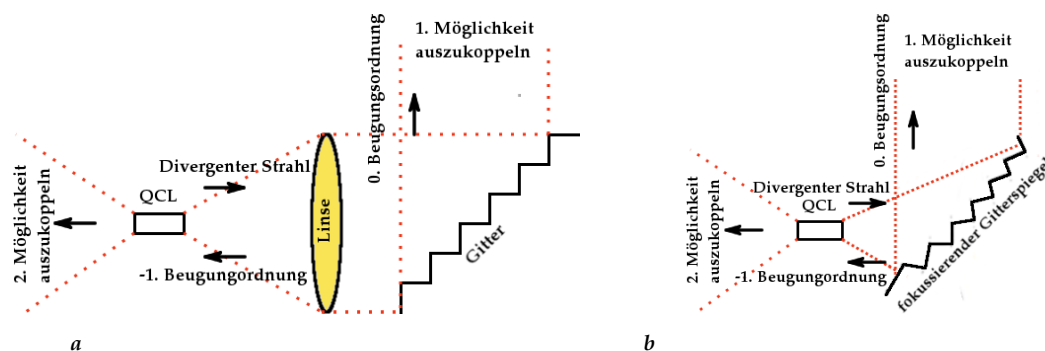


Abb. 2.1: Schema der externen Resonatoren im Littrowaufbau. In diesen Abbildungen sind zwei Varianten des externen Resonators im Littrowaufbau gezeigt. In Abbildung a ist die Variante des üblichen externen Resonators im Littrowaufbau gezeigt und in Abbildung b die mit dem fokussierenden Gitterspiegel. Die rot gepunktete Linien verdeutlichen den Verlauf der Strahlbreite.

verwendeten Bauteile in der Größenordnung des zehnfachen der Wellenlänge sind und es so zu erheblichen Schwierigkeiten bei der exakten Fertigung und Montage der Bauteile kommen kann.

Um die Entstehung und Verbreiterung des Abstandes der Resonatormoden zu erklären, wird das Fabry-Perot-Interferometer (FPI) erläutert. Ebenso wird auf den externen Resonator im Allgemeinen und im Besonderen im Littrowaufbau eingegangen und auf dessen Fähigkeit einen Halbleiterlaser durchzustimmen.

Um die Funktionen des Beugungsgitters zu beschreiben, wird die Beugung der elektromagnetischen Strahlung erörtert.

Um die divergente Emission des QCL und die Kollimation des Parabolspiegels zu beschreiben, eignet sich die Gaußsche Optik. Daher werden die nötigen Zusammenhänge der Gaußschen Optik kurz dargestellt.

Die Funktionsweise des QCL, die Nutzung des QCL als Lokaloszillator (LO) und die damit verbundenen Möglichkeiten der Abstimmung des QCL werden ebenfalls dargelegt.

2.1 Resonatoren

In diesem Abschnitt wird das Prinzip des Fabry-Perot-Interferometer (FPI), der internen und externen Resonatoren sowie der Littrowaufbau erläutert. Die benötigten Formeln und Herleitungen orientieren sich an Goldsmith (1998).

2.1.1 Prinzip des Fabry-Perot-Interferometers

Das Fabry-Perot-Interferometer (FPI) ist ein Resonator aus zwei teilreflektierenden Spiegeln mit hoher Reflektivität. Das FPI kann dazu dienen, Frequenzen des aktiven Materials von Lasern zu verstärken oder ein breitbandiges Spektrum zu filtern. Dabei wird ausgenutzt, dass sich zwischen den Spiegeln eine stehende Welle bildet und somit entweder Wellenlängen, die ein Vielfaches des Abstandes der Spiegel sind, verstärkt werden, oder genau diese nicht

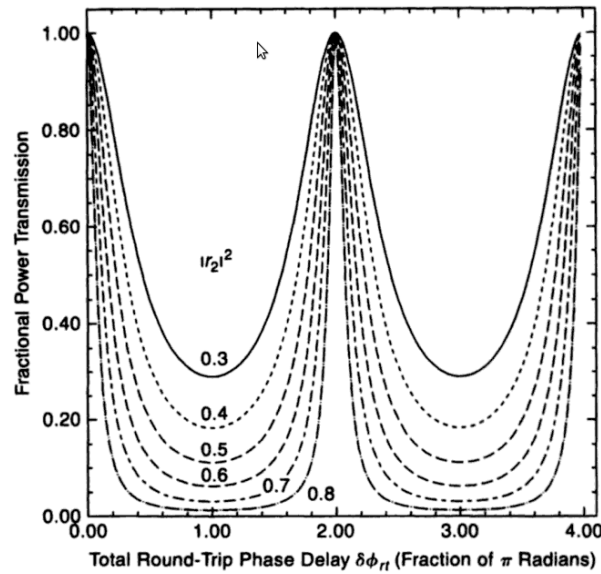


Abb. 2.2: Fabry-Perot-Moden (Goldsmith 1998) hier dargestellt als Phasenverschiebung $\delta\phi_t = \frac{2\pi\nu}{\Delta\nu_c}$ gegen die partielle Transmissionsleistung. Die verschiedenen Kurven zeigen die Transmission bei verschiedenen Reflektivitäten.

herausgefiltert werden. Der Abstand der Resonatormoden ist dann:

$$\Delta\nu_c = \frac{c_0}{2n_c l_c}, \quad (2.1)$$

mit der Lichtgeschwindigkeit c_0 , dem Brechungsindex des Resonators n_c ¹ und der Resonatorlänge l_c . Die Intensität der Resonatormoden, die auch FPI-Moden genannt werden, kann mit der Airy-Formel

$$I_{\text{FPI}} = \frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{\Delta\nu_c}\right)} \quad (2.2)$$

berechnet werden (siehe Abb. 2.2), wobei

$$F = \frac{4|r|}{(1 - |r|^2)^2} \quad (2.3)$$

die Finesse ist und r die Reflektivität.

Die reflektiven Facetten des QCL bilden einen Resonator. Als Facetten werden die Kanten des QCL bezeichnet. Somit können sich im QCL FPI-Moden bilden. Ist die Reflektivität der Facetten gering oder wird künstlich herabgesetzt, können sich auch zwischen dem QCL und einem externen Resonator FPI-Moden bilden.

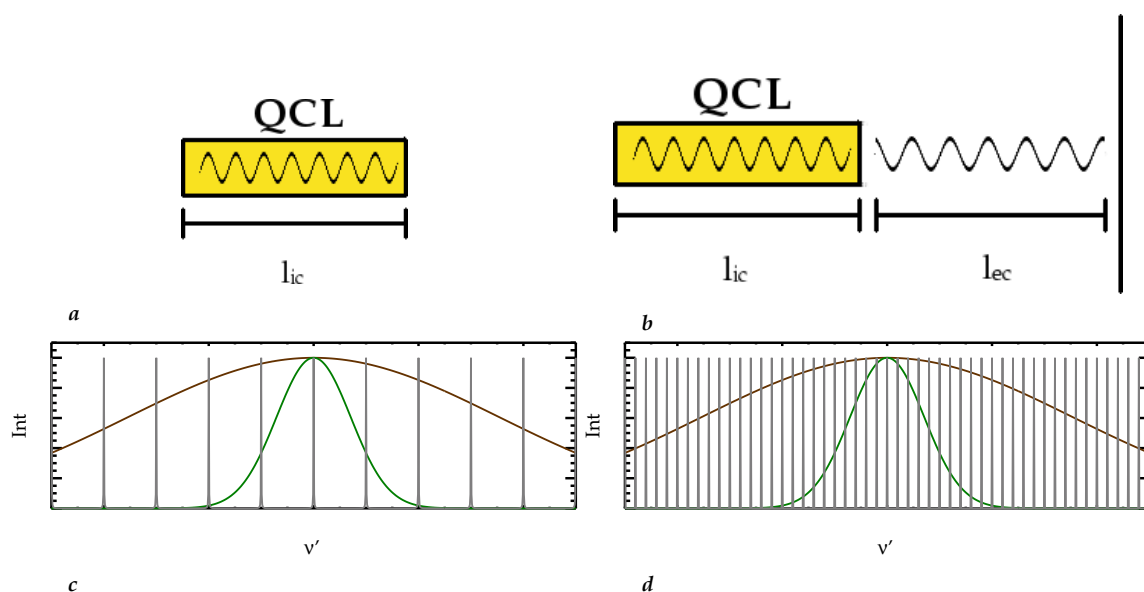


Abb. 2.3: Schema des internen und des externen Resonators und ihren spektralen Intensitätsverteilungen. In Abbildung a wird das Schema des internen Resonators gezeigt. Hier schwingen die Wellen nur zwischen den beiden Facetten des Lasers. In Abbildung c ist die spektrale Verteilung der entsprechenden Intensität skizziert. In braun ist das Frequenzband, in grün ein spektrales Verstärkungsprofil und in grau die internen Resonatormoden des QCL gegen die Frequenz aufgezeichnet. Durchstimmen des Verstärkungsprofils ist nur mit elektrischer Spannung und Temperaturänderungen möglich. Abbildung b zeigt das Schema des externen Resonators. Hier schwingen die Wellen zwischen der linken Facette des Lasers und dem beweglichen Spiegel. In Abbildung d ist die spektrale Verteilung der entsprechende Intensität mit denselben Farben wie in Abbildung c skizziert.

2.1.2 Prinzip des externen Resonators

Ein externer Resonator (ER) ist eine Möglichkeit, einen Laser, der ein breites spektrales Verstärkungsprofil besitzt, mit einem externen Spiegel durchzustimmen. Dies können mehrere Arten von Lasern sein, insbesondere der QCL. Dabei wird zwischen dem internen Resonator (siehe Abb. 2.3a) mit einer Länge des internen Resonators l_{ic} und dem externen Resonator mit einer Länge des ER l_{ec} unterschieden.

Der interne Resonator hat nach Gl. 2.1 feste Resonatormoden. Die Anzahl der angeregten Moden wird dabei vom Verstärkungsprofil des Lasers vorgegeben (siehe Abb. 2.3c). Der Laser kann über die Änderung des Verstärkungsprofils unterschiedliche Moden zum schwingen anregen. Ist das Verstärkungsprofil breiter als der Abstand der Resonatormoden, können mehrere Resonatormoden gleichzeitig (Multimoden) angeregt werden.

Um den Laser kontinuierlich durchzustimmen, wird ein zweiter externer Spiegel mit einem variablen Abstand vor dem Laser montiert (siehe Abb. 2.3b). Durch Translation des zweiten Spiegels können die Resonatormoden in dem Verstärkungsprofil des Lasers verschoben und damit die Frequenz abgestimmt werden. In dieser Anordnung hängt die Anzahl der Moden ebenfalls von dem spektralen Verstärkungsprofil des QCL ab. Da das spektrale Verstärkungsprofil konstant bleibt, die Resonatorlänge l_c aber nicht, könnte der Laser ebenfalls Multimoden

¹c wie cavity

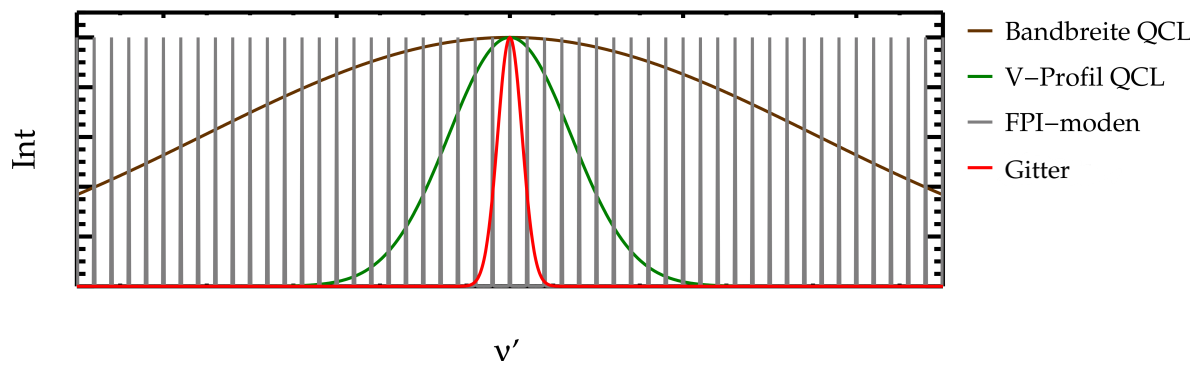


Abb. 2.4: Spektrale Verteilung der Intensität beim ER im Littrowaufbau. In dieser Abbildung ist die spektrale Verteilung der Intensität in einem ER im Littrowaufbau skizziert. In braun ist das Frequenzband, in grün ein spektrales Verstärkungsprofil und in grau die internen Resonatormoden des QCL gegen die Frequenz aufgezeichnet. Die rote Kurve zeigt die spektrale Verteilung der Intensität der negativen Beugungsordnung des Littrowaufbaus.

erzeugen (siehe Abb. 2.3d). Die neue Resonatorlänge l_c ergibt sich nach Gleichung 2.1 als

$$n_c l_c = n_{ic} l_{ic} + n_{ec} l_{ec}. \quad (2.4)$$

Die Güte des Resonators, also das Verhältnis zwischen reflektierter zur austretender Strahlung, sollte besonders hoch sein, da ansonsten die Resonatormoden sich verbreitern können. Die Güte ist nicht nur abhängig von der Form der Spiegel, sondern auch von der Genauigkeit der Montage. Je ungenauer die Montage ist, desto breiter werden die Moden.

2.1.3 Prinzip des externen Resonators im Littrowaufbau

Um Multimoden in einem QCL, der mit einem externen Resonator (ER) verstimmt wird, zu verhindern, kann es erforderlich sein, die spektralen Resonatormoden des ER zu separieren. Dies kann z.B. mit einem ER im Littrowaufbau (siehe Abb. 2.1a) durchgeführt werden, dabei separiert die spektrale Auflösung eines Beugungsgitters die Resonatormoden (siehe Abb. 2.4). Der ER im Littrowaufbau besteht aus einer Sammellinse, die genutzt wird, um die divergente Strahlung des QCL auf ein sich ebenfalls in diesem Aufbau befindendes Beugungsgitter zu kollimieren.

Das Gitter ist so gefertigt, dass die minus erste Beugungsordnung einer bestimmten Frequenz des Lasers auf die Linse reftroreflektiert wird. Die Linse fokussiert den Retroreflex in den QCL. Die spektrale Breite der Beugungsordnung separiert die Anzahl der Resonatormoden, die in dem QCL anregt werden können, da sich nur Moden, die sich innerhalb der spektrale Breite der Beugungsordnung befinden, verstärken können. Somit wird also auch das Verstärkungsprofil separiert.

Wird das Beugungsgitter um einen Punkt rotiert, ändert sich die Lage der negativen Beugungsordnungen. Da der QCL ein breites Verstärkungsprofil hat, separiert nun die negative Beugungsordnung einer höheren oder niedrigeren Frequenz, je nach Rotation, das Verstärkungsprofil des QCL. Dadurch ist es möglich, das gesamte Verstärkungsprofil des QCL kontinuierlich zu separieren. Die Lage der Resonatormoden bleibt bei einer reinen Rotation

gleich. Um die Resonatormoden auf das Maximum der Beugungsordnung zu legen, ist noch eine Translation des Gitters entlang der Strahlausbreitung erforderlich.

Um die Eigenschaften des Reflexionsgitters im Littrowaufbaus zu erklären, folgt nun eine kurze Einführung in die Beugungstheorie.

2.2 Beugung

Bei dem FG handelt es sich um ein gekrümmtes Gitter und die Entfernungen zum QCL sind nicht wesentlich größer als die Abmessungen des FG. Daher eignen sich die bekannten Methoden der Fernfeldnäherung mit der Fraunhofer Beugung nur bedingt dazu, die Beugung am FG genau zu beschreiben. Folglich wird, um die Beugung am FG mathematisch genauer zu beschreiben, das Helmholtz-Kirchhoffsche Beugungsintegral (HKI) genutzt werden.

Um die beugungsspezifischen Bezeichnungen wie Beugungsordnung, Spalt- bzw. Stufenabstand a , Spalt- bzw. Stufenbreite b und Spalt- bzw. Stufenanzahl N einzuführen, wird kurz auf die Beugung am Beugungsgitter eingegangen. Da es sich bei dem FG um ein Reflexionsgitter handelt, werden die Eigenschaften und Bezeichnungen eines Blazegitters erläutert. Die dortigen Berechnungen können mit der Fraunhofer Beugung beschrieben werden.

2.2.1 Allgemeine Beugungstheorie

Das elektrische Feld U nach der Beugung an einem Objekt lässt sich durch das Helmholtz-Kirchhoffsche Beugungsintegral (HKI) beschreiben (Siehe Anhang A.2). Für das HKI gilt:

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left(U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS, \quad (2.5)$$

mit P einem Punkt auf einer Beobachtungsebene und mit der Entfernung s zu einem beugenden Objekt. Das zu beugende elektrische Feld U kann beliebig sein. Das Integral wird über die Oberfläche des beugenden Objekts gebildet.

In vielen Fällen kann die Beugung in der Fernfeldnäherung, auch Fraunhofer-Beugung genannt, betrachtet werden. In der Fernfeldnäherung wird davon ausgegangen, dass der Abstand des Beobachtungspunkts und der Strahlquelle zum Hindernis im Verhältnis zur Hindernisgröße sehr groß ist. Dadurch kann die Ausbreitungsrichtung als konstant angenommen werden. Die Flächen der beugenden Hindernisse sind dabei immer eben. In der Fraunhofer Näherung ist das zu beugende Feld eine ebene Welle, daher ergibt sich für das HKI:

$$U(P) \propto \iint_S \exp(-i(ux + vy)) dx dy, \quad (2.6)$$

mit x und y Koordinaten des beugenden Objekts und u und v der Lage der Wellenfront der Strahlung. Die Lage der Wellenfront u bzw. v kann auch als $k_0 \sin \theta_{x/y}$ beschrieben werden, mit $\theta_{x/y}$ dem Beugungswinkel. Dies Integral ist das Fourierintegral.

Demnach kann Beugung in der Fernfeldnäherung mit der Fouriertransformation dargestellt werden. Durch die Beugung wird das elektrische Feld am beugenden Objekt in der Aperturbene fouriertransformiert. Dies kann in der Fourierebene des Beobachtungspunkts als

Intensität dargestellt werden. Sind die Fouriertransformationen einzelner, an der Beugung beteiligten Komponenten des Objekts und der einfallenden Strahlung bekannt, können über das Faltungstheorem der Fouriertransformation

$$\mathcal{F}(f * g) \sim \mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(g) \quad (2.7)$$

$$\mathcal{F}(f \cdot g) \sim \mathcal{F}(f) * \mathcal{F}(g), \quad (2.8)$$

mit \mathcal{F} der Fouriertransformation und den Funktionen f und g , die Intensitätsmuster des beugenden Hindernis und der einfallenden Strahlung in der Fourierebene bestimmt werden. Zum Beispiel kann die Beugung eines gaußförmigen Strahls an einer eindimensionalen Blende als Faltung eines reziproken gaußförmigen Strahls mit der Fouriertransformierten der Rechteckfunktion dargestellt werden. Für das transversale Profil eines gaußförmigen Strahls und ihre Fouriertransformierte gelten:

$$g(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{w^2}\right) \quad (2.9)$$

$$\mathcal{F}(g(x))(u) \propto \exp\left(-\frac{u^2 w^2}{4}\right). \quad (2.10)$$

Die Konstante w gibt dabei an, wann die Funktion auf eins durch die Eulersche Zahl abgefallen ist. Für die Rechteckfunktion gilt:

$$\text{rec}(x) = \begin{cases} 1, & , |x| \leq \frac{b}{2} \\ 0, & , |x| > \frac{b}{2} \end{cases}, \quad (2.11)$$

mit der Spalt- bzw. Stufenbreite b . Die Fouriertransformierte von der rec-Funktion ist die sinc-Funktion:

$$\mathcal{F}(\text{rec}(x))(u) = \text{sinc}\left(\frac{bu}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{bu}{2}\right)}{\left(\frac{bu}{2}\right)}. \quad (2.12)$$

Die Minima des Beugungsbild ergeben sich direkt aus der sinc-Funktion. Es ist anzumerken, dass je schmaler der Spalt relativ zur Breite des gaußförmigen Strahls wird, desto weniger ist die Gaußfunktion in der Faltung zu sehen, da dann die Gaußfunktion als ebene Welle genähert werden kann und deren Fouriertransformierte die Dirac-Funktion ist. Für die Dirac-Funktion und die Faltung mit einer Dirac-Funktion gelten:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-a) f(x) dx = f(a), \quad (2.13)$$

$$f(x) * \delta(x-a) = f(x-a). \quad (2.14)$$

Ist die Rechteckfunktion wesentlich breiter als der Gaußstrahl, dominiert bei der Faltung die Gaußfunktion.

2.2.2 Beugungsgitter

Ein eindimensionales, transmissives Beugungsgitter kann als Multiplikation und Faltung von mehreren Funktionen beschrieben werden. Das Gitter kann als Faltung eines Dirac-Kamms²,

$$III_{\Delta x} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(x - n\Delta x), \quad (2.15)$$

mit einer Rechteckfunktion mit der Spalt- bzw. Stufenbreite b beschrieben werden. Dies wäre ein unendliches Gitter. Wird dies mit einer breiten Rechteckfunktion multipliziert, entsteht ein endliches Gitter. Die Rechteckfunktion hat die Breite des Gitters.

Der Einfachheit halber wird ein Gaußstrahl angenommen, der wesentlich breiter ist als die Breite des Gitters. So kann der Strahl als ebene Welle angenommen werden. Die Fouriertransformation der Komponenten ist in diesem Fall nach dem Faltungstheorem (siehe Gl. 2.8) eine Faltung der Fouriertransformation des Dirac-Kamms, mit der Fouriertransformation einer breiten Rechteckfunktion (einer schmalen sinc-Funktion). Dies wird mit Fouriertransformation einer schmalen Rechteckfunktion (einer breiten sinc-Funktion) multipliziert. Die Fouriertransformation des Dirac-Kamms ist wieder ein Dirac-Kamm

$$\mathcal{F}(III_{\Delta x})(u) = \frac{1}{\Delta x} \sum_{m \in \mathbb{Z}} \delta\left(u - \frac{2\pi m}{\Delta x}\right), \quad (2.16)$$

mit dem reziproken Abstand $1/\Delta x$. In Tabelle 2.1 sind die Abbildungen der einzelnen Komponenten, die an der Beugung beteiligt sind, gezeigt. Es ist zu sehen, dass durch die Faltung die Breite des Gitters für die Breite der Maxima verantwortlich ist. Die Abstände des gefalteten Dirac-Kamms entsprechen denen der Beugungsordnungen und die Breite der Spalten gibt die Einhüllende der Maxima vor.

Ein einfallender gaußförmiger Strahl würde zu einer Faltung des Ganzen mit einer reziproken Gaußfunktion führen, was bedeutet, dass alle Maxima die Form eines gaußförmigen Strahls gefaltet mit der sinc-Funktion hätten. Ist der Gaußstrahl wesentlich schmäler als das Gitter, dominiert der Gaußstrahl die Form der Maxima.

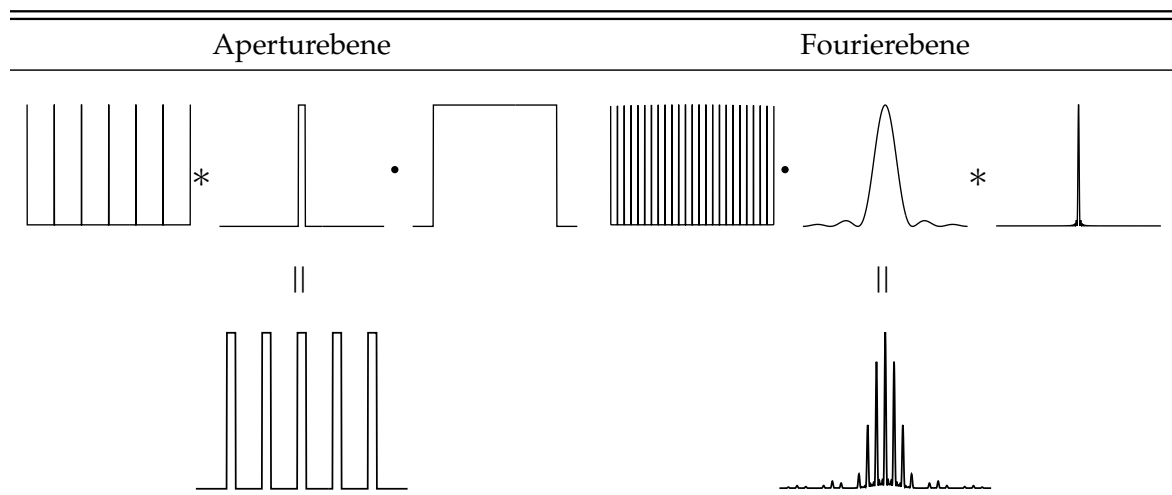
Ist der einfallende Stahl senkrecht zum Gitter und der Abstand der Gitterspalte gleich Δx , folgt direkt aus dem gefalteten Dirac-Kamm, dass die Maxima des Beugungsgitters bei

$$\sin \theta_{\max} = \frac{m\lambda}{a}, \quad m \in \mathbb{Z} \quad (2.17)$$

liegen, mit dem Spalt- bzw. Stufenabstand a , der Beugungsordnung m und dem Beugungswinkel des Maximums θ_{\max} .

Die Form der Maxima gibt das spektrale Auflösungsvermögen des Gitters wieder. Das Auflösungsvermögen ist als $\lambda/\Delta\lambda = u/\Delta u$ definiert. An der Stelle der Maxima ergeben sich bei einem Gitter mit mehr als einem Spalt zwangsläufig Nebenminima und -maxima durch die sinc-Funktionen. Nach dem Rayleigh-Kriterium können zwei Hauptmaxima gerade noch unterschieden werden, wenn sich ein Hauptmaximum am ersten Nebenminimum des

²entspricht einer Anreihung von Dirac-Funktionen mit dem Abstand Δx



Tab. 2.1: Darstellung der Beugung am Gitter durch Fouriertransformation. Die linke Spalte zeigt die beteiligten Komponenten in der Aperturbene und die rechte Spalte diese in der Fourierebene. Die untere Reihe zeigt die Ergebnisse der Faltung und der Multiplikation, was auf der rechten Seite dem Beugungsmuster eines Gitters und auf der linken der eines endlichen Gitters entspricht.

anderen befindet. Die Nullstelle der sinc-Funktion legt diesen Abstand fest. Sei B die Breite des Gitters, dann ist

$$\Delta u = \frac{2\pi}{B}. \quad (2.18)$$

Mit

$$u = k_0 \sin \theta_{\max} = \frac{2\pi m}{a} \quad (2.19)$$

folgt für das Auflösungsvermögen

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{B}{\lambda} \sin \theta_{\max} = \frac{mB}{a} = mN. \quad (2.20)$$

Wird also der Beugungswinkel θ_{\max} für eine Frequenz festgelegt, hängt das Auflösungsvermögen nur von der Breite des Gitters ab. Mit der Spalt- bzw. Stufenanzahl N gleich B/a wird deutlich, dass das Auflösungsvermögen auch mit der Erhöhung der Spaltzahl oder der Betrachtung höhere Moden vergrößern werden kann. Dabei ändert sich aber der Beugungswinkel. Aus Gleichung 2.20 folgt, dass die spektrale Breite des Beugungsgitters

$$\Delta\nu_g = \frac{c_0}{\lambda m N} \quad (2.21)$$

ist.

2.2.3 Blazegitter

Um einen Einblick in reflektive Gitter und deren Besonderheiten zu bekommen, wird hier das Blazegitter erläutert (siehe Abb. 2.5). Mit dem Blazegitter ist es möglich, die Intensität

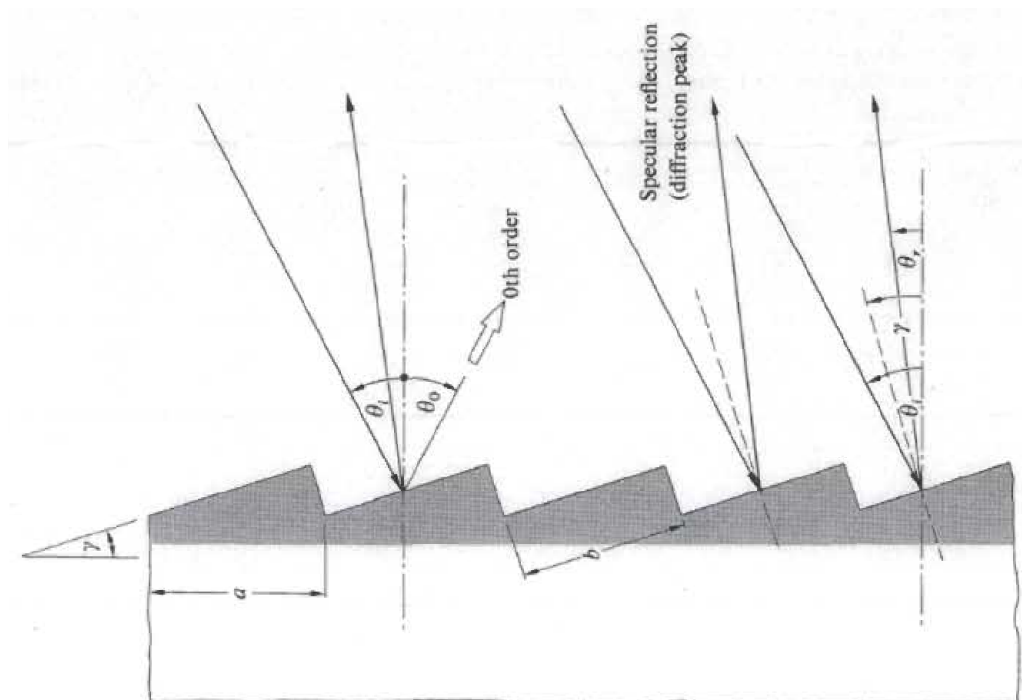


Abb. 2.5: Teil eines Blazegitters (Hecht 1989). In dieser Abbildung ist ein Teil eines Blazegitters zu sehen. Dort werden die Parameter, wie der Spalt- bzw. Stufenabstand a , der Blazewinkel γ , der Winkel zwischen dem Eingangstrahl und der Gitternormalen θ_i , der Winkel der 0. Ordnung θ_0 , welches nach dem Reflexionsgesetz von der Gitternormalen aus gesehen der gleiche ist wie Winkel zwischen Ausgangsstrahl und Gitternormalen θ_r erläutert. Zudem zeigt die Abbildung mit θ_r den Bereich an, in den die meiste Leistung gebeugt wird.

ausgewählter Beugungsordnungen zu maximieren. Ein Blazegitter besteht aus Furchen bzw. Stufen, an denen elektromagnetische Wellen reflektiert werden. Diese Furchen werden je nach Wellenlänge, Verwendung und Genauigkeitsanforderung in unterschiedliche Materialien geätzt, geritzt oder gefräst.

Bei der Berechnung der Beugungsordnungen muss zwischen der Gitternormalen (die Normale, die senkrecht auf dem Gitter steht) und der Furchennormale (die Normale, die senkrecht auf der Furche steht) unterschieden werden. Die Gitternormale gibt die Richtung der Beugungsordnungen an. Diese verteilen sich wie bei dem transmissiven Gitter (siehe Tab. 2.1). Die Furchennormale gibt die Lage der einhüllenden sinc-Funktion relativ zu den Beugungsordnungen vor. Die Einhüllende ist das Beugungsbild der Einzelstufe. Die Lage der Einhüllenden ist unabhängig von der Lage der Beugungsordnungen und wird mit einem Winkel zwischen Furchennormale und Gitternormale beschrieben, der Blazewinkel γ . Der Blazewinkel γ gibt an, welche Beugungsordnung die maximale Intensität haben soll.

Die Lage der Maxima kann mit dem Winkel zwischen dem Eingangstrahl und der Gitternormalen θ_i und

$$\sin \theta_{\max} = \frac{m\lambda}{a} + \sin \theta_i \quad (2.22)$$

berechnet werden. Blazegitter können mit bis zu über 90 % eine wesentlich höhere Beugungseffizienz als Transmissionsgitter haben, da fast die gesamte Intensität in eine Richtung und damit nur in eine Beugungsordnung gebeugt werden kann. Die Beugungseffizienz ist als Intensität einer Beugungsordnung geteilt durch die Intensität aller Beugungsordnungen definiert. Mit einem Blazegitter ist es möglich das Intensitätsprofil der Einzelspalte innerhalb der negativen Beugungsordnungen durch Rotation zu verschieben. Somit ist es möglich, Blazegitter zum Selektieren von Frequenzbändern zu nutzen. Allerdings sind Blazegitter immer auf eine Frequenz optimiert, so dass es zu Intensitätsverlust bei der Rotation kommen kann.

In dem Littrowaufbau hat der Winkel der retroreflektierten Beugungsordnung θ_{\max} (siehe Gl. 2.22) denselben absoluten Wert wie der Winkel des eingehenden Strahles θ_i , nur ist er hier negativ. Damit wird mit

$$\theta_i = -\theta_{\max} \quad (2.23)$$

$$\sin \theta_{\max} = \frac{m\lambda}{2a}. \quad (2.24)$$

Diese Gleichung beschreibt die räumliche Verteilung der Beugungsordnungen eines externen Resonators im Littrowaufbau, mit dem es möglich ist, eine negative Beugungsordnung als Retroreflex in die Quelle zu senden.

Mit dem HKI können die elektrischen Felder und deren Intensitäten sowie die Lagen der Beugungsordnungen des FG berechnet werden. Mit Gleichung 2.24 ist es möglich, die Parameter des FG abzuschätzen. In der Fraunhofer Näherung wird von einer Kugelwelle bzw. einer Zylinderwelle ausgegangen. Wie sich das HKI mit Gaußstrahlen anwenden lässt, wird in Kapitel 3 gezeigt. Um die Strahlung des QCL, die Transformation eines Gaußstrahls am Paraboloiden sowie die Intensität und Kopplung von elektromagnetischer Strahlung zu erörtern, folgt nun ein kurze Einführung in die Gaußsche Optik.

2.3 Gaußsche Optik

Um die Ausbreitung der Strahlung des QCL betrachten zu können, wird im Folgenden das elektrische Feld in der Näherung der Gaußschen Optik kurz dargestellt. Um den Strahlengang der nullten Beugungsordnung zu berechnen, wird die Transformation eines Gaußstrahls an einem Paraboloiden erläutert. Die enthaltenen Formeln und Berechnungen in diesem Abschnitt sind, wenn nicht anders erwähnt, Goldsmith (1998) entnommen.

2.3.1 Das elektrische Feld der Gaußstrahlen

Das elektrische Feld der Gaußschen Optik ist eine Lösung der Helmholtzgleichung

$$(\nabla^2 + k^2) \Psi = 0, \quad (2.25)$$

wobei Ψ für das elektrische Feld E oder das magnetische Feld H stehen kann. Mit einem paraxialen und achsensymmetrischen Ansatz für das elektrische Feld folgen als Ergebnis die

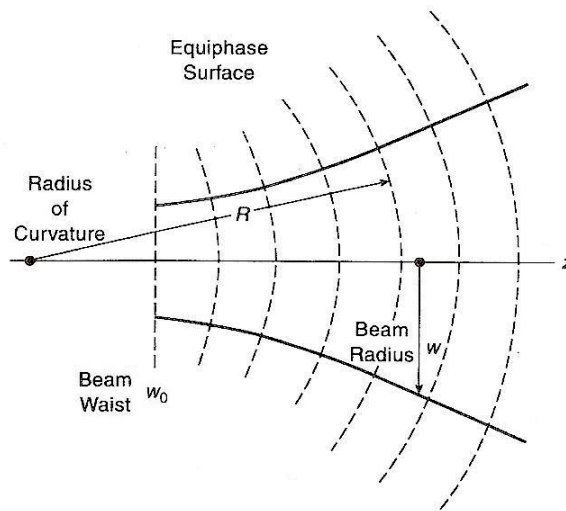


Abb. 2.6: Der Krümmungsradius R und der Strahlradius w eines Gaußstrahls (Goldsmith 1998).

Gauß-Laguerre-Moden, welche die Abhängigkeit des Azimuthwinkels ϕ und des radialen Abstandes r berücksichtigen. Für das normierte elektrische Feld gilt dann:

$$E_{pm}(r, \phi, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+m)!w^2}} \left(\frac{\sqrt{2r}}{w}\right)^m L_{pm}\left(\frac{2r^2}{w^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} - ikz - \frac{i\pi r^2}{\lambda R} + i(2p+m+1)\Phi_0 + im\phi\right), \quad (2.26)$$

mit dem Laguerre-Polynom

$$L_{pm}(u) = \sum_{l=0}^{l=p} \frac{(p+m)!(-u)^l}{(m+l)!(p-l)!}. \quad (2.27)$$

Dabei beschreibt p den radialen und m den azimuthalen Index. Für p und m gleich null ergibt sich die Grundmode

$$E(r, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi w^2}} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} - ikz - \frac{i\pi r^2}{\lambda R} + i\Phi_0\right), \quad (2.28)$$

auch TEM_{00} oder Gaußstrahl genannt. Im Idealfall sollte die Emission eines Lasers die der Grundmode sein, da hier die Leistung am kompaktesten verteilt ist und die Transformation eines Gaußstrahl wieder einen Gaußstrahl erzeugt. In der Praxis ist es aber oft so, dass ein Laser eine Superposition von mehreren Moden erzeugt. Diese werden Aufgrund der Form, dem Aufbau und der Fertigungstoleranz erzeugt und beeinflussen das Strahlprofil eines Horns. Im weiteren wird aber davon ausgegangen, dass der QCL nur die Grundmode erzeugt.

Für alle Gauß-Laguerre-Moden gelten:

$$\text{Rayleighlänge :} \quad z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (2.29)$$

$$\text{Strahlradius :} \quad w = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \quad (2.30)$$

$$\text{Krümmungsradius :} \quad R = z + \frac{z_0^2}{z} \quad (2.31)$$

$$\text{Gouy-Phase :} \quad \Phi_0 = \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right). \quad (2.32)$$

Der Krümmungsradius R und der Strahlradius w wird in Abb. 2.6 gezeigt. Je kleiner die Rayleighlänge z_0 gegenüber z ist, desto eher gilt die Fernfeldnäherung. In der Fernfeldnäherung geht R in den Krümmungsradius der Kugelwellen über. In der Fernfeldnäherung kann ebenfalls ein Divergenzwinkel des Gauß-Strahls ϑ_0 angegeben werden, der falls $z \gg z_0$ ist, gleich

$$\vartheta_0 = \lim_{z \gg z_0} \left[\arctan\left(\frac{w}{z}\right) \right] = \arctan\left(\frac{\lambda}{\pi w_0}\right) \quad (2.33)$$

ist.

Für manche Beschreibungen des elektrischen Felds reicht es aus, die Grundmode nur in einer Dimensionen zu betrachten. Für das normierte elektrische Feld ergibt sich dann:

$$E(z, x) = \sqrt[4]{\frac{2}{\pi w^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{w^2} - ikz - \frac{i\pi x^2}{\lambda R} + \frac{i\Phi_0}{2}\right). \quad (2.34)$$

Hier wird die die elektromagnetische Welle als Zylinderwelle angenommen. Es wird sich zeigen, dass es für die spektrale Verteilung der Intensitäten des FG ausreicht, die Intensitäten der Beugung mit dem elektrischen Feld der Grundmode in einer Dimensionen zu berechnen. Für die räumliche Verteilung der Intensitäten des FG wird allerdings das elektrische Feld der zweidimensionalen Grundmode benötigt.

2.3.2 Spiegel als fokussierende Elemente

Für die Transformation Gaußscher Strahlung an reflektiven Kegelschnitten gelten dieselbe Phasentransformationseigenschaften wie in der geometrischen Optik bei Linsen (siehe Abb. 2.7). Für die Krümmungsradien der Phasenfronten und die Strahlradien an der Linse gelten:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{R_{\text{in}}} + \frac{1}{R_{\text{out}}} \quad (2.35)$$

$$w_{\text{in}} = w_{\text{out}}. \quad (2.36)$$

Der FG hat als Grundfläche einen Parabolspiegel, dies ist ein reflektiver Kegelschnitt.

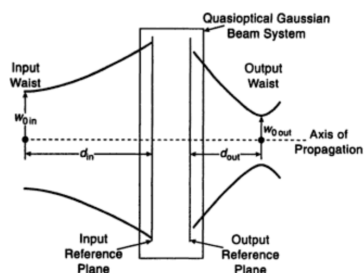


Abb. 2.7: Schema Gaußstrahlstrahlungstransformation (Goldsmith 1998)

Wenn ein Parabolspiegel aus seinem Brennpunkt mit einem divergenten Strahl beleuchtet wird, wird der Strahl kollimiert. Das bedeutet, dass der Krümmungsradius des Strahls nach der Kollimation unendlich ist. Daraus folgt, dass die Brennweite der Parabel gleich

$$f_p = R(z). \quad (2.37)$$

ist. Dies heißt, die Ausgangswaist $w_{0\text{ out}}$ liegt direkt auf dem Paraboloiden und kann mit

$$w_{0\text{ out}} = w_{0\text{ in}} \sqrt{1 + \left(\frac{d_{\text{in}}}{z_0}\right)^2} \quad (2.38)$$

berechnet werden. Dabei muss d_{in} und die Waist w_0 der Quelle bekannt sein.

Mit diesen Gleichungen für die Ausgangsgrößen des Parabolspiegels kann in dieser Arbeit der Strahlengang der nullten Beugungsordnung berechnet werden. Allerdings ist der Parabolspiegel in der Gaußschen Optik nicht uneingeschränkt nutzbar. Die Einschränkungen für die Nutzung eines Parabolspiegels in der Gaußschen Optik sind im Anhang in Abschnitt A.3 aufgeführt. Eine Ellipse als Grundfläche des FG wäre ebenfalls möglich, allerdings kollimiert diese nicht zu einer Seite, sondern fokussiert die Strahlung auf zwei Punkte. Die Kollimation hat den Vorteil, dass die zu entkoppelnde Beugungsordnung einen nahezu ebene Phase hat. Es folgen noch einige Formeln der Parabel, die im Laufe dieser Arbeit für die Berechnungen der Gitterstufen von Interesse sind.

Formeln der Parabel

Eine Parabel, bei der ihr Brennpunkt im Koordinatenursprung liegt, hat den Vorteil, dass diese nur mit ihrem Öffnungsfaktor a_p beschrieben werden kann. Für die Parabel gilt dann:

$$f(z) = a_p z^2 - \frac{1}{4a_p}. \quad (2.39)$$

In Polarkoordinaten kann diese Parabel als

$$z = r_p \cos \varphi \quad (2.40)$$

$$x = r_p \sin \varphi \quad (2.41)$$

mit

$$r_p = \frac{1 + \sin \varphi}{2a_p \cos^2 \varphi} \quad (2.42)$$

und dem Polarwinkel φ beschrieben werden.

Liegt die Quelle im Brennpunkt der Parabel ist die Steigung des Ausgangsstrahls

$$m_s = \tan \varphi. \quad (2.43)$$

Die Steigung des Normalvektors der Parabel ist

$$m_n = -\frac{1}{2a_p z} \quad (2.44)$$

und in Polarkoordinaten

$$m_n = -\frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi}. \quad (2.45)$$

Der Winkel zwischen Ausgangsstrahl und Gitternormalen θ_i und der Polarwinkel φ sind bei einer Parabel über

$$\varphi_i = 2\theta_i - \frac{\pi}{2} \quad (2.46)$$

verknüpft. Damit gilt mit Gleichung 2.42, dass

$$r_p = \frac{1 + \tan^2 \theta_i}{4a_p} \quad (2.47)$$

ist.

2.3.3 Intensität und Leistung

Die Intensität und abgestrahlte Leistung des Gaußstrahls wird in dieser Arbeit dazu benötigt, die Intensität der Beugungsordnungen des FG und deren Wirkungsgrad zu berechnen. Auf diese Weise können die Parameter des FG optimiert werden. Die Intensität I und die abgestrahlte Leistung P einer elektromagnetischen Welle und somit auch eines Gaußstrahls sind definiert als:

$$I = E \cdot E^* \quad (2.48)$$

und

$$P = \int I dA. \quad (2.49)$$

Für einen Gaußstrahl gelten dann:

$$I(r, z) = \frac{2}{\pi w^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \quad (2.50)$$

und

$$P(r, z) = \int_0^r I(r', z) 2\pi r' dr' = 1 - \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right). \quad (2.51)$$

Allgemein können mit den Formeln 2.48 und 2.49 die Intensität und die abgestrahlte Leistung jeder elektromagnetischen Welle berechnet werden.

Es ist üblich den 2,5 bis 3-fachen Wert von dem Strahlradius w für optische Elemente im THz-Bereich zu nutzen. Dadurch kann die Leistung des Gaußstrahls mit wenig Verlust transformiert werden. Mit einem 3-fachen Wert von w liegt nach Gleichung 2.51 die prozentuale Leistung auf einem Element dann bei

$$P(3 \cdot w, z) \approx 0,9999. \quad (2.52)$$

2.3.4 Kopplung

Der FG soll das elektrische Feld der negativen Beugungsordnung in den QCL retroreflektieren. Dabei muss genügend Strahlungsleistung in den QCL gekoppelt werden, damit die externen Resonatormoden im QCL angeregt werden können. Die Höhe der Leistung, die benötigt wird, hängt dabei von der Bauweise des QCL ab. Bei zu wenig eingekoppelter Leistung wird keine externe Resonatormode zum Schwingen angeregt.

Um den Anteil der Leistung zu berechnen, der von der Beugungsordnung wieder in dem QCL aufgenommen wird, eignet sich der Kopplungskoeffizient κ . Dieser gibt an, wie gut zwei Gaußstrahlen miteinander gekoppelt werden können. Ist dieser gleich eins, haben beide Gaußstrahlen dieselben Parameter und liegen übereinander. Weichen die Parameter der Gaußstrahlen voneinander ab oder liegen sie nicht exakt übereinander, verringert sich κ . Der Kopplungskoeffizient κ berechnet sich aus dem Feldkopplungskoeffizienten c_{ab}^2 , auch Überlagerungsintegral genannt. Für den Feldkopplungskoeffizienten c_{ab}^2 gilt mit den zwei zu koppelnden elektrischen Feldern der Gaußstrahlen, E_a und E_b :

$$c_{ab}^2 = \int \int E_a^* E_b dS. \quad (2.53)$$

Damit kann dann der Kopplungskoeffizient

$$\kappa = |c_{ab}^2|^2 \quad (2.54)$$

bestimmt werden.

Bei den Berechnungen in dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass der QCL nur die Grundmode erzeugt und für eine Frequenz optimiert ist. Da κ an der Position der Waist w_0 des QCL berechnet wird, gilt dort nach Gleichung 2.28 für das elektrische Feld des QCL:

$$E(r, 0) = \sqrt{\frac{2}{\pi w_{0horn}^2}} \exp\left(-\frac{r^2}{w_{0horn}^2}\right). \quad (2.55)$$

Bei der optimierten Frequenz des FG ν_0 des FG, sollte das elektrische Feld der Beugungsordnung am QCL ungefähr dem elektrischen Feld des QCL entsprechen. Daher wird κ für ν_0 ungefähr eins sein. Wird der FG bewegt, um die Frequenz zu ändern, ändert sich das elektrische Feld der Beugungsordnung und κ verschlechtert sich. Die Änderung von κ hängt eng mit der Wahl der Parameter des FG zusammen.

In diesem Abschnitt wurde die Ausbreitung, die Transformation, die Intensität sowie das Kopplungsverhalten von Gaußstrahlen vorgestellt, um die Ausbreitung von Laserstrahlen, die Parabolspiegeleigenschaften des FG, die Intensität der Beugungsordnungen und die Kopplung des Retroreflexes in den QCL zu erklären. Nun folgt noch ein kurzer Einblick in den Aufbau und die Funktionsweise von QCL.

2.4 Quantenkaskadenlaser (QCL)

Mit dem FG im Littrowaufbau sollen QCL abstimmt werden. Daher werden in diesem Abschnitt der Aufbau und das Prinzip der QCL sowie die Verwendung als Lokalszillator und Beispielmessungen an einem 1,5 THz QCL erläutert.

2.4.1 Aufbau und Prinzip des Quantenkaskadenlasers

Der Quantenkaskadenlaser (QCL) ist ein Halbleiterlaser, der seine Emission durch Intersubbandübergänge erzeugt. Das heißt, dass die Emission nur durch Übergänge der Elektronen im Leitungsband geschieht (Kazarinov und Suris 1971; Faist et al. 1994). Die Frequenzen, die mit solchen Lasern erreicht werden können, liegen zwischen einem und dreihundert THz (Wang et al. 2014). Die Ausgangsleistung der QCL kann bei einigen Milliwatt liegen. Die QCL können über die Änderung der angelegten Spannung über einen breiten Frequenzbereich, das Frequenzband des QCL, verstimmt werden. Zusätzlich sind sie als Teil einer Baugruppe mit wenigen cm^2 sehr klein, können mit weniger als 10 Volt versorgt werden und es fließt ein Strom von unter einem Ampere.

Da im astronomischen Bereich leistungsstarke und abstimmbare LO benötigt werden, macht dies sie gerade dort sehr begehrt. Andere THz-Quellen erzeugen meist weniger Leistung z.B. ein Gunn-Oszillator in einer Vervielfacherkette, oder sind nicht abstimmbare genug z.B. ein optisch gepumpter Ferninfrarot-Laser. Wieder andere sind sehr groß oder müssen mit Hochspannung betrieben werden.

Die ersten QCL (Faist et al. 1994) emittierten im Infrarotbereich bei circa 71 THz, waren nur gepulst betreibbar und konnten nur über wenige Gigahertz (GHz) abgestimmt werden. Der QCL emittierte dabei nur bei sehr tiefen Temperaturen. Die maximale Temperatur, bei welcher der QCL noch emittierte, lag bei 88 K. Je tiefer allerdings die Temperatur gehalten wurde, desto größer war die Ausgangsleistung. Bei 10 K lag sie bei ungefähr 8 mW. Heutige QCL im hohen THz-Bereich (Hinkov et al. 2013, bei 66 THz) können schon bei nahezu Zimmertemperatur betrieben werden, haben dabei eine Ausgangsleistung in der Größenordnung von einem Watt, sind kontinuierlich abstimmbare und haben einen gaußförmigen Strahl.

Ziel allerdings ist es, einen QCL im niedrigen THz-Bereich als LO zu betreiben. Dort erfüllen QCL noch nicht alle Bedingungen die von einem LO gefordert werden. Die Probleme der QCL im niedrigen THz-Bereich sind:

- Die QCL sind nicht kontinuierlich abstimmbare.
- Die QCL haben ein Strahlprofil, das stark von dem geforderten Profil der Gaußgrundmode abweicht.

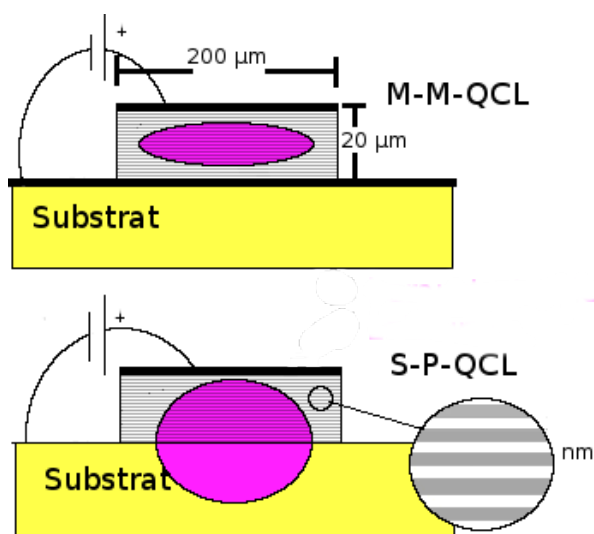


Abb. 2.8: Unterschied der Emission zwischen Metal-Metal (M-M)-QCL und Single-Plasmon (S-P)-QCL. In dieser Abbildung ist das unterschiedliche Emissionsverhalten der verschiedenen Bauweisen der QCL und die Schichten der QCL skizziert. Das lilafarbene Gebiet zeigt dabei die unterschiedliche Emission. Der M-M-QCL unterscheidet sich durch eine weitere Metallschicht zwischen Substrat und QCL zum S-P-QCL.

- Die Frequenz des QCL ist durch äußere Einflüsse (schwankende Spannung und Temperatur und Vibrationen) nicht ausreichend stabil.
- Die QCL müssen bei Tieftemperaturen (kleiner als 80 K) betrieben werden, was je nach Einsatzort (z.B. Flugzeug oder Berg in der Wüste, siehe Kapitel 1) zu erhöhten Schwierigkeiten führen kann.

Zum Verständnis der Vorgänge folgt nun ein kurzer Einblick in den Aufbau und in die Funktionsweise der QCL, bei dem auch die oben genannten Probleme angesprochen werden.

Aufbau des Quantenkaskadenlasers

Die Theorie der QCL wurde von Kazarinov und Suris (1971) entwickelt. Die erste Fertigung eines QCL gelang Faist et al. (1994). Die QCL bestehen aus mehreren Nanometer dicken Schichten von unterschiedlich dotiertem Halbleitermaterial z.B. Gallium-Arsenid (GaAs). Diese werden mit der Molekularstrahlepitaxie auf ein Substrat mit einem Brechungsindex ähnlich dem Brechungsindex des QCL n_{qcl} , z.B. Indiumphosphid (InP) oder auch anders dotiertes GaAs aufgetragen.

Um gleichwertige QCL zu erzeugen, werden meist mehrere QCL auf das Substrat aufgetragen. Zuletzt wird über eine Maske eine Goldschicht als Leiterschicht aufgelegt. Die Maske sorgt dafür, dass nur die Stellen mit Gold beschichtet werden, die zu den QCL gehören. Wird die Maske entfernt, kann das frei liegende GaAs weggeätzt werden und nur die QCL bleiben auf dem Substrat bestehen.

Das Substrat mit den QCL wird dann in die gewünschte Form gebrochen, das sogenannte „cleaving“, dadurch entstehen absolut gerade Facetten. Diese Art der QCL wird auch Single-

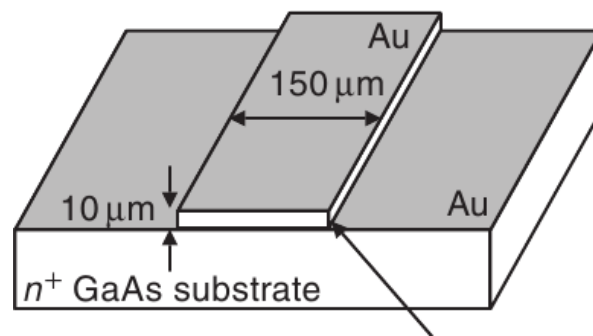


Abb. 2.9: Schema eines Metal-Metal (M-M)-QCL (Williams et al. 2004)

Plasmon (S-P)-QCL genannt. Diese können nur bis zu einer minimalen Frequenz von circa 3 THz genutzt werden. Bei kleineren Frequenzen werden die sogenannten Metal-Metal (M-M)-QCL benötigt. Diese haben zwischen dem Substrat und dem QCL-Material noch eine weitere Metallschicht (siehe Abb. 2.8).

Die QCL haben in der Regel die Form eines Quaders mit einer Länge von 0,5 mm bis 1,5 mm, einer Breite von 100 μm bis 200 μm und einer Höhe von 10 μm bis 30 μm (siehe Abb. 2.9). Die meiste Strahlung tritt dabei an den schmalen Frontfacetten aus. Es können aber auch andere Formen erzeugt werden, wie Halbzylinder (Walther et al. 2010) oder Ringe (Mujagić et al. 2009).

Die Frequenz der QCL bleibt durch Schwankungen der angelegten Spannung, der Temperatur des Kryostaten und Vibrationen des Kryostaten nicht stabil (siehe Abb. 2.11). Um die Frequenz zu stabilisieren, kann eine Phasenregelschleife genutzt werden. Die Phasenregelschleife misst dabei ständig die Phase der zu stabilisierenden Frequenz, vergleicht diese mit einer Referenzphase und regelt diese mit der Spannung nach (Rabanus et al. 2009, bei 1,5 THz). Dies ist eine sehr schnelle Regulierung und kann daher nur mit der Änderung der Spannung vollzogen werden.

Die Frequenz kann aber auch mit einer Spektrallinie verglichen werden. Die angelegte Spannung oder die Änderung der Temperatur durch einen Heizwiderstand legt dann die Frequenz immer auf das Maximum dieser Linie. Es kann allerdings auch die erste Ableitung der Spektrallinie dafür genutzt werden, da hier das Maximum einem Nulldurchgang entspricht. Auf einem Nulldurchgang kann leichter reguliert werden. Die Ableitung einer Spektrallinie wird digital ausgeführt. Erfolgreiche Messungen wurden dabei schon von Baryshev et al. (2006, bei 2,7 THz) und Bielsa et al. (2007, bei 32 THz) gemacht. Dies ist eine langsamere Regulierung und kann daher auch mit der Temperatur vollzogen werden.

Das Strahlprofil des QCL ist stark abhängig von der Wellenlänge des QCL. Im niedrigen THz-Bereich ist die Wellenlänge wesentlich größer als die Facette des QCL. Dadurch kommt es zu starken Beugungseffekten in dem Strahlprofil. Zudem ist die Strahlrichtung nicht wohl definiert. Das heißt der QCL kann auch von der Seite aus emittieren. Dies führt zu Überlagerungen im Strahlprofil. Um das Strahlprofil zu verbessern, wurden Versuche gestartet, Hörner an QCL zu montieren (Amanti et al. 2007; Maineult et al. 2008, siehe Abb 2.10). Ebenfalls

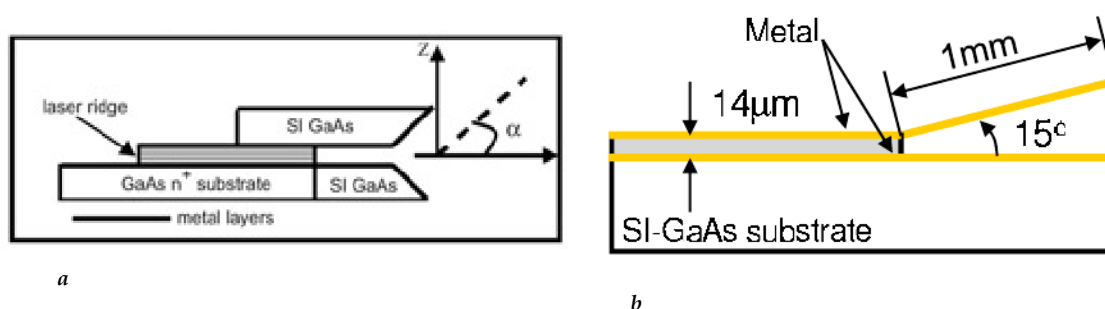


Abb. 2.10: Beispiele für Hörner am QCL. In Abbildung a ist ein Silizium-GaAs Horn nachträglich an einem 1,8 THz QCL befestigt worden (Amanti et al. 2007). In Abbildung b wurde die Leitungsschicht eines 2,8 THz QCL zu einem Horn verbogen (Maineult et al. 2008).

wurden vielversprechende Modelle für Hörner entwickelt (Adam et al. 2006, für 1,9 THz) und (Orlova et al. 2006, für sehr lange Laser).

Die QCL können durch ihre innere Potentialverteilung ein relativ breites spektrales Verstärkungsprofil erzeugen. Innerhalb dieses Verstärkungsprofil bilden sich Resonatormoden. Die Facetten des QCL bilden diesen Resonator. Durch den Abstand der Facetten ergeben sich die FPI-Moden, die in dem aktiven Material des QCL verstärkt werden können. Ist dieser Abstand der FPI-Moden wesentlich kleiner als das spektrale Verstärkungsprofil, kann der QCL auf mehreren Frequenzen gleichzeitig emittieren.

Für das erfolgreiche Anschwingen der Resonatormoden muss die Verlustleistung kleiner sein als die Verstärkungsleistung, damit das aktive Medium die sogenannte Laserschwelle überschreiten kann. Das bedeutet für den FG im Littrowaufbau, dass dieser genügend Leistung in der QCL koppeln muss, damit der Laser anschwingt.

Die Reflektivität der Facetten hängt nicht nur von dem Brechungsindex des verwendeten Materials, ab sondern auch von ihrer Form. Dadurch, dass die Facetten des QCL wesentlich kleiner als die Wellenlänge sind, wird die Reflektivität der Facetten durch die daraus resultierende wesentlich höhere Impedanz noch weiter herabgesetzt. Dieser Effekt wird bei M-M-QCL durch die zusätzliche Metallschicht noch verstärkt (siehe Abb. 2.8).

Ein Plättchen mit einer Dicke von $\lambda/4$ könnte als Antireflektionsbeschichtung (ARB) eingesetzt werden. Eine ARB kann die Reflektivität der Facetten verkleinern, indem sie eine destruktive Interferenz erzeugt und so die Facette des QCL transmissiver macht. Die ARB hat einen Brechungsindex von $n_{\text{ARB}} = \sqrt{n_1 \cdot n_2}$. Ist, wie in dieser Arbeit $n_1 = 1$ (der Brechungsindex von Luft) und $n_2 = 3,5$ (der Brechungsindex von GaAs) ergibt sich für $n_{\text{ARB}} \approx 1,9$.

Eine ARB bei dieser Wellenlänge ist allerdings sehr schwer zu bewerkstelligen. Weder kann sie wie bei sehr kleinen Wellenlängen aufgedampft werden, da dann circa 30 μm ARB vor einer 10 μm hohen Öffnung planparallel aufgetragen werden müssen. Noch kann sie ohne Weiteres montiert werden, da hier ein Toleranzbereich von kleiner als ein μm eingehalten werden müsste.

Obwohl es einige vielversprechende Ansätze mit geätzten Strukturen auf dem QCL gibt (Brückner et al. 2007), konnte gerade das Problem der hohen Reflektivität der Facetten bisher noch nicht vollends gelöst werden. Die Arbeiten, die direkt am QCL durchzuführen waren,

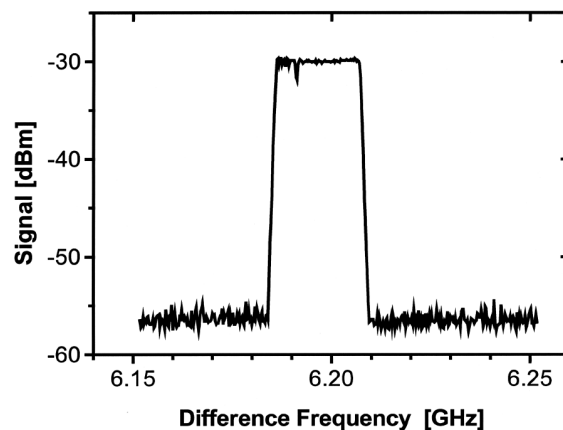


Abb. 2.11: Rauschen eines nicht stabilisierten QCL bei 4,7 THz (Barkan et al. 2004). Diese Abbildung zeigt das Rauschen eines nicht stabilisierten QCL, welches durch Schwankungen des angelegten Potentials, der Temperatur des Kryostaten und Bewegungen des Kryostaten entsteht. Diese Messungen wurden im Heterodynverfahren gemessen, daher ist die Schwankung gegen die Differenzfrequenz aufgetragen. Die Abbildung zeigt mehrere Frequenzen, die in einem Abstand von 30 Sekunden gemessen wurden. Um das Rauschen deutlich zu machen, wurden diese übereinandergelegt.

waren nicht Bestandteil dieser Arbeit, stellen aber eine interessante Forschungsperspektive für die Zukunft dar. Ein Hauptaugenmerk in dieser Arbeit wurde auf die Entwicklung der externen Optiken gelegt.

Sind einige der aufgelisteten Probleme aus Abschnitt 2.4.1 gelöst, eignen sich QCL als Lokaloszillator (LO).

2.4.2 Quantenkaskadenlaser als Lokaloszillator

Durch ihre hohe Ausgangsleistung und ihre Kompaktheit eignen sich QCL hervorragend als Lokaloszillator (LO). Zwar reicht die Leistung von heutigen Vervielfacherketten aus, um einen oder einige wenige Mischer gleichzeitig zu versorgen (einige μW), wie bei dem German Receiver for Astronomy at Terahertz Frequencies (GREAT) in dem Flugzeugteleskop Stratospheric Observatory For Infrared Astronomy (SOFIA), aber keineswegs, wie es die heutige Forschung fordert, um dutzende oder gar hunderte Mischer gleichzeitig zu betreiben (mW). QCL aber, erzeugen genügend Leistung um mehrere LO gleichzeitig zu versorgen.

Für einige Anwendungen des Heterodynverfahrens gibt es schon funktionierende Messaufbauten. Gerade bei hohen THz-Frequenzen im mittleren Infrarot ist der QCL als LO schon ein erprobtes Mittel. Zum Beispiel haben Stupar et al. (2008) mit einem externen Resonator im Littrowaufbau einen QCL bei 34 THz genutzt um SO_2 im Labor zu messen. Aber auch im niedrigen THz-Bereich wurden schon QCL als LO genutzt, so haben Rabanus et al. (2009) bei 1,5 THz erfolgreich die QCL-Strahlung mit einem „Hot Electron Bolometer“ gemischt und Ren et al. (2010) bei 2,9 THz Methanolinien im Labor vermessen. In beiden Fällen wurde aber nur eine Frequenz des QCL genutzt.

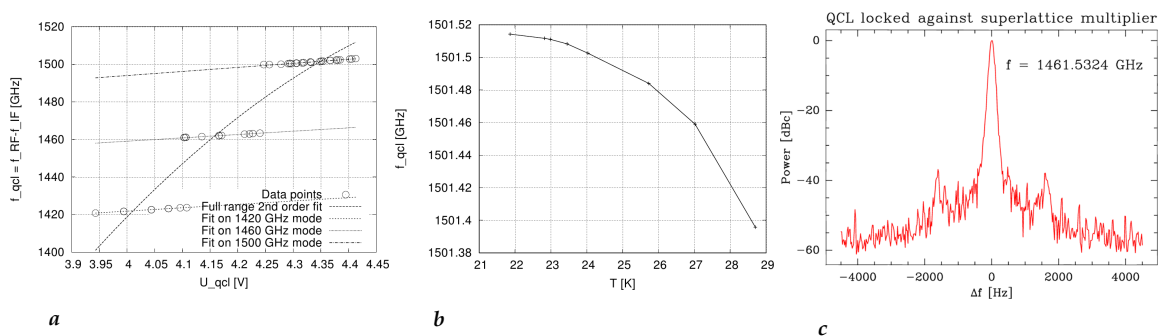


Abb. 2.12: Moden, Temperaturabstimmung und Phasenregelung des 1,5 THz QCL. In Abbildung a sind die gemessenen Frequenzen gegen die Spannung am QCL aufgetragen (Rabanus et al. 2009). In Abbildung b ist die Frequenz des QCLs gegen die Temperatur aufgetragen (Rabanus et al. 2009). In Abbildung c ist die Phasenregelung des 1,5 THz QCL gezeigt (U. U. Graf, Heyminck et al. 2007). Die Frequenz konnte hierbei auf 50 Hz genau eingestellt werden.

2.4.3 Abstimmungsverhalten von QCL

Rabanus et al. (2009) führten an einem 1,5 THz M-M-QCL einige Messungen zur Abstimmung von QCL durch. Es wurde die Frequenz des QCL in Abhängigkeit der Spannung am QCL gemessen (siehe Abb. 2.12a). Dabei kam es zu Modensprüngen, die bei QCL im niedrigen THz- Bereich zu erwarten sind, da dort die Facetten des QCL eine hohe Reflektivität haben, wodurch die FPI-Moden scharf voneinander getrennt sind (siehe Abb. 2.2). Auch wurde hier gezeigt, dass der QCL insgesamt über ein großes Frequenzband (180 GHz) verfügt und innerhalb einer Mode über einen kleinen Bereich (1 GHz) kontinuierlich abstimmbare ist. Zudem wurde die Änderung der Frequenz des QCL bei Veränderung der Temperatur (siehe Abb. 2.12b) gemessen. Dabei regelte ein Heizwiderstand, der in der Nähe des QCL angebracht ist, die Temperatur des QCL.

Der Gradient betrug 0,01 K/GHz. Dieser ist sehr klein und eignete sich somit nicht zur Abstimmung des QCL. Schlussendlich wurde die Phasenregelung vermessen (siehe Abb. 2.12c), indem eine Phasenregelschleife an den Stromkreislauf angeschlossen wurde. Die Phasenregelschleife misst dabei ständig die Phase der Frequenz und regelt die Spannung entsprechend nach, so dass die Frequenz stabilisiert wird. Die Frequenz würde sich ansonsten durch äußere Einflüsse um einige Megahertz ändern. In diesem Fall wurde die Frequenz auf kleiner als 50 Hz stabilisiert. Ähnliche Messungen an dem 1,5 THz M-M-QCL wurden ebenfalls in dieser Arbeit gemacht. Die entsprechenden Ergebnisse werden in Kapitel 4 vorgestellt.

In diesem Kapitel wurden die Voraussetzungen für das Konzept des FG gezeigt: die FPI-Moden, die externen Resonatoren im Littrowaufbau, die Berechnung von Beugungsintensitäten, die Handhabung von Gaußstrahlen sowie der QCL. Dabei kristallisierten sich die Schwierigkeiten heraus, die die Nutzung eines QCL als LO mit sich bringt.

Im folgenden Kapitel wird das FG-Konzept vorgestellt. Da bei bisherigen Littrowaufbauten gerade die Verstärkung von Multimoden ein Problem ist, scheint dies ein vielversprechendes Konzept zur Verhinderung dieser zu sein.

Kapitel 3

Konzept des fokussierenden Gitterspiegels

In diesem Kapitel wird das Konzept des fokussierenden Gitterspiegels (FG) vorgestellt, bei dem ein Beugungsgitter mit einem Parabolspiegel kombiniert wird. Der FG soll als externer Resonator (ER) im Littrowaufbau genutzt werden und damit Quantenkaskadenlaser (QCL) im THz-Bereich abstimmen. Das Beugungsgitter liegt direkt auf dem Parabolspiegel, daher maximiert der FG den Abstand der spektralen Resonatormoden im Vergleich zur spektralen Breite der Beugungsordnung und verhindert somit Multimoden (siehe Abschn. 2.1.3). Durch diese Kombination wird automatisch die Anzahl der zu nutzenden Bauteile reduziert. Mit dem FG in einem Littrowaufbau wird die nullte Beugungsordnung kollimiert und die minus erste in den Brennpunkt des Parabolspiegels fokussiert (siehe Abb. 2.1b). Es zeigt sich, dass der FG in Nulllage sich mit nur zwei Parametern beschreiben lässt.

In Anbetracht der Ergebnisse, den QCL als Lokaloszillator (LO) zu nutzen (siehe Abschn. 2.4.1), wäre es schon ein Erfolg, mit dem FG im Littrowaufbau überhaupt eine stabile Frequenz in der Nulllage des FG im QCL anzuregen. Auch eine leichte Abstimmung könnte schon als Erfolg verbucht werden. Daher wird in diesem Kapitel explizit darauf eingegangen, wie sich die Beugungsordnungen in der Nulllage des FG verhalten.

Über die Verteilung der spektralen Intensität der negativen Beugungsordnungen wird die benötigte spektrale Breite der Beugungsordnungen ermittelt. Mit der räumlichen Verteilung der Intensität der Beugungsordnungen kann auf das Kopplungsverhalten des FG mit dem QCL geschlossen werden. Um die Intensitäten der Beugungsordnungen zu ermitteln, wurde ein Verfahren entwickelt, womit es möglich ist, die Beugung von Gaußstrahlen mithilfe des Helmholtz-Kirchhoffschen Beugungsintegrals (HKI) (siehe Abschn. A.2) zu berechnen. Diese berechneten Intensitäten der Beugung eignen sich dazu, die Parameter des FG zu optimieren.

Bei der Rotation des FG kann sich die Frequenz der negativen Beugungsordnung stark ändern. Dabei ändert sich allerdings auch die spektrale und räumliche Verteilung der Intensitäten der Beugungsordnungen. Der Kopplungskoeffizient κ wird kleiner und die spektrale Breite der negativen Beugungsordnung breiter. Dies schränkt das Frequenzband ein, welches mit dem FG erzeugt werden kann. Die Änderung der Intensitäten und der Frequenz wird durch die Wahl der Parameter und des Rotationspunktes des FG beeinflusst. Der Rotationspunkt des FG ist somit auch ein Parameter des FG. Die optimalen Parameter des FG erzeugen ein maximales Frequenzband, das mit dem FG erzeugt werden kann. Sind also die Parameter bekannt, bei denen das maximale Frequenzband erzeugt wird, sind dies die optimalen Parameter. In dieser Arbeit wurde eine Methode entwickelt, diese optimalen Parameter zu ermitteln.



Abb. 3.1: Schema der Kombination von Parabolspiegel und Beugungsgitter

3.1 Der fokussierende Gitterspiegel

In diesem Abschnitt wird das Konzept des FG erläutert. Dabei wird darauf eingegangen, warum und wie ein Beugungsgitter mit einem Parabolspiegel kombiniert wird.

Um die Anzahl der Variablen in den weiteren Berechnungen zu minimieren, werden die Waist w_0 und die Parameter des Länge des QCL l_{qcl} festgelegt.

Im THz-Bereich wird meist $w_0 \approx 2\lambda$ verwendet. In den weiteren Berechnungen wird daher immer davon ausgegangen, dass die w_0 gleich zweimal der Wellenlänge λ ist. Da aus Gleichung 2.33 und Bedingung 2.52 folgt, dass

$$w_0 = \frac{3}{\pi \tan 30^\circ} \lambda \approx 1,65 \cdot \lambda \quad (3.1)$$

ist, wird der maximale Divergenzwinkel des Gauß-Strahls ϑ_0 für die Berechnungen der Stufen des FG auf 30° gelegt. Um den FG auf die Größe des 3-fachen Wert von dem Strahlradius w zu bringen, werden in dieser Arbeit nachträglich alle Stufen herausgenommen, die sich nicht innerhalb dieses Strahlradius befinden.

Zudem wird die l_{qcl} auf einem Millimeter und der Brechungsindex des QCL n_{qcl} auf 3,5 gelegt. Die Reflektivität von Aluminium wird auf 99 % gesetzt. Dies sind Standardwerte eines QCL und Aluminiums.

Die Koordinaten der Berechnungen ergeben sich aus dem Koordinatensystem des Gaußstrahls (siehe Abschn. 2.3), bei dem die z-Achse in Richtung des Laserstrahls zeigt, die x-Achse senkrecht nach oben und die y-Achse das Koordinatensystem vervollständigt.

Da die nullte Beugungsordnung zum Auskoppeln aus dem System genutzt werden soll, muss die Beugungsordnung des Retroreflexes die minus erste sein, da so sich die Intensität nur auf zwei Beugungsordnungen verteilen lässt, die nullte und die minus erste.

3.1.1 Kombination von einem Beugungsgitter und einem Parabolspiegel

In dieser Arbeit wurde eine Kombination von einem Beugungsgitter und einem Parabolspiegel entwickelt, die im Folgenden als fokussierende Gitterspiegel (FG) bezeichnet wird. Dabei lag ein Hauptaugenmerk auf der Vermeidung von Multimoden (siehe Abschn. 2.1.2 und 2.1.3). Ebenso war ein Ziel, die Anzahl der Freiheitsgrade des FG zu minimieren.

In einem Littrowaufbau wird der Parabolspiegel benötigt, um den Gaußstrahl des Lasers zu kollimieren und das Beugungsgitter um die minus erste Beugungsordnung in den Laser

zu retroreflektieren (siehe Abb. 2.1a). Die spektrale Breite der negativen Beugungsordnung selektiert die spektralen Resonatormoden die im QCL angeregt werden können. Die hier vorgestellte Kombination eines Gitters und eines Parabolspiegels fokussiert die negative Beugungsordnung (ähnlich wie ein sphärischer Spiegel) wieder in den Brennpunkt der Parabel. Die nullte Beugungsordnung wird dabei kollimiert und verhält sich sowie der Strahlengang einer normalen Parabel.

Die Kombination des Beugungsgitters mit dem Parabolspiegel erfolgt durch die Betrachtung der Schnittflächen von Kugelschalen mit unterschiedlichen Radien und einem Paraboloiden. Daher könnte der FG auch als eine Unterart von Fresnelspiegeln bezeichnet werden. Die Fresnelspiegel bzw. -linsen beugen allerdings alle Beugungsordnungen in eine Richtung und lassen dadurch einen, durch die Beugung erzeugten, leicht diffusen Lichtstrahl entstehen.

Fresnellinsen werden vor allem in Bereichen verwendet, bei denen das Gewicht der Linsen von Bedeutung ist, wie z.B. bei Leuchtturmlinsen. Fresnellinsen sind bei gleichen Fokussen wesentlich dünner als herkömmliche Linsen, damit haben sie auch ein geringeres Gewicht.

Die spektrale Breite der Beugungsordnung wird von der Breite des angestrahlten Gitters gesteuert. Bei herkömmlichen ER im Littrowaufbau bleibt durch die Kollimation des Strahls, die Breite des angestrahlten Gitters nach dem Spiegel allerdings konstant. Damit bleibt auch die spektrale Breite der Beugungsordnung des Gitters konstant. Der Abstand der Resonatormoden ändert sich mit dem Abstand des Gitters zu dem Spiegel. Je weiter das Gitter von dem Spiegel entfernt ist, desto enger wird der Abstand Resonatormoden und die Separation wird schlechter. Ein Maximum der Separation wird erlangt, wenn das Gitter sich an der Position der Linse befindet.

Das spektrale Auflösungsverhältnis Ω wird definiert, um zu verdeutlichen, dass das Verhältnis der spektralen Breite der negativen Beugungsordnung und des Abstands der spektralen Resonatormoden größer wird, wenn sich das Gitter näher an dem Spiegel befindet. Für Ω gilt:

$$\Omega = \frac{\Delta\nu_c}{\Delta\nu_g}, \quad (3.2)$$

mit dem spektralen Abstand der Resonatormoden $\Delta\nu_c$ zueinander und der spektralen Breite des Beugungsgitters $\Delta\nu_g$.

Abschätzung des spektralen Auflösungsverhältnisses Ω

Mit den Gleichungen 2.1 und 2.21 folgt aus Gleichung 3.2, dass

$$\Omega = \frac{\lambda m N}{2n_c l_c} \quad (3.3)$$

ist. Es ist ersichtlich, dass das spektrale Auflösungsverhältnis Ω den größten Wert hätte, wenn das Gitter sich direkt am Spiegel befände, da hier der kleinste Abstand zur Quelle erzeugt wird. Je größer der Abstand zwischen dem Spiegel und dem Gitter wäre, desto kleiner ist der Wert für Ω .

Bei dem FG in Nulllage kann die Resonatorlänge l_c im einfachsten Fall als ein Vielfaches der halben Wellenlänge betrachtet werden, da dann die Länge des QCL l_{qcl} als wesentlich kleiner

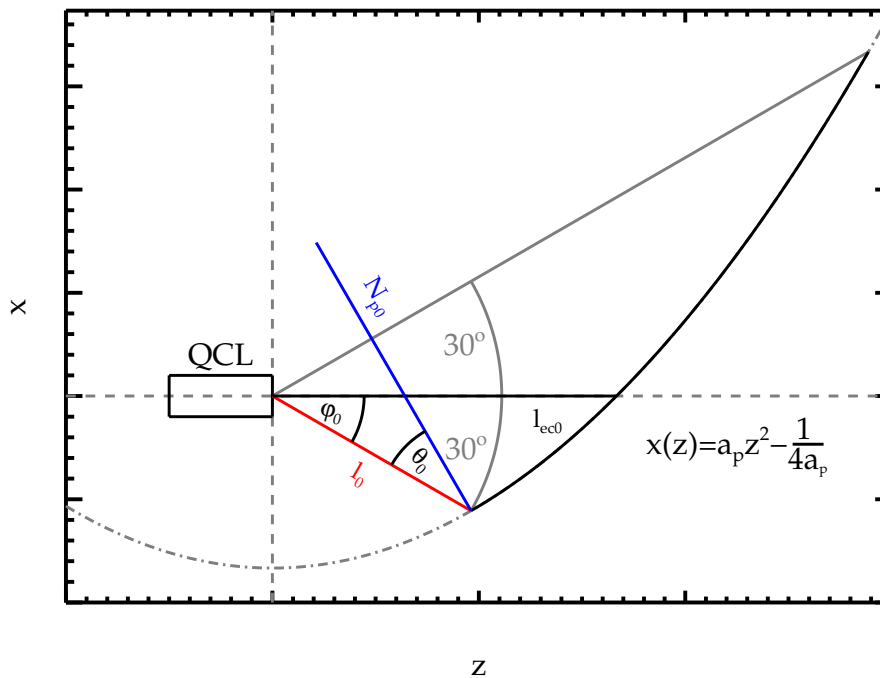


Abb. 3.2: Definition von Neigungswinkel θ_0 und Anfangslänge l_0 . In dieser Graphik werden die Definitionen von dem Neigungswinkel θ_0 und der Anfangslänge l_0 veranschaulicht. Zu sehen ist, wie diese mit dem Polarwinkel φ_0 und der Länge des ER in Nulllage des FG l_{ec0} zusammenhängen. Die gestrichelt-gepunktete graue Linie zeigt dabei die Parabel, die in schwarz darüber gelegte Linie den maximalen Parabolspiegel. Der QCL liegt im Brennpunkt, von dem der Ausgangsstrahl mit der Länge l_0 und mit dem Polarwinkel φ_0 startet. Der Normalenvektor N_{p0} schließt mit l_0 den Winkel θ_0 ein.

als die Länge des ER l_{ec} angenommen wird und vernachlässigt werden kann. Mit der minus ersten Ordnung gilt für Gleichung 3.3:

$$\Omega = \frac{N}{n}. \quad (3.4)$$

Dieser Wert kann allerdings nur als Obergrenze zu sehen sein. Hierbei wird davon ausgegangen, dass das Beugungsgitter mit einer ebenen Welle beleuchtet wird. Dann ist nur die Breite des Gitters für die spektrale Breite der Beugungsordnungen verantwortlich. Hat die Welle allerdings ein Gaußprofil, wie in dieser Arbeit, dessen Breite schmaler als die Gitterbreite ist, ist die Breite des Gaußprofils hauptverantwortlich für die Breite der Beugungsordnungen und verbreitert diese.

Da die Breite des Gaußprofils vom Abstand des FG zum QCL abhängt, hängt die Breite der Beugungsordnungen ebenfalls vom diesem Abstand ab. Da auch die Abstände der Resonatormoden nur vom Abstand des Gitters zum QCL bestimmt werden, wird bei einer vernachlässigbaren Länge des QCL Ω einen konstanten Wert annehmen.

3.1.2 Definition der Parameter des FG

Der FG hat als Grundfläche einen Paraboloiden. Dies hat einige Änderungen im Gegensatz zu einem ebenen Gitter zur Folge. Bei einer nicht ebenen Oberfläche ist der Winkel zwischen Ausgangsstrahl und Gitternormalen θ_i nicht konstant, auch „chirped“ genannt³. Der Index i von θ_i soll hierbei verdeutlichen, dass der Winkel nicht konstant ist. Da θ_i mit steigendem z -Werten auf einer Parabel größer wird, ist es sinnvoll, dass θ_i am unteren Rand der Parabel den niedrigsten gewählten Wert annimmt.

Der **Neigungswinkel** θ_0 ist dabei als der kleinste gewählte Winkel definiert (siehe Abb. 3.2). Die **Anfangslänge** l_0 ist der Abstand vom Brennpunkt bis zum Punkt, an dem die Parabel den Neigungswinkel θ_0 hat. Die Anfangslänge l_0 ist ein Vielfaches der Wellenlänge.

Der Öffnungsfaktor der Parabel a_p ergibt sich aus der Gleichung 2.47. Wenn l_0 und θ_0 gegeben sind, ist a_p eine Konstante, für die gilt:

$$a_p = \frac{1 + \tan^2 \theta_0}{4l_0}. \quad (3.5)$$

Eine Obergrenze für den Öffnungswinkel des Spiegels von 60° ergibt sich aus Gleichung 3.1 (siehe Abb. 3.2). Damit ist gewährleistet, dass der Divergenzwinkel des Gauß-Strahls ϑ_0 (siehe Gl. 2.33) bei genügend großem w_0 nicht größer als der Öffnungswinkel ist.

Die Länge des ER in Nulllage des FG l_{ec0} berechnet sich aus der Definition des radialen Abstandes einer Parabel r_p (siehe Gl. 2.42 und Gl. 2.47). Für l_{ec0} gilt dann ein Winkel von $\varphi_0 + 30^\circ$. Der Zusammenhang zwischen φ_i und θ_i ist durch Gleichung 2.46 definiert. Der Punkt, der die Lage des l_{ec0} auf dem FG beschreibt, wird im Weiteren als Mittelpunkt des FG bezeichnet. Nach den Gleichungen 3.5 und 2.46 ist

$$l_{ec0} = l_0 \frac{1 + \tan^2 \left(\theta_0 + \frac{\pi}{12} \right)}{1 + \tan^2 \theta_0}. \quad (3.6)$$

Ist θ_0 ungleich 30° liegt l_{ec0} nicht mehr auf der Abszisse. Daher wird die Parabel um $\varphi_0 + 30^\circ$ gedreht, wenn φ_0 kleiner als null ist und um $\varphi_0 - 30^\circ$, wenn φ_0 größer als null ist. Damit liegt l_{ec0} immer auf der Abszissenachse. Die Parabel wird immer auf der rechten Seite des Brennpunktes berechnet und φ_0 ist immer größer als -90° . Somit können bei den quadratischen Gleichungen stets die positiven Seiten betrachtet werden.

3.1.3 Berechnung der Stufen des FG

Durch die Vorgabe von der Anfangslänge l_0 , dem Neigungswinkel θ_0 und dem daraus folgenden Öffnungsfaktor der Parabel a_p ist die Parabel vollständig beschrieben. Um die Stufen zu berechnen, wird nun der radiale Abstand der Stufen zum Brennpunkt r_p angegeben, dies ist

$$r_{pi+1} = r_{pi} + \frac{\lambda}{2}, \quad \forall r_{pi} \in [r_{pmin}, r_{pmax}], \quad (3.7)$$

³Einzige Ausnahme ist die logarithmische Spirale, die per Definition immer den gleichen Winkel zwischen dem Eingangsstrahl und ihrer Normalen hat (siehe Anhang A.5).

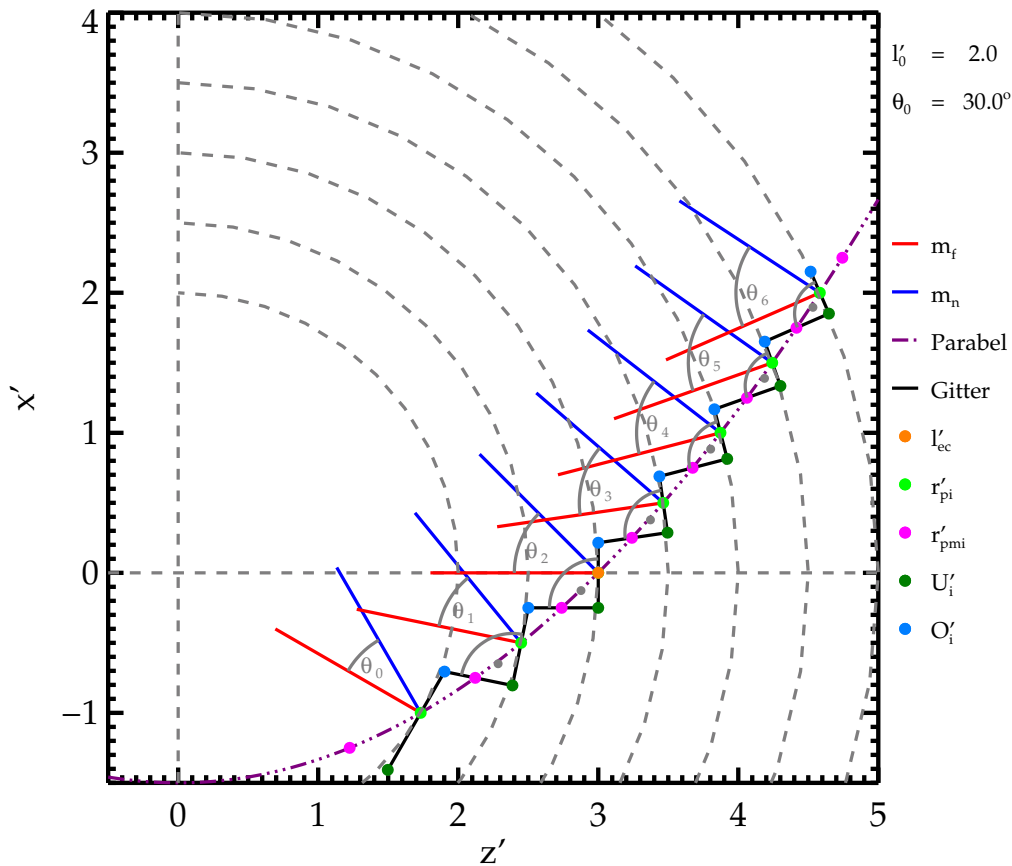


Abb. 3.3: Reflexionsgitter des FG. In dieser Abbildung sind die Stufen und ihre Parameter des FG zu sehen. Die Längen sind mit der Wellenlänge normiert. Die Anfangslänge l_0 des FG beträgt 2λ und der Neigungswinkel θ_0 30° . Die farbigen Punkte geben die berechneten Punkte auf der parabelförmigen Gitterebene und den Eckpunkten der Stufen wieder. In blau und in rot sind die Steigungen der Gitternormalen m_g und der Furchennormalen m_f aufgetragen. In grau sind der rechte Winkel und der Winkel zwischen Ausgangsstrahl und Gitternormalen θ_i gezeigt. Außerdem werden in grau auch noch die konzentrischen Ringe einer Kugelwelle mit einem Abstand von einer halben Wellenlänge gezeigt.

mit $r_{p\min} = r_p(\varphi_0) = l_0$ und $r_{p\max} = r_p(\varphi_0 + 60^\circ)$. Der radiale Abstand der Stufen zum Brennpunkt r_p definiert die Gitterebene. Der Index i gibt die Anzahl der Stufen wieder. Die Abstände wurden als $\lambda/2$ gewählt, da dann nach Gleichung 2.20 die größtmögliche Auflösung bei gegebener Beugungsordnung erzielt werden kann. Die Abstände der Stufen des Beugungsgitters werden aus praktischen Gründen im Fernfeld berechnet. Damit können mit

$$z_i = \sqrt{\frac{r_{pi}}{a_p} - \frac{1}{4a_p^2}} \quad (3.8)$$

und Gleichung 2.39 die Schnittpunkte der Parabel mit konzentrischen Kreisen berechnet werden.

Da der FG gefräst wird, können die Stufen des FG nicht die Rundung der Sphären aus Abbildung 3.3 übernehmen. Damit die Stufen mit einem Schaftfräser gefräst werden können,

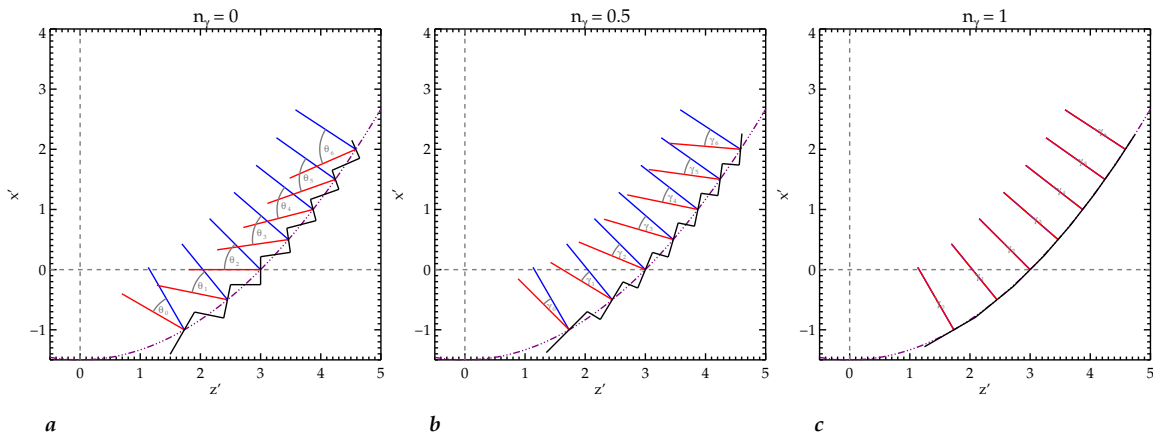


Abb. 3.4: Der FG mit verschiedenen Blazefaktoren n_γ . Diese Abbildung zeigt drei verschiedene Fälle des Blazefaktors mit denselben Parametern wie Abbildung 3.3. In a wird der FG mit einem Blazefaktor n_γ von 0 gezeigt, damit ist der Blazewinkel γ_i gleich θ_i . In b wird der FG mit einem n_γ von 0,5 gezeigt, damit ist γ_i halb so groß wie θ_i . In c wird der FG mit einem n_γ von 1 gezeigt, damit ist γ_i gleich 0 und die Steigung der Furchennormalen m_f gleich der Steigung des Normalvektors m_n . Damit ist der FG nur noch ein normaler Parabolspiegel und kein Beugungsgitter mehr.

muss der nach oben offene Winkel der Stufen rechtwinklig sein. Der Schaftfräser ist ähnlich einem Bohrer, mit einer flachen Ebene anstatt einer Spitze. Um eckige Stufen berechnen zu können, wird ein Zwischenabstand

$$r_{pmi+1} = r_{pmi} + \frac{\lambda}{2}, \quad \forall r_{pmi} \in [r_{pmin}, r_{pmax}] \quad (3.9)$$

ermittelt, wobei r_{pm0} gleich r_{p0} minus $\frac{\lambda}{4}$ ist. Somit ist es möglich, Stufen zu berechnen, bei denen eine Gerade durch den Punkt r_{pmi} mit der Steigung der Furchennormalen m_{fi} und eine Gerade durch den Punkt r_{pi} mit der Steigung $-\frac{1}{m_{fi}}$ geht.

Zusätzlich können mit den Gleichungen 2.44 und 2.43 die Steigungen der Gitternormalen, also die Steigung des Normalvektors m_{ni} , und der Furchennormalen m_{fi} an den den Punkten r_{pi} berechnet werden. Soll die Steigung der Furchennormalen m_{fi} nicht gleich der Steigung des Ausgangsstrahls m_{si} und damit γ_i ungleich θ_i sein, kann γ_i über den Blazefaktor

$$n_\gamma \in [0, 1] \quad (3.10)$$

berechnet werden (siehe Abb. 3.4). Dann gilt für die Steigung der Furchennormalen

$$m_{fi} = \frac{-\sin(n_\gamma\theta_i) + m_{si}\cos(n_\gamma\theta_i)}{\cos(n_\gamma\theta_i) + m_{si}\sin(n_\gamma\theta_i)}. \quad (3.11)$$

Hierbei wird die Steigung m_{si} mit dem Faktor n_γ in Richtung von Steigung des Normalvektors m_{ni} gedreht. Ist n_γ gleich null, ist m_{fi} gleich m_{si} . Und ist n_γ gleich Eins, ist m_{fi} gleich m_{ni} . Ist der n_γ gleich null, ist das gleichbedeutend damit, dass ein Großteil der Strahlungsleistung des QCL in den Laser retroreflektiert wird. Mit steigendem n_γ wird das Maximum der Leistung zum nullten Beugungsmaximum verschoben werden (siehe Abb. 3.4). Allerdings kann sich durch die Schräglage der Stufen auch die Güte des Resonators verschlechtern.

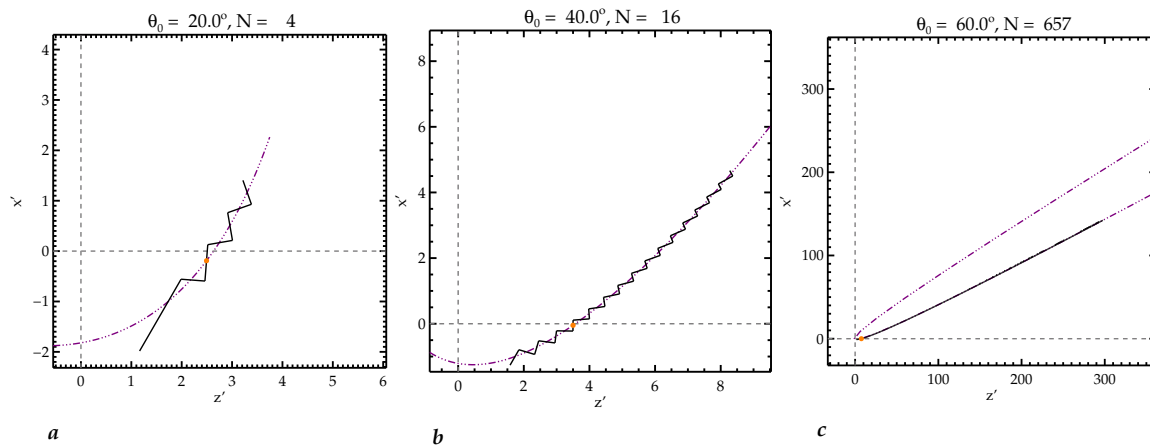


Abb. 3.5: Der FG mit verschiedenen Neigungswinkeln θ_0 . Diese Abbildung zeigt drei verschiedene Fälle des Neigungswinkels θ_0 mit jeweils derselben Anfangslänge von 2λ . Der orange Punkt verdeutlicht dabei die Mitte einer Stufe, die der Abszisse am nächsten ist. Es ist zu sehen, dass die Stufenanzahl mit steigendem θ_0 auch steigt. Damit steigt allerdings auch die Größe des FG. An der Parabel, die in lila dargestellt ist, ist die Drehung des FG in die optische Achse zu sehen. In a ist der FG mit dem kleinstmöglichen θ_0 von 20° gezeigt, damit ist die Spalt- bzw. Stufenanzahl N am kleinsten. In b ist der FG mit θ_0 gleich 40° , und in c wird der FG mit θ_0 von 60° dargestellt. Letzterer entspricht dem größtmöglichen Wert der Stufenanzahl bei einem l_0 von 2λ .

Der Eckpunkt unten U_i und der Eckpunkt oben O_i definieren die Ecken der Stufen. Somit gilt für die Schnittpunkte dieser Geraden mit der Ordinaten des Systems:

$$b_{fi} = x_{mi} - m_{fi} \cdot z_{mi} \quad (3.12)$$

$$b_{nfi} = x_i + \frac{1}{m_{fi}} \cdot z_i. \quad (3.13)$$

Die Schnittpunkte der Geraden ergeben sich dann aus:

$$U_i : z_{ui} = \frac{b_{fi} - b_{nfi}}{m_{fi} + \frac{1}{m_{fi}}} \quad (3.14)$$

$$x_{ui} = m_{fi} \cdot z_{ui} + b_{fi} \quad (3.15)$$

$$O_i : z_{oi} = \frac{b_{fi} - b_{nfi+1}}{m_{fi+1} + \frac{1}{m_{fi}}} \quad (3.16)$$

$$x_{oi} = -\frac{1}{m_{fi}} \cdot z_{oi} + b_{nfi}. \quad (3.17)$$

Damit können alle Stufen des FG berechnet werden. Mit dem FG wird die Strahlung der minus ersten Beugungsordnung in den Brennpunkt der Parabel retroreflektiert und die nullte Beugungsordnung in die Richtung des von den Normalen der Parabel vorgegebenen Winkels kollimiert. Der Neigungswinkel θ_0 vergrößert die Spalt- bzw. Stufenanzahl N bei gegebener Anfangslänge l_0 (siehe Abb. 3.5) und damit verkleinert er nach Gleichung 2.20 die spektrale Breite der negativen Beugungsordnung.

Methoden, wie sich der FG mit einem Paraboloiden als Gitterebene fertigen lässt, liegen im Anhang im Abschnitt A.4 vor.

In diesem Abschnitt wurde das Konzept vorgestellt, wie ein Parabolspiegel mit einem Beugungsgitter vereint werden kann, der fokussierende Gitterspiegel (FG). Damit können das spektrale Auflösungsverhältnis Ω maximiert und die Freiheitsgrade der zu montierenden Bauteile minimiert werden. Alle Konfigurationen des FG in Nulllage können mit den Parametern θ_0 und l_0 beschrieben werden. Um diese einzuordnen und vergleichen zu können, wird im nächsten Abschnitt erläutert, wie sich die Beugungsordnungen bei den einzelnen Konfiguration verhalten.

3.2 Berechnung der Beugungsintensitäten

In diesem Abschnitt wird die Berechnung der Beugungsintensitäten erläutert. Durch die komplexe Form des FG und die Nutzung von Gaußstrahlen, war es nötig ein Verfahren zu entwickeln, das die Beugung an dem FG beschreibt. Hierfür wurde das Helmholtz-Kirchhoffsche Beugungsintegral (HKI) genutzt, indem das Feld eines Gaußstrahls als elektrisches Feld eingesetzt wurde. Die notwendigen Berechnungen dafür sind aufgeführt.

Für die Berechnungen der Beugungsintensitäten wurde ein entsprechender Algorithmus in ein Computerprogramm implementiert. Dieser Algorithmus berechnet das Integral durch Aufsummierung. Dabei wurde der FG in diskrete kleine Stücke zerteilt.

Damit können die Beugungseigenschaften des FG für unterschiedliche Parameter berechnet werden. Mit den berechneten Beugungseigenschaften lässt sich der FG optimieren.

3.2.1 Berechnung der Beugung von Gaußstrahlen mit dem Helmholtz-Kirchhoffschen Beugungsintegral (HKI)

Die Beugung von Gaußstrahlen lässt sich mithilfe des Helmholtz-Kirchhoffschen Beugungsintegrals (HKI) berechnen. In Gleichung 2.5 kann jedes elektrische Feld eingesetzt werden. Dies kann also auch das elektrische Feld eines Gaußstrahls (siehe Gl. 2.28) sein. Da

$$\frac{\partial U}{\partial n} = \vec{n} \cdot \nabla U \quad (3.18)$$

ist, wird der Gradient vom Gaußstrahl benötigt. Um das elektrische Feld nach der Beugung in einem Punkt zu berechnen, werden außerdem die Raumkoordinaten des FG und deren Furchennormale in Richtung des emittierenden Strahles benötigt. Mit U gleich dem elektrischen Feld der Gaußmode folgt, dass

$$\nabla U = \nabla E(r, z) \quad (3.19)$$

ist. Zuerst werden, da diese nur von z abhängen, die Ableitungen von dem Strahlradius w (siehe Gl. 2.30), von dem Krümmungsradius R (siehe Gl. 2.31) und von der Gouy-Phase Φ_0 (siehe Gl. 2.32) gebildet. Außerdem wird die Ableitung von r_s^4 nach x_s und y_s erstellt.

⁴s wie source

Wobei z_s , x_s und y_s die Differenzen der Koordinaten des Strahlanfangs vom Laser und des Strahlendes am Gitter sind.

$$\frac{\partial w}{\partial z_s} = \frac{z_s}{w} \left(\frac{z_0}{w_0} \right)^2 \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial R}{\partial z_s} = 1 - \left(\frac{z_0}{z_s} \right)^2 \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial z_s} = \frac{1}{z_0 \left(1 + \left(\frac{z_s}{z_0} \right)^2 \right)} \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial r_s}{\partial x_s} = \frac{x_s}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2}} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial r_s}{\partial y_s} = \frac{y_s}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2}} \quad (3.24)$$

Damit folgt das

$$\frac{\partial E}{\partial z_s} = E(z_s, r_s) \left(\frac{\partial w}{\partial z_s} \frac{1}{w} \left(2 \left(\frac{r_s}{w} \right)^2 - 1 \right) + i \left(\frac{\pi r_s^2}{\lambda R^2} \frac{\partial R}{\partial z_s} - k + \frac{\partial \Phi_0}{\partial z_s} \right) \right) \quad (3.25)$$

ist und

$$\frac{\partial E}{\partial r_s} = -E(z_s, r_s) r_s \left(\frac{2}{w^2} + i \frac{\pi}{\lambda R} \right) \quad (3.26)$$

und somit ergibt sich

$$\frac{\partial E}{\partial x_s} = \frac{\partial E}{\partial r_s} \frac{\partial r_s}{\partial x_s} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial E}{\partial y_s} = \frac{\partial E}{\partial r_s} \frac{\partial r_s}{\partial y_s}. \quad (3.28)$$

Bei der Ableitung in die Normalenrichtung der Greenschen Funktion (siehe Anhang Gl. A.4) muss ebenfalls der Gradient der Greenschen Funktion gebildet werden:

$$\nabla G(\vec{x}_t) = \frac{\left(-\frac{1}{r_t} - ik \right)}{r_t} G(\vec{x}_t) \vec{x}_t, \quad (3.29)$$

mit den absoluten Koordinaten \vec{x}_t^5 zwischen einem Punkt auf einem Schirm und einem auf dem Gitter. Damit ergibt sich für das Beugungsintegral von Helmholtz und Kirchhoff (siehe Gl. 2.5):

$$U(P_t) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\text{Gitter}} E(z_s, r_s) \vec{n} \nabla G(\vec{x}_t) - G(\vec{x}_t) \vec{n} \nabla E(z_s, r_s) dS. \quad (3.30)$$

Nach der Beugung an einer Oberfläche kann damit das elektrische Feld an dem Punkt P_t berechnet werden.

⁵t wie target

Berechnung der Beugung von Gaußstrahlen mit dem HKI in einer Dimensionen

Um das elektrische Feld nach der Beugung auf einer Linie zu berechnen, wird die Greensche Funktion der eindimensionalen Helmholtzgleichung (siehe Anhang Gl. A.8) und deren Ableitung benötigt. Dabei wird die Welle als Zylinderwelle angenommen und die Oberfläche aus Gründen der Symmetrie als Linie betrachtet wird. Die Ableitung kann mit den Rekursionsbeziehungen A.10 und A.11 berechnet werden. Danach gilt:

$$\nabla G(s) = \frac{i}{4} H_1^{(2)}(k \cdot s) \frac{k}{s} \vec{x}. \quad (3.31)$$

Das Beugungsintegral in einer Dimensionen ist dann gleich:

$$U(P_t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\text{Gitter}} E(z_s, x_s) \vec{n} \nabla G(\vec{x}_t) - G(\vec{x}_t) \vec{n} \nabla E(z_s, x_s) dR, \quad (3.32)$$

wobei hier das elektrische Feld in einer Dimension (siehe Gl. 2.34) genutzt wird. Die Ableitungen sind dann:

$$\frac{\partial E}{\partial z_s} = E(z_s, x_s) \left(\frac{\partial w}{\partial z_s} \frac{1}{w} \left(2 \left(\frac{x_s}{w} \right)^2 - 1 \right) + i \left(\frac{\pi x_s^2}{\lambda R^2} \frac{\partial R}{\partial z_s} - k + \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_0}{\partial z_s} \right) \right) \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x_s} = -E(z_s, x_s) x_s \left(\frac{2}{w^2} + i \frac{\pi}{\lambda R} \right). \quad (3.34)$$

Die Berechnung der Beugung in einer Dimension kann genutzt werden, wenn die Ergebnisse nicht allzu sehr von der Berechnung in zwei Dimensionen abweichen. Dies ist bei der Berechnung der spektralen Auflösung der Fall. Es ist sinnvoll so zu verfahren, da dadurch die Laufzeit des Computerprogramms zur Berechnung der Beugung wesentlich verkürzt wird.

3.2.2 Berechnung der Beugungsintensitäten am FG

Um die Beugung am FG in einem Computerprogramm zu berechnen, wird das Helmholtz-Kirchhoffsche Beugungsintegral (HKI) für Gaußstrahlen (siehe Gl. 3.30) genutzt. Dazu muss der FG in diskrete kleine Flächenelemente dS_{ijl} geteilt werden. Da die Normalen der Trittstufe quasi senkrecht zur Strahlung stehen, wird nur die Seite, die einen Schnittpunkt mit den r_{pi} (siehe Gl. 3.7) hat, zerteilt. Die Flächenelemente dS_{ijl} können über die Linienelemente dR_{ij} des eindimensionalen FG berechnet werden (siehe Abb. 3.3). Dabei kann die Stufe zwischen U_i und O_i in äquidistante große Teile geteilt werden.

Die Anzahl der Linienelemente pro Stufe n_i ist abhängig von der Genauigkeit, mit der die Leistung der Beugung berechnet werden soll. Die Leistung kann bei der Betrachtung der Verteilung der Intensitäten vernachlässigt werden, daher kann dann n_i als eins angenommen werden. Für die Koordinaten der Linienelemente dR_{ij} (z_{ij} und x_{ij}) ergibt sich, dass wenn

$$\Delta z_i = \frac{z_{oi} - z_{ui}}{2n_i} \quad (3.35)$$

ist, dann sind

$$z_{ij} = j \cdot 2\Delta z_i + \Delta z_i + z_{ui}, \quad j \in [0, n_i - 1] \quad (3.36)$$

$$x_{ij} = -\frac{1}{m_{fi}} z_{ij} + b_{nfi}. \quad (3.37)$$

Für dR_{ij} ergibt sich dann

$$dR_{ij} = 2\Delta z_i. \quad (3.38)$$

Die Steigung bleibt für alle dR_{ij} auf einer Stufe gleich. Also ist

$$m_{fij} = m_{fi}. \quad (3.39)$$

Damit sind die Stufen in n_i äquidistante große Teile geteilt. Die Koordinaten z_{ij} und x_{ij} befinden sich immer in der Mitte der Linienelemente dR_{ij} . Der Index j gibt dabei die Anzahl der Linienelemente pro Stufe wieder. Damit kann das Beugungsintegral in einer Dimension (siehe Gl. 3.32) als eine Summe geschrieben werden.

$$U(P_t) = \frac{1}{4\pi} \sum_i \sum_j E(\vec{x}_{sij}) \vec{m}_{fi} \nabla G(\vec{x}_{tij}) - G(\vec{x}_{tij}) \vec{m}_{fi} \nabla E(\vec{x}_{sij}) dR_{ij}. \quad (3.40)$$

Um die Flächenelemente dS_{ijl} zu erlangen, können nun die Linienelemente dR_{ij} um die X-Achse rotiert werden. Die Rotation von dR_{ij} muss mit einer Schnittkante (siehe Anhang Gl. A.21) eingeschränkt werden. Für die Anzahl der Flächenelemente auf jedem Bogen n_{ij} ergibt sich ähnlich wie in Gleichung A.22, dass

$$n_{ij} = \left\lfloor \frac{2 \cdot \beta_{ij}}{dR_{ij}} z_{ij} \right\rfloor \quad (3.41)$$

ist, mit

$$\beta_{ij} = \frac{x_{ij} - b_{\text{cut}}}{m_{\text{cut}} \cdot z_{ij}}. \quad (3.42)$$

Dabei ist m_{cut} ungefähr die Steigung der Verbindung zwischen den Maximalen und den Minimalen Koordinaten des FG und b_{cut} der entsprechende Schnittpunkt mit der Ordinate des Systems. Für n_{ij} gelten dieselben Bedingungen wie in Gleichung A.23. Diese Sorgen dafür, dass jede Stufe immer in eine ungerade Anzahl und mindestens in drei Flächenelemente zerlegt wird. Daraus folgt für den Winkel β_{ijl}

$$\Delta\beta_{ij} = \frac{\beta_{ij}}{n_{ij}} \quad (3.43)$$

$$\beta_{ijl} = l \cdot 2 \cdot \Delta\beta_{ij} - \beta_{ij} + \Delta\beta_{ij}, \quad l \in [0, n_{ij}]. \quad (3.44)$$

Damit ergibt sich für die Koordinaten der Flächenelemente

$$z_{ijl} = \cos(\beta_{ijk}) z_{ij} \quad (3.45)$$

$$x_{ijl} = x_{ij} \quad (3.46)$$

$$y_{ijl} = \sin(\beta_{ijk}) z_{ij} \quad (3.47)$$

und für die normierte Furchennormale

$$m_{fzil} = \frac{\cos(\beta_{ijl})}{\sqrt{1 + m_{fi}^2}} \quad (3.48)$$

$$m_{fxil} = \frac{m_{fi}}{\sqrt{1 + m_{fi}^2}} \quad (3.49)$$

$$m_{fyil} = \frac{\sin(\beta_{ijl})}{\sqrt{1 + m_{fi}^2}}. \quad (3.50)$$

Für dS_{ijl} ergibt sich dann, dass

$$dS_{ijl} = dR_{ij} \cdot 2 \cdot \Delta\beta_{ij} \cdot z_{ij} \quad (3.51)$$

ist. Der Index l gibt dabei die Anzahl der Flächenelemente auf jedem Bogen wieder. Damit kann das Helmholtz-Kirchhoffsche Beugungsintegral (HKI) (siehe Gl. 3.30) zu einer Summe umgeschrieben werden:

$$U(P_t) = \frac{1}{4\pi} \sum_i \sum_j \sum_l E(\vec{x}_{sijl}) \vec{m}_{f_{il}} \nabla G(\vec{x}_{tijl}) - G(\vec{x}_{tijl}) \vec{m}_{f_{il}} \nabla E(\vec{x}_{sijl}) dS_{ijl}. \quad (3.52)$$

Um die Intensität zu erlangen wird das erlangte elektrische Feld komplex konjugiert (siehe Gl. 2.48).

3.2.3 Berechnung der spektralen Auflösung des FG

Um die spektrale Auflösung des FG zu erhalten, wird die Beugung des elektrischen Feldes für verschiedene Frequenzen an der Position der Waist w_0 , also im Brennpunkt des Parabolspiegels des FG, mit der Gleichung 3.52 berechnet. Der Frequenzraum, mit dem die spektralen Beugungsintensitäten zu berechnen sind, ergibt sich aus der Anzahl der Resonatormoden, die betrachtet werden sollen.

In Abbildung 3.6 ist ein Beispiel für die spektrale Intensität des FG zu sehen. Mit der Gleichung 2.2 wurde die Intensität der Resonatormoden berechnet. Durch die hohe Reflektivität des Aluminiums sind die Resonatormoden scharf voneinander getrennt. Die Halbwertsbreite (FWHM), welche der spektralen Breite des Beugungsgitters $\Delta\nu_g$ entspricht, wird durch eine Regression der spektralen Intensität mit einer Gaußfunktion bestimmt. Ebenso wird die Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I_{\max}}$ über die Regression bestimmt. Die Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I_{\max}}$ liegt am Maximum der spektralen Intensität.

Anstatt dem spektralen Auflösungsverhältnisses Ω eignet sich der spektrale Intensitätsunterschied ΔI wesentlich besser, um das Verhältnis der spektralen Breite der negativen Beugungsordnung mit dem Abstand der Resonatormoden darzustellen. ΔI hat den Vorteil gegenüber Ω , dass ΔI direkt angibt, wie der Intensitätsunterschied von $\nu_{I_{\max}}$ zu der nächsten Resonatormode ist. Dabei ist vorauszusetzen, dass durch eine Translation des QCL in z -Richtung die nächste Resonatormode zu $\nu_{I_{\max}}$ in Gleichklang mit $\nu_{I_{\max}}$ gebracht werden kann. Die

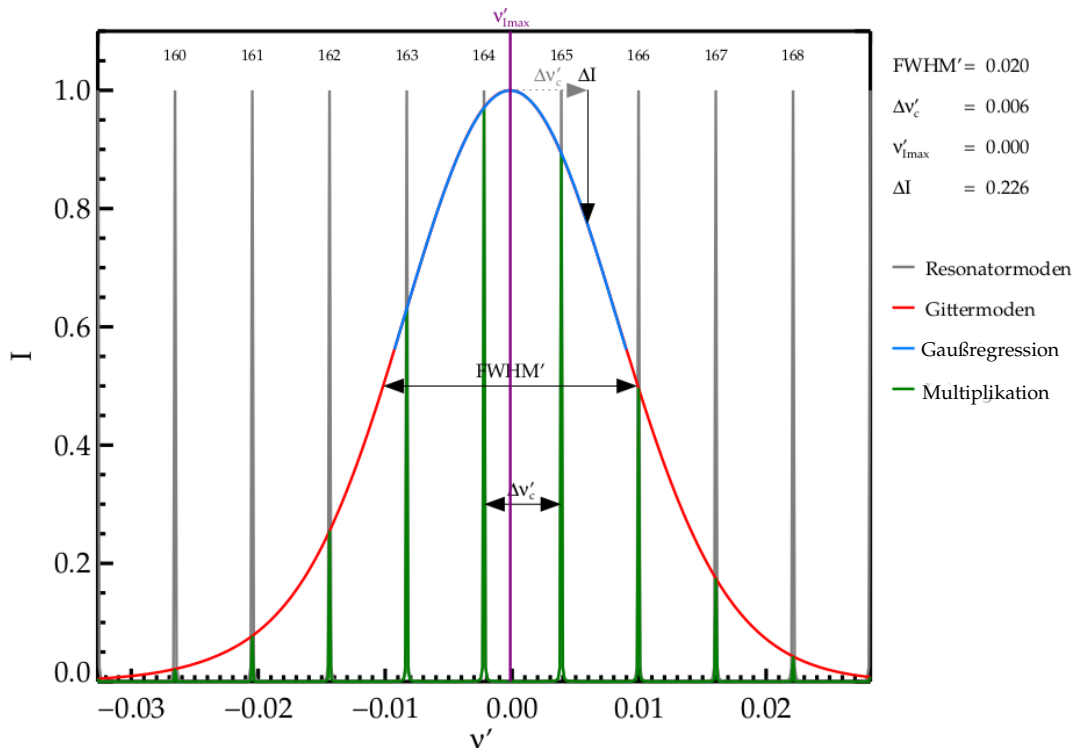


Abb. 3.6: Spektrale Intensitäten der Beugung und der Resonatormoden. In dieser Abbildung ist die berechnete spektrale Intensität des Beugungsgitters in rot gegen die normierte Referenzfrequenz zu der optimierten Frequenz des FG ν_0 aufgetragen. In grau sind die möglichen Resonatormoden des Fabry-Perot-Interferometers (FPI) und in grün die Multiplikation beider Intensitäten gezeigt. Die Zahlen über den Resonatormoden des FPI geben ihre Ordnung an. Mit der blauen Kurve ist eine Regression der Beugungsintensität mit einer Gaußkurve angezeigt. Die senkrechte lila Linie zeigt die Position der Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I_{\max}}$. Die Intensität der Beugungsordnung wurde mit der Gleichung 3.52 und die der Resonatormoden wurden mit der Gleichung 2.2 bestimmt. Die Parameter des FG sind: θ_0 gleich 30° und l_0 gleich 40λ . Wird hier der QCL um circa ein Sechstel der Wellenlänge in Richtung des FG verschoben, liegt die 164. Resonatorordnung auf der Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I_{\max}}$ und der spektrale Intensitätsunterschied ΔI kann direkt abgelesen werden.

Translation ist dabei immer kleiner als ein Viertel der Wellenlänge. Durch die Verschiebung der Resonatormoden auf $\nu_{I_{\max}}$, ist $\nu_{I_{\max}}$ immer die Frequenz, die im QCL angeregt wird. Für die Intensitäten der einzelnen Beugungsordnungen gilt, dass sie als gaußförmig zu betrachten sind. Daraus ergibt sich, dass der ΔI über die Gaußsche Glockenformel als

$$\Delta I = 1 - \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta \nu_c}{\sigma}\right)^2\right), \quad (3.53)$$

mit

$$\sigma = \frac{FWHM}{2\sqrt{2 \ln 2}}. \quad (3.54)$$

definiert ist ($\Delta I=0,5 \hat{=} \Omega=1$).

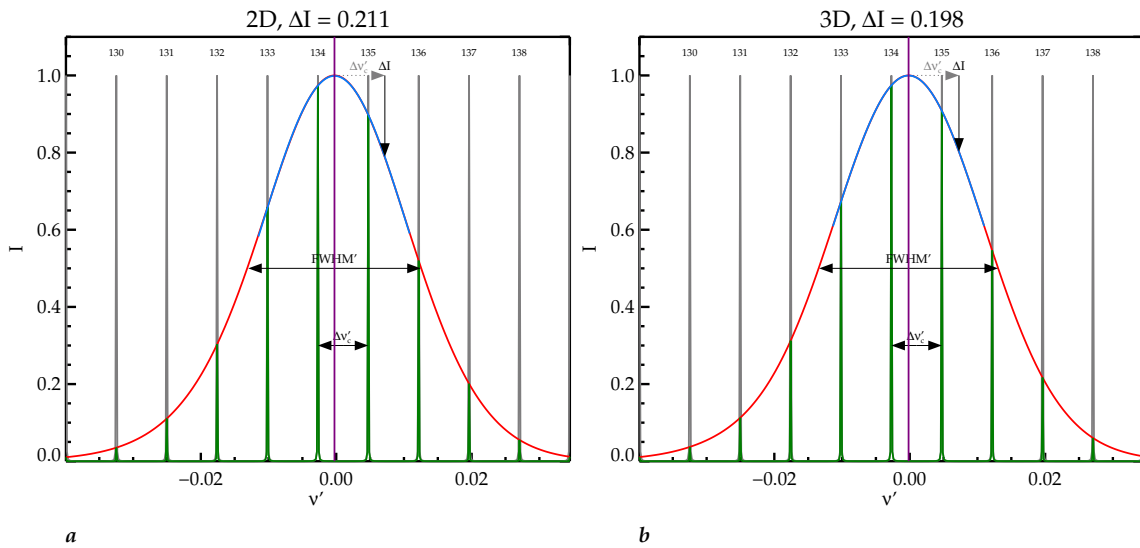


Abb. 3.7: Vergleich der einmal mit dem eindimensionalen und einmal mit dem zweidimensionalen HKI berechneten spektralen Intensitätsunterschiede ΔI . Die Bezeichnungen stimmen mit denen aus der Abbildung 3.6 überein. θ_0 hat einen Wert von 30° und l_0 einen von 30λ . Der spektrale Intensitätsunterschied ΔI , der in einer Dimensionen berechnet wurde, ist circa 7% größer als der, der in zwei Dimensionen berechnet wurde.

Der benötigte spektrale Abstand der Resonatormoden $\Delta\nu_c$ errechnet sich nach Gleichung 2.1, wobei hier als FPI-Länge die l_{ec} genutzt werden muss. Die Länge des ER l_{ec} ergibt sich immer aus dem Schnittpunkt des FG mit der Abszisse des Systems. Damit $\Delta\nu_c$ vollständig beschrieben ist, muss zusätzlich die Länge des internen Resonators l_{ic} (siehe Gl. 2.4) mit l_{qcl} und n_{qcl} berechnet werden.

Vergleich der mit dem eindimensionalen und dem zweidimensionalen HKI berechneten spektralen Intensitätsunterschiede ΔI

Die Berechnung des eindimensionalen HKI hat gegenüber dem zweidimensionalen einen großen Vorteil: die Laufzeit (siehe Abschn. 3.2.2). Da im zweidimensionalen Fall die Laufzeit proportional zur Spalt- bzw. Stufenanzahl N ist und im dreidimensionalen Fall proportional zu Spalt- bzw. Stufenanzahl N zum Quadrat, kann erheblich viel Rechenzeit eingespart werden. Dazu müssen sich die spektralen Intensitätsunterschiede ΔI allerdings kaum unterscheiden. In Abbildung 3.7 ist ein Beispiel gezeigt, an dem zu sehen ist, dass dies der Fall ist.

3.2.4 Definition der Schirmebenen S_{I-1} und S_{I0}

Die räumlichen Verteilungen der Intensität der Beugungsordnungen werden auf begrenzten Schirmebenen bei einer festen Frequenz berechnet. Die Schirmebene der minus ersten

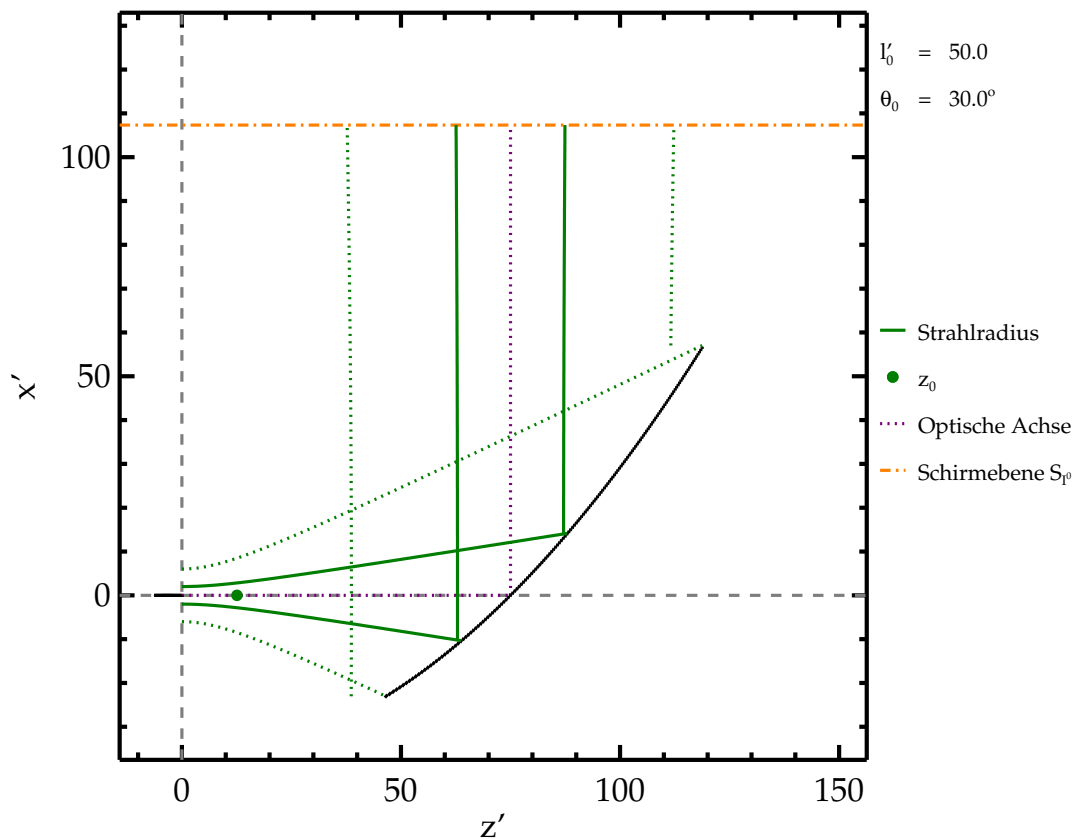


Abb. 3.8: Der Strahlengang eines Gaußstrahls am FG in Nulllage. Die Abbildung zeigt die optische Achse des emittierenden und des reflektierenden Strahls mit der lila gestrichelten Linie. Mit der grünen Linie wird der Verlauf des Strahlradius w gezeigt, mit der gepunkteten grünen Linie der Verlauf von drei mal w . Der grüne Punkt zeigt die Position von der Rayleighlänge z_0 . Die gelb gestrichelte Linie zeigt die Position der Schirmebene der nullten Beugungsordnung S_{l_0} an. Der Neigungswinkel θ_0 des FG beträgt 30° und die Anfangslänge l_0 50λ . Die Koordinaten sind mit der Wellenlänge normiert.

Beugungsordnung S_{l-1} ist definiert als

$$S_{l-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ s \\ t \end{pmatrix}, \quad t \wedge s \in [-n \cdot w_0, n \cdot w_0]. \quad (3.55)$$

Diese liegt im Fokus des FG und die Normale der Ebene zeigt in Richtung des emittierenden Strahls. Dabei ist n kleiner als 10, so dass der Schirm in der Größenordnung von w_0 ist. Die Schirmebene der nullten Beugungsordnung S_{l_0} liegt über dem FG und senkrecht zum Strahlengang der nullten Beugungsordnung (siehe Abb. 3.8). Der Wert der Höhe ist eigentlich irrelevant, da der ungebrochene Gaußstrahl und damit auch die nullte Beugungsordnung nahezu parallel sind, wird aber aus praktischen Gründen auf den Wert der Sehne des FG⁶

$$l_s = \sqrt{(\max z - \min z)^2 + (\max x - \min x)^2} \quad (3.56)$$

⁶Verbindungsline

festgelegt. Damit ist gesichert, dass die Ebene stets ein Stück über dem FG liegt und alle Stufen bei der Beugung berücksichtigt werden. Die z -Koordinate der Mitte der Ebene ergibt sich aus

$$z_{mS_{l^0}} = \pm \frac{l_s}{\sqrt{1 + m_0^2}} + z_{l_{ec}}, \quad (3.57)$$

wobei m_0 die Steigung des Strahlengangs der nullten Beugungsordnung und $z_{l_{ec}}$ die z -Koordinate des Mittelpunkts des FG (siehe Abb. 3.2 und Abb. 3.8) ist. Das Vorzeichen ist positiv, wenn die Steigung positiv ist, und negativ, wenn die Steigung negativ ist. Somit gilt für die x -Koordinate der Mitte der Ebene

$$x_{mS_{l^0}} = m_0 \cdot z_{mS_{l^0}} + b_0, \quad (3.58)$$

wobei b_0 der Schnittpunkt der Geraden mit der Ordinate des Systems ist. Damit gilt für die Ebene der nullten Beugungsordnung

$$S_{l^0} = \begin{pmatrix} z_{mS_{l^0}} \\ x_{mS_{l^0}} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \\ -\frac{1}{m_0} \cdot s + \tilde{b}_0 \\ t \end{pmatrix}, \quad t \wedge s \in [-n \cdot w, n \cdot w]. \quad (3.59)$$

Dabei ist \tilde{b}_0 der Schnittpunkt einer Geraden mit der Ordinate des Systems. Diese Gerade geht durch den Punkt $(z_{mS_{l^0}}, x_{mS_{l^0}})$ mit der Steigung $-\frac{1}{m_0}$. Damit die Ebene in der Größenordnung vom Strahlradius liegt, ist n wiederum kleiner als 10. Der Strahlradius ergibt sich nach Gleichung 2.30, mit $w_{0 \text{ out}}$ nach Gleichung 2.38. Mit dem l_{ec0} wird $w_{0 \text{ out}}$ und mit der Sehne des FG l_s der Strahlradius w berechnet.

3.2.5 Berechnung des Leistungskoeffizienten η

Der Leistungskoeffizient η gibt an, wie viel Prozent der gesamten abgestrahlten Leistung in die jeweilige Beugungsordnung einer Frequenz gestrahlt wird. Der Verlauf von η hängt dabei im Wesentlichen von n_γ ab (siehe Gl. 3.10 und Abb. 3.4). Um die Leistung genau zu berechnen muss die Anzahl der Linienelemente pro Stufe n_i erhöht werden. Je höher der Wert von n_i ist, desto genauer wird die Leistung berechnet. Allerdings ist die Dauer der Berechnung proportional zu n_i zum Quadrat. Daher muss die Größe von n_i bei jeder Berechnung abgewägt werden.

Die gesamte Leistung verteilt sich auf die minus erste und in die nullte Beugungsordnung. Die Leistung der beiden Beugungsordnungen wird nach Gleichung 2.49 berechnet. Also gilt für die Leistung der Beugungsordnungen:

$$P = \sum_i \sum_j U(P_t) U^*(P_t) \Delta x_t \Delta y_t, \quad (3.60)$$

wobei P_t ein Punkt auf der jeweiligen Schirmebene ist. Die Linienelemente Δx_t und Δy_t hängen von der Größe der gewählten Ebene und der Anzahl der Teilstücke der Ebene ab. Das elektrische Feld $U^*(P_t)$ der minus ersten und der nullten Beugungsordnung wird wie ΔI mit der Gleichung 3.52 berechnet, allerdings nicht nur an einem Punkt, sondern auf den

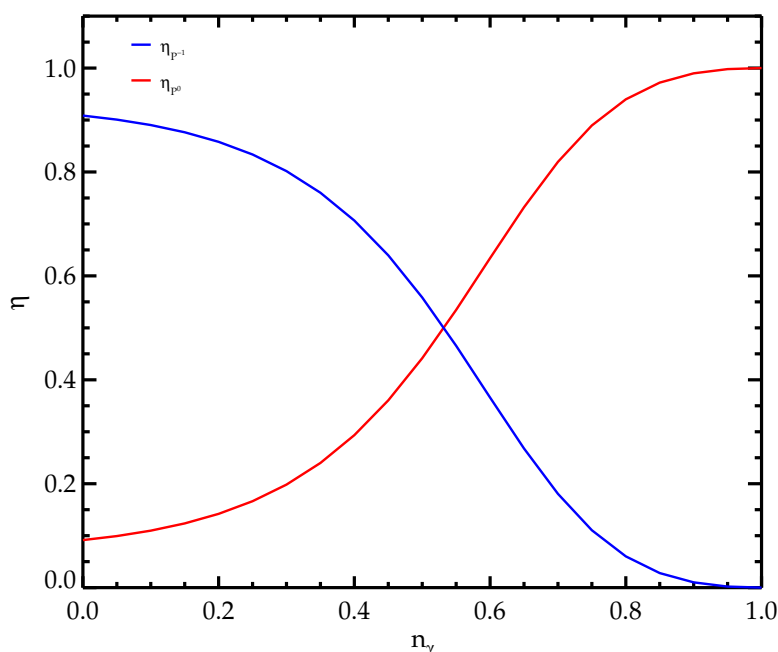


Abb. 3.9: Der Leistungskoeffizient η in Abhängigkeit des Blazefaktors n_γ . Die Graphik zeigt den Verlauf von den Leistungskoeffizienten η_{p^0} und $\eta_{p^{-1}}$ gegen den Blazefaktor n_γ . In diesem Fall wurde der Leistungskoeffizient η bei einem θ_0 von 30° , einem l_0 von 50λ und einem n_i von 10 berechnet.

Schirmebenen $S_{I^{-1}}$ und S_{I^0} mit der durch die spektrale Verteilung der Intensität ermittelten Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I\max}$. Für die Leistungskoeffizienten der nullten und der minus ersten Beugungsordnung ergibt sich dann:

$$\eta_{p^0} = \frac{p^0}{p^0 + p^{-1}} \quad (3.61)$$

$$\eta_{p^{-1}} = \frac{p^{-1}}{p^0 + p^{-1}}. \quad (3.62)$$

Die Abbildung 3.9 zeigt den Verlauf von η_{p^0} und $\eta_{p^{-1}}$. Der Verlauf entspricht den Erwartungen. Bei niedrigem n_γ geht die meiste Leistung in die minus erste Beugungsordnung, bei höherem in die nullte. Dass keine Leistung mehr in die minus erste Beugungsordnung bei einem n_γ von 1 geht, ist damit zu erklären, dass dann keine Beugung mehr stattfindet und der FG nur noch ein Parabolspiegel ist. Dass bei einem n_γ von 0 auch Leistung in die nullte Beugungsordnung gelangt, ist mit der Breite der Stufen des FG zu erklären, da die Stufe ungefähr $\lambda/2$ breit ist, ist die Einhüllende der Beugungsordnungen des Gitters so groß, dass noch Leistung in die nullte Ordnung abgestrahlt wird.

3.2.6 Berechnung des Kopplungskoeffizienten κ

Der Kopplungskoeffizient κ beschreibt, wie viel Prozent der Leistung des Retroreflexes einer Frequenz wieder in den QCL eingekoppelt werden kann. Aus der räumlichen Verteilung der

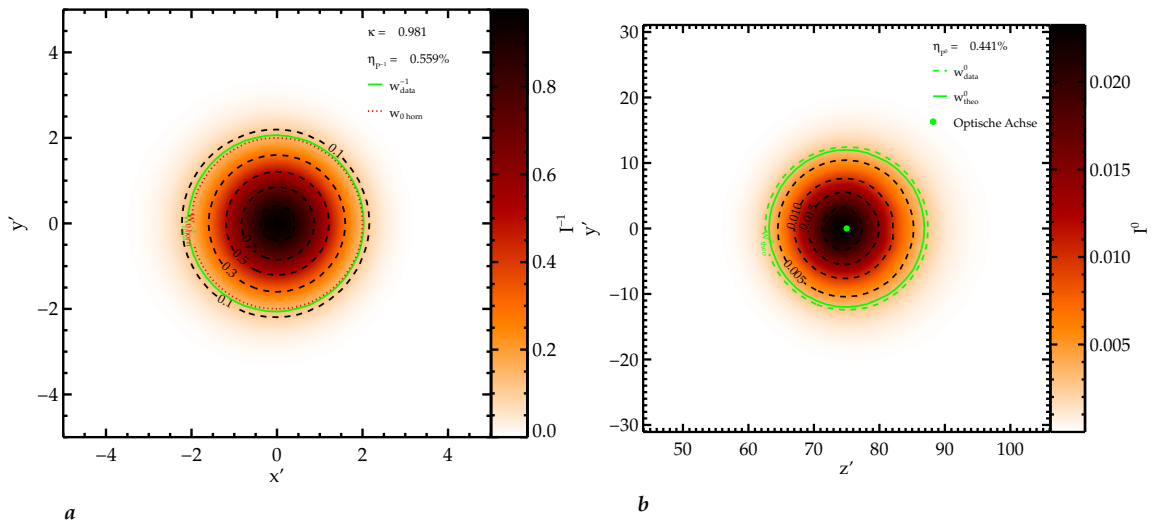


Abb. 3.10: Die räumlichen Verteilungen der Beugungsintensitäten der minus ersten und der nullten Beugungsordnung. Die Konturfarben und die Isolinien in schwarz gestrichelt geben die Intensität der räumlichen Verteilungen der Beugungsordnungen auf den jeweiligen Schirmebenen wieder. Die Intensitäten wurden mit der Gleichung 3.52 berechnet. Die Koordinaten wurden mit der Wellenlänge normiert. Der Neigungswinkel θ_0 beträgt 30° und die Anfangslänge l_0 50λ . Der Blazefaktor n_γ ist gleich 0,5 und die Anzahl der Linienelemente pro Stufe n_i gleich 10. Die Größen der Ebenen sind jeweils 5 mal w . Bild a zeigt die räumlichen Verteilungen der Beugungsintensitäten der minus ersten Beugungsordnung. Die grüne Linie markiert die Position des Strahlradius der minus ersten Beugungsordnung w^{-1} . Die rot gepunktete Linie gibt die Waist w_0 des Horns an. Beide Strahlradien sind fast identisch, daher folgt ein Kopplungskoeffizient κ mit einem Wert von 0,981. Da n_γ gleich 0,5 ist, ist ein Wert für η_{p-1} von 0,559 nachvollziehbar (siehe Abb. 3.9). Bild b zeigt die räumlichen Verteilungen der Beugungsintensitäten der nullten Beugungsordnung. Die grüne Linie markiert die Position des Strahlradius der nullten Beugungsordnung w^0 . Die gepunktete grüne Linie steht für die Position des berechneten Strahlradius und der grüne Punkt gibt die berechnete optische Achse an (siehe Abb. 3.8). Der Wert für η_{p0} von 0,441 entspricht ebenfalls den Erwartungen.

Beugungsordnungen ergibt sich der Kopplungskoeffizient κ (siehe Abb. 3.10). Der Kopplungskoeffizient κ wird mit den Gleichungen 2.53 und 2.54 über die Schirmebene der minus ersten Beugungsordnung S_{I-1} berechnet. An der Position der Waist hat der QCL das elektrische Feld

$$E_b = \sqrt{\frac{2}{\pi w_0^2}} \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{x_t^2 + y_t^2}}{w_0}\right)^2\right), \quad (3.63)$$

wobei x_t und y_t die Koordinaten von der S_{I-1} sind. Das elektrische Feld $U^*(P_t)$ der minus ersten Beugungsordnung wird wie ΔI mit der Gleichung 3.52 und der Frequenz $\nu_{I \max}$ auf S_{I-1} berechnet. Damit ergibt sich für den Kopplungskoeffizienten:

$$\kappa = \frac{\left| \sum_i \sum_j U^*(P_t) E_b \Delta x_t \Delta y_t \right|^2}{P-1}. \quad (3.64)$$

Der Kopplungskoeffizient κ wird normiert betrachtet, daher wird $U(P_t)$ mit $\sqrt{P-1}$ normiert. Das Feld E_b ist schon normiert.

Im Weiteren werden die κ , ΔI und $\nu_{I\max}$ als die Beugungsparameter des FG bezeichnet. Um die Parameter des FG in Nulllage miteinander vergleichen zu können, werden die Beugungsparameter für verschiedene Konfigurationen der Parameter des FG mit dem Computerprogramm bestimmt.

3.2.7 Betrachtung der Beugungsparameter des FG in Nulllage

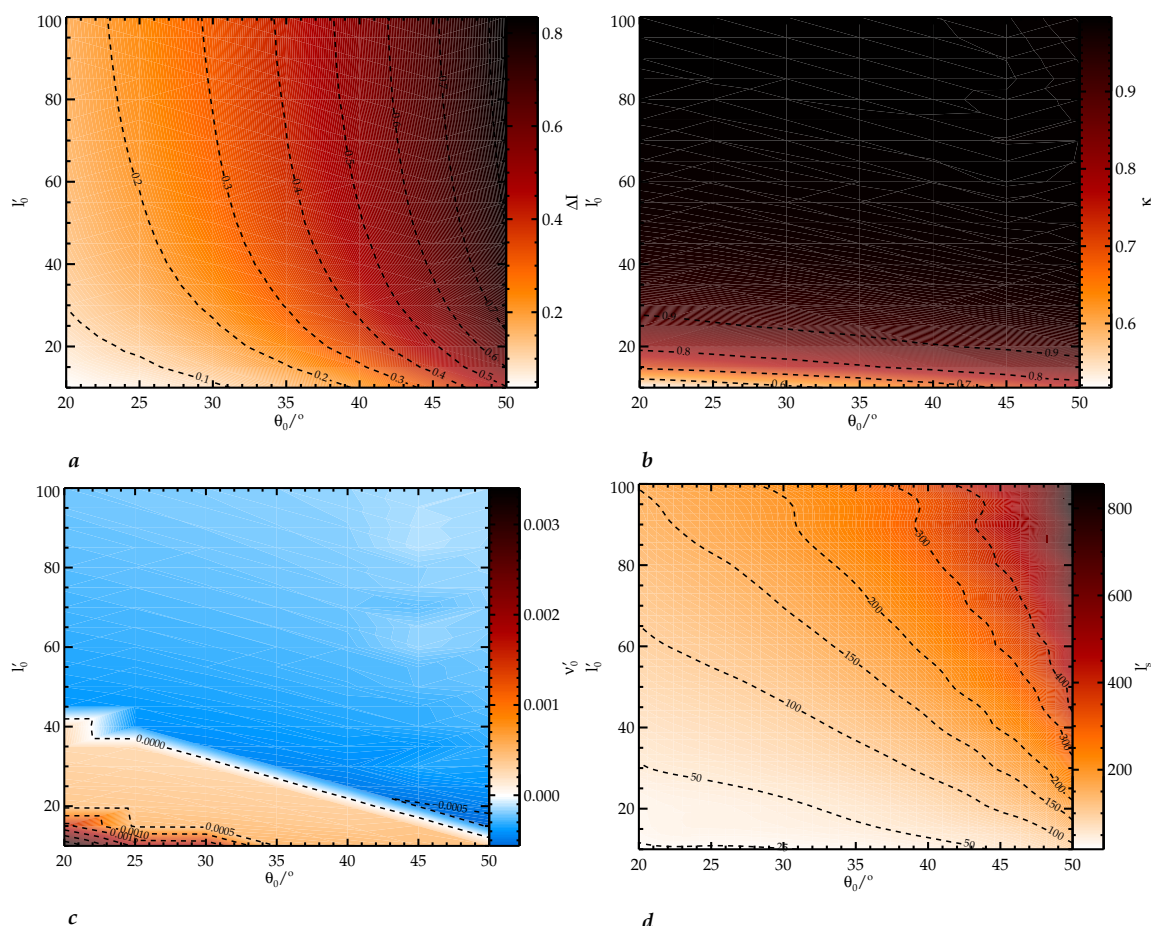


Abb. 3.11: Berechnung der Beugungsparameter des FG in Nulllage. In dieser Abbildung sind die Beugungsparameter des FG in Nulllage, (a) der spektrale Intensitätsunterschied ΔI , (b) der Kopplungskoeffizient κ , (c) die Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I\max}$ und (d) die Sehne des FG l_s als Konturdiagramm gegen die Anfangslänge l_0 und den Neigungswinkel θ_0 dargestellt. Die Längen sind mit der Wellenlänge normiert. Die Frequenz ist als normierte Relativfrequenz zu der optimierten Frequenz des FG ν_0 dargestellt.

Die Parameter des FG in Nulllage (die Anfangslänge l_0 und der Neigungswinkel θ_0) können sehr verschiedene Beugungsparameter (den spektralen Intensitätsunterschied ΔI und den Kopplungskoeffizienten κ) erzeugen. Um die Beugungsparameter des FG zu untersuchen, können ΔI , κ , die Sehne des FG l_s und die Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I\max}$

l_0	$\theta_0/^\circ$	κ	ΔI	$\nu_{I_{\max}}'$
10	20	0,515	0,037	0,001 18
10	35	0,614	0,132	-0,000 94
10	50	0,750	0,461	-0,001 31
50	20	0,974	0,132	-0,000 16
50	35	0,984	0,362	-0,000 14
50	50	0,992	0,780	-0,000 08
100	20	0,997	0,162	-0,000 13
100	35	0,996	0,412	-0,000 07
100	50	0,986	0,815	-0,000 02

Tab. 3.1: Übersicht der Beugungsparameter

für einen Werteraum von l_0 und θ_0 mit dem entwickelten Programm berechnet werden. Die Abschätzung des Werteraums von l_0 und θ_0 findet sich im Anhang in Abschnitt A.6.

Aus den berechneten Daten kann das Wertepaar ermittelt werden, welches den Anforderungen des QCL genügt. Die Sehne des FG l_s ist dabei ein Maß für die Größe des FG. Die inverse Rechnung, also die Parameter des FG direkt aus ΔI und κ zu ermitteln, kann nicht angewendet werden, da bei der Berechnung von ΔI und κ die Phaseninformation durch die komplexe Konjugation verloren geht. In der Abbildung 3.11 können die geeigneten Parameter abgelesen werden.

Aus der Abbildung 3.11a wird ersichtlich, dass für ein FG in Nulllage der beste spektrale Intensitätsunterschied ΔI des Gitters bei hohen Neigungswinkeln θ_0 liegt. Dies war zu erwarten, da bei hohen θ_0 die Spalt- bzw. Stufenanzahl N ansteigt. Die Abhängigkeit des spektralen Intensitätsunterschiedes ΔI von der Anfangslänge l_0 verschwindet ebenfalls wie erwartet mit der steigende Größe des FG, da die Länge des QCL l_{qcl} verschwindend gering zur Länge des ER l_{ec} wird. Wichtig ist also, eine Untergrenze für ΔI zu finden, ab der es nicht mehr zu Multimoden kommen kann. Das bedeutet, dass die Trennung der Resonatormoden noch mit der Breite der Beugungsordnungen des Gitters zu vollziehen ist. Dieser Wert für ΔI kann je nach QCL und Frequenz stark variieren.

Aus der Abbildung 3.11b wird ersichtlich, dass der Kopplungskoeffizient κ ab einem l_0 von circa 30 mal der Wellenlänge nahezu eins wird. Dies hängt mit der Berechnung der Stufen zusammen, die im Fernfeld berechnet werden. Die Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I_{\max}}$ weicht aus denselben Gründen von der optimierten Frequenz des FG ν_0 im niedrigen Bereich von θ_0 ab. Die Sehne des FG l_s wird mit steigendem l_0 und θ_0 per Definition stets größer. Um die Änderung der Beugungsparameter durch größer gewählte Parameter deutlich zu machen, sind in der Tabelle 3.1 und im Anhang im Abschnitt A.7 in den Abbildungen A.5 und A.6 einige Werte der Beugungsparameter als Beispiel aufgeführt. Die Abbildungen A.5 und A.6 sind dabei im Stile der Abbildungen 3.6 und 3.10a.

In diesem Abschnitt wurden die Berechnungen der Beugungsintensitäten und der Beugungsparameter des FG in Nulllage (der Kopplungskoeffizient κ , der spektrale Intensitätsunterschied ΔI und die Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I_{\max}}$) vorgestellt. Dabei wurde

die Abhängigkeit der Beugungsparameter von dem Neigungswinkel θ_0 und der Anfangslänge l_0 gezeigt.

Soll der FG in einem Littrowaufbau die QCL nur um einige hundert Megahertz bis wenige Gigahertz abstimmen, reichen diese Berechnungen aus, um die optimalen Parameter des FG zu bestimmen. Ziel dieser Arbeit ist allerdings, die QCL über einen großen Frequenzbereich abzustimmen. Dabei können sich die Beugungsparameter enorm ändern. Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, wie sich die Beugungsparameter bei der Rotation des FG um ein Punkt ändern.

3.3 Rotation des FG

In diesem Abschnitt wird erklärt, wie sich die Frequenz des QCL mithilfe des fokussierenden Gitterspiegels (FG) ändern lässt. Um die Frequenz des QCL zu ändern, wird der FG rotiert. Dabei ändert sich die Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I_{\max}}$, die in den QCL eingekoppelt wird. Somit ändert sich auch die Frequenz, die im QCL angeregt werden kann. Die Werte für den spektralen Intensitätsunterschied ΔI und den Kopplungskoeffizienten κ können sich dabei signifikant ändern.

Es wird zuerst die Lage des Rotationspunktes P_{dp} erklärt, dann die Änderung der Beugungsparameter am Drehpunkt P_{dp} erläutert. Zuletzt wird darauf eingegangen, welche die optimalen Parameter des FG sind und wie sie sich ermitteln lassen.

Dies wird für zwei Fälle betrachtet: die Rotation des FG um einen Punkt, der sich am besten dazu eignet, die Freiheitsgrade des FG zu minimieren, und die Rotation um verschiedene Rotationspunkte.

Die optimalen Parameter des FG ergeben sich aus dem Maximalwert der Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta\nu'_{I_{\max}}$. Die Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta\nu'_{I_{\max}}$ ist der Abstand der minimalen und der maximal möglichen $\nu_{I_{\max}}$ geteilt durch die optimierte Frequenz des FG ν_0 . Dieser Abstand ist nicht nur von den Parametern des FG abhängig, sondern auch von den Minimalwerten von ΔI und κ , die von dem QCL vorgegeben werden. Da bisher noch kein QCL vorrätig ist und demzufolge keine Minimalwerte bekannt sind, werden für mehrere Minimalwerte die geeignetsten Parameter bestimmt.

3.3.1 Definition des Rotationspunktes P_{dp}

Um den FG zu rotieren und damit die Frequenz zu ändern, muss ein Drehpunkt P_{dp} festgelegt werden. Der P_{dp} liegt immer in der Ebene, die von der Abszisse z und der Ordinate x an der y -Koordinate gleich null des Systems aufgespannt wird. Die Beugungsparameter des rotierten FG, ΔI , κ und $\nu_{I_{\max}}$ korrelieren bei einer festen Anfangslänge l_0 und einem festen Neigungswinkel θ_0 mit der Lage von P_{dp} . Demzufolge sind den Parametern des FG die Koordinaten des P_{dp} zuzurechnen.

Die Rotation des FG führt zu einer Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta\nu'_{I\max}$, die durch mehrere Faktoren begrenzt wird:

Mechanische Begrenzung: Der FG kann aus dem Strahl des QCL rotiert werden, so dass der FG nicht mehr beleuchtet wird. Oder der FG wird soweit gedreht, so dass er den QCL schneiden würde. Diese beiden Fälle werden im Weiteren als Überdrehungen bezeichnet.

Begrenzung durch den QCL: ΔI und κ können unter ihren Minimalwerten liegen. Die Minimalwerte ΔI_{\min} und κ_{\min} sind abhängig vom QCL. So gibt der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{\min} einen Wert an, der festlegt, wie viel Leistung benötigt wird, um den QCL eine Frequenz noch anschwingen zu lassen. Der Minimalwert für den spektralen Intensitätsunterschied ΔI_{\min} gibt an, bei welchem Intensitätsunterschied es noch nicht zu Multimoden kommt.

Bei der Rotation des FG wird die minus erste Beugungsordnung der Nulllage aus dem Fokus der Parabel rotiert. Für die sich ändernde Frequenz werden ΔI und κ mit größer werdenden Drehwinkeln α_p meist kleiner als in der Nulllage, abgesehen von den leichten Verschiebungen des Maximums beider, die durch die Stufenberechnung im Fernfeld kommen.

3.3.2 Änderung der Beugungsparameter bei der Rotation des FG

Bei der Rotation des FG um einen P_{dp} ändert sich die Lage des FG und daraus folgend auch die Beugungsparameter. Die Rotation der FG-Koordinaten erfolgt dabei immer über eine Rotationsmatrix um die y -Achse.

$$\begin{pmatrix} z_{\text{rot}} \\ x_{\text{rot}} \\ y_{\text{rot}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_p & -\sin \alpha_p & 0 \\ \sin \alpha_p & \cos \alpha_p & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z - z_{dp} \\ x - x_{dp} \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z_{dp} \\ x_{dp} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.65)$$

mit z_{dp} und x_{dp} den Koordinaten des P_{dp} . Die Koordinaten des P_{dp} werden zur besseren Übersicht mit der Länge des ER in Nulllage des FG l_{ec0} normiert dargestellt. Die Steigungen der Normalen sind unabhängig von P_{dp} und können daher mit P_{dp} gleich null berechnet werden.

In diesem Abschnitt wird die Änderung der Beugungsparameter bei einer Rotation an einer Konstellation der Parameter des FG beschrieben. Für die Beispiele wurde ein θ_0 von 30° , ein l_0 von 50λ , eine z -Koordinate des Rotationspunktes z_{dp} von $1 l_{ec0}$ und eine x -Koordinate des Rotationspunktes x_{dp} von $3 l_{ec0}$ für die Parameter des FG gewählt.

In Abbildung 3.12 ist an einem Beispiel gezeigt, wie sich ΔI , κ und $\nu_{I\max}$ mit der Rotation des FG ändern.

Aus Abbildung 3.12 wird ersichtlich, dass bei Rotationen des FG in Richtung der Ordinate des Systems, ΔI größer wird als in der Nulllage. Bei Rotationen weg von der Ordinate wird ΔI allerdings kleiner. Der Kopplungskoeffizient κ wird bei der Rotation in beide Richtungen kleiner als in der Nulllage. Die Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I\max}$ ändert sich wie erwartet um einige Prozent. Die Änderung von κ und $\nu_{I\max}$ war so zu erwarten. Warum sich ΔI vergrößert wird im Folgenden beschrieben.

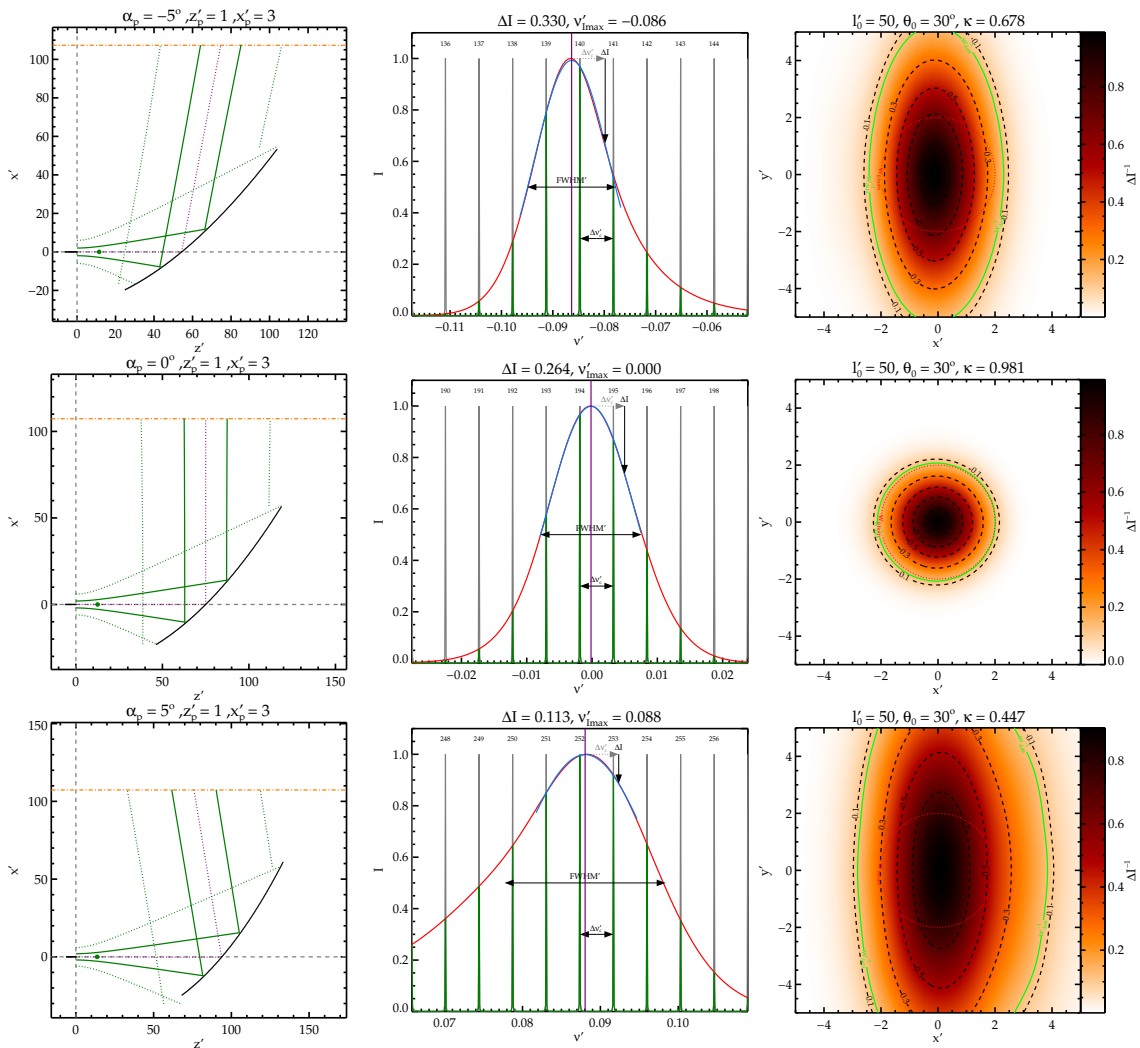


Abb. 3.12: Beispiel für die Rotation des FG. In dieser Abbildung ist gezeigt, wie sich die Beugungsparameter ΔI , κ und $v_{I\max}$ mit der Rotation des FG um einen Drehpunkt P_{dp} ändern. In jeder Reihe sind von links nach rechts jeweils die Rotation des FG, die spektrale und die räumliche Auflösung des FG für die Rotationswinkel α_p gleich -5° , 0° und 5° gezeigt. Die Beschreibungen der Bilder der linken Spalte orientieren sich dabei an Abbildung 3.3, die der mittleren an 3.6 und die der rechten an 3.10a. Der Neigungswinkel θ_0 des FG beträgt 30° und die Anfangslänge l_0 50λ . Die Koordinaten wurden mit der Wellenlänge normiert. Die Frequenz der negativen Beugungsordnung $v_{I\max}$ ist als normierte Relativfrequenz zur optimierten Frequenz des FG v_0 dargestellt. Die Koordinaten z_{dp} und x_{dp} des Rotationspunktes P_{dp} betragen $1\lambda_{ec0}$ und $3\lambda_{ec0}$. Diese liegen außerhalb des Zeichenbereichs.

Um die Änderung von $v_{I\max}$ durch den Rotationswinkel α_p zu zeigen, wird $v_{I\max}$ für das Beispiel berechnet (siehe Abb. 3.13a und 3.13b). Dort ist zu sehen, dass sich $v_{I\max}$ mit dem Rotationswinkel α_p stark ändert. Dies ist immer eine stetige Funktion, die aber nicht wie im Beispiel zwangsläufig nahezu linear verläuft.

Das Beispiel zeigt ebenfalls die Änderung der spektralen Breite des Beugungsgitters Δv_g , welche hier relativ konstant bleibt. Insbesondere die Abbildung 3.13b zeigt, wie stark sich

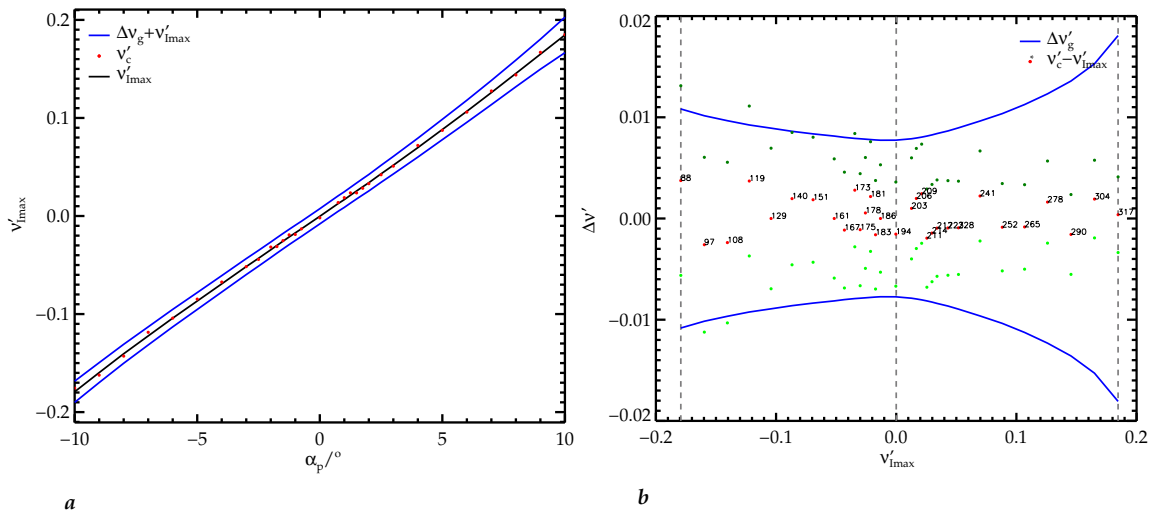


Abb. 3.13: Änderung der Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu'_{I \max}$ bei Rotation des FG. Abbildung a zeigt die $\nu'_{I \max}$ gegen den Rotationswinkel α_p in schwarz. Die Frequenz der Resonatormode ν'_c , die am nächsten an $\nu'_{I \max}$ liegt, ist in roten Punkten aufgetragen und die halbe spektrale Breite des Beugungsgitters $\Delta\nu'_g + \nu'_{I \max}$ in blau. Aus den Abständen der roten Punkte wird ersichtlich, mit welchen Winkeln die Beugungsparameter berechnet wurden. Abbildung b zeigt die $\nu'_{I \max}$ gegen $\Delta\nu'_g$ in blau und $\nu'_c - \nu'_{I \max}$ in roten Punkten mit der Resonatorordnung. Die hellgrünen Punkte zeigen eine niedrigere und die dunkelgrünen eine höhere Mode. Die Frequenzen sind als normierte Relativfrequenz zur optimierten Frequenz des FG ν_0 dargestellt.

$\Delta\nu'_c$ im Gegensatz zu $\Delta\nu'_g$ ändert. Dies geschieht, da l_{ec} wesentlich schneller kleiner wird, als $\Delta\nu'_g$ breiter wird. Dadurch werden die Abstände der Resonatormoden breiter. Dies hat das Anwachsen von ΔI zur Folge.

In der Abbildung 3.14 werden für das Beispiel die sich ändernden Beugungsparameter des rotierten FG ($\nu'_{I \max}$, κ und ΔI) gezeigt. Die Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta\nu'_{I \max}$ wird als Kriterium für die optimalen Parameter des FG genutzt. In der Abbildung 3.14 ist zu sehen, dass die Beugungsparameter sich wie erwartet verhalten. Der spektrale Intensitätsunterschied ΔI wird bei Näherung des FG an die Ordinate größer, bei Entfernung kleiner (wie auch in Abb. 3.13b zu sehen). Der Kopplungskoeffizient κ ist ungefähr eins bei der optimierten Frequenz des FG ν_0 und fällt nach beiden Seiten ab. Die Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta\nu'_{I \max}$ ist in Abbildung 3.14 durch die Minimalwerte κ_{\min} und ΔI_{\min} eingeschränkt und ist dadurch gleich 0,13.

Die Minimalwerte κ_{\min} und ΔI_{\min} bestimmen die Breite von $\Delta\nu'_{I \max}$ bei gegebenen Parametern des FG. Um die Änderung sichtbar zu machen, wird $\Delta\nu'_{I \max}$ für die Beispielparameter des FG mit verschiedenen Minimalwerten berechnet. Die Ergebnisse können in Abbildung 3.15 eingesehen werden.

Der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{\min} geht von 0,4 bis 0,9 und der Minimalwert für den spektralen Intensitätsunterschied ΔI_{\min} geht von 0,025 bis 0,3. Kleinere Werte führen hierbei zu kaum einer Einschränkung von κ und ΔI , beziehungsweise wird in dieser Arbeit davon ausgegangen, dass der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{\min} größer als 0,4 sein muss, um noch genügend Leistung bereitzustellen, so dass der Laser anschwingt. Größere Werte führen zu einer zu hohen Einschränkung, wodurch $\Delta\nu'_{I \max}$ nur

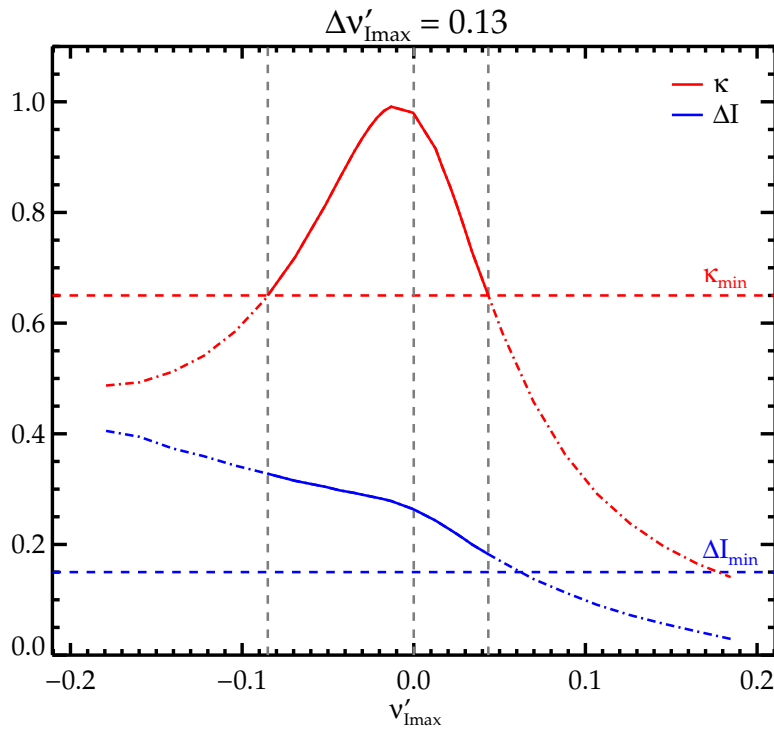


Abb. 3.14: Die Beugungsparameter des FG bei einer Rotation. In dieser Abbildung ist der Kopplungskoeffizient κ in rot und der spektrale Intensitätsunterschied ΔI in blau gegen die Frequenz der negativen Beugungsordnung $v_{I_{max}}$ aufgetragen. Die grauen senkrechten Linien zeigen die minimale Frequenz v_{min} , die optimierte Frequenz des FG v_0 und die maximale Frequenz v_{max} . Die Frequenzen sind als normierte Relativfrequenz zur optimierten Frequenz des FG v_0 dargestellt. In diesem Beispiel ist der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{min} gleich 0,65 und der Minimalwert für den spektralen Intensitätsunterschied ΔI_{min} gleich 0,15. Daraus ergibt sich ein Wert für $\Delta v'_{I_{max}}$ von 0,13.

wenige Prozent von v_0 betrage. Allerdings kann eine Änderung um wenige Prozent bei fast jeder Rotation erzeugt werden, unabhängig von den Parametern des FG (siehe Abschn. 3.2.7). Aus Abbildung 3.15 ist ersichtlich, dass, wie erwartet, je größer die Minimalwerte des QCL werden, desto kleiner wird die Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta v'_{I_{max}}$. In diesem Fall beeinflusst ΔI_{min} die Frequenzbreite nur gering, dies liegt an der Form seiner Kurve. Diese fällt nicht zu beiden Seiten von v_0 ab, sondern steigt bei der Annäherung an die Ordinate des Systems (siehe Abb. 3.12 und 3.13). Aus demselben Grund liegt das Minimum von $\Delta v'_{I_{max}}$ bei κ_{min} gleich 0,8. Für die Parameter des FG aus dem Beispiel kann, wenn die Minimalwerte des QCL bekannt sind, die mögliche Frequenzbreite abgelesen werden.

Um die optimalen Parameter des FG zu erfahren, wird $\Delta v'_{I_{max}}$ für einen großen Wertebereich von l_0 , θ_0 , z_{dp} und x_{dp} berechnet. Dann wird der Maximalwert von $\Delta v'_{I_{max}}$ aller Konstellationen für unterschiedlich Minimalwerte des QCL bestimmt. Die Parameter die den Maximalwert von $\Delta v'_{I_{max}}$ erzeugen, sind die optimalen.

Bei der Berechnung werden jeweils die Koordinaten und Steigungen der Linienelemente dR_{ij} bzw. der Flächenelemente dS_{ij} des FG für die jeweiligen Parameter aus dem Werteraum aus Abschnitt A.6 berechnet. Diese werden mit der Drehmatrix 3.65 um verschiedene Ro-

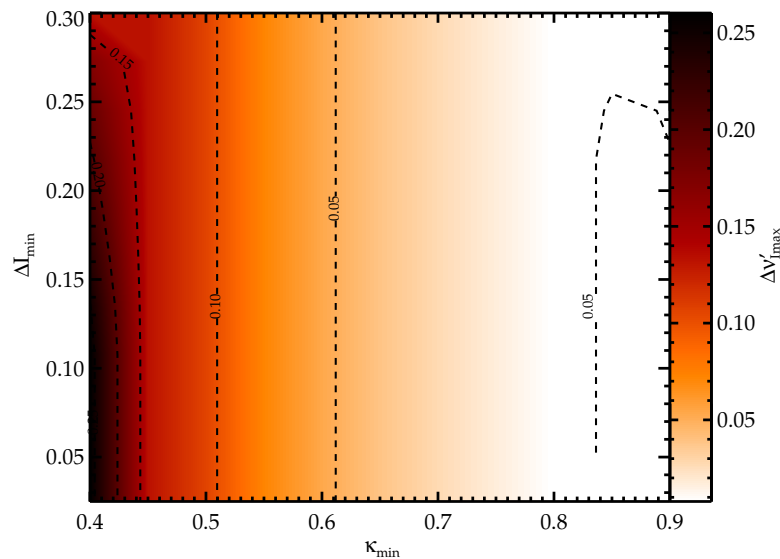


Abb. 3.15: Abhängigkeit der Frequenzbreite von den Minimalwerten des QCL. In dieser Abbildung ist ein Konturdiagramm der Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta\nu'_{I_{max}}$ gegen den Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{min} und gegen den Minimalwert für den spektralen Intensitätsunterschied ΔI_{min} dargestellt.

tationspunkten P_{dp} mit möglichst vielen Drehwinkeln α_p rotiert. Eine Abschätzung dieses Parameterraums ist im Anhang in Abschnitt A.8 aufgezeigt.

3.3.3 Ermittlung der optimalen Parameter des FG über Betrachtung der Beugungsparameter

Die optimalen Parameter des rotierenden FG (Neigungswinkel θ_0 , Anfangslänge l_0 und Drehpunkt P_{dp}) werden durch die Minimalwerte des QCL (κ_{min} und ΔI_{min}) beeinflusst. Die optimalen Parameter ergeben sich, wenn die Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta\nu'_{I_{max}}$ maximal ist. Im Anhang in Abschnitt A.9 wird darauf hingewiesen, dass für eine Minimierung der Freiheitsgrade der zu montierenden und beweglichen Bauteile es von Vorteil ist, den Drehpunkt P_{dp} auf den Mittelpunkt des FG zu legen. Es zeigt sich aber, dass bei anderen Positionen von P_{dp} $\Delta\nu'_{I_{max}}$ wesentlich größer wird.

Falls sehr große $\Delta\nu'_{I_{max}}$ gewünscht sind, dabei aber die Minimalwerte des vorhandenen QCL ebenfalls sehr groß sind, ist es sinnvoll, auf eine Minimierung der Freiheitsgrade zu verzichten und die Maximierung der Beugungsparameter zu nutzen.

Ebenfalls kann ein anderer P_{dp} genutzt werden, wenn der FG die nullte Beugungsordnung nicht auskoppeln soll, sondern die Strahlung aus der gegenüberliegenden Facette des QCL emittiert wird (siehe Abb. 2.1). Dann werden ebenfalls die Freiheitsgrade minimiert, da hier kein weiterer Aufbau zur Auskopplung benötigt wird. Wird die nullte Beugungsordnung nicht ausgekoppelt, kann der Blazefaktor n_γ auf null gesetzt werden, dann wird nahezu die gesamte Leistung wieder in den QCL retroreflektiert. Dies ist für die Verstärkung der Resonatormoden im QCL ebenfalls von Vorteil, da so bei kleineren κ mehr Leistung zu Verfügung steht.

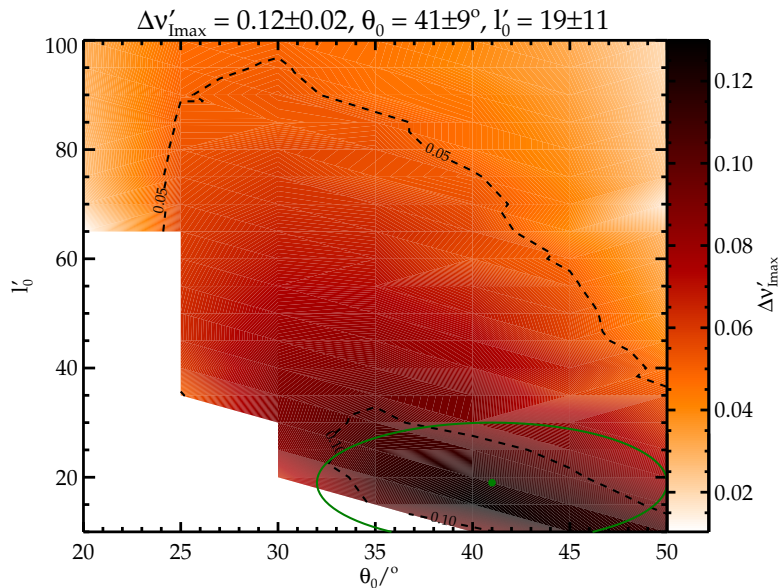


Abb. 3.16: Die Frequenzbreite $\Delta v'_{I_{\max}}$ bei verschiedenen Anfangslängen l_0 und Neigungswinkeln θ_0 und festem Rotationspunkt P_{dp} . In dieser Abbildung ist die Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta v'_{I_{\max}}$ gegen die Anfangslänge l_0 und den Neigungswinkel θ_0 als Konturdiagramm aufgezeichnet. Die grüne Ellipse zeigt einen Bereich an, bei dem sich das Maximum von $\Delta v'_{I_{\max}}$ nur um circa 10% ändert, der grüne Punkt markiert den Mittelwert dieses Bereichs. Die Koordinaten z_{dp} und x_{dp} des Rotationspunktes P_{dp} betragen $1 l_{ec0}$ und $0 l_{ec0}$. In diesem Beispiel ist κ_{\min} gleich 0,65 und ΔI_{\min} gleich 0,15. Für die Minimalwerte erzeugt der FG bei θ_0 gleich 41° und l_0 gleich 19λ ein maximales $\Delta v'_{I_{\max}}$ von 0,12.

Im Folgenden wird gezeigt, wie sich die Beugungsparameter einerseits bei Festlegung des P_{dp} auf den Mittelpunkt des FG und andererseits bei beliebigen Positionen des P_{dp} verhalten. Wird der P_{dp} in den Mittelpunkt des FG gelegt, kann der Strahl mit nur einem beweglichen Element auf einer Position festgehalten werden (siehe Anhang Abschn. A.9). Wird der P_{dp} nicht in den Mittelpunkt des FG gelegt, ist mindestens noch ein beweglicher Spiegel erforderlich, um den Strahl immer auf eine Position zu halten. Dies kann aber bei bestimmten Anforderungen an das Abstimmverhalten günstiger sein.

Die Beugungsparameter des FG mit dem Drehpunkt P_{dp} am Mittelpunkt des FG

Liegt der Drehpunkt P_{dp} am Mittelpunkt des FG, ist dies für die Minimierung der Freiheitsgrade von Vorteil. Die nullte Beugungsordnung kann dann mit nur einem beweglichen Spiegelement (siehe Anhang Abb. A.7) auf einer Position festgehalten werden. Um die optimalen Parameter des FG an diesem Drehpunkt P_{dp} zu finden, wurden für den gesamten Wertebereich von θ_0 und l_0 aus Abschnitt A.6 der Verlauf von κ und ΔI bestimmt. Dabei wurde der Parameterraum aus Abschnitt A.8 genutzt. Dieser ist zum Teil sehr grob gerastert, was auch in den Abbildungen zu sehen ist. Danach wurde die Frequenzbreite $\Delta v'_{I_{\max}}$ mit unterschiedlichen κ_{\min} und ΔI_{\min} berechnet.

Um zu zeigen, wie sich $\Delta v'_{I_{\max}}$ bei verschiedenen θ_0 und l_0 und gleichbleibenden κ_{\min} und ΔI_{\min} verhält, wird in Abbildung 3.16 der Verlauf von $\Delta v'_{I_{\max}}$ gezeigt. Das heißt aus dieser

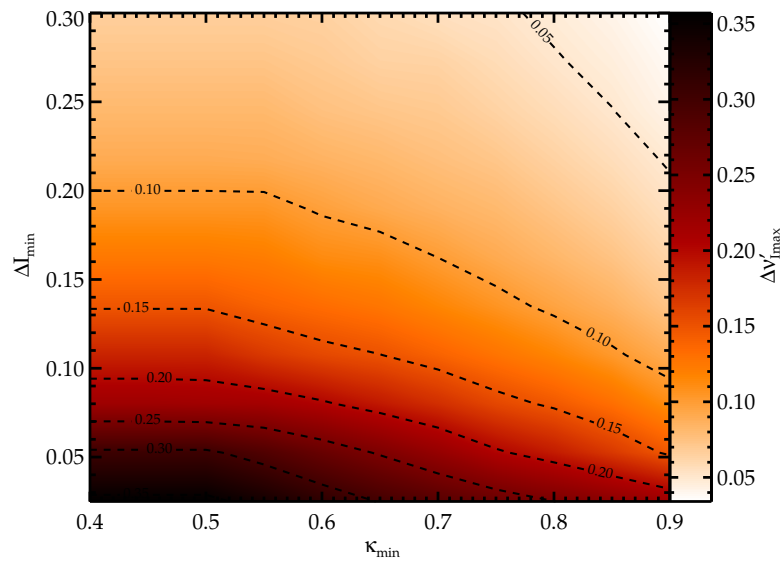


Abb. 3.17: Die Frequenzbreite $\Delta v'_{I_{\max}}$ für verschiedene Minimalwerte, κ_{\min} und ΔI_{\min} , des QCL. In dieser Abbildung ist der Maximalwert von $\Delta v'_{I_{\max}}$ von allen Konstellationen von l_0 und θ_0 bei einem Rotationspunkt als Konturdiagramm gegen die Minimalwerte κ_{\min} und ΔI_{\min} aufgetragen.

Abbildung können die optimalen θ_0 und l_0 mit Rotationspunkt am Mittelpunkt abgelesen werden, wenn die Minimalwerte des QCL bekannt sind. In diesem Beispiel ist der κ_{\min} gleich 0,65 und ΔI_{\min} gleich 0,15. Es ist zu sehen, dass $\Delta v'_{I_{\max}}$ sich je nach Wahl der Parameter des FG ändert. Allerdings haben diese Änderungen einen relativ kleinen Gradienten. So ändert sich $\Delta v'_{I_{\max}}$ über naheliegende Parameter des FG nur um wenige Prozent.

Um das Maximum von $\Delta v'_{I_{\max}}$ bei einer Minimalwertkonstellation zu ermitteln, wird daher ein Bereich betrachtet, bei dem sich $\Delta v'_{I_{\max}}$ nur um circa 10 % ändert. Dadurch ergibt sich ein Toleranzbereich für die Parameter des FG, in dem $\Delta v'_{I_{\max}}$ nahezu gleich bleibt. Dieser Bereich wird in Abbildung 3.16 als Ellipse dargestellt. Die Mitte dieser Zone entspricht dem Mittelwert dieser Parameter. Wird der Wert von $\Delta v'_{I_{\max}}$ an der Stelle l_0 gleich 50λ und θ_0 gleich 30° mit $\Delta v'_{I_{\max}}$ aus der Abbildung 3.14 verglichen, so ist ersichtlich, dass $\Delta v'_{I_{\max}}$ an diesem P_{dp} wesentlich kleiner ist als bei z_{dp} gleich $1 l_{ec0}$ x_{dp} gleich $3 l_{ec0}$.

Der weiße Bereich in Abbildung 3.14 stellt einen Bereich dar, bei dem ΔI schon bei der optimierten Frequenz des FG ν_0 unterhalb ihres Minimalwertes liegen (siehe Abb. 3.11).

Die Parameter des FG, bei denen $\Delta v'_{I_{\max}}$ ein Maximum hat, können nun für den gesamten Wertebereich von κ_{\min} und ΔI_{\min} aus Abschnitt 3.3.2 bestimmt werden. Dies geschieht, indem aus allen Kombinationsmöglichkeiten der Parameter des FG und Minimalwerten des QCL die Parameter des FG bestimmt werden, die innerhalb des Toleranzbereichs ein maximales $\Delta v'_{I_{\max}}$ erzeugen.

In Abbildung 3.17 ist die Änderung von $\Delta v'_{I_{\max}}$ zu den verschiedenen Werten von κ_{\min} und ΔI_{\min} mit dem Drehpunkt P_{dp} am Mittelpunkt des FG zu sehen. Wie zu erwarten war, hat $\Delta v'_{I_{\max}}$ ein Maximum bei den kleinsten Minimalwerten und bei größer werdenden Minimalwerten sinkt die zu erwartende Frequenzbreite $\Delta v'_{I_{\max}}$.

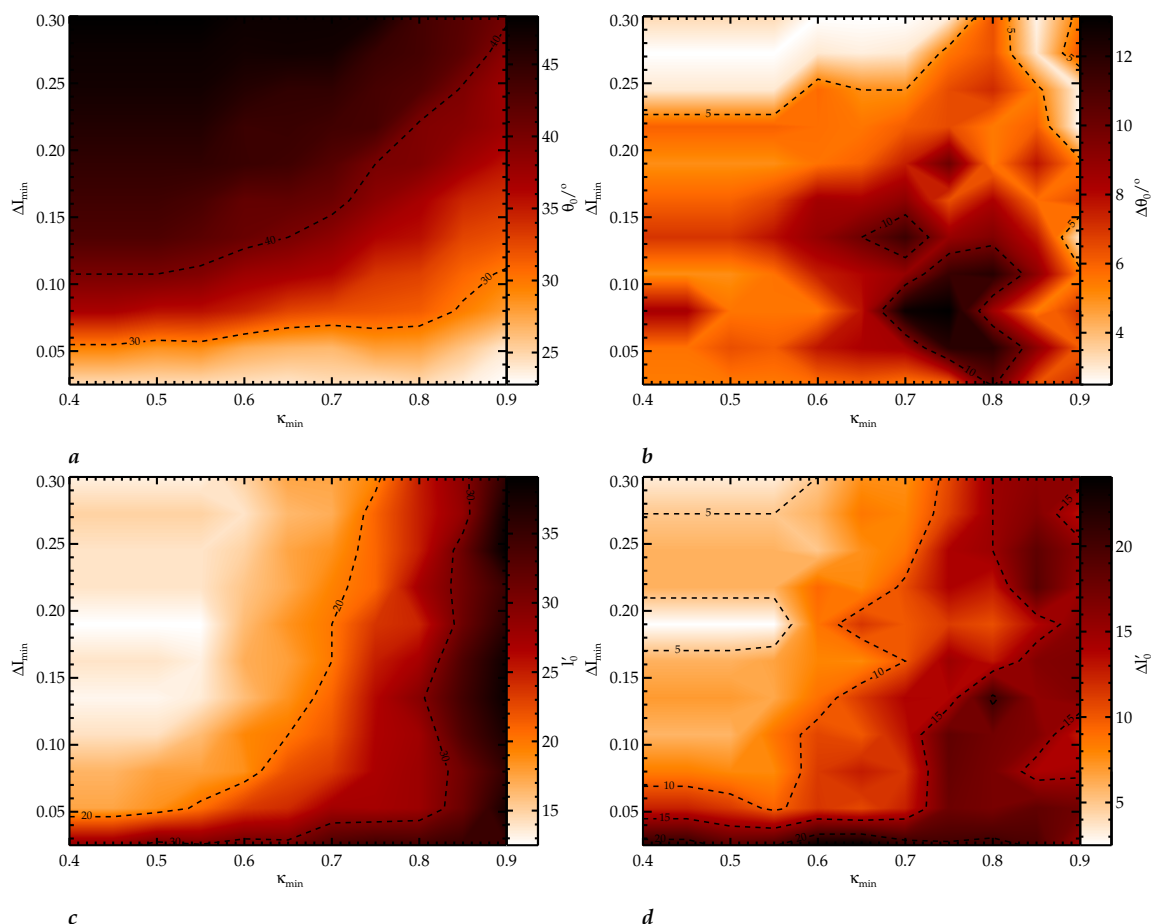


Abb. 3.18: Parameter des FG für verschiedene Minimalwerte, κ_{\min} und ΔI_{\min} , des QCL. Alle Konturdiagramme sind gegen die Minimalwerte κ_{\min} und ΔI_{\min} des QCL aufgetragen. In Abbildung a sind die optimalen Werte für θ_0 , bei dem der Maximalwert von $\Delta v'_{I\max}$ erreicht werden kann, gezeigt. In Abbildung b ist der Toleranzbereich von θ_0 dargestellt. In Abbildung c sind die optimalen Werte für l_0 , bei dem der Maximalwert von $\Delta v'_{I\max}$ erreicht werden kann, aufgetragen. In Abbildung d ist der Toleranzbereich von l_0 gezeigt. Die Längen sind mit der Wellenlänge normiert.

Die Abbildung 3.18 zeigt die Parameter des FG und deren Toleranzbereich, die den Maximalwert von $\Delta v'_{I\max}$ (siehe Abb. 3.17) der gegebenen Minimalwerte erzeugen. Es zeigt sich, dass kleine Werte für l_0 und θ_0 benötigt werden, um ein großes $\Delta v'_{I\max}$ bei dem rotierten FG zu erzeugen. Dies war nach der Auswertung der Daten bei dem FG in Nulllage nicht zu erwarten (siehe Abschn. 3.2.7).

Im Folgenden werden die Werte der optimalen Parameter erklärt. Für die Parameter des rotierten FG werden kleine Werte benötigt, da deren Verlauf der Kurven von ΔI und ΔI wesentlich flacher ist als bei großen Parametern. Ist θ_0 sehr groß, rotiert der Spiegel wesentlich früher aus dem Fokus des Gaußstrahls des QCL heraus (siehe Abschn. 3.3.1). Dadurch kann keine große Frequenzbreite $\Delta v'_{I\max}$ erzeugt werden, da die Rotation mechanisch beschränkt ist. Diese Tatsache macht große θ_0 auch für die Nulllage eines realen FG problematisch, da dann die Montage des FG noch genauer sein muss.

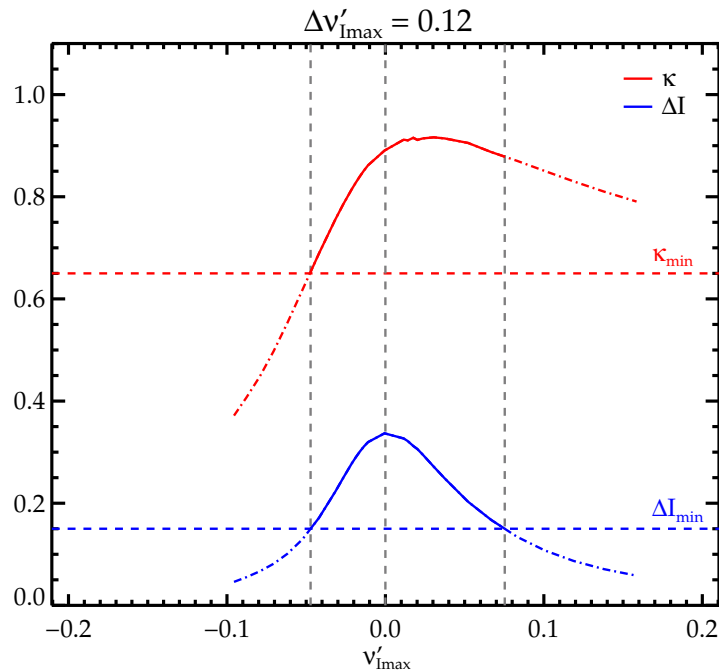


Abb. 3.19: Verlauf der Beugungsparameter des FG mit den Parametern aus Tabelle 3.2. Die Bezeichnungen sind aus Abbildung 3.14 zu entnehmen. Der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{\min} ist 0,65 und der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{\min} beträgt 0,15. Daraus folgt ein $\Delta v'_{I_{\max}}$ von 0,12.

Ist l_0 sehr groß, verschlechtern sich die Fokussiereigenschaften des Parabolspiegels bei der Rotation wesentlich schneller als bei kleinen l_0 , da die Dispersion der gebeugten Strahlteile bei gleichbleibenden θ_0 und wechselnden l_0 zwar gleich bleibt, der absolute Abstand der Strahlteile zueinander sich allerdings ändert. Die Öffnung des QCL bleibt dabei konstant und die Werte von ΔI und κ fallen dann bei der Rotation des FG stärker ab.

Ausnahmen zu diesen Überlegungen bilden sehr große Werte für ΔI_{\min} und κ_{\min} , da hier für kleine Werte von κ und ΔI keine Schwingung angeregt oder keine Multimoden verhindert werden können und somit nur große Werte für l_0 und θ_0 infrage kommen.

Mit der Abbildung 3.11 und dem Wissen des Verlaufs von ΔI und κ bei einer Rotation (siehe Abb. 3.14) ist der Verlauf der Werte von l_0 und θ_0 in Abbildung 3.18 zu erklären. Bei sehr niedrigen Werten von ΔI_{\min} sind demnach auch sehr kleine Werte für θ_0 (siehe Abb. 3.18a) möglich. Wird der Minimalwert für den spektralen Intensitätsunterschied ΔI_{\min} größer, muss θ_0 ebenfalls größer werden, um keine Multimoden im QCL zu erzeugen. Der Anstieg des benötigten θ_0 bei größer werdenden κ_{\min} ist mit dem größer werdenden Toleranzbereich von θ_0 zu erklären (siehe Abb. 3.18b).

Bei sehr niedrigen Werten von κ_{\min} sind ebenfalls sehr kleine Werte für l_0 möglich (siehe Abb. 3.18c). Besitzt der QCL einen größeren κ_{\min} , muss l_0 auch größer gewählt werden, um noch Frequenzen im QCL anzuregen. Der Toleranzbereich von l_0 (siehe Abb. 3.18d) erklärt dabei den Anstieg von l_0 bei niedrigen ΔI_{\min} .

Aus der Abbildung 3.18 können nun die optimalen Parameter des FG (l_0 und θ_0), bei dem der Drehpunkt P_{dp} am Mittelpunkt des FG liegt, unter Betrachtung ihres Toleranzbereiches

Parameter des FG	Wert	Einheit
l_0	20	λ
θ_0	40	$^\circ$

Tab. 3.2: Übersicht der abgeschätzten optimalen Parameter des FG.

ermittelt werden. Dabei müssen die Minimalwerte des QCL (κ_{\min} und ΔI_{\min}) bekannt sein. Ist zum Beispiel der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{\min} gleich 0,7 und der Minimalwert für den spektralen Intensitätsunterschied ΔI_{\min} gleich 0,2, ergeben sich nach den Abbildungen 3.18, dass die optimalen Parameter des FG bei ungefähr θ_0 gleich 40° und l_0 gleich 20λ liegen müssen, um die höchste zu erwartende Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta v'_{I_{\max}}$ von 0,08 zu erreichen (siehe Abb. 3.17). Die Sehne des QCL (siehe Abb. 3.11d) läge dann bei ungefähr 50λ .

Bei einer sehr groben Abschätzung der Parameter des FG wird der optimale Wert θ_0 nur von ΔI_{\min} beeinflusst und der optimale Wert von l_0 nur von κ_{\min} . Unter Betrachtung der Toleranzen von θ_0 und l_0 ist ersichtlich, dass auch für beide nur ein Wert gefunden werden kann, der innerhalb ihres Toleranzbereichs liegt. Wenn einige Randwerte vernachlässigt werden ergeben sich die abgeschätzten optimalen Parameter für den FG mit beliebigen κ_{\min} und ΔI_{\min} . Diese Parameter sind in Tabelle 3.2 aufgeführt.

Der Verlauf der Beugungsparameter des FG mit den optimalen Parametern ist in Abbildung 3.19 gezeigt. Die Abbildung zeigt zudem die Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta v'_{I_{\max}}$ bei bestimmten Minimalwerten. Es ist zu sehen, dass hauptsächlich ΔI $\Delta v'_{I_{\max}}$ beschränkt. Die optimalen Parameter des QCL können sehr gut an Fertigungstoleranzen und den Aufbau anderer optischer Komponenten angepasst werden, da kleine Abweichungen der Parameter kaum Auswirkungen auf die Änderung der Beugungsparameter haben.

Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, wie sich die Beugungsparameter des FG ändern, wenn der P_{dp} beliebig gewählt wird.

Die Beugungsparameter des FG mit beliebigen Rotationspunkten P_{dp}

Liegt der Drehpunkt P_{dp} nicht am Mittelpunkt des FG, sondern wird ein beliebiger P_{dp} gewählt, dann können sich die Beugungsparameter stärker ändern, als im obigen Fall gezeigt wurde. Dies kann zu einer größeren Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta v'_{I_{\max}}$ als am Mittelpunkt führen oder auch zu einer kleineren.

Zuerst wird wieder an einem Beispiel gezeigt, wie sich $\Delta v'_{I_{\max}}$ bei unterschiedlichen θ_0 und l_0 und festen Rotationspunkt und Minimalwerten verhält. In Abbildung 3.20a ist $\Delta v'_{I_{\max}}$ gegen θ_0 und l_0 aufgetragen, mit den gleichen Minimalwerten wie in Abbildung 3.16, aber mit einem anderen P_{dp} (z_{dp} gleich $2 l_{ec0}$ und z_{dp} gleich $4 l_{ec0}$). Es ist zu sehen, dass bei diesem P_{dp} $\Delta v'_{I_{\max}}$ fast dreimal so groß ist wie bei dem P_{dp} am Mittelpunkt. Auch die optimalen Parameter des FG von θ_0 und l_0 nehmen andere Werte an. Die Ellipse gibt wieder den Toleranzbereich der Parameter des FG an.

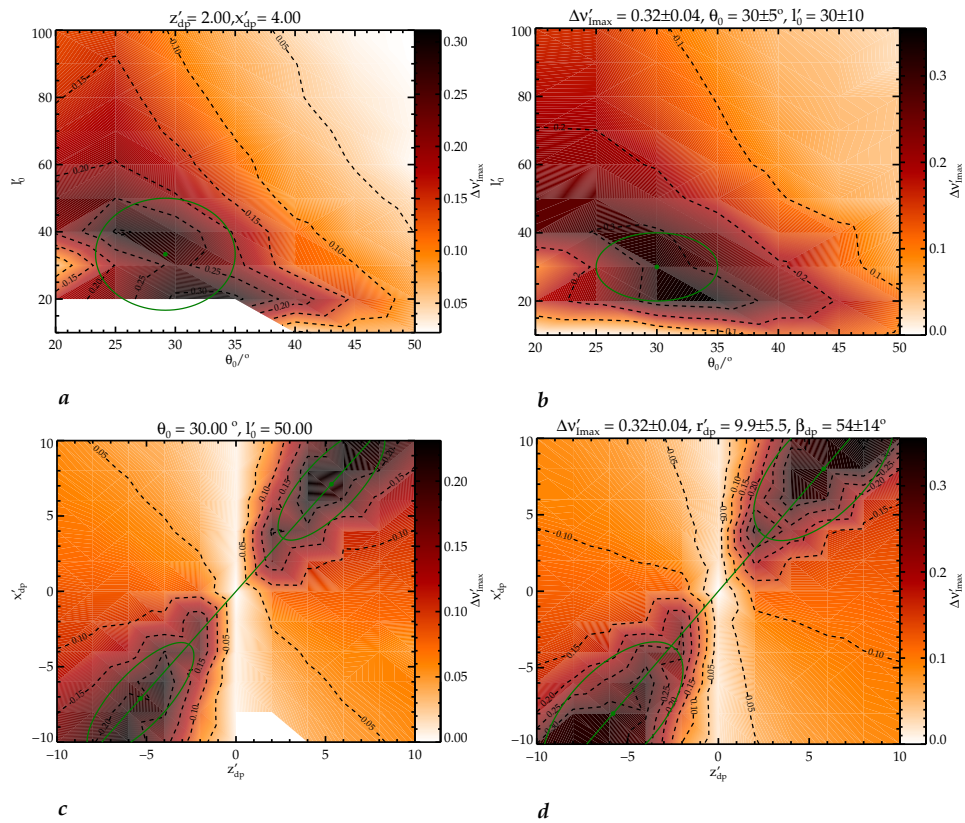


Abb. 3.20: Die Frequenzbreite $\Delta v'_{I_{max}}$ abhängig von dem Drehpunkt P_{dp} und der Anfangslänge l_0 und des Neigungswinkels θ_0 . In allen Abbildungen ist $\Delta v'_{I_{max}}$ als Konturdiagramm aufgetragen. Der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{min} beträgt 0,65 und der Minimalwert für den spektralen Intensitätsunterschied ΔI_{min} 0,15. Die Koordinaten des Rotationspunktes sind mit der Länge des ER in Nulllage des FG l_{ec0} normiert und die Anfangslängen mit der Wellenlänge. Die grünen Ellipsen zeigen den Toleranzbereich der Parameter an, bei dem sich $\Delta v'_{I_{max}}$ nur um zehn Prozent ändert. In Abbildung a ist $\Delta v'_{I_{max}}$ für einen Drehpunkt P_{dp} , z_{dp} gleich 2 und x_{dp} gleich 4 gezeigt. Abbildung b zeigt $\Delta v'_{I_{max}}$ als Maximalwert für alle Rotationspunkte. In Abbildung c ist für θ_0 gleich 30° und l_0 gleich 50λ dargestellt. Abbildung d zeigt $\Delta v'_{I_{max}}$ als Maximalwert für alle θ_0 und l_0 .

Die optimalen Parameter des FG ändern sich demnach je nach Position des P_{dp} sehr. Um möglichst viele P_{dp} zu berücksichtigen, wird nun $\Delta v'_{I_{max}}$ in Abhängigkeit von θ_0 und l_0 für alle P_{dp} des Parameterraums aus Abschnitt A.8 betrachtet. Der Maximalwert von $\Delta v'_{I_{max}}$ wird für alle Konstellationen von P_{dp} bestimmt.

In Abbildung 3.20b ist der Maximalwert von $\Delta v'_{I_{max}}$ in Abhängigkeit von θ_0 und l_0 für alle P_{dp} bei einer Minimalwertkonfiguration ermittelt worden. Der Maximalwert von $\Delta v'_{I_{max}}$ wurde für jeden Wert von θ_0 und l_0 in Abhängigkeit von P_{dp} bestimmt, das heißt jeder Punkt kann hier unterschiedliche P_{dp} haben.

Da nach dem Maximalwert von $\Delta v'_{I_{max}}$ gesucht wird, und dieser sich stetig ändert, gibt Abbildung 3.20b die Verteilung der optimalen Parameter des FG (nur θ_0 und l_0) gut wieder. Aus diesem können dann die optimalen Werte für θ_0 und l_0 mit ihrem Toleranzbereich bestimmt werden. Für die Minimalwerte dieses Beispiels (κ_{min} gleich 0,65 und ΔI_{min} gleich

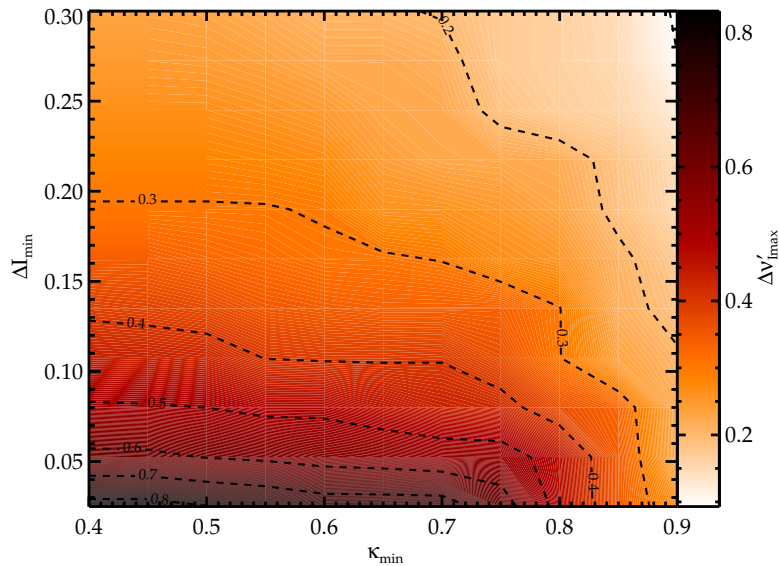


Abb. 3.21: Die Frequenzbreite $\Delta\nu'_{I_{max}}$ für verschiedene Minimalwerte, κ_{min} und Δl_{min} , des QCL bei allen Rotationspunkten P_{dp} . In dieser Abbildung ist der Maximalwert von $\Delta\nu'_{I_{max}}$ für alle Konstellationen von l_0 , θ_0 und P_{dp} als Konturdiagramm gegen die Minimalwerte κ_{min} und Δl_{min} aufgetragen.

0,15) ergibt sich, dass θ_0 gleich $30 \pm 5^\circ$ und l_0 gleich $30 \pm 10 \lambda$ einen Maximalwert von $\Delta\nu'_{I_{max}}$ gleich $0,32 \pm 0,04$ erzeugen. Diese Werte gelten allerdings nur für unterschiedliche Drehpunkte. Der optimale Drehpunkt P_{dp} kann auf eine ähnliche Weise ermittelt werden. Es zeigt sich, dass dieser sich am besten durch Polarkoordinaten darstellen lässt, nämlich mit dem Abstand des Rotationspunktes vom Koordinatenursprung r_{dp} und dem Winkel des Rotationspunktes β_{dp} . Es gilt dann:

$$r_{dp} = \sqrt{z_{dp}^2 + x_{dp}^2} \quad (3.66)$$

$$\beta_{dp} = \arctan\left(\frac{x_{dp}}{z_{dp}}\right). \quad (3.67)$$

In Abbildung 3.20c ist wieder ein Beispiel zu sehen, in dem $\Delta\nu'_{I_{max}}$ in Abhängigkeit von P_{dp} bei θ_0 gleich 30° und l_0 gleich 50λ aufgetragen ist. Dort wird wieder der Bereich der Werte mit einer Ellipse gekennzeichnet, der einen zehnpromzentigen Toleranzbereich von $\Delta\nu'_{I_{max}}$ zulässt. Es ist zu sehen, dass es immer zwei gleichwertige Bereiche gibt, in denen der P_{dp} liegen kann. Die Unterschiede der Maximalwerte sind nur der groben Rasterung zur Last zu legen. Werden die Abbildungen 3.20c und 3.14 verglichen, ist zu sehen, dass $\Delta\nu'_{I_{max}}$ sich bei gleichen Werten für θ_0 und l_0 stark vergrößern aber auch verkleinern kann. Liegt der Drehpunkt P_{dp} auf der Ordinate, ist $\Delta\nu'_{I_{max}}$ nahezu null. Im zweiten und vierten Quadranten der Ebene, die durch P_{dp} aufgespannt wird, ist $\Delta\nu'_{I_{max}}$ eher klein. Die Bereiche, in denen $\Delta\nu'_{I_{max}}$ ein Maximum hat, liegen im ersten und dritten Quadranten.

Um alle θ_0 und l_0 zu berücksichtigen, wird $\Delta\nu'_{I_{max}}$ in Abhängigkeit von P_{dp} für alle θ_0 und l_0 berechnet und der Maximalwert bestimmt. Der Maximalwert von $\Delta\nu'_{I_{max}}$ in Abhängigkeit von P_{dp} für alle θ_0 und l_0 gibt die optimalen Parameter des FG für bestimmte Werte der

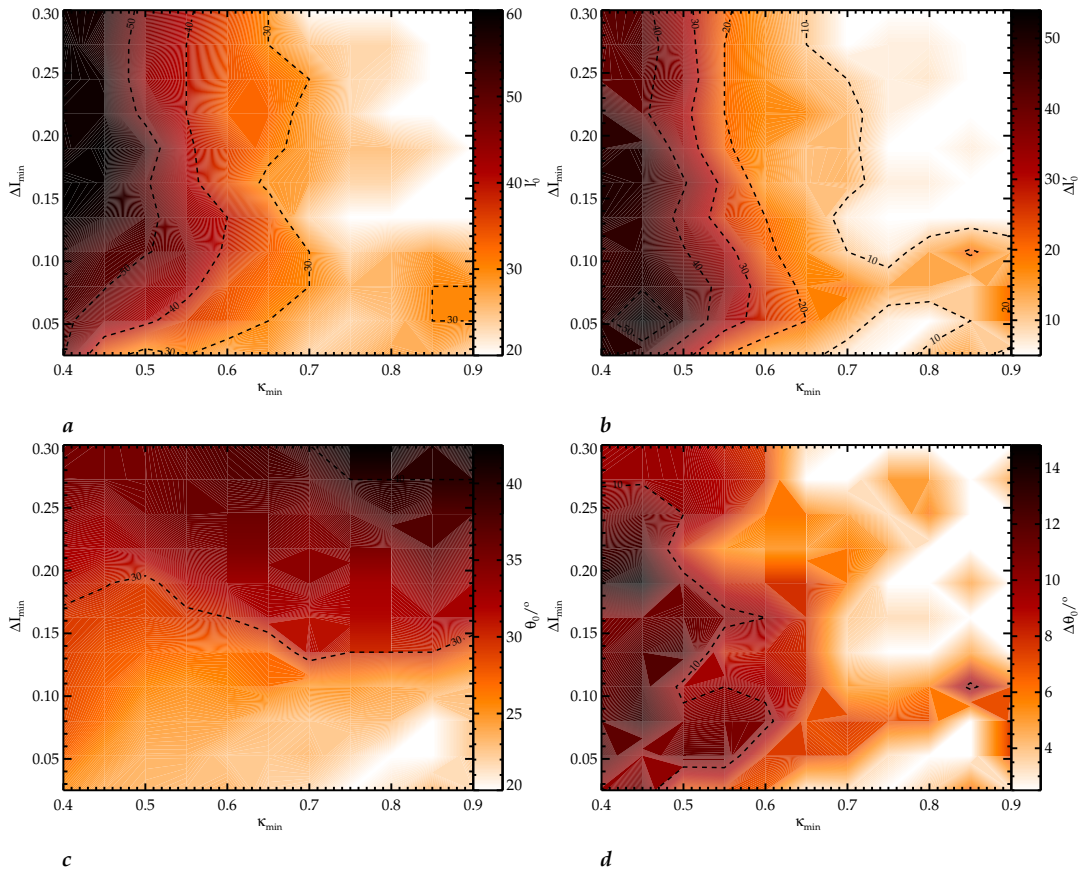


Abb. 3.22: Parameter des FG für verschiedene Minimalwerte, κ_{\min} und ΔI_{\min} , des QCL bei allen Rotationspunkten P_{dp} . Alle Konturdiagramme sind gegen die Minimalwerte κ_{\min} und ΔI_{\min} des QCL aufgetragen. In Abbildung a sind die optimalen Werte für l_0 , bei denen der Maximalwert von $\Delta v'_{I_{\max}}$ erreicht werden kann, gezeigt. In Abbildung b ist der Toleranzbereich von l_0 dargestellt. Die Längen sind mit der Wellenlänge normiert. In Abbildung c sind die optimalen Werte für θ_0 , bei denen der Maximalwert von $\Delta v'_{I_{\max}}$ erreicht werden kann, aufgetragen. In Abbildung d ist der Toleranzbereich von θ_0 gezeigt.

Minimalwerte wieder (siehe Abb. 3.20d). Allerdings kann hier jeder Punkt unterschiedliche θ_0 und l_0 haben. Da wieder nach dem Maximalwert von $\Delta v'_{I_{\max}}$ gesucht wird und dieser sich wieder stetig ändert, gibt Abbildung 3.20d die Verteilung der optimalen Parameter des FG gut wieder. Aus diesem können dann die optimalen Werte für z_{dp} und x_{dp} bzw. r_{dp} und β_{dp} mit ihrem Toleranzbereich für alle θ_0 und l_0 bestimmt werden. Für die Minimalwerte κ_{\min} gleich 0,65 und ΔI_{\min} gleich 0,15 ergibt sich, dass r_{dp} gleich $9,9 \pm 5,5 l_{ec0}$ und β_{dp} gleich $54 \pm 14^\circ$ einen Maximalwert von $\Delta v'_{I_{\max}}$ gleich $0,32 \pm 0,04$ erzeugen. Dies gilt aber nur für die optimalen Werte von θ_0 und l_0 .

Um die optimalen Parameter des FG (l_0 , θ_0 , r_{dp} und β_{dp}) in Abhängigkeit von den Minimalwerten des QCL (κ_{\min} und ΔI_{\min}) zu bestimmen, wird nun für alle Minimalwert- und Parameterkonfigurationen der Maximalwert von $\Delta v'_{I_{\max}}$ bestimmt. In Abbildung 3.21 sind die möglichen maximalen $\Delta v'_{I_{\max}}$ bei verschiedenen Minimalwerten gezeigt. Im Vergleich zu

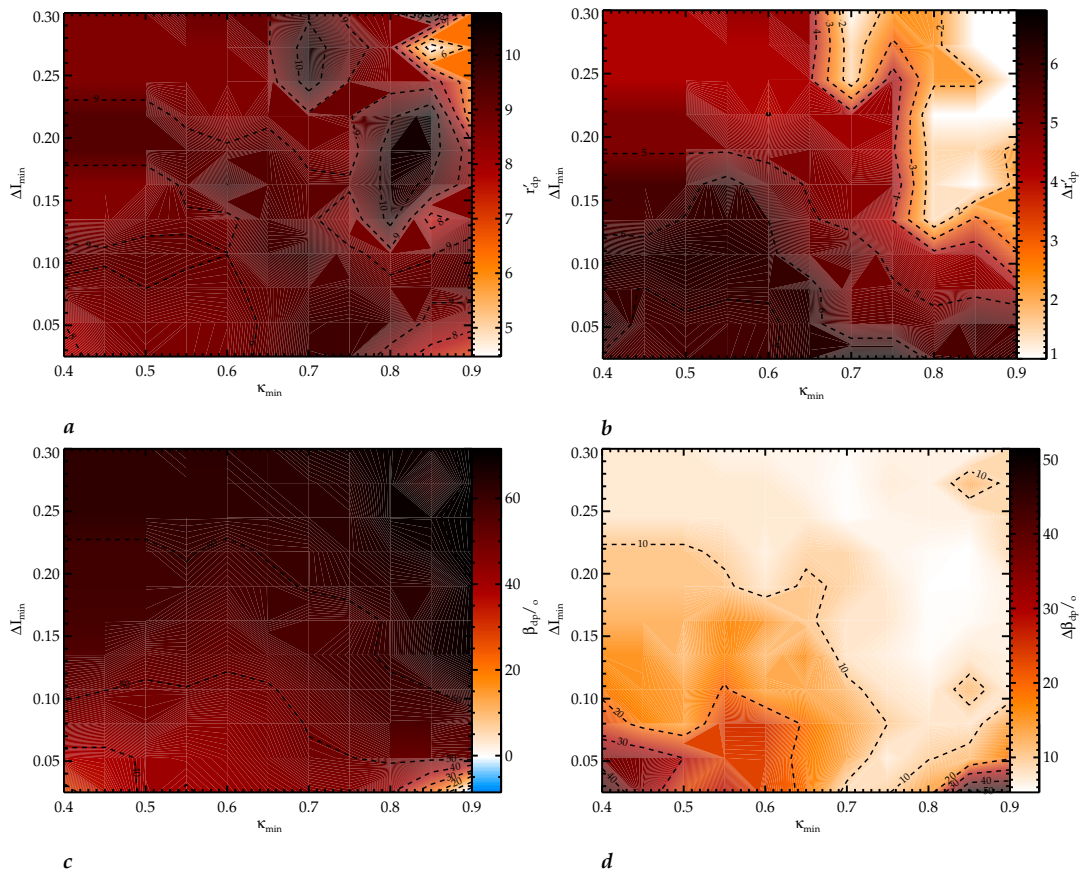


Abb. 3.23: Rotationspunkte des FG für verschiedene Minimalwerte, κ_{\min} und ΔI_{\min} , des QCL. Alle Konturdiagramme sind gegen die Minimalwerte κ_{\min} und ΔI_{\min} des QCL aufgetragen. In Abbildung a sind die optimalen Werte für Abstand des Rotationspunktes vom Koordinatenursprung r_{dp} , bei denen der Maximalwert von $\Delta v'_{I_{\max}}$ erreicht werden kann, gezeigt. In Abbildung b ist der Toleranzbereich von r_{dp} dargestellt. Der Abstand des Rotationspunktes vom Koordinatenursprung r_{dp} ist mit der Länge des ER in Nulllage des FG l_{ec0} normiert. In Abbildung c sind die optimalen Werte für den Winkel des Rotationspunktes β_{dp} , bei denen der Maximalwert von $\Delta v'_{I_{\max}}$ erreicht werden kann, veranschaulicht. In Abbildung d ist der Toleranzbereich von β_{dp} gezeigt.

Abbildung 3.16 ist zu sehen, dass $\Delta v'_{I_{\max}}$ wesentlich größer mit einem frei wählbaren P_{dp} sein kann, als bei dem P_{dp} , der die kleinste Anzahl von Freiheitsgraden vorgibt. Wird $\Delta v'_{I_{\max}}$ bei κ_{\min} gleich 0,7 und ΔI_{\min} gleich 0,2 betrachtet, kann dort zum Beispiel eine doppelt so große Frequenzbreite erreicht werden. Die optimalen Parameter und ihr Toleranzbereich sind in den Abbildungen 3.22 und 3.23 gezeigt.

In Abbildung 3.22a ist die Anfangslänge l_0 gezeigt, bei der die größten $\Delta v'_{I_{\max}}$ bei gegebenen Minimalwerten liegen. Die Anfangslänge l_0 kann bei niedrigen Werten für κ_{\min} sehr groß sein und muss zu hohen Werten von κ_{\min} abflachen. Der Toleranzbereich von l_0 in Abbildung 3.22b verhält sich ähnlich. Da diese Werte für den Rotationspunkt optimiert sind, heißt das, dass die Abstände der Strahlteile weniger stark auseinander gehen als bei dem nicht optimierten Rotationspunkt.

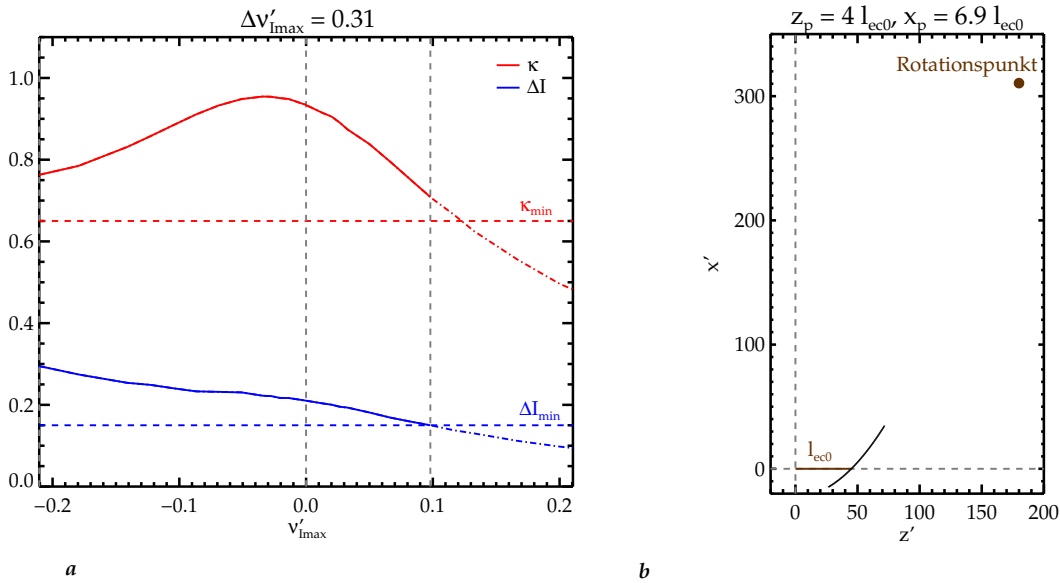


Abb. 3.24: Beugungsparameter der optimalen Parameter des FG und Lage des Rotationspunkts. In Abbildung a ist der Verlauf der optimalen Parameter des FG mit den Parametern aus Tabelle 3.3 gezeigt. Die Bezeichnungen entsprechen denen aus Abbildung 3.14. Der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{\min} ist 0,65 und der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{\min} beträgt 0,15. Daraus folgt ein $\Delta v'_{I_{\max}}$ von 0,31. In Abbildung b ist die Lage des Rotationspunkts als brauner Punkt im Verhältnis zur Lage des FG in schwarz und der Länge des ER in Nulllage des FG l_{ec0} als braune Linie gezeigt. Die Koordinaten sind mit der Wellenlänge normiert.

In Abbildung 3.22c ist der Neigungswinkel θ_0 gezeigt, bei dem die größten $\Delta v'_{I_{\max}}$ bei gegebenen Minimalwerten liegen. Da ein kleiner Winkel den Wert für ΔI an der optimierten Frequenz des FG ν_0 klein werden lässt (siehe Abb. 3.11), kann dieser bei niedrigen Werten für ΔI_{\min} klein sein und muss mit größer werdenden ΔI_{\min} ansteigen. Der Toleranzbereich von θ_0 verhält sich ähnlich wie der von l_0 .

In Abbildung 3.23a ist der Abstand des Rotationspunktes vom Koordinatenursprung r_{dp} gezeigt, bei dem die größten $\Delta v'_{I_{\max}}$ bei gegebenen Minimalwerten liegen. Dieser ist unter Betrachtung seines Toleranzbereichs in Abbildung 3.23b nahezu konstant, und liegt ungefähr bei $8 l_{ec0}$. Die einzigen Abweichungen bei sehr hohen Werten von κ_{\min} und ΔI_{\min} kommen daher, dass zu große Abstände zum Koordinatenursprung nicht berechnet wurden. In Abbildung 3.22 ist zu sehen, dass θ_0 dort sehr groß sein muss, dies hat zur Folge, dass l_{ec0} ebenfalls sehr groß wird. Ist der Rotationspunkt weiter als als 15 cm vom Koordinatenursprung entfernt wurden die Rotationen nicht berechnet.

In Abbildung 3.23c ist der Winkel des Rotationspunktes β_{dp} gezeigt, bei dem die größten $\Delta v'_{I_{\max}}$ bei gegebenen Minimalwerten liegen. Dieser schwankt zwischen 30° bei niedrigen Werten für ΔI_{\min} und 60° bei höheren Werten für ΔI_{\min} . Der Toleranzbereich von β_{dp} schwankt ebenfalls in diesem Bereich. Der niedriger werdende Winkel hinzu größer werdendem κ_{\min} bei niedrigem ΔI_{\min} ist mit der Änderung von κ zu erklären. Je größer κ_{\min} wird, desto unabhängiger wird κ von der Lage des Rotationspunktes. Somit kann sich der optimale Rotationspunkt auch in dem zweiten und vierten Quadranten der Ebene befinden.

Parameter des FG	Wert	Einheit
l_0	30	λ
θ_0	30	$^\circ$
r_{dp}	8	l_{ec0}
β_{dp}	60	$^\circ$

Tab. 3.3: Übersicht der abgeschätzten optimalen Parameter des FG mit Drehpunkt nicht am Mittelpunkt

Sind die Minimalwerte des QCL bekannt, können die optimalen Parameter des FG in den Abbildung 3.22 und 3.23 unter Betrachtung ihres Toleranzbereiches ermittelt werden. Ist κ_{\min} wieder gleich 0,7 und ΔI_{\min} wieder gleich 0,2, so folgt daraus, dass l_0 gleich 30λ , θ_0 gleich 35° , r_{dp} gleich $8 l_{ec0}$ und β_{dp} gleich 60° sein müssen. Diese Parameter erzeugen dann, ein $\Delta \nu'_{I_{\max}}$ von ungefähr 0,25.

Bei Betrachtungen aller ermittelten Parameter und deren Toleranzbereich kann auch eine optimale Konstellation der Parameter für alle κ_{\min} und ΔI_{\min} abgeschätzt werden. Wenn einige Randwerte vernachlässigt werden, ergeben sich die abgeschätzten optimalen Parameter für den FG mit beliebigen κ_{\min} und ΔI_{\min} . Diese Parameter sind in Tabelle 3.3 aufgeführt. Die optimalen Parameter des QCL können wieder sehr gut an Fertigungstoleranzen und den Aufbau anderer optischen Komponenten angepasst werden, da auch hier kleine Abweichungen der Parameter kaum Auswirkungen auf die Änderung der Beugungsparameter haben. Der Verlauf der Beugungsparameter für die optimalen Parameter des FG aus Tabelle 3.3 ist in Abbildung 3.24a gezeigt. Dabei ist zu sehen, dass hier nur auf einer Seite $\Delta \nu'_{I_{\max}}$ von den Minimalwerten einschränkt wird. Die linke Seite wird mechanisch durch die die Lage des QCL eingeschränkt.

In diesem Kapitel wurde das Konzept des fokussierenden Gitterspiegel (FG) vorgestellt. Da ein Littrowaufbau gesucht wurde, der die Resonatormoden am stärksten separiert, war das Konzept aufzustellen eine der Hauptanforderungen an diese Arbeit, dies wurde in Abschnitt 3.1 erörtert. Ebenfalls wurden die Parameter (der Neigungswinkel θ_0 , die Anfangslänge l_0 und der Drehpunkt P_{dp}) und die Beugungsparameter (der Kopplungskoeffizient κ , der spektrale Intensitätsunterschied ΔI und die Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta \nu'_{I_{\max}}$) des FG definiert.

Es wurde ein theoretisches Modell entwickelt, mit dem sich die Beugungsparameter bestimmen lassen. Mit diesem Modell wurden die optimalen Parameter des FG für verschiedene Minimalwerte des QCL berechnet. Obwohl ein QCL, der von dem FG abgestimmt werden soll, noch nicht vorhanden ist, konnte herausgestellt werden, dass es möglich ist, einen geeigneten FG zu bauen, der die Wahrscheinlichkeit für Multimoden minimiert.

Um das theoretische Modell zu testen, wurde ein auf 460 GHz skaliertes FG entwickelt und gebaut. Dabei konnten die spektralen und räumlichen Verläufe der negativen Beugungsordnung des FG vermessen werden. Die Ergebnisse der Messungen werden im nächsten Abschnitt gezeigt und mit den Berechnungen verglichen.

Kapitel 4

Messungen am 1,5 THz QCL und 460 GHz-FG

In diesem Kapitel werden die durchgeführten Messungen dieser Arbeit vorgestellt.

Im ersten Abschnitt wird die Vermessung eines 1,5 THz Quantenkaskadenlasers (QCL) gezeigt. Dabei wurden die Frequenzmoden und das Strahlprofil eines QCL gemessen. Die Frequenzmessungen orientieren sich im Weitesten an Rabanus et al. (2009), das Strahlprofil wurde dort allerdings nicht gemessen.

Im zweiten Abschnitt wird die Entwicklung eines auf 460 GHz skalierten fokussierenden Gitterspiegels (FG) im Littrowaufbau erläutert. Dieser Aufbau war nötig, da bis zu diesem Zeitpunkt die Entwicklung des QCL, der im Bereich von 1,5 THz bis 4,7 THz mit einem externen Resonator (ER) betrieben werden kann, noch nicht beendet wurde. Dies scheiterte bisher vor allem an der Entspiegelung des QCL, ohne die eine kontinuierliche Abstimmung des Lasers nicht möglich ist. Im dritten und vierten Abschnitt wird die Vermessung der spektralen und räumlichen Auflösung des 460 GHz-FG gezeigt. Die Messergebnisse werden mit den berechneten Auflösungen verglichen.

4.1 Vermessung eines 1,5 THz QCL

An einem 1,5 THz QCL (Abb. 4.1) in einer Metal-Metal (M-M)-Konfiguration (siehe Abschnitt 2.4.1) wurden zu Beginn dieser Dissertation einige Testmessungen durchgeführt. Dabei wurden die Abstimmigenschaften und das Strahlprofil des QCL gemessen.

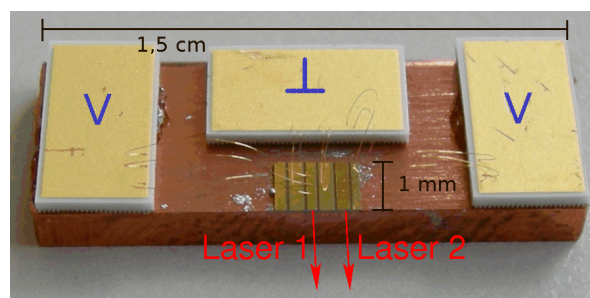


Abb. 4.1: Eine Baugruppe mit zwei 1,5 THz QCL. Die beiden Laser befinden sich in der Mitte unten und sind jeweils mit Bond-Drähten an ihren Versorgungskontakten verbunden. Das mittlere Goldplättchen schließt für beide Laser den Stromkreis.

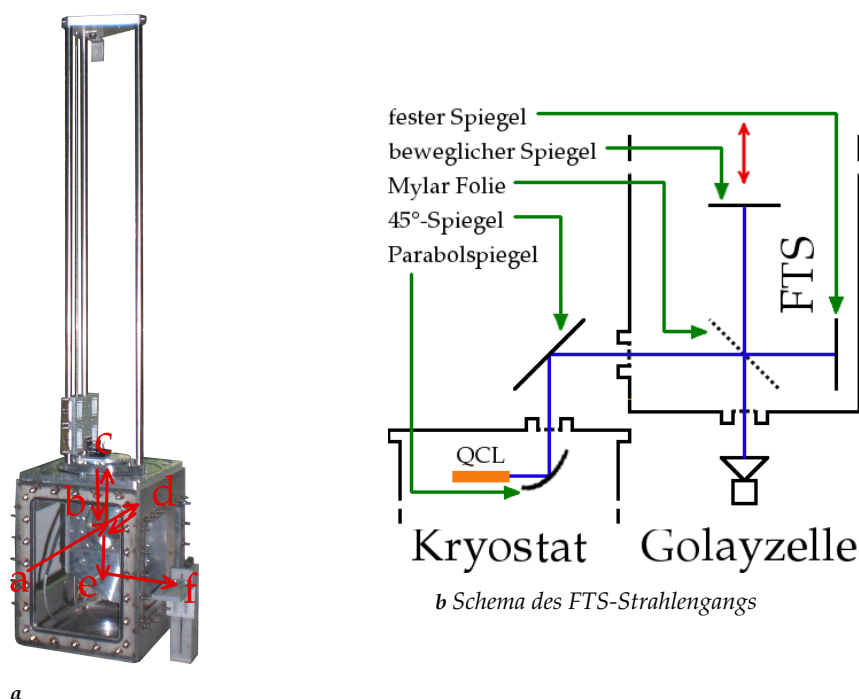


Abb. 4.2: In Abb. 4.2a ist ein Fourier Transform Spektrometer (FTS) mit einem 0,86 m langen Arm gezeigt. Daraus folgt, dass die maximale Auflösung des FTS $\Delta\nu = 170$ MHz ist. Mit der kleinsten Weglänge von $1,25 \times 10^{-6}$ m folgt, dass die höchste Frequenz, die gerade noch aufgelöst werden kann, $\nu_{\max} = 120$ THz beträgt. An a) strahlt die Quelle in das FTS, teilt sich an der Mylar-Folie b), wird an dem verschiebbaren Spiegel c) und dem festen Spiegel d) reflektiert, an b) wieder zusammengeführt und an e) in den Detektor f) gelenkt. Sind die getrennten Strahlen ein Vielfaches der Wellenlänge der Quelle, so kommt es zu positiver Interferenz. Die gemessene Intensität wird fouriertransformiert, um die Frequenz der Quelle zu ermitteln. Das Signal wird mit einer Golay-Zelle (GOLAY 1947) vermessen. Das FTS kann auch im Vakuum genutzt werden. In Abbildung 4.2b ist das Schema des FTS aufgezeichnet.

4.1.1 1,5 THz QCL Spektren

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie die Abstimmungseigenschaften eines nicht frequenzstabilisierten M-M-QCL vermessen wurden. Die mittlere Frequenz des QCL lag bei circa 1,5 THz. Bei der Messung wurde beobachtet, wie sich die Frequenz bei sich ändernder angelegter Spannung abstimmen lässt. Diese Messung wurde mit einem Fourier Transform Spektrometer (FTS) (Abb. 4.2) durchgeführt.

Mit einem FTS kann die Frequenz einer elektromagnetischen Welle bestimmt werden. Dabei wird mit einem beweglichen Spiegel die daraus folgende sinusförmige Änderung der Intensität gemessen. Aus der Weglänge l_{FTS} und der Schrittweite Δl_{FTS} des FTS ergeben sich nach dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem die maximalen Frequenzen ν_{\max} , die sich gerade noch auflösen lassen, und die Auflösung der Frequenzmessung $\Delta\nu$.

$$\nu_{\max} = \frac{c_0}{2\Delta l_{\text{FTS}}} \quad (4.1)$$

$$\Delta\nu = \frac{c_0}{2l_{\text{FTS}}} \quad (4.2)$$

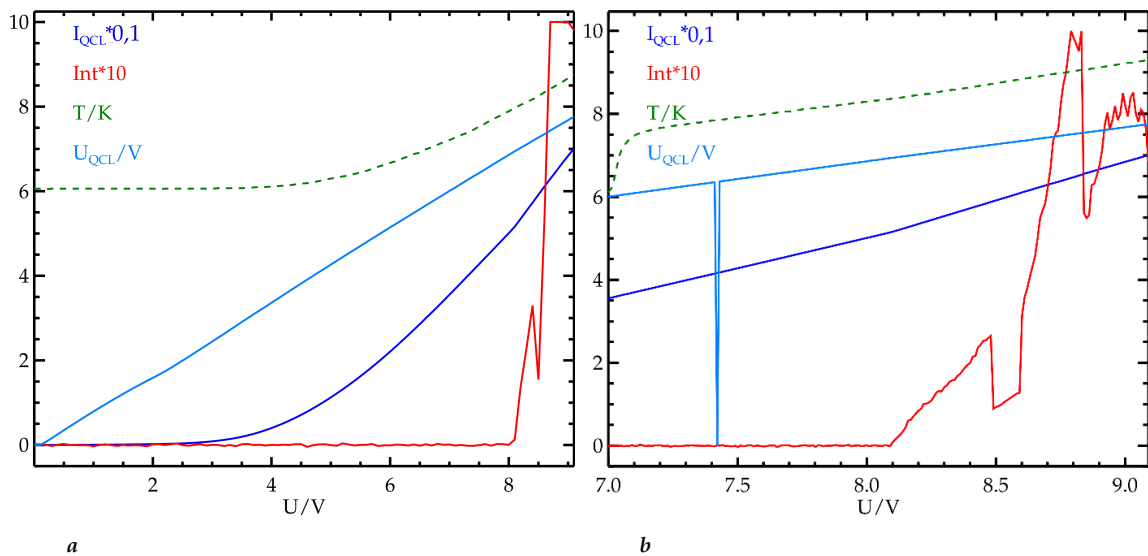


Abb. 4.3: Messung der Kenndaten des 1,5 THz QCL. Auf den Abbildungen (grobe Auflösung Abb. 4.3a, höhere Auflösung Abb. 4.3b) sind der Strom am QCL in dunkelblau, die Intensität in rot, die Temperatur in gestrichelt grün und die Spannung am QCL in hellblau gegen die angelegte Spannung aufgetragen, zur besseren Übersicht wurde der Strom durch zehn geteilt und die normierte Intensität mit zehn multipliziert.

Mit dem FTS wird die elektromagnetische Welle mit dem beweglichen Spiegel abgefahren. Dabei wird die sich ändernde Intensität gegen den zurückgelegten Weg gemessen. Um die Frequenz zu erhalten, wird dies Signal fouriertransformiert. Das fouriertransformierte Signal (die Amplitude) hat dann bei den Frequenzen der elektromagnetischen Welle ein Maximum. Der QCL war bereits Teil einer Veröffentlichung (Rabanus et al. 2009), bei der die Abstimmungs- und Phasestabilisierungs-Eigenschaften getestet wurden. Somit sind die Messungen nur als ergänzend bzw. erweiternd zu sehen. Ein Hauptaugenmerk bei dieser Messung lag darin, ein Gefühl für das Abstimmungsverhalten von QCL zu bekommen.

Dieser 1,5 THz QCL ist wie alle QCL in diesem Frequenzbereich nur bei Tieftemperaturen in einem Kryostaten betreibbar. In dem Kryostaten ist es möglich, die Anfangstemperatur des QCL auf circa 6 K zu legen. Allerdings steigt die Temperatur bei steigender Stromstärke.

Der QCL fängt wie jeder Halbleiterlaser erst ab einer gewissen Stromstärke an zu emittieren, diese Stromstärke wird Laserschwelle genannt. Um diese Laserschwelle zu ermitteln, wurde eine Kenndaten Messung durchgeführt. Bei dieser Messung konnten mehrere sich ändernde Parameter des QCL ermittelt werden: die Temperatur, die Spannung am QCL, die Intensität und der Strom. Die Messung wurde ebenfalls mit dem FTS-Aufbau gemacht, allerdings ohne den verschiebbaren Spiegel zu bewegen.

Um die Laserschwelle des QCL zu ermitteln, wurde zuerst eine sehr grobe Messung gemacht (siehe Abb. 4.3a), dann eine mit höherer Auflösung (siehe Abb. 4.3b). In den Abbildungen 4.3a und 4.3b ist die Kennlinie beider Fälle gezeigt. In beiden ist zu sehen, dass sich die Kennlinie erwartungsgemäß nicht linear verhält. Der Sprung von U_{QCL} in Abbildung 4.3b ist dadurch zu erklären, dass die Spannung am QCL moduliert wird. Die Spannung wird elektrisch zerteilt, da die Golay-Zelle in dem FTS (siehe Abb. 4.2) nur eine Strahlungsleistungsänderung

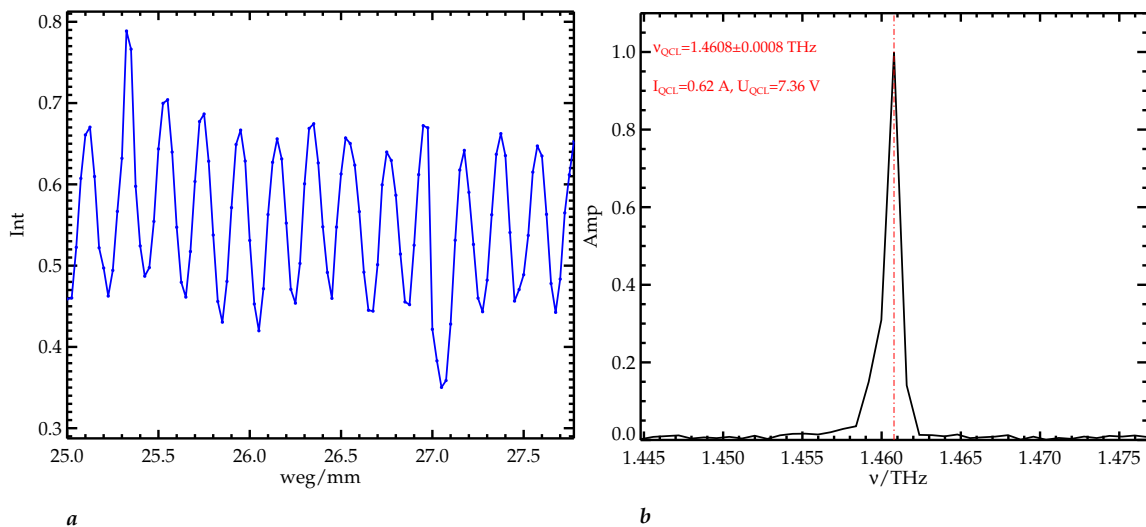


Abb. 4.4: Messung des FTS und Spektrum des 1,5 THz QCL bei 1,46 THz. In Abbildung a ist der zurückgelegte Weg im Fourier Transform Spektrometer (FTS) gegen die Intensität bei 1,46 THz in blau aufgetragen. Es ist nur ein vergrößerter Ausschnitt zu sehen, um die sinusförmige Änderung der Intensität deutlich zu machen. Abbildung b zeigt das Spektrum in schwarz von 1,46 THz. Die senkrechte, gestrichelte rote Linie zeigt das Maximum an, an dem die Frequenz ν_{QCL} der am QCL angelegten Spannung U_{QCL} und des Stroms I_{QCL} abgelesen werden kann. Der Fehler der Frequenz ergibt sich aus der Länge des abgefahrenen Weges.

misst. Um den Wert von U_{QCL} dennoch zu ermitteln, wurde eine mehrfache Messung der Spannung durchgeführt (in diesem Fall 10 Mal). Dies reichte meist aus, um den Wert von U_{QCL} zu messen, führte aber in diesem einen Fall dazu, dass nur der Nulldurchgang zehn Mal gemessen wurde.

Die Temperatur korreliert mit dem Strom, wobei in der Messung mit der höheren Auflösung ein leichter Sprung bei kleinen Spannungen zu sehen ist, der mit einem Kaltstart des QCL zu erklären ist. Die Temperatur ist nicht die reale Temperatur des QCL, sondern eine Temperatur zwischen dem Kaltkopf des Kryostaten und dem QCL, da kein Platz für eine Temperaturdiode direkt am QCL war. Diese Temperaturänderung gibt daher aber dennoch den Verlauf der Temperatur am QCL wieder.

Die Intensität der Strahlung weist Sprünge auf, diese Sprünge können durch die Betrachtungen der Frequenzmessung erklärt werden. Die Endspannung ergibt sich aus einem maximalen Strom von 0,7 A, der vom Hersteller angegeben wurde, so dass ein Durchbrennen des QCL vermieden werden kann.

Da alle Frequenzen, die der QCL erzeugen kann, also das ganze Frequenzband, vermessen wurden, wurde ein Kompromiss zwischen hoher Auflösung und langer Laufzeit gewählt. Um eine genügend hohe Auflösung zu haben (das heißt die Abstimmung innerhalb einer Mode zu messen) wurden von dem FTS-Arm 20 cm mit einer Schrittweite von 25 μm abgefahren, was nach Gleichung 4.2 ausreicht, um eine Frequenz von 0,75 GHz aufzulösen. Eine Messung aller Frequenzen mit 280 Einzelmessungen dauerte damit circa 17 Stunden. Eine Einzelmessung war dabei ein Durchlauf des FTS, mit dem eine Frequenz des QCL bei einer Spannung

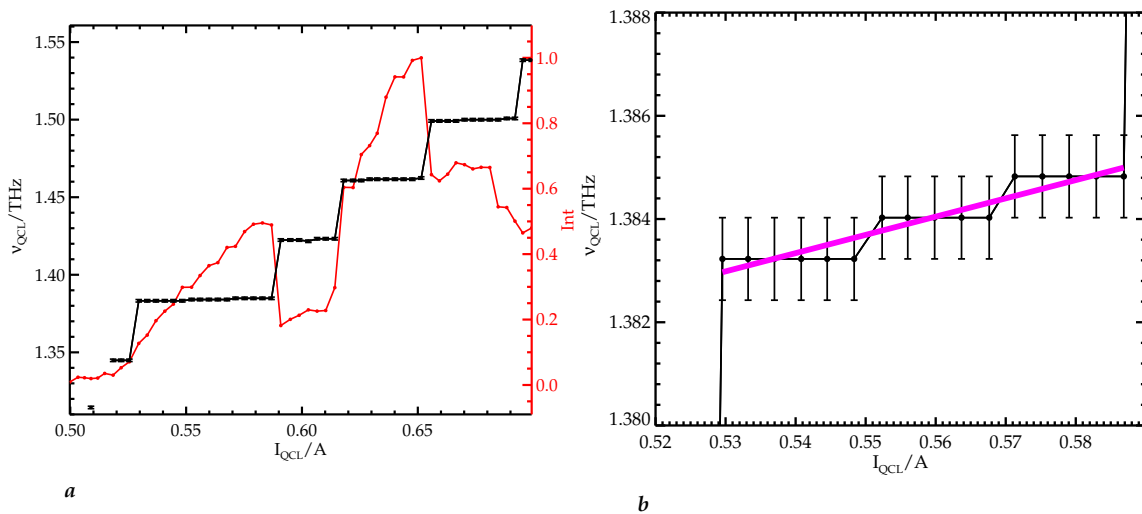


Abb. 4.5: Frequenzen des 1,5 THz QCL. In Abbildung a sind die gemessenen Frequenzen der gesamten Frequenzbreite in schwarz und die Intensität in rot gegen den Strom aufgetragen. Die Frequenzen ergeben sich jeweils aus einer FTS-Messung (siehe Abb. 4.4b) und die Intensität aus dem Maximum der gemessenen Intensität gegen den zurückgelegten Weg (siehe Abb. 4.4a). In Abbildung b ist eine Vergrößerung der Abb. 4.5a zu sehen, um die kontinuierliche Abstimmung innerhalb einer Mode des 1,5 THz QCL zu zeigen. Die Sprünge, die hier zu sehen sind, resultieren aus der Messmethode, d.h. aus der Länge des zurückgelegten Weges des FTS. In lila ist eine Geradenanpassung der Messung eingezeichnet.

gemessen wurde. Um das Rauschen der Messung zu minimieren, wurde für jeden Messpunkt einer Einzelmessung des FTS die Integrationszeit auf 10 s gelegt.

Die Frequenzen des QCL wurden mit steigender angelegter Spannungen vermessen. Die Anfangsspannung lag kurz vor der Laserschwelle. In Abb. 4.4a ist eine Messung des FTS gezeigt, an der zu sehen ist, dass sich die Intensität über die Änderung des Weges sinusförmig verhält. Diese Messungen werden fouriertransformiert (siehe Abb. 4.4b), um die Frequenz des QCL bei der angelegten Spannung zu bestimmen. In der Messung über das gesamte Frequenzband des QCL (siehe Abb. 4.5a) werden die berechneten Frequenzen und die gemessenen Intensitäten gegen den Strom aufgetragen. Sehr deutlich sind dabei die Modensprünge von circa 40 GHz zu beobachten, die auch mit den Sprüngen in der Intensität korrelieren.

Aus den Modensprüngen lassen sich unter Annahme eines Brechungsindex von Gallium-Arsenid (GaAs) von 3,5 über Gleichung 2.1 die Länge des QCL bestimmen. Dies entspricht mit einem Millimeter auch ungefähr der beobachteten Länge. Die Ursache der Modensprünge hängt mit dem Aufbau des QCL zusammen und wurde in Abschnitt 2.4.1 erläutert. Innerhalb einer Mode ist es jedoch möglich, den QCL über ungefähr 2 GHz kontinuierlich abzustimmen, was in Abbildung 4.5b zu sehen ist. Die Sprünge der Intensität in Abbildung 4.5b sind auf die Auflösung des FTS zurückzuführen und nicht auf den QCL. Die Auflösung des FTS wurde demnach klein genug gewählt um die Abstimmung innerhalb einer Mode zu zeigen.

Der hohe Intensitätssprung bei 1,42 THz, wie auch dass die Frequenzen nicht auf einer Linie liegen, ist mit einer Doppelspitze zu erklären (siehe Abb. 4.6a). Dort verteilt sich die Leistung auf zwei Frequenzen, die dicht nebeneinander liegen. Dies führt zu einer Halbierung der absoluten Intensität. Der Grund dieser Doppelspitze konnte leider nicht ermittelt werden.

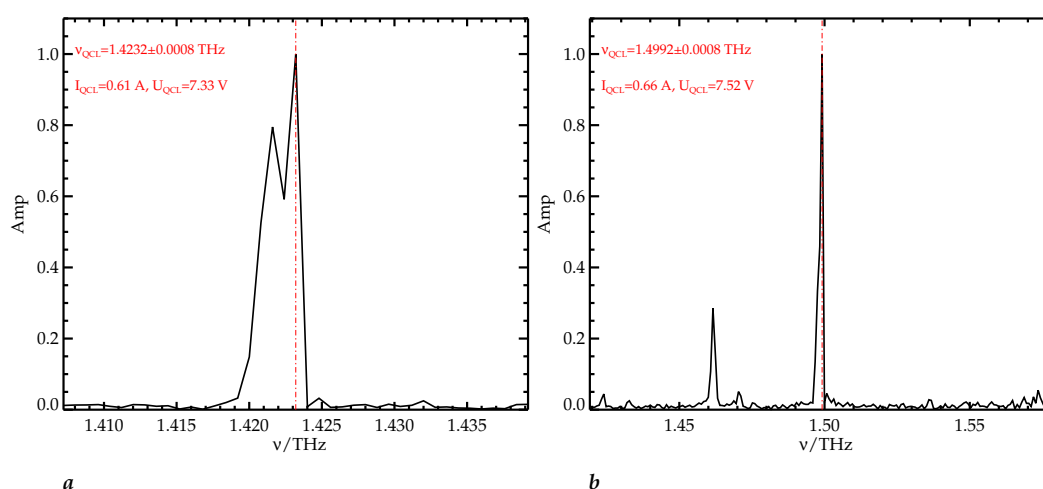


Abb. 4.6: Doppelspitze und Doppelmode. Abb. a zeigt eine Doppelspitze bei $\sim 1,42 \text{ THz}$. Die Messung zeigt ein fouriertransformiertes Spektrum wie Abb. 4.4b bei $\sim 1,42 \text{ THz}$. Abb. b zeigt ein fouriertransformiertes Spektrum wie Abb. 4.4b bei $\sim 1,5 \text{ THz}$, bei dem es zu Doppelmoden kommt.

Verunreinigungen oder Kratzer auf der Facette können ausgeschlossen werden, da ansonsten sich auch bei anderen Frequenzen Doppelspitzen bilden müssten.

In Abbildung 4.6a ist allerdings gut zu sehen, dass das Auflösungsvermögen des FTS klein genug gewählt wurde, um diese Doppelspitze messen zu können. Der QCL emittiert zwischen zwei Modensprüngen nicht nur auf einer Mode sondern im Zwischenbereich kann es sogar zur Doppelmoden kommen (siehe Abb. 4.6b). Dies liegt an dem großen spektralen Verstärkungsprofil des QCL, mit einem externen Resonatoren (ER) im Littrowaufbau können diese eventuell verhindert werden. Diese Ergebnisse bestätigen die Messungen der Frequenzbestimmung und der Doppelmoden von Rabanus et al. (2009, siehe Abb. 2.12a).

4.1.2 Strahlprofil des 1,5 THz QCL

Für die Nutzung eines QCL mit einem ER im Littrowaufbau ist auch die Form des Strahlprofils immens wichtig. Das ideale Strahlprofil wäre das Profil eines Gaußstrahls. Bei der Messung des Strahlprofils des 1,5 THz QCL wurde der Strahl aus dem Kryostaten auf einen Detektor der sich auf einem Kreuztisch befand gelenkt (siehe Abb. 4.7a). Mit dem Kreuztisch konnten das Strahlprofil senkrecht zur Strahlabreitung, durch Punktmessungen vermessen werden. Der Abstand der Messpunkte betrug 5 mm, der Kreuztisch war circa 50 cm vom Spiegel entfernt und die Integrationszeit um das Rauschen zu minimieren betrug 10 s.

Somit konnte das Strahlprofil des 1,5 THz QCL vermessen werden. In Abbildung 4.7b ist zu sehen, dass das Profil nicht dem eines Gaußstrahls entspricht. Dies könnte aber wie schon von Amanti et al. (2007) und Maineult et al. (2008) gezeigt, mit einem Horn verbessert werden.

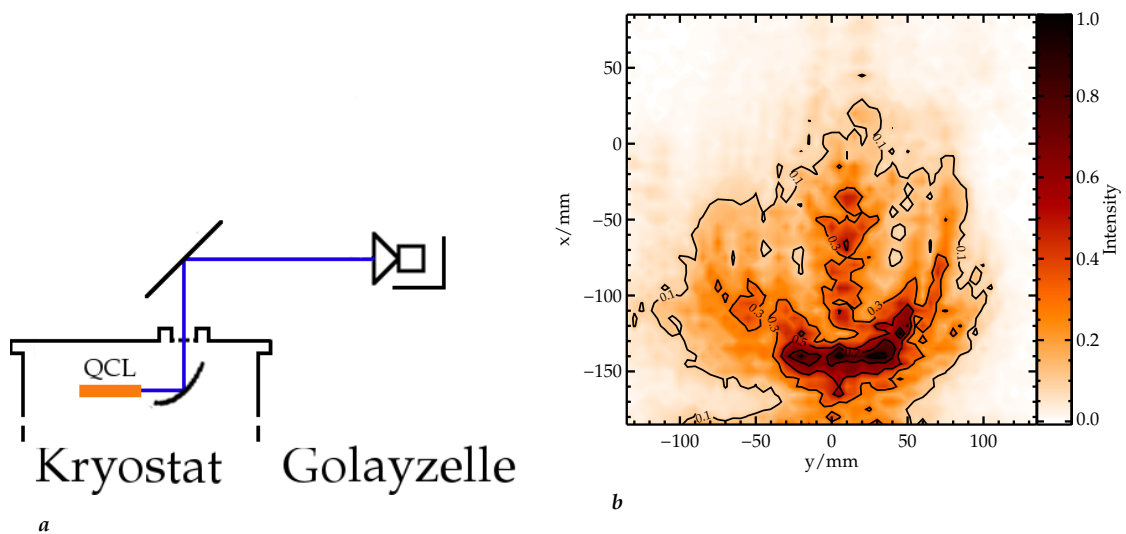


Abb. 4.7: Strahlprofil des 1,5THz QCL. In der Abbildung b ist das Schema der Strahlprofilmessung gezeigt. Und in der Abbildung a ist das gemessene Strahlprofil des 1,5THz QCL zu sehen. Die Achsen beschreiben das gewählte Koordinatensystem. Die Farbcodierung gibt die normierte Intensität mit schwarz als höchsten Wert und weiß als niedrigsten Wert wieder. Die Isolinien zeigen jeweils einen festen Wert der Intensität.

4.2 Der FG für 460 GHz

Um die Beugungsparameter des FG zu messen, wurde ein auf 460 GHz ($650\ \mu\text{m}$) skaliertes Modell des FG im Littrowaufbau entwickelt, gebaut und vermessen. Dieser Aufbau wurde nötig, da wie bereits erläutert ein QCL im niedrigen THz-Bereich, der sich mit einem ER abstimmen lässt, noch nicht fertig entwickelt wurde. Trotzdem konnten mit dem 460 GHz-Aufbau so gut wie alle relevanten Eigenschaften des FG vermessen werden.

Als Quelle der GHz-Strahlung wurde ein Gunn-Oszillator (Gunn 1964) in einer Vervielfacherkette genutzt. Der Gunn-Oszillator hat eine Ausgangsfrequenz von 73 GHz bis 83 GHz, diese wird mit einem Frequenzverdoppler und einem -verdreifacher auf eine Frequenz von 440 GHz bis 495 GHz gebracht. Die Vervielfachung hat einen Leistungsabfall auf maximal $500\ \mu\text{W}$ der Strahlungsleistung zur Folge. Der Verlauf der Strahlungsleistung der Vervielfacherkette gegen die Frequenz der Vervielfacherkette ist in Abbildung 4.8 zu sehen.

Die Strahlungsleistung der Vervielfacherkette schwankt je nach Frequenz sehr und hat ein Maximum bei ungefähr 475 GHz. Der Verlauf in Abbildung 4.8 ist allerdings nur ein Polynomzug durch sieben Punkte ohne Fehlerangabe. Für diese sieben Frequenzen sind die Abstimmungsparameter des Gunn-Oszillators vom Hersteller der Vervielfacherkette angegeben. Um die Vervielfacherkette kontinuierlich durchzustimmen müssen die Abstimmungsparameter interpoliert werden. Die Waist w_0 des Horns der Vervielfacherkette wurde mit circa $1,14\ \text{mm}$ angegeben.

Die Vervielfacherkette muss auf die gewollte Frequenz stabilisiert werden. Dies geschieht mit einer Phasenrichtschleife. In der Phasenrichtschleife wird eine Oberschwingung der Frequenz eines Synthesizers mit einem Teil der Strahlung des Gunn-Oszillators gemischt und

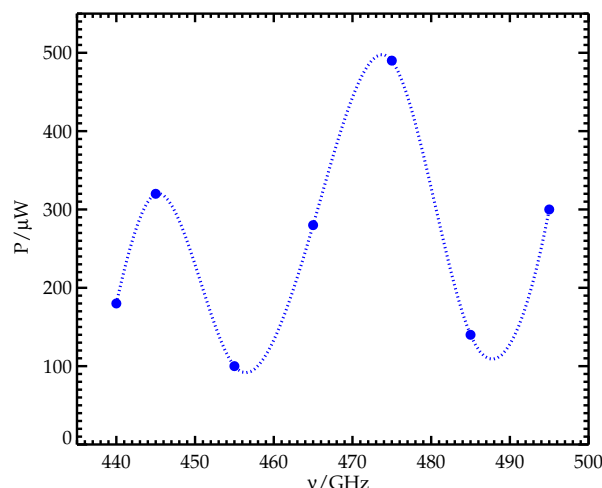


Abb. 4.8: Strahlungsleistung der Vervielfacherkette. In dieser Abbildung ist die Strahlungsleistung der genutzten Vervielfacherkette gegen ihre Frequenzen als blaue Punkte aufgetragen. Die blauen Punkte entsprechen den Herstellerangaben. Die gestrichelte blaue Linie zeigt einen Polynomzug durch diese Punkte um den Verlauf der Strahlungsleistung zu zeigen.

mit einer Referenzphase verglichen. Dann kann durch leichte Potentialänderungen in einer Phasenregelschleife die Vervielfacherfrequenz stabilisiert werden. Die Synthesizerfrequenz ν_{sync} kann mit

$$\nu_{sync} = \frac{\nu_v - 60 \text{ MHz}}{12} \quad (4.3)$$

bestimmt werden. Wobei ν_v der gewünschten Vervielfacherfrequenz und 60 MHz der Referenzfrequenz entsprechen.

Mit der Vervielfacherkette können die Resonatoreigenschaften des FG nicht vermessen werden. Allerdings können die spektralen und die räumlichen Auflösungen des FG bestimmt werden. Im nächsten Abschnitt wird die Entwicklung und Herstellung des 460 GHz-FG im Littrowaufbau erläutert, dabei wird auch auf die in dieser Arbeit gemachten Fehler bei der Entwicklung eingegangen. In den darauf folgenden Abschnitten werden jeweils der Messaufbau und die Ergebnisse der Messung der spektralen und räumlichen Auflösung dargestellt.

4.3 Entwicklung des 460 GHz-FG im Littrowaufbau

Bei der Entwicklung des 460 GHz-FG im Littrowaufbau wurden, abweichend von den theoretischen Überlegungen (siehe Abb. 3.22 und 3.23 und Tab. 3.3) andere als die optimalen Parameter genutzt. Dies liegt an der Entwicklungszeit des theoretischen Modells, das zum Zeitpunkt der Entwicklung des 460 GHz-FG zum Teil noch fehlerbehaftet und noch nicht vollends ausgereift war. Folgende Annahmen wurden bei dem 460 GHz-FG gemacht:

- Es wurde der spektrale Intensitätsunterschied ΔI nur auf dem zweidimensionalen FG berechnet.

Parameter des FG	Wert	Einheit
ν_0	460	GHz
θ_0	30	°
l_0	80	λ
l_{ec0}	7,8	cm
z_{dp}	1	l_{ec0}
x_{dp}	3	l_{ec0}
n_γ	0	
Höhe des 460 GHz Aufbaus	33	cm
Tiefe des 460 GHz Aufbaus	18	cm
Breite des 460 GHz Aufbaus	12	cm

Tab. 4.1: Parameter und Ausmaße des 460 GHz-FG im Littrowaufbau. Der Neigungswinkel θ_0 , die Anfangslänge l_0 und die Länge des ER in Nulllage des FG l_{ec0} wurden in Abschnitt 3.1.2 und die Koordinaten des Rotationspunktes $P_{dp}(z_{dp}$ und $x_{dp})$ in Abschnitt 3.3.2 definiert. Die Wellenlänge beträgt $650 \mu\text{m}$, daher entsprechen 80λ ungefähr $5,2 \text{ cm}$. Dass der Blazefaktor n_γ (siehe Abschn. 3.1.3) gleich null ist bedeutet, dass fast die ganze Leistung wieder in die Quelle reflektiert wird (siehe Abschn. 3.2.5). Die Ausmaße des 460 GHz-FG im Littrowaufbau ergeben sich aus seinen Parametern.

- Es wurde kein Kopplungskoeffizient κ bestimmt.
- Das Beugungsintegral wurde nur für Kugelwellen anstatt für Gaußstrahlen definiert.

Trotzdem ergaben sich für die Parameter des FG gute Werte, die auch mit dem theoretischen Modell verglichen werden können. Die Parameter und Ausmaße des 460 GHz-FG im Littrowaufbau sind in Tabelle 4.1 aufgeführt. Wie mit diesen Parametern die berechneten Beugungsparameter verlaufen, ist in Abbildung 4.9 zu sehen. Werden diese mit den optimalen Parametern aus Abbildung 3.24a verglichen, ist zu sehen, dass die des 460 GHz-FG schlechter sind. Der Grund ist insbesondere die Anfangslänge l_0 , die wesentlich zu lang gewählt wurde. Dadurch verschlechtert sich κ eher als bei kürzeren l_0 . Da der gesamte Aufbau mit l_0 skaliert, wäre der optimale Aufbau ungefähr dreimal kleiner.

Der 460 GHz-FG im Littrowaufbau (siehe Abb 4.10a) besteht zusätzlich zu dem FG noch aus einem planaren Konterspiegel, dessen Normale parallel zu der Normalen des FG am Mittelpunkt des QCL ist. Es wurde bei der Konstruktion des 460 GHz-FG noch fälschlicherweise davon ausgegangen, dass der Strahlengang der nullten Beugungsordnung sich so nur in der Höhe verschiebt, unabhängig von der Lage des Rotationspunktes P_{dp} . Allerdings wird im Anhang in Abschnitt A.9 gezeigt, dass dies nicht der Fall ist.

Diese Art von Konterspiegel macht nur Sinn, wenn der Drehpunkt P_{dp} sich an der Position des Mittelpunkts des FG befindet. Da bei dem 460 GHz-FG der n_γ allerdings gleich null ist, ist die abgestrahlte Leistung der nullten Beugungsordnung hier ohnehin zu gering, um detektiert zu werden. Bei einer stärkeren Quelle, wie z.B. bei einem QCL, wäre dies nicht der Fall, da immerhin noch ein gewisser Teil der Leistung in die nullte Ordnung gebeugt wird (siehe Abb. 3.9).

Das n_γ gleich null ist, hat nicht nur den Vorteil, dass die maximal Leistung retroreflektiert wird, sondern auch dass die Güte der Resonatormoden maximal wäre, was in einem Aufbau

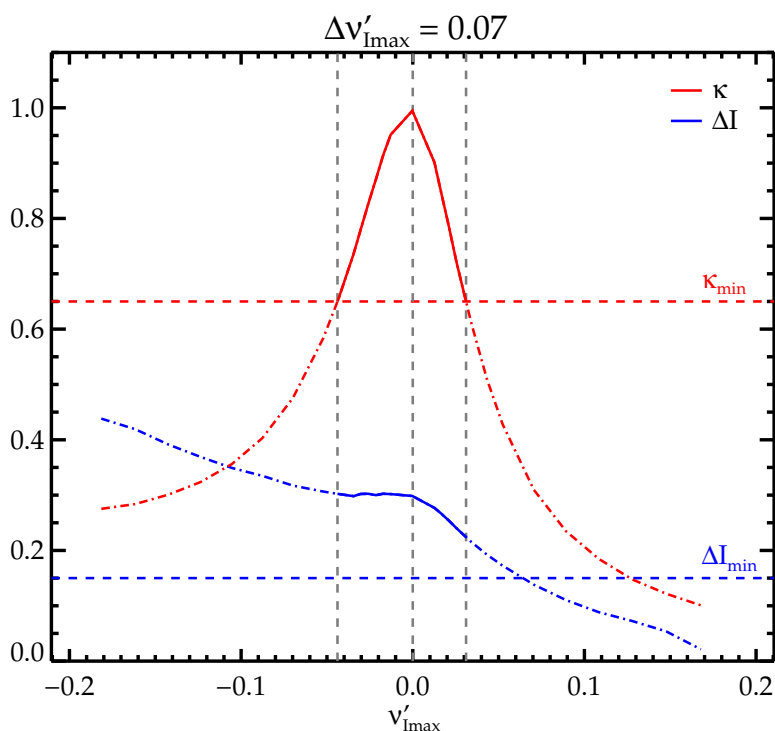


Abb. 4.9: Verlauf der berechneten Beugungsparameter des 460 GHz-FG mit den Parametern aus Tabelle 4.1. Die Bezeichnungen sind aus Abbildung 3.14 zu entnehmen. Der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten κ_{\min} ist 0,65 und der Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten ΔI_{\min} beträgt 0,15. Daraus folgt eine Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta v'_{I_{\max}}$ von 0,07.

mit einem QCL zu geringeren externen Stabilisierung mit einer Phasenrichtschleife führen könnte.

Die Rotationsachse des 460 GHz-FG im Littrowaufbau besteht aus einem Federblatt (siehe Abb. 4.10b), das mit einer Vorspannung montiert wurde. Die Vorspannung sorgt dafür, dass der FG von alleine zurückschwingt. Um die Rotation des 460 GHz-FG zu bewerkstelligen, wurde eine Gewindestange genutzt. Diese wurde am unteren Ende des FG montiert (siehe Abb. 4.10b). Wird diese Gewindestange in die Richtung der Quelle gedreht, rotiert der FG um seinen Rotationspunkt zur Quelle hin. Um die Strahlausbreitung der Quelle und der nullten Beugungsordnung darzustellen, werden diese ebenfalls in Abbildung 4.10b gezeigt.

Bei der Fertigung des FG wurde eine Näherung des zu fräsenden Gitters genutzt. Diese Näherung führt allerdings zu einer Verzerrung des Paraboloiden, der als Gitterebene des FG gewählt wurde. In Abbildung 4.11 ist zu sehen, dass der reale FG links wesentlich breiter und rechts wesentlich schmaler als das Modell ist. Die Einhüllende des Modells hat wie erwartet die Form einer Ellipse, da ein Schrägschnitt durch einen Paraboloiden einen Ellipse erzeugt. Die Näherung wurde gemacht, da die Fräsmaschine nur zwei Freiheitsgrade der Rotation und drei der Translation hat. Für die genaue Herstellung des FG wären aber drei Freiheitsgrade der Rotation nötig. Der dritte Rotationswinkel lässt sich zwar im Allgemeinen durch geschicktes parametrisieren der vorhandenen Rotations- und Translationsbewegungen simulieren, dies

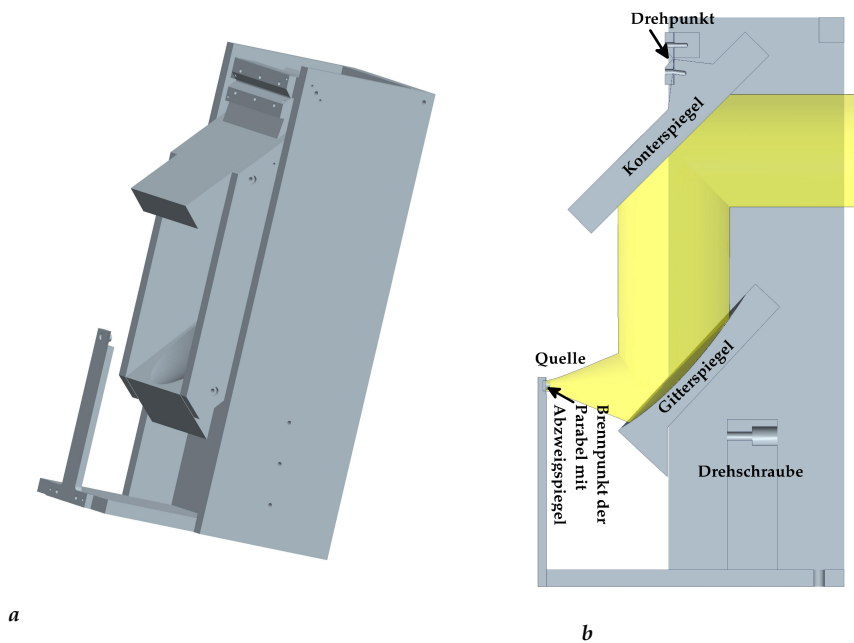


Abb. 4.10: 3D-CAD Modell und Strahlausbreitung des nicht rotierten 460 GHz-FG. In Abbildung a ist ein 3D-CAD Modell des nicht rotierten 460 GHz-FG zu sehen. Dies Modell wurde mit dem 3D-CAD-Programm „Pro/ENGINEER“ gezeichnet. Abbildung b zeigt einen Querschnitt dieses Modells mit der Strahlausbreitung der Quelle und der nullten Beugungsordnung. Der Gaußstrahl ist mit dreimal dem Strahlradius w in gelb gezeichnet. Die wichtigsten Komponenten des 460 GHz-FG, wie der FG, der Konterspiegel, der Rotationspunkt, der Brennpunkt der Parabel und die Position der Drehschraube, sind markiert.

ist aber meist mit einer hohen Arbeitsintensität verbunden. Für die Parametrisierung werden Computerprogramme benötigt, die nach einem 3D-CAD-Modell den passenden Maschinen-Code für die Fräsmaschine schreiben. Dies ist nur bedingt automatisch durchführbar. Alle zu fräsenden Flächen müssen einzeln in den Maschinen-Code übersetzt werden und bei jeder Fläche muss geschaut werden, ob nicht andere Flächen dem Fräskopf im Weg sind. Bei diesem FG, der eine Anzahl von circa 320 Stufen hat, ist dies ein enormer Arbeitsaufwand. Um einen einfachen Maschinen-Code zu haben (siehe Anhang Qc. A.2), wurde versucht, diese Fräsung mit einem nicht parametrisierten Maschinen-Code durchzuführen. Dabei wurde die Neigung der Stufen von links nach rechts (in Abbildung 4.11 von oben nach unten) vernachlässigt. Die Rotationsbewegungen der Fräsmaschine wurden dazu genutzt um:

1. den FG in den richtigen Winkel zu stellen. Der richtige Winkel ist hierbei der Winkel, bei dem eine Stufe des zweidimensionalen FG (siehe Abb. 3.3) genau parallel zur Schneideebene des Schafffräskopfes steht. Die Furchennormale steht dann also senkrecht zum Fräskopf.
2. eine Rotationsbewegung um die X-Achse durchzuführen.

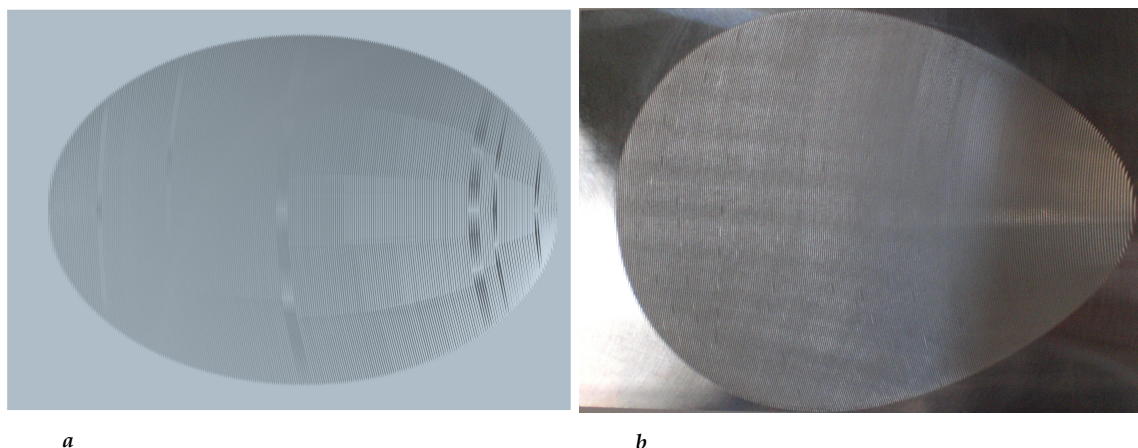


Abb. 4.11: Vergleich des genäherten FG mit dem des idealen FG. In Abbildung a ist ein 3D-CAD-Modell des idealen FG zu sehen. In Abbildung b ist der genäherte FG, der mit dem einfachen Maschinen-Code A.2 gefräst wurde, gezeigt.

Dies hat zur Folge, dass sich der FG oberhalb seines Mittelpunkts verbreitert und unterhalb des Mittelpunkts verschmälert. Die einzige Stufe, die sich zum Modell nicht ändert, ist die des Mittelpunkts.

Für die Berechnung der Maschinen-Koordinaten wird der Stellwinkel α_{cnc} , der radiale Abstand der Stufen zum Brennpunkt r_p (siehe Gl. 3.7 und Abb. 3.3) und die Eindringtiefe Δr_{cnc} des Fräskopfs benötigt. Aus dem Winkel der Nulllage des Werkstücks α_{sp} und der Steigung der Furchennormalen m_f kann der Stellwinkel α_{cnc} bestimmt werden. Die Eindringtiefe Δr_{cnc} wird aus dem Abstand zwischen r_p und dem Eckpunkt unten U (siehe Gl. 3.17) bestimmt. Zusätzlich wird noch der Rotationswinkel α_{cncrot} eingeführt, der angibt, um welchen Winkel der Fräskopf sich maximal drehen soll.

Der Maschinen-Code in Quellcode A.2 kann im Gegensatz zu der Übersetzung relativ leicht erstellt werden, da die relevanten Punkte ohnehin ausgerechnet werden müssen. Für einen Blazefaktor n_γ von null weicht das berechnete Strahlprofil der negativen Beugungsordnung des genäherten FG so gut wie nicht von dem idealen FG ab. Dies liegt daran, dass der FG mit der Näherung sich im Umkreis seines Mittelpunkts im Vergleich zum idealen FG kaum ändert. Ist der Blazefaktor n_γ allerdings größer gewählt, das heißt, dass ein größerer Anteil der Leistung ausgekoppelt werden soll, ist die Abweichung der Strahlprofile nicht mehr zu übersehen, da auch die Näherung in der Mitte nicht mehr gegeben ist.

Um den Unterschied der Strahlprofile zu zeigen, wird die räumliche Verteilung der Intensität für zwei verschiedene n_γ des genäherten FG berechnet. In Abbildung 4.12 ist zu sehen, dass bei einem FG mit einem n_γ von 0,5 das Strahlprofil nicht mehr rund, sondern oval und der Kopplungskoeffizient κ erheblich niedriger wäre als bei n_γ gleich 0. Daher müsste die Übersetzung des Maschinen-Codes gewählt werden, wenn der FG viel Leistung in die nullte Beugungsordnung schicken soll.

Sollte allerdings die Variante gewählt werden, bei welcher die Strahlung auf der anderen Seite des QCL ausgekoppelt wird, könnte die Näherung für den FG angewendet werden (siehe Abb. 2.1). Diese Variante wäre auch für die $\Delta v'_{\text{Imax}}$ günstiger, da dann der P_{dp} frei wählbar

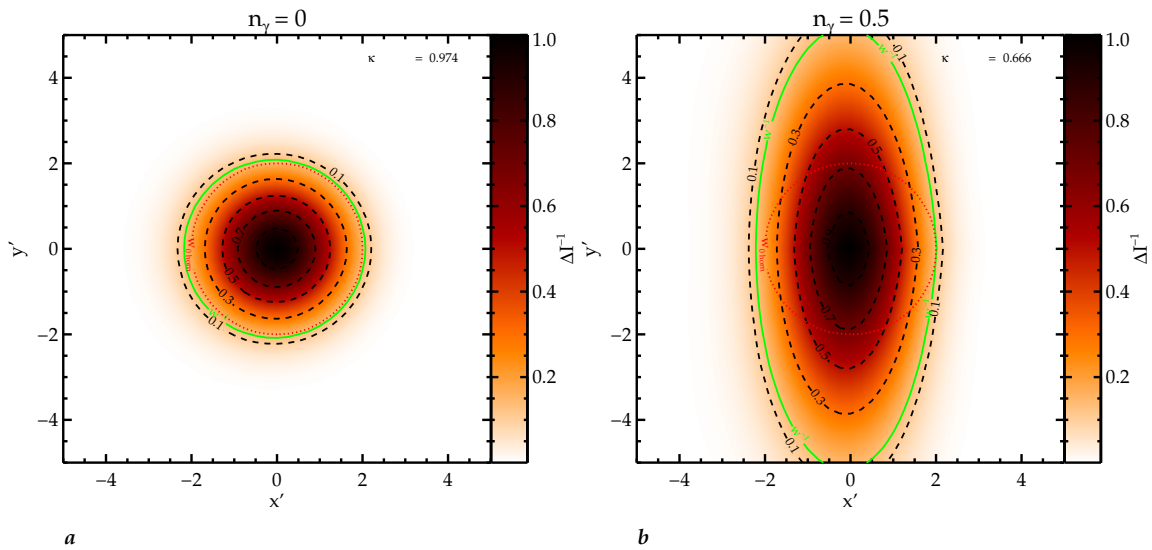


Abb. 4.12: Vergleich des genäherten FG bei zwei verschiedenen Blazefaktoren n_γ . Die Abbildungen zeigen jeweils in Konturfarben die berechnete Intensität der minus ersten Beugungsordnung I^{-1} gegen die Koordinaten der Schirmebene der minus ersten Beugungsordnung $S_{I^{-1}}$. Die Koordinaten sind mit der Wellenlänge normiert. Die Linien entsprechen denen aus Abbildung 3.10a. In Abbildung a ist n_γ gleich null und in Abbildung b gleich 0,5. Die Parameter entsprechen denen aus Tabelle 4.1.

wäre (siehe Abschn. 3.3.3). Zusätzlich wäre die Güte der Resonatormoden hier am höchsten. Und schlussendlich wird auch mehr Strahlungsleistung in den QCL zurück gekoppelt, was für das Anschwingen der Resonatormoden von Vorteil wäre. Der Vergleich von dem spektralen Intensitätsunterschied ΔI bei beiden Varianten zeigt keinen Unterschied. Somit wurde gezeigt, dass der genäherte FG sich in diesem Fall dazu eignet, die Beugungsparameter des 460 GHz-FG zu vermessen.

Die Aufgabe des FG ist es, die Strahlung der negativen Beugungsordnung wieder in das Horn der Quelle zu koppeln. Dort kann mit der Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I_{\max}}$ die Quelle abgestimmt werden. Dies ist mit einem Gunn-Oszillator nicht möglich. Somit kann der spektrale Intensitätsunterschied ΔI nicht direkt gemessen werden, da ein ER nicht möglich ist. Allerdings kann die spektrale Breite des Beugungsgitters $\Delta \nu_g$ gemessen werden. Um $\Delta \nu_g$ zu messen, muss der Strahl der minus ersten Beugungsordnung abgelenkt werden, da $\Delta \nu_g$ ansonsten am Brennpunkt des FG gemessen werden müsste. Dies ist aber nicht möglich, da sich da das Horn der Vervielfacherkette befindet.

Die Messung von $\Delta \nu_g$ geschieht über einen Abzweigspiegel, der am Brennpunkt des FG montiert wird. Um die volle Intensität der minus ersten Beugungsordnung zu messen, muss dieser Abzweigspiegel leicht versetzt zu dem emittierten Strahl des Gunn-Oszillators angebracht werden. Damit die minus erste Beugungsordnung trotzdem nicht in den Gunn-Oszillator reflektiert, muss dieser ebenfalls leicht versetzt in auf den FG strahlen. In diesem Fall wurde ein Winkel von 2° gewählt. Dieser ist groß genug, dass ein Großteil der Intensität der negativen Beugungsordnung auf den Abzweigspiegel trifft, aber auch klein genug, um dessen Strahlprofil nicht zu beeinflussen.

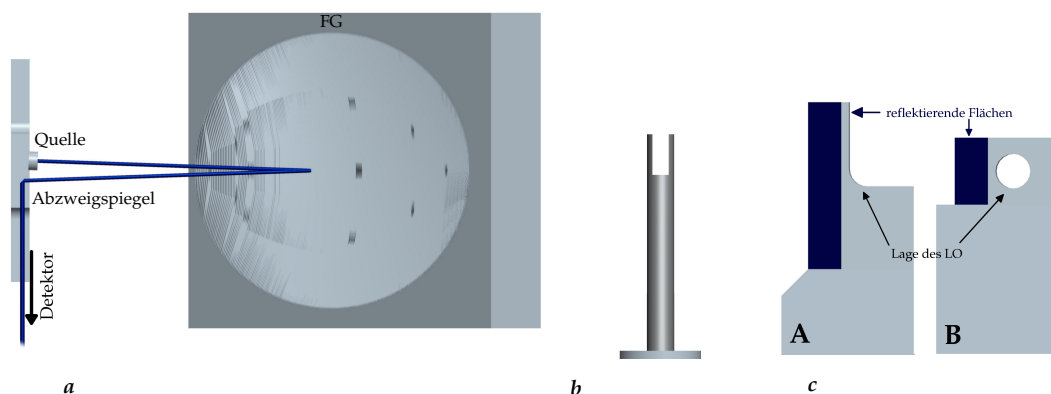


Abb. 4.13: Strahlengang des Abzweigspiegels, Chopper-Stift und Abzweigspiegel. In Abbildung a ist der Strahlengang des Abzweigspiegels als blaue Linie dargestellt. Links ist der Abzweigspiegel und rechts der FG zusehen. Beides sind 3D-CAD-Modelle. Die Lage des FG ist dieselbe wie in Abbildung 4.10b, allerdings wird das Modell von oben betrachtet. In Abbildung b ist eine 3D-CAD-Modell des Chopper-Stifts zu sehen. In Abbildung c sind die beiden hier verwendeten Abzweigspiegel als 3D-CAD-Modell gezeigt. Die blauen Ebenen zeigen jeweils die reflektierenden Flächen. Das Loch bzw. der Bogen ist die Position des Lokoszillators (LO).

Eine Abbildung des Strahlengangs am Abzweigspiegel ist in Abbildung 4.13a zu sehen. Es ist eine Ansicht von oben gewählt, die dem Aufbau in Abbildung 4.10b entspricht. Allerdings wird nur der FG und der Abzweigspiegel gezeigt. Der FG liegt demzufolge schräg in der Ebene.

Da durch das Horn der Vervielfacherkette die Strahlung der minus ersten Beugungsordnung auch nicht gemessen werden kann, kann auch nicht der Kopplungskoeffizient κ direkt gemessen werden. Über den Abzweigspiegel kann aber das Strahlprofil gemessen und somit w bestimmt werden. Somit können Δv_g und w anstatt ΔI und κ gemessen und mit den theoretischen Werten verglichen werden. In den beiden nächsten Abschnitten werden die Ergebnisse dieser Messung vorgestellt.

In beiden Messungen wird ein pyroelektrischer Sensor (auch Pyrodetektor genannt) verwendet. Dieser misst Strahlung über den pyroelektrischen Effekt, d.h. der Pyrodetektor ist ein Kristall, der bei einer Temperaturänderung seine Polarisation ändert. Das dadurch geänderte Potential kann gemessen werden. Allerdings kann dadurch nur eine Strahlungsleitungsänderung gemessen werden. Um dieses zu erzeugen, muss die Strahlung ebenso wie bei der Golay-Zelle (siehe Abb. 4.2) moduliert werden. Dies wird normalerweise mit einem Chopper-Rad gemacht. Das Chopper-Rad besteht zu gleichen Teilen aus Bereichen, die für die Strahlung durchlässiges und nicht durchlässiges Material beinhalten. Wird das Chopper-Rad zwischen der Quelle der Strahlung und dem Detektor montiert und gedreht, ändert sich das Signal am Detektor regelmäßig mit der Rotationsgeschwindigkeit des Chopper-Rads und der Anzahl der unterschiedlichen Bereiche. Somit kann der Pyrodetektor die Änderung messen. Die Änderung kann dann, bei bekannter Rotationsgeschwindigkeit, mit einem phasenempfindlichen Gleichrichter detektiert und verstärkt werden. Phasenempfindliche Gleichrichter haben den Vorteil, dass sie ein kleines Signal-zu-Rauschen-Verhältnis haben.

Um möglichst nah am Abzweigspiegel zu messen und den FG möglichst nah an die Quelle bringen zu können, wurde für die Messreihen ein besonders kleines Chopper-Rad benö-

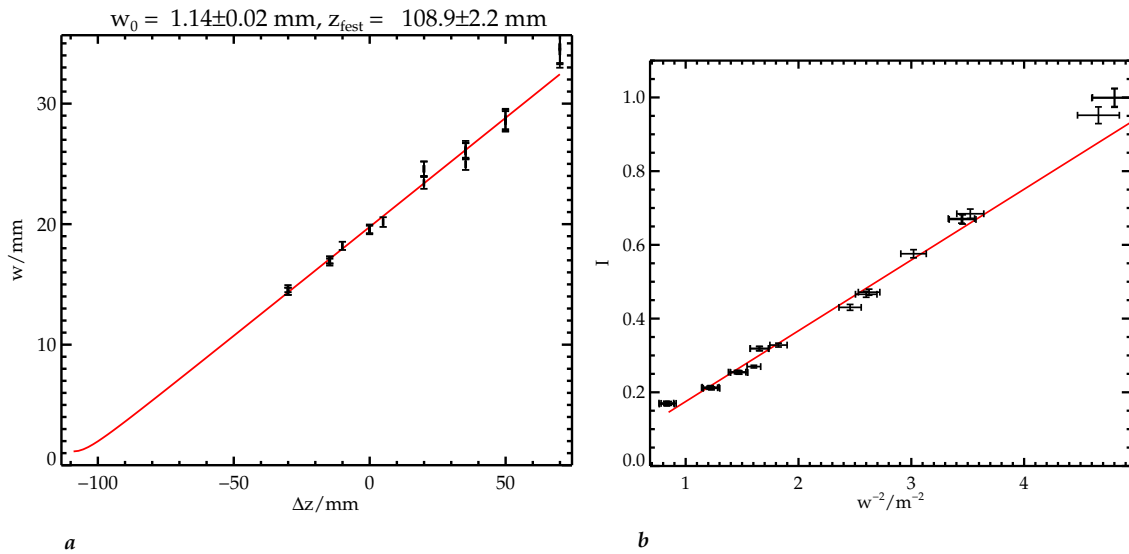


Abb. 4.14: Verlauf der Strahlradien w und die Intensität I^{-1} der gemessenen Strahlprofile bei 460 GHz. Abbildung a zeigt die aus einer Regression ermittelten w gegen den gemessenen Abstand Δz mit Fehlern in schwarz. Die rote Linie macht die Funktion 4.4 mit denen aus der Regression ermittelten Werten z_{fest} und w_0 deutlich. Abbildung b stellt den linearen Verlauf von I^{-1} gegen eins durch w zum Quadrat dar. Die Werte sind mit ihren Fehlern in schwarz aufgetragen. Die Werte und ihre Fehler sind mit der Regression einer Gaußfunktion ermittelt worden. Die rote Linie zeigt die Regressionsgerade.

tigt. Daher wurde eine Chopper-Stift entwickelt (siehe Abbildung 4.13b). Dieser hat einen Durchmesser von 8 mm und eine Länge von 8 cm. Die Öffnung ist leicht größer als das Horn der Vervielfacherkette. Während einer Umdrehung kann der Strahl so zweimal abgedeckt werden. Somit ist es möglich, mit minimalem Platzverlust die Strahlung der Vervielfacherkette zu detektieren. Der Chopper-Stift wurde bei allen Messung direkt vor das Horn der Vervielfacherkette montiert.

4.4 Messung der räumlichen Auflösung des 460 GHz-FG

In diesem Abschnitt wird die Messung der räumlichen Auflösung des 460 GHz-FG vorgestellt. Mit der Messung soll gezeigt werden, dass der Kopplungskoeffizient κ aus Kapitel 3 sich dazu eignet, die Parameter des FG zu optimieren. Mit der räumlichen Verteilung der Intensität der negativen Beugungsordnung kann die Waist w_0 der negativen Beugungsordnung berechnet werden. Dabei wird mit einem kleinen Abzweigspiegel (in der Größenordnung des Horns der Vervielfacherkette, siehe Abzweigspiegel B Abb. 4.13c) die Strahlung der minus ersten Beugungsordnung aus dem Brennpunkt der Parabel auf einen Detektor gelenkt werden (siehe Abb. 4.13a). Da die Strahlung der minus ersten Beugungsordnung wieder ein Gaußprofil hat (mit der Waist w_0 am Abzweigspiegel), divergiert das Strahlprofil mit zunehmendem Abstand zum Abzweigspiegel. Mit mehreren definierten Abständen Δz zueinander wird das divergente Strahlprofil gemessen.

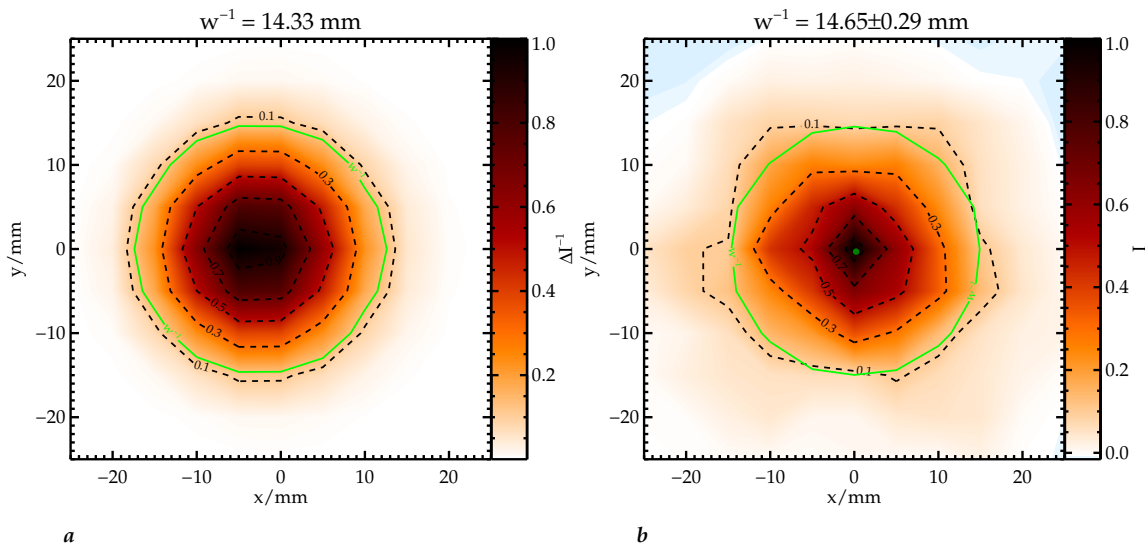


Abb. 4.15: Vergleich der berechneten und gemessenen Strahlprofile bei 460 GHz. Beide Abbildungen zeigen in Konturfarben die Intensität des Strahlprofils gegen die Koordinaten der S_{1-1} . Die Intensität beider Abbildungen wurde mit einem Abstand der Koordinaten von 5 mm berechnet bzw. gemessen. Der Abstand zum Abzweigspiegel betrug 7,9 cm. Die grünen Kreise zeigen jeweils die Position von w^{-1} an. In Abbildung a ist das berechnete und in b das gemessene Strahlprofil gezeigt.

Das Strahlprofil wird jeweils mit einem Pyrodetektor, der auf einem Linearführungssystem befestigt ist, vermessen. Mit dem Linearführungssystem konnten Translationen in Richtung der Strahlachse der negativen Beugungsordnung gemacht werden. Das Linearführungssystem war zusätzlich auf einem Kreuztisch montiert. Mit dem Kreuztisch wurde das Strahlprofil für unterschiedliche Positionen des Linearführungssystems senkrecht zur Strahlachse vermessen. Der Abstand der Messpunkte betrug 5 mm. Um das Rauschen der Messung zu vermindern, wurde jeder Messpunkt mit einer Integrationszeit von 10 s gemessen. Mit den Strahlprofilmessungen konnte w und die Intensität des Mittelpunkts I^{-1} durch eine Regression mit einer Gaußfunktion bestimmt werden. Ist w und Δz bekannt, kann mit einer Regression der Funktion

$$w = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{(z_{\text{fest}} + \Delta z)}{\pi w_0^2} \right)^2} \quad (4.4)$$

w_0 und z_{fest} bestimmt werden (siehe Gl. 2.30), wobei z_{fest} der Abstand von w_0 relativ zu den Stellungen der Messungen auf dem Linearführungssystem ist. Ist I^{-1} und w bekannt, kann deren Verlauf über Gleichung 2.50 geprüft werden. Die Intensität der Mitte eines Gaußstrahls ist nach Gleichung 2.50 antiproportional zu w zum Quadrat. Wird I^{-1} gegen eins durch w zum Quadrat aufgetragen, sollte dies eine Gerade sein.

In Abbildung 4.14a ist der Verlauf von Δz gegen w_0 bei 460 GHz aufgetragen. Es ist zu sehen, dass die Messpunkte fast alle auf der durch die Regression bestimmten Funktion liegen, einzig der sehr weit entfernte Messpunkt liegt nicht innerhalb seiner Fehlergrenzen auf dieser Funktion. Dies liegt an der abnehmenden Intensität bei größerer Entfernung. Dabei wurde das

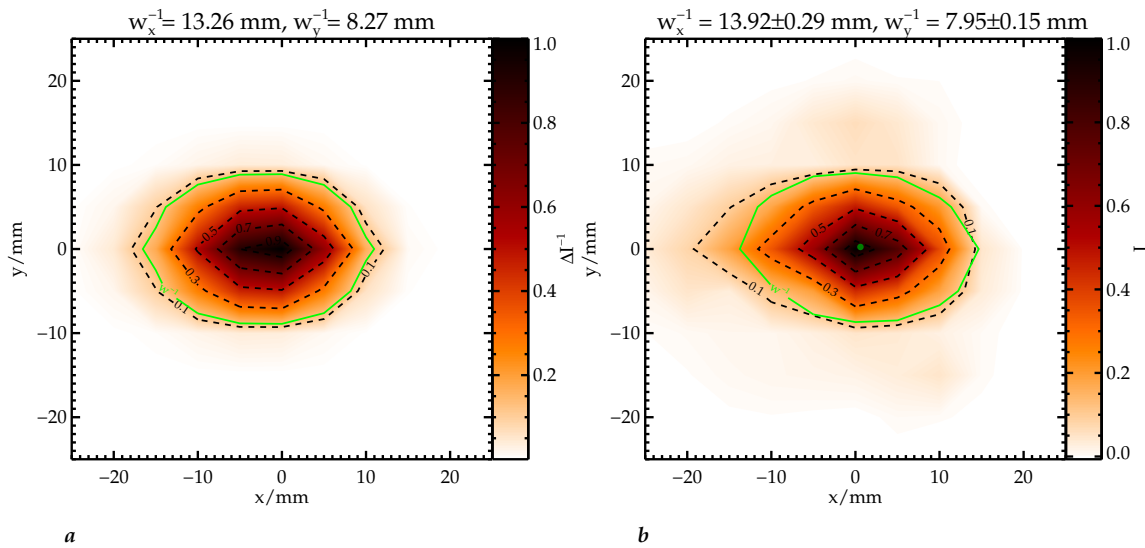


Abb. 4.16: Vergleich der berechneten und gemessenen Strahlprofile bei 440 GHz. Beide Abbildungen zeigen in Konturfarben die Intensität des Strahlprofils gegen die Koordinaten der S_{I-1} . Die Intensität beider Abbildungen wurden mit einem Abstand der Koordinaten von 5 mm berechnet bzw. gemessen. Der Abstand zum Abzweigspiegel betrug 7,8 cm. Die grünen Kreise zeigen jeweils die Position von w^{-1} an. In Abbildung a ist das berechnete und in b das gemessene Strahlprofil gezeigt.

Rauschen der Messung stark vergrößert, wodurch die Messwerte an Genauigkeit verloren. Die Fehler von w und der Intensität ergeben sich aus der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Der Fehler von Δz lag bei circa 0,5 mm und kann dadurch vernachlässigt werden.

Die aus den Messungen ermittelte Waist w_0 der minus ersten Beugungsordnung mit 1,14 mm stimmt mit dem vorgegebenen Wert des Herstellers von 1,14 mm genau überein. Um dies Ergebnis zu bestätigen, wird zusätzlich der Verlauf der gemessenen Intensität betrachtet. Die Abbildung 4.14b zeigt den Verlauf von I^{-1} gegen eins durch w zum Quadrat. Die eingezeichnete Regressionsgerade zeigt, dass diese Werte innerhalb ihrer Fehlergrenzen wie erwartet einer Geraden entsprechen. Die Fehler von I^{-1} sind ebenfalls aus der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bei der Regression der Gaußfunktion ermittelt worden.

In Abbildung 4.15 wird ein gemessenes mit einem berechneten Strahlprofil verglichen. Die Berechnung wurde in derselben Entfernung von dem Abzweigspiegel durchgeführt wie die Messung (hier 7,8 cm). Die Abbildung 4.15 zeigt, dass die berechneten Strahlprofile den gemessenen sehr gut entsprechen. In Abbildung 4.16b ist ein Strahlprofil bei 440 GHz mit demselben Abstand wie das Profil bei 460 GHz gezeigt. Es ist zu sehen, dass auch hier die Strahlprofile nahezu übereinstimmen. Also erfüllt der FG im Littrowaufbau seine Funktion bei dem räumlichen Verlauf der negativen Beugungsordnungen. Daraus kann geschlossen werden, dass die theoretische Berechnung des Kopplungskoeffizienten κ der Realität entspricht und die Ermittlung der optimalen Parameter des FG in Bezug auf κ als Richtig anzunehmen ist. In dem nächsten Abschnitt wird nun geklärt, ob auch die gemessene spektrale Breite des Beugungsgitters $\Delta\nu_g$ den Erwartungen entspricht.

4.5 Messung der spektralen Auflösung des 460 GHz-FG

In diesem Abschnitt wird die Messung von der spektralen Breite des Beugungsgitters $\Delta\nu_g$ des 460 GHz-FG vorgestellt. Die Messung eignet sich zu zeigen, dass der spektrale Intensitätsunterschied ΔI aus Kapitel 3 genutzt werden kann, um die Parameter des FG zu optimieren. Die Messung von $\Delta\nu_g$ wurde auf zwei unterschiedliche Arten durchgeführt.

1. Die spektrale Auflösung wurde indirekt über sich ändernde Strahlprofile bestimmt. Da der Gaußstrahl der minus ersten Beugungsordnung nach dem Abzweigspiegel wieder divergiert, vergrößert sich allerdings der Wert für $\Delta\nu_g$ bei einer Entfernung vom Abzweigspiegel. Um $\Delta\nu_g$ des 460 GHz-FG zu messen, wird der FG an einer Position festgehalten (hier die Nulllage). Dann wird die Vervielfacherkette um wenige GHz abgestimmt. Durch die Änderung der Frequenz verschiebt sich der Mittelpunkt der Strahlprofile der negativen Beugungsordnung bei steigender Frequenz nach oben und bei sinkender Frequenz nach unten. Aus den sich ändernden Strahlprofilen wurde schließlich $\Delta\nu_g$ bestimmt. Um alle Strahlprofile messen zu können wurde ein hoher Abzweigspiegel benötigt (siehe Abzweigspiegel A in Abb. 4.13c).
2. Die spektrale Auflösung wurde direkt bestimmt, indem eine Blende auf den Abzweigspiegel mit einer Breite von ungefähr der Wellenlänge geklebt wurde. Dieser Vorgang sorgte dafür, dass von dem Gaußstrahl der negativen Beugungsordnung nur der Teil reflektiert wurde, der in das Horn der Vervielfacherkette fallen würde. Dies hatte den Vorteil, dass das gemessene $\Delta\nu_g$ direkt mit dem berechneten $\Delta\nu_g$ am Horn verglichen werden konnte. Dabei wurde die Strahlungsintensität nur in der Mitte des Strahls detektiert, wodurch der Nachteil entstand, dass bei jedem Punkt auch die Leistung des nicht gebeugten Strahls aus der Vervielfacherkette als Referenz gemessen werden musste. Dafür wurde eine weiterer Konterspiegel montiert.

In den nächsten beiden Abschnitte werden diese Messungen vorgestellt.

4.5.1 Indirekte Messung der spektralen Auflösung des 460 GHz-FG

Bei der indirekten Messung der spektralen Auflösung wurden sich mit der Frequenz ändernde Strahlprofile gemessen (siehe Abbildung 4.17a). Aus den Strahlprofilen konnte dann $\Delta\nu_g$ an einer Position berechnet werden. Die Messung wurde für einen Frequenzraum von 452 GHz bis 468 GHz in 1 GHz Schritten durchgeführt. Dabei wurden je Frequenz zwei Messungen durchgeführt. Wie in Abschnitt 4.4 wird bei den Strahlprofilen eine Regression einer Gaußglockenfunktion durchgeführt:

$$g(x, y) = \frac{I_G + I_0 \cdot \exp(-2u(x, y))}{I_G + I_0} \quad (4.5)$$

$$u(x, y) = \left(\frac{x - x_0}{w_x} \right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{w_y} \right)^2, \quad (4.6)$$

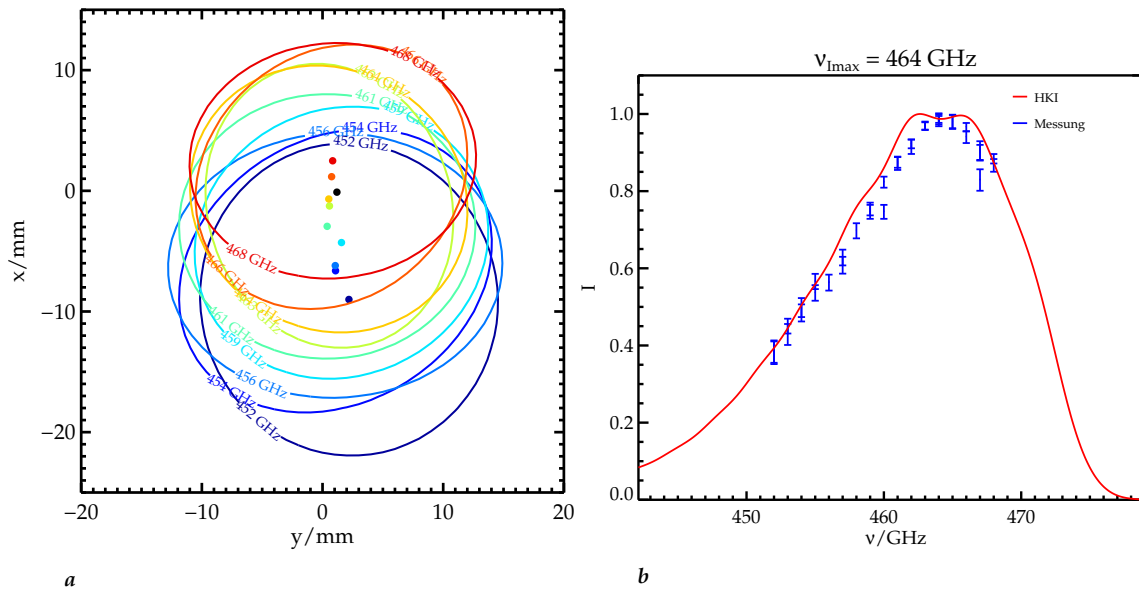


Abb. 4.17: Strahlprofile verschiedener Frequenzen und Vergleich der spektralen Beugungsintensitäten. Abbildung a verdeutlicht den Verlauf der Strahlprofile auf einer Beobachtungsebene bei verschiedenen Frequenzen. Die farbigen Punkte und Kreise zeigen die Position der Strahlradien w (von blau gleich niedrigen bis rot gleich hohen Frequenzen). Der schwarze Punkt markiert den Punkt an dem die spektrale Intensität des 460 GHz-FG mit Gleichung 4.5 berechnet wurde. Abbildung b stellt den spektralen Verlauf der berechneten (in rot) und den indirekt gemessenen (in blau) Intensität des 460 GHz-FG gegen die Frequenz des Gunn-Oszillators in GHz dar.

mit x_0 und y_0 als Positionen des Mittelpunkts der Intensität, w_x und w_y als Strahlbreiten, I_G als Intensitäten der Grundlinie und I_0 als Intensität am Mittelpunkt. In Abbildung 4.17a ist zu sehen, dass die Strahlprofile von niedrigeren Frequenzen als 460 GHz bis zu höheren sich entlang einer Linie hoch bewegen.

Um alle gemessenen Strahlprofile vergleichen zu können, muss die Gaußglockenfunktion mit I_G und I_0 normiert werden. Die Fehler der Regression werden über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate ermittelt. Um den Verlauf der spektralen Intensität zu erlangen, muss nun an einer Position die Intensität berechnet werden. Die Position, x_{\max} und y_{\max} , an der die Intensität bestimmt wird, ergibt sich aus der Berechnung des spektralen Verlaufs der Intensität des FG. Wird die Intensität in einer Entfernung vom Brennpunkt berechnet, zeigt sich, dass $\nu_{I_{\max}}$ zu einer höheren Frequenz verschoben wird und $\Delta\nu_g$ wesentlich breiter als direkt am Abzweigspiegel ist.

Der Grund ist, dass der Berechnungspunkt nicht im Brennpunkt der Parabel liegt. Nach dem Brennpunkt divergiert der Strahl wieder stark und $\Delta\nu_g$ wird breiter. Durch die Entfernung des Berechnungspunkts kommt es bei leicht verschobenen Frequenzen zu einer Superposition. Die Positionen x_{\max} und y_{\max} ergeben sich aus dem Mittelwert der Lage des Mittelpunktes der Intensität der 464 GHz-Strahlprofile. Um $\Delta\nu_g$ zu bestimmen, wird bei jedem Strahlprofil die Intensität aus $g(x_{\max}, y_{\max})$ berechnet. Werden die Frequenzen gegen die so ermittelten Intensitäten aufgetragen, ergibt sich die spektrale Breite des Beugungsgitters $\Delta\nu_g$. Die Abbildung 4.17b zeigt die spektralen Intensitäten der minus ersten Beugungsordnung aus der indirekten

Messung und den Berechnungen mit dem HKI gegen die Frequenz des Gunn-Oszillators. Die Entfernung vom Detektor zum Abzweigspiegel betrug 5 cm. Der Fehler der durch Messung bestimmten Intensitäten ergibt sich aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

Die Wellenlinienstruktur der berechneten spektralen Intensitäten kommt ebenfalls aus der Superposition verschiedener Frequenzen. Der Fehler der Messung war zu groß, um diese Struktur darzustellen. In Abbildung 4.17b zeigt sich, dass die Breite des spektralen Verlaufs der Intensität, die aus der Messung berechnet wurde, genau der berechneten Breite entspricht. Daraus kann, wie schon bei der Messung des räumlichen Verlaufs, geschlossen werden, dass ΔI aus Kapitel 3 genutzt werden kann, um die Parameter des FG zu optimieren. Im nächsten Abschnitt wird dieses Ergebnis noch einmal bestätigt. Es wird eine Methode gezeigt, mit der die spektrale Auflösung des FG direkt gemessen werden kann.

4.5.2 Direkte Messung der spektralen Auflösung des 460 GHz-FG

Um die spektrale Auflösung direkt zu messen, wurde auf den kleinen Abzweigspiegel (siehe Abzweigspiegel B in Abb. 4.13c) eine schmale Blende montiert. Die Blende sorgte dafür, dass nur der Teil der Strahlung vom Pyrodetektor gemessen wurde, der auch von dem Horn aufgenommen worden wäre. Da die Blende zu Beugungserscheinungen führt, können nicht wie in Abschnitt 4.5.1 Strahlprofile bestimmt werden.

Wenn allerdings der Pyrodetektor an dem Mittelpunkt der Intensität der negativen Beugungsordnung bei 460 GHz festgehalten wird, wird bei Änderung der Frequenz nur die Intensität der minus ersten Beugungsordnung direkt am Brennpunkt der Parabel gemessen. Da die Strahlungsleistung der Vervielfacherkette allerdings nicht konstant ist (siehe Abb. 4.8), mussten die gemessenen Intensitäten der negativen Beugungsordnung noch mit einer Referenzmessung der gleichen Frequenz ohne FG normiert werden.

Die Referenzmessung wurde mit einem planaren Spiegel, der in einem 45°-Winkel zwischen dem FG und der Quelle montiert wurde, durchgeführt. Durch den 45°-Winkel konnte die Mitte der Intensität der nicht gebeugten Strahlung nur mit Änderung der Position des Kreuztisches gemessen werden. Die Messung wurde wieder mit dem 460 GHz-FG in Nulllage durchgeführt.

Der Frequenzbereich bei der direkten Messung der spektralen Intensität der minus ersten Beugungsordnung bei 460 GHz ging von 455 GHz bis 465 GHz, und wurde in 1 GHz Schritten durchgeführt. Es zeigt sich, dass die Leistung der Vervielfacherkette bei gleichbleibenden Einstellungen stark schwankt. Daher wurde die Intensität jeder Frequenz mehrfach gemessen. Über diese Intensitäten wurde ihr Mittelwert gebildet. Der Fehler der Mittelwerte ergibt sich aus der Standardabweichung des Mittelwertes.

In Abbildung 4.18 ist die berechnete und direkt gemessene spektrale Intensität der negativen Beugungsordnung gegen ν_{GUNN} bei 460 GHz aufgetragen. Es ist zu sehen, dass die die spektralen Breiten sich entsprechen. Die zum Teil großen Fehler der gemessenen Intensität sind auf die relativ große Schwankung der Strahlungsleistung der Vervielfacherkette zurückzuführen. Die leicht breitere Kurve der gemessenen Intensität leitet sich aus der Breite der Blende ab, die ein wenig zu breit gewählt wurde. Eine Berücksichtigung einer 2,5 mm breiten Blende bei der Berechnung mit dem Helmholtz-Kirchhoffschen Beugungsintegral (HKI) führt zu einer breiteren spektralen Beugungsordnung.

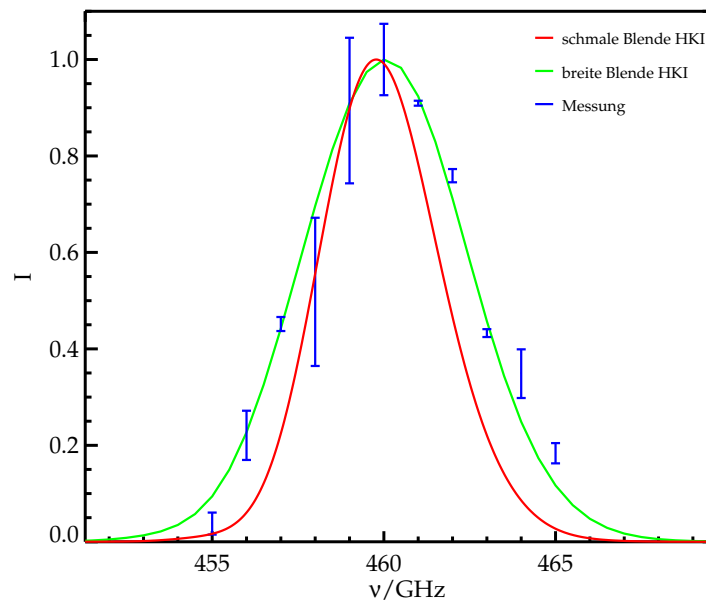


Abb. 4.18: Vergleich der spektralen Beugungsintensitäten am Brennpunkt des FG. Diese Abbildung zeigt den berechneten spektralen Verlauf der Intensität an einem schmalen Spalt (in rot) und an einem breiten Spalt (in grün) und den direkt gemessenen des 460 GHz-FG (in blau) gegen die Frequenz des Gunn-Oszillators in GHz.

Erwähnenswert ist, dass es besser gewesen wäre, den FG auf 475 GHz anstatt auf 460 GHz zu optimieren, da dort die Strahlungsleistung der Vervielfacherkette ein Maximum hat. Dies hätte wahrscheinlich auch die starke Fluktuation der gemessenen Intensitäten verbessert. Trotzdem wurde in beiden Messungen der spektralen Auflösung des 460 GHz-FG gezeigt, dass die berechneten spektralen Intensitäten den gemessenen Intensitäten entsprechen. Dementsprechend kann davon ausgegangen werden, dass der FG auch bei dem spektralen Verlauf der negativen Beugungsordnung seine Aufgabe erfüllt. Auch kann daraus geschlossen werden, dass der spektrale Intensitätsunterschied ΔI aus Kapitel 3 sich dazu eignet, die Parameter des FG zu optimieren.

In diesem Kapitel wurden die spektralen und räumlichen Auflösungen eines 460 GHz fokussierenden Gitterspiegels (FG) im Littrowaufbau vermessen. Der 460 GHz-FG war erforderlich, da ein QCL, der mit dem FG abgestimmt werden kann, noch nicht entwickelt war. Bei der Messung wurde gezeigt, dass die berechneten spektralen und räumlichen Verläufe der Beugungsintensitäten aus Kapitel 3 den gemessenen Verläufen entsprechen. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die Beugungsparameter (ΔI und κ) dazu genutzt werden können, um die Parameter des FG (die Anfangslänge l_0 , den Neigungswinkel θ_0 und den Drehpunkt P_{dp}) zu optimieren.

Zudem wurden die Abstimmungseigenschaften und das Strahlprofil eines 1,5 THz QCL vermessen. Diese Messungen zeigten die erwarteten Modensprünge und das durch Beugungseffekte und Überlagerungen dominierte Strahlprofil. Weiteres über Messungen an verschiedenen QCL kann in der auch von mir betreuten Bachelorarbeit „*Characterization of Quantum Cascade Laser*“ von Thomas Salomon nachgeschlagen werden.

Im nächsten Abschnitt werden die Kernpunkte dieser Arbeit noch einmal zusammengefasst und diskutiert. Weiterhin wird ein kurzer Ausblick über die möglichen Anwendungen des FG gegeben.

Kapitel 5

Ergebnisse und Zusammenfassung

Um Messungen nach dem Heterodynprinzip von Spektrallinien in Molekülwolken im Welt- raum effizient durchzuführen, werden leistungsstarke, kontinuierlich abstimmbare und mo- nochromatische Lokaloszillatoren (LO) benötigt. Ein Quantenkaskadenlaser (QCL) mit einem externen Resonator (ER) im Littrowaufbau bietet sich aufgrund seiner hohen Strahlungslei- stung als LO an. Ein ER im Littrowaufbau kann frequenzselektierend den QCL abstimmen. Die nötigen Grundlagen hierzu und die sich daraus ergebene Schwierigkeiten sind in Kapitel 2 aufgeführt.

Um einen möglichst monochromatischen und frequenzstabilisierten QCL zu erhalten wurde in dieser Arbeit ein fokussierender Gitterspiegel (FG) entwickelt, der als ER im Littrowaufbau genutzt werden kann. Dieser kann durch die Kombination eines Parabolspiegels mit einem Reflexionsgitter das Verhältnis von dem spektralen Abstand der Resonatormoden $\Delta\nu_c$ und der spektralen Breite des Beugungsgitters $\Delta\nu_g$ maximieren, und so Wahrscheinlichkeit der Anregung von mehreren Moden gleichzeitig minimieren und die Stabilisierung einzelner Frequenzen fördern. In Kapitel 3 wurde das Konzept des FG und in die Berechnungen der Gitterstufen eingeführt. Zudem wurde gezeigt, dass der FG in Nulllage mit zwei Parametern beschrieben werden kann, der Anfangslänge l_0 und dem Neigungswinkel θ_0 .

Um die Beugungseigenschaften des FG zu ermitteln wurde ein Verfahren, basierend auf dem Helmholtz-Kirchhoffschen Beugungsintegral (HKI), zur Berechnung der spektralen und räumlichen Verteilung der Beugungsintensitäten des FG entwickelt (siehe Abschn. 3.1). Mit diesem konnten zuerst die Beugungsparameter des FG in Nulllage betrachtet werden, im Einzelnen sind diese: der Kopplungskoeffizient κ , der spektrale Intensitätsunterschied ΔI und die Frequenz der negativen Beugungsordnung $\nu_{I_{\max}}$ (siehe Abschn. 3.2).

Durch die Anwendung des HKI in einem Optimierungsverfahren konnten die optimalen Parameter des FG, zur Abstimmung eines QCL, bei einer Rotation ermittelt werden. Dabei wurde gezeigt, dass bei der Rotation des FG die Beugungsparameter, anders wie in der Nulllage erwartet, sich eher bei kleinen Parametern des FG optimal verhalten. Die Lage des Rotationspunktes P_{dp} ist ebenfalls ein zu optimierender Parameter des FG (siehe Abschn. 3.3). Das Kriterium für die Ermittlung der optimalen Parameter war die maximale Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung $\Delta\nu'_{I_{\max}}$. Diese ist nicht nur von den Parameter des FG abhängig, sondern auch von den Parametern des QCL: dem Minimalwert für den Kopp- lungskoeffizienten κ_{\min} und dem Minimalwert für den spektralen Intensitätsunterschied ΔI_{\min} .

Es wurde ein 460 GHz-FG entworfen und vermessen, um die Berechnungen mit dem HKI zu verifizieren. Um damit die zeitgleiche Entwicklung eines QCL mit erhöhten Transmissi-

onseigenschaften und verbessertem Strahlprofil zu unterstützen, wurde ein Gunn-Oszillator in einer Vervielfacherkette anstatt eines QCL als Strahlungsquelle genutzt. Da die gemessenen Intensitäten gut mit den berechneten übereinstimmen, bestätigen die Messungen der spektralen und räumlichen Auflösung des FG das theoretische Konzept des FG und das der Optimierung der Parameter. Als externer Resonator konnte der 460 GHz-FG aufgrund der Vervielfacherkette nicht genutzt werden.

Als Fazit aus allen Messungen, Berechnungen und Abschätzungen können für einen optimalen FG folgende Aussagen gemacht werden:

- Der FG sollte mit einer möglichst kleinen Anfangslänge l_0 geplant werden, da so der Verlauf von dem Kopplungskoeffizienten κ bei einer Rotation des FG am flachsten ist. Möglichst klein heißt hierbei, dass l_0 ungefähr doppelt so groß wie die Rayleighlänge z_0 des QCL sein sollte, da ansonsten die Fernfeldnäherung der Stufen nicht gilt.
- Der Neigungswinkel θ_0 kann zwischen 30° und 40° festgelegt werden. Bei zu kleinen θ_0 ist ΔI schon in der Nulllage des FG zu niedrig. Bei zu großen θ_0 verschlechtern sich die Fokussiereigenschaften des FG bei einer Rotation eher. Dies führt zu einem steileren Verlauf der Beugungsparameter. Zudem erhöht sich bei großen θ_0 auch die Genauigkeit, mit der der FG montiert werden muss.
- Wenn möglich sollte die Strahlung nicht mit dem FG ausgekoppelt werden, da dann:
 - der Blazefaktor n_γ gleich null sein und mehr Leistung in den QCL gekoppelt werden kann. Dies wirkt sich auf das Verhältnis der Verstärkerleistung und Verlustleistung im QCL positiv aus. So wird der QCL noch bei kleineren κ forciert die externen Resonatormoden anzuregen.
 - der Drehpunkt P_{dp} ohne Weiteres an der optimalen Position liegen kann. Dies hat den Vorteil, dass $\Delta v'_{I_{max}}$ bei gegebenen Parametern des QCL wesentlich größer sein kann und es bräuchte weniger bewegliche Spiegel.
 - der genäherte FG aus Abschnitt 4.3 genutzt werden kann. Dies vereinfacht die Produktion des FG wesentlich.

Die Auskopplung nicht mit dem FG durchzuführen, sondern mit der gegenüberliegenden Seite stellt natürlich hohe Anforderungen an den QCL, da dieser dann nicht nur auf einer Seite einen verbessertes Stahlprofil benötigt, sondern auf beiden. Da schon die Verbesserung einer Seite zur Zeit zu großen Schwierigkeiten führt, muss hier abgewartet werden, was weiterer Forschungen ergeben.

Für erste Versuche mit einem QCL wäre allerdings die Lage des Rotationspunkts und die Auskopplung auf der gegenüberliegenden Seite zweitrangig, da hier es schon ein Erfolg wäre, überhaupt in dem QCL mit dem FG externe Resonatormoden anzuregen und ihn um einige GHz zu verstimmen.

Bei nur wenigen GHz ist die Lage des Rotationspunkt zweitrangig, da die Rotation dann in erster Näherung nicht von dem Punkt abhängt. Ebenfalls ist die Änderung des Strahlengangs der nullten Beugungsordnung in der ersten Näherung dann nahezu konstant.

Es könnte dann auch ohne Weiteres n_γ gleich null gewählt werden, da ein QCL genügend Leistung produziert, um auch nur bei wenigen Prozent der Leistungsauskopplung detektierbar zu sein, oder sogar einen Mischer damit zu versorgen. Auch eine Phasenrichtschleife wäre am Anfang nicht unbedingt nötig, da die Stabilisierung der Frequenz durch den FG eventuell ausreicht.

Um allerdings einen leistungsstarken, über ein großes Frequenzband kontinuierlich abstimmbaren und monochromatischen LO zu haben, sollten die oben genannten Punkte auf der Liste befolgt werden.

Sobald ein QCL mit einer Entspiegelung und einem verbesserten Strahlprofil vorliegt lässt sich mit den vielversprechenden Ergebnissen dieser Arbeit sofort ein FG im Littrowaufbau anfertigen. Dies wird mit Spannung erwartet, da es so möglich sein wird einen QCL mit dem FG als ER im Littrowaufbau als effizienten LO zu betreiben.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die mich durch fachlichen sowie persönlichen Beistand bei der Erstellung dieser Arbeit unterstützt haben.

Mein Dank gilt Herrn Prof. Dr. Jürgen Stutzki, dass er mir die Möglichkeit gegeben hat, meine Promotion an einem so aktuellen Thema wie den Quantenkaskadenlasern durchzuführen.

Herrn Prof. Dr. Jan Jolie danke ich für die Übernahme des zweiten Gutachtens.

Und Herrn Prof. Dr. Joachim Saur danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitz.

Mein Dank geht vor allem an Dr. Urs Graf und Dr. Matthias Justen, die mich durch ihre stets kompetente Beratung während meiner Arbeit begleitet haben.

Ich danke auch allen aus dem Keller des I. Physikalischen Instituts, von denen jeder mal ein offenes Ohr für meine komplizierten oder auch weniger komplizierten Fragen hatte, im Besonderen: meiner Bürokollegin Norma Hurtado, Ronin Higgins, Philipp Carlhoff, Michael Brasse, Volker Ossenkopf, Edward Chambers, Christian Glück und Silke Andree-Labsch.

Mein Dank geht natürlich auch an die Werkstatt und an das Diodenlabor, im Besonderen an Henning Adams.

Ein großes Dankeschön auch an Claudia Pietig, die einen Großteil des Korrekturlesens übernommen hat, ebenso an meine Schwester Tielke Vogt und Dirk Pannenbecker.

Zu guter Letzt möchte ich meiner Familie für die Unterstützung, insbesondere in den letzten Wochen, danken.

Die Entwicklung des fokussierenden Gitterspiegels wurde im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 956 in Teilprojekt D2 durchgeführt und von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördert.

Literaturverzeichnis

- Adam, A. J., Kašalynas, I., Hovenier, J. N., Klaassen, T. O., Gao, J. R., Orlova, E. E., Williams, B. S., Kumar, S., Hu, Q. und Reno, J. L.** (Apr. 2006). *Beam patterns of terahertz quantum cascade lasers with subwavelength cavity dimensions*. In: *Applied Physics Letters* 88.15, S. 151105–+. DOI: 10.1063/1.2194889 (siehe S. 24).
- Amanti, M., Fischer, M., Walther, C., Scalari, G. und Faist, J.** (Mai 2007). *Horn antennas for terahertz quantum cascade lasers*. In: *Electronics Letters* 43.10, S. 573–574. ISSN: 0013-5194. DOI: 10.1049/el:20070450 (siehe S. 23, 24, 70).
- Bakulin, A. S. und Durbin, S. M.** (März 2000). *High-efficiency logarithmic spiral monochromator for X-ray fluorescence*. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 441, S. 558–564. DOI: 10.1016/S0168-9002(99)00990-0 (siehe S. 114).
- Barkan, A., Tittel, F. K., Mittleman, D. M., Dengler, R., Siegel, P. H., Scalari, G., Ajili, L., Faist, J., Beere, H. E., Linfield, E. H., Davies, A. G. und Ritchie, D. A.** (März 2004). *Linewidth and tuning characteristics of terahertz quantum cascade lasers*. In: *Optics Letters* 29, S. 575–577. DOI: 10.1364/OL.29.000575 (siehe S. 25).
- Baryshev, A., Hovenier, J. N., Adam, A. J., Kašalynas, I., Gao, J. R., Klaassen, T. O., Williams, B. S., Kumar, S., Hu, Q. und Reno, J. L.** (Juli 2006). *Phase locking and spectral linewidth of a two-mode terahertz quantum cascade laser*. In: *Applied Physics Letters* 89.3, 031115, S. 031115. DOI: 10.1063/1.2227624 (siehe S. 23).
- Bielsa, F., Douillet, A., Valenzuela, T., Karr, J.-P. und Hilico, L.** (Juni 2007). *Narrow-line phase-locked quantum cascade laser in the 9.2 μm range*. In: *Optics Letters* 32, S. 1641–1643. DOI: 10.1364/OL.32.001641. eprint: physics/0703138 (siehe S. 23).
- Born, M. und Wolf, E.** (1989). *Principles of Optics*. 6. Aufl. Pergamon Press (siehe S. 106).
- Brückner, C., Pradarutti, B., Stenzel, O., Steinkopf, R., Riehemann, S., Notni, G. und Tünnermann, A.** (Feb. 2007). *Broadband antireflective surface-relief structure for THz optics*. In: *Opt. Express* 15.3, S. 779–789. DOI: 10.1364/OE.15.000779. URL: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-15-3-779> (siehe S. 24).
- Duffy, D. G.** (2001). *Green's Functions with Applications*. Chapman und Hall/CRC (siehe S. 107).
- Faist, J., Capasso, F., Sivco, D. L., Sirtori, C., Hutchinson, A. L. und Cho, A. Y.** (Apr. 1994). *Quantum Cascade Laser*. In: *Science* 264, S. 553–556. DOI: 10.1126/science.264.5158.553 (siehe S. 21, 22).
- GOLAY, M. J. E.** (Mai 1947). *Theoretical consideration in heat and infra-red detection, with particular reference to the pneumatic detector..* In: *Rev Sci Instrum* 18.5, S. 347–56 (siehe S. 66).
- Goldsmith, P.** (1998). *Quasioptical Systems: Gaussian Beam Quasioptical Propagation and Applications*. IEEE Press/Chapman & Hall Publishers Series on Microwave Technology and Rf. John Wiley & Sons (siehe S. 6, 7, 15, 16, 18, 110).

- Graf, U. U., Heyminck, S., Güsten, R., Hartogh, P., Hübers, H.-W., Stutzki, J., Faist, J., Fischer, M., Jacobs, K., Philipp, M., Rabanus, D., Semenov, A., van der Wal, P., Wagner-Gentner, A., Walther, C. und Wiedner, M. (Okt. 2007). „GREAT: the German first light heterodyne instrument for SOFIA“. In: *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. Bd. 6678. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. DOI: 10.1117/12.768027 (siehe S. 26).
- Graf, U. U., Simon, R., Stutzki, J., Colgan, S. W., Guan, X., Güsten, R., Hartogh, P., Honingh, C. E. und Hübers, H.-W. (Juni 2012). $[^{12}\text{CII}]$ and $[^{13}\text{CII}]$ 158 μm emission from NGC 2024: Large column densities of ionized carbon. In: *A&A* 542, L16, S. L16. DOI: 10.1051/0004-6361/201218930. arXiv: 1203.2012 [astro-ph.GA] (siehe S. 2).
- Graf, U. und Heyminck, S. (Apr. 2001). *Fourier gratings as submillimeter beam splitters*. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 49.4, S. 542–546. ISSN: 0018-926X. DOI: 10.1109/8.923313 (siehe S. 121).
- Gunn, J. (1964). *A general expression for electrostatic induction and its application to semiconductor devices*. In: *Solid-State Electronics* 7.10, S. 739–742. ISSN: 0038-1101. DOI: 10.1016/0038-1101(64)90031-0. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0038110164900310> (siehe S. 71).
- Hecht, E. (1989). *Optics*. 2th. Addison-Wesley (siehe S. 14).
- Hinkov, B., Beck, M., Gini, E. und Faist, J. (Aug. 2013). *Quantum cascade laser in a master oscillator power amplifier configuration with Watt-level optical output power*. In: *Optics Express* 21, S. 19180. DOI: 10.1364/OE.21.019180 (siehe S. 21).
- Kazarinov, R. F. und Suris, R. A. (Okt. 1971). *Possibility of the amplification of electromagnetic waves in a semiconductor with a superlattice*. In: *Soviet Physics - Semiconductors* 5, S. 707–709 (siehe S. 21, 22).
- Korotkikh, E. (2006). *Total reflection x-ray fluorescence spectrometer with parallel primary beam*. In: *X-Ray Spectrometry* 35.2, S. 116–119 (siehe S. 114).
- Maineult, W., Gellie, P., Andronico, A., Filloux, P., Leo, G., Sirtori, C., Barbieri, S., Peytavit, E., Akalin, T., Lampin, J., Beere, H. E. und Ritchie, D. A. (Nov. 2008). *Metal-metal terahertz quantum cascade laser with micro-transverse-electromagnetic-horn antenna*. In: *Applied Physics Letters* 93.18, S. 183508–+. DOI: 10.1063/1.3013819 (siehe S. 23, 24, 70).
- Mujagić, E., Deutsch, C., Detz, H., Klang, P., Nobile, M., Andrews, A. M., Schrenk, W., Unterrainer, K. und Strasser, G. (Juli 2009). *Vertically emitting terahertz quantum cascade ring lasers*. In: *Applied Physics Letters* 95.1, 011120, S. 011120. DOI: 10.1063/1.3176966 (siehe S. 23).
- Orlova, E. E., Hovenier, J. N., Klaassen, T. O., Kašalynas, I., Adam, A. J., Gao, J. R., Klapwijk, T. M., Williams, B. S., Kumar, S., Hu, Q. und Reno, J. L. (Mai 2006). *Antenna Model for Wire Lasers*. In: *Physical Review Letters* 96.17, 173904, S. 173904. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.173904 (siehe S. 24).
- Rabanus, D., Graf, U. U., Philipp, M., Ricken, O., Stutzki, J., Vowinkel, B., Wiedner, M. C., Walther, C., Fischer, M. und Faist, J. (Jan. 2009). *Phase locking of a 1.5 Terahertz quantum cascade laser and use as a local oscillator in a heterodyne HEB receiver*. In: *Optics Express* 17, S. 1159–+. DOI: 10.1364/OE.17.001159 (siehe S. 23, 25, 26, 65, 67, 70).
- Ren, Y., Hovenier, J. N., Higgins, R., Gao, J. R., Klapwijk, T. M., Shi, S. C., Bell, A., Klein, B., Williams, B. S., Kumar, S., Hu, Q. und Reno, J. L. (2010). *Terahertz heterodyne spectrometer*

- using a quantum cascade laser. In: *Applied Physics Letters* 97.16, 161105, pages. DOI: 10.1063/1.3502479. URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/97/16/10.1063/1.3502479> (siehe S. 25).
- Stupar, D., Krieg, J., Krötz, P., Sonnabend, G., Sornig, M., Giesen, T. F. und Schieder, R.** (Mai 2008). *Fully reflective external-cavity setup for quantum-cascade lasers as a local oscillator in mid-infrared wavelength heterodyne spectroscopy*. In: *Appl. Opt.* 47, S. 2993–2997. DOI: 10.1364/AO.47.002993 (siehe S. 25).
- Tchen, T.** (Juni 2002). *Focusing of an X-ray spherical wave by a uniaxially bent crystal: Johann scheme and logarithmic spiral*. In: *Journal of Technical Physics* 47, S. 660–665. DOI: 10.1134/1.1486185 (siehe S. 114).
- Walther, C., Scaliari, G., Amanti, M. I., Beck, M. und Faist, J.** (März 2010). *Microcavity Laser Oscillating in a Circuit-Based Resonator*. In: *Science* 327, S. 1495–. DOI: 10.1126/science.1183167 (siehe S. 23).
- Wang, Y., Soskind, M. G., Wang, W. und Wysocki, G.** (Jan. 2014). *High-resolution multi-heterodyne spectroscopy based on Fabry-Perot quantum cascade lasers*. In: *Applied Physics Letters* 104.3, 031114, S. 031114. DOI: 10.1063/1.4862756 (siehe S. 21).
- Williams, B., Kumar, S., Hu, Q. und Reno, J.** (Apr. 2004). *Resonant-phonon terahertz quantum-cascade laser operating at 2.1 THz ($\lambda = 141 \mu\text{m}$)*. In: *Electronics Letters* 40.7, S. 431–433. ISSN: 0013-5194. DOI: 10.1049/el:20040300 (siehe S. 23).
- Yang, Q., Li, Z., Peng, Q., Chen, G., Huang, X., Cai, H. und Li, J.** (Juli 2009). *Design of monochromatic X-ray imager with a pinhole and a logarithmic spiral Bragg mirror for Z-pinch diagnose*. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 606, S. 320–324. DOI: 10.1016/j.nima.2009.05.130 (siehe S. 114).
- Zhang, X. M., Cai, H., Liu, A. Q., Hao, J. Z., Tang, D. Y. und Lu, C.** (Juni 2005). *MEMS LITTMAN TUNABLE LASER USING CURVE-SHAPED BLAZED GRATING*. In: *The 13th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems, Seoul, Korea 1*, S. 804–807 (siehe S. 4).

Abbildungsverzeichnis

1.1	Messung des Feinstrukturübergangs von [CII] in NGC 2024	2
2.1	Schema der externen Resonatoren im Littrowaufbau	6
2.2	Fabry-Perot-Moden	7
2.3	Schema des internen und des externen Resonators	8
2.4	Spektrale Verteilung der Intensität beim ER im Littrowaufbau	9
2.5	Teil eines Blazegitters	14
2.6	Der Krümmungsradius und die Breite eines Gaußstrahls	16
2.7	Schema Gaußstrahltransformation	18
2.8	Unterschied der Emission zwischen M-M-QCL und S-P-QCL	22
2.9	Schema eines M-M-QCL	23
2.10	Beispiele für Hörner am QCL	24
2.11	Rauschen eines nicht stabilisierten QCL	25
2.12	Moden, Temperaturabstimmung und Phasenregelung des 1,5 THz QCL	26
3.1	Schema der Kombination von Parabolspiegel und Beugungsgitter	28
3.2	Definition von Neigungswinkel und Anfangslänge	30
3.3	Reflexionsgitter des FG	32
3.4	Der FG mit verschiedenen Blazefaktoren	33
3.5	Der FG mit verschiedenen Neigungswinkeln	34
3.6	Spektrale Intensitäten der Beugung und der Resonatormoden	40
3.7	Vergleich der einmal mit dem 1D und einmal mit dem 2D HKI berechneten spektralen Intensitätsunterschiede	41
3.8	Der Strahlengang eines Gaußstrahls am FG in Nulllage	42
3.9	Der Leistungskoeffizient in Abhängigkeit des Blazefaktors	44
3.10	Die räumlichen Verteilungen der Beugungsintensitäten der minus ersten und der nullten Beugungsordnung	45
3.11	Berechnung der Beugungsparameter des FG in Nulllage	46
3.12	Beispiel für die Rotation des FG	50
3.13	Änderung der Frequenz der Beugung bei Rotation des FG	51
3.14	Die Beugungsparameter des FG bei einer Rotation	52
3.15	Abhängigkeit der Frequenzbreite von den Minimalwerten des QCL	53
3.16	Die Frequenzbreite bei verschiedenen Anfangslängen und Neigungswinkeln und festem Rotationspunkt	54
3.17	Die Frequenzbreite für verschiedene Minimalwerte des QCL	55
3.18	Parameter des FG für verschiedene Minimalwerte des QCL	56
3.19	Verlauf der Beugungsparameter des FG	57

3.20	Die Frequenzbreite abhängig von dem Rotationspunkt und der Anfangslänge und des Neigungswinkels	59
3.21	Die Frequenzbreite für verschiedene Minimalwerte des QCL bei allen Rotationspunkten	60
3.22	Parameter des FG für verschiedene Minimalwerte des QCL bei allen Rotationspunkten	61
3.23	Rotationspunkte des FG für verschiedene Minimalwerte des QCL	62
3.24	Beugungsparameter der optimalen Parameter des FG und Lage des Rotationspunkts	63
4.1	1,5 THz QCL Baugruppe	65
4.2	Fourier Transform Spektrometer	66
4.3	Messung der Kenndaten des 1,5 THz QCL	67
4.4	Messung des FTS und Spektrum des 1,5 THz QCL bei 1,46 THz	68
4.5	Frequenzen des 1,5 THz QCL	69
4.6	Doppelspitze und Doppelmode	70
4.7	Schema der Strahlprofilmessung und Strahlprofil des 1,5 THz QCL	71
4.8	Strahlungsleistung der Vervielfacherkette	72
4.9	Verlauf der berechneten Beugungsparameter des 460 GHz-FG	74
4.10	3D-CAD Modell und Strahlausbreitung des nicht rotierten 460 GHz-FG	75
4.11	Vergleich des genäherten FG mit dem des idealen FG	76
4.12	Vergleich des genäherten FG bei zwei verschiedenen Blazefaktoren	77
4.13	Strahlengang des Abzweigspiegels, Chopper-Stift und Abzweigspiegel	78
4.14	Verlauf der Strahlradien und die Intensität der gemessenen Strahlprofile bei 460 GHz	79
4.15	Vergleich der berechneten und gemessenen Strahlprofile bei 460 GHz	80
4.16	Vergleich der berechneten und gemessenen Strahlprofile bei 440 GHz	81
4.17	Strahlprofile verschiedener Frequenzen und Vergleich der spektralen Beugungsintensitäten	83
4.18	Vergleich der spektralen Beugungsintensitäten am Brennpunkt des FG	85
A.1	Ursprung des Helmholtz-Kirchhoffschen Beugungsintegrals	106
A.2	Geometrie und Strahlverlauf eines „Off-Axis“-Paraboloiden	110
A.3	Der FG mit einem Paraboloid als Gitterebene	111
A.4	Abschätzung der oberen Grenze für den Winkel zwischen Ausgangsstrahl und Gitternormalen	116
A.5	Spektraler Verlauf von Beugungsintensitäten	117
A.6	Residuen der räumlichen Verläufe der Beugungsintensitäten	118
A.7	Strahlengang der minus ersten Beugungsordnung	121

Tabellenverzeichnis

2.1	Darstellung der Beugung am Gitter durch Fouriertransformation	13
3.1	Übersicht der Beugungsparameter	47
3.2	Übersicht der abgeschätzten optimalen Parameter des FG	58
3.3	Übersicht der abgeschätzten optimalen Parameter des FG mit Drehpunkt nicht am Mittelpunkt	64
4.1	Parameter und Ausmaße des 460 GHz-FG im Littrowaufbau	73
A.1	Pysikalische Konstanten	103
A.2	Akronyme	104
A.3	Symbole	105

Quellcodeverzeichnis

A.1	Format der <code>ib1</code> -Datei des FERL mit <code>k</code> Stufen	112
A.2	Ein einfacher Maschinen-Code, zur Fräsung des FG	123

Appendix

A.1 Kürzel und Konstanten

Hier sind einige der in dieser Arbeit verwendeten physikalischen Konstanten, Akronyme und Symbole aufgelistet.

Symbol	Beschreibung	Wert	Einheit
π	Kreiszahl	3,1415	
c_0	Lichtgeschwindigkeit	299 792 458	ms^{-1}

Tab. A.1: Physikalische Konstanten

Symbol	Beschreibung
ARB	Antirefleksionsbeschichtung
ER	externer Resonator
FG	fokussierender Gitterspiegel
FPI	Fabry-Perot-Interferometer
FTS	Fourier Transform Spektrometer
FWHM	Halbwertsbreite
GaAs	Galium-Arsenid
GHz	Gigahertz
GREAT	German Receiver for Astronomy at Terahertz Frequencies
HKI	Helmholz-Kirchhoffsche Beugungsintegral
InP	Indiumphosphid
LO	Lokalszillator
M-M	Metal-Metal
MHz	Megahertz
QCL	Quantenkaskadenlaser
S-P	Single-Plasmon
SOFIA	Stratospheric Observatory For Infrared Astronomy

Tab. A.2: Akronyme

Akronym Beschreibung

THz Terahertz

Tab. A.2: Akronyme

Symbol Beschreibung

N Spalt- bzw. Stufenanzahl
 R Krümmungsradius
 S_{I-1} Schirmebene der minus ersten Beugungsordnung
 S_{I0} Schirmebene der nullten Beugungsordnung
 $\Delta\nu'_{I\max}$ Frequenzbreite der negativen Beugungsordnung
 $\Delta\nu_c$ spektrale Abstand der FPI-Moden
 $\Delta\nu_g$ spektrale Breite des Beugungsgitters
 ΔI_{\min} Minimalwert für den spektralen Intensitätsunterschied
 Δr_f Radius des Fräskopfes
 ΔI spektraler Intensitätsunterschied
 Ω spektrales Auflösungsverhältnis
 α_p Rotationswinkel
 β_{dp} Winkel des Rotationspunktes
 η Leistungskoeffizient
 γ Blazewinkel
 κ_{\min} Minimalwert für den Kopplungskoeffizienten
 κ Kopplungskoeffizient
 λ Wellenlänge
 ∇ Nablaoperator
 ν_0 optimierte Frequenz des FG
 ν_c Frequenz der Resonatormode
 ν_{\max} maximale Frequenz
 ν_{\min} minimale Frequenz
 l_{ec0} Länge des ER in Nulllage des FG
 l_{ec} Länge des ER
 l_{ic} Länge des internen Resonators
 l_{qcl} Länge des QCL
 l_0 Anfangslänge
 n_c Brechungsindex des Resonators
 n_{qcl} Brechungsindex des QCL
 Φ_0 Gouy-Phase
 φ Polarwinkel

Tab. A.3: Symbole

Symbol	Beschreibung
ϑ_0	Divergenzwinkel des Gauß-Strahls
a_p	Öffnungsfaktor der Parabel
a	Spalt- bzw. Stufenabstand
b	Spalt- bzw. Stufenbreite
k	Wellenzahl
l_s	Sehne des FG
m_n	Steigung des Normalvektors
m	Beugungsordnung
n	Anzahl der halben Wellenlängen
r_{dp}	Abstand des Rotationspunktes vom Koordinatenursprung
w	Strahlradius
x_{dp}	x -Koordinate des Rotationspunktes
z_0	Rayleighlänge
z_{dp}	z -Koordinate des Rotationspunktes
$\nu_{i\max}$	Frequenz der negativen Beugungsordnung
θ_i	Winkel zwischen Ausgangsstrahl und Gitternormalen
m_f	Steigung der Furchennormalen
m_s	Steigung des Ausgangsstrahls
r_p	radiale Abstand der Stufen zum Brennpunkt
w_0	Waist
dR_{ij}	Linielement
dS_{ijl}	Flächenelement
l_{vs}	Abstand des Vorspiegels
n_i	Anzahl der Linielemente pro Stufe
n_γ	Blazefaktor
n_{ij}	Anzahl der Flächenelemente auf jedem Bogen
O	Eckpunkt oben
P_{dp}	Rotationspunkt
l_c	Resonatorlänge
θ_0	Neigungswinkel
U	Eckpunkt unten

Tab. A.3: Symbole

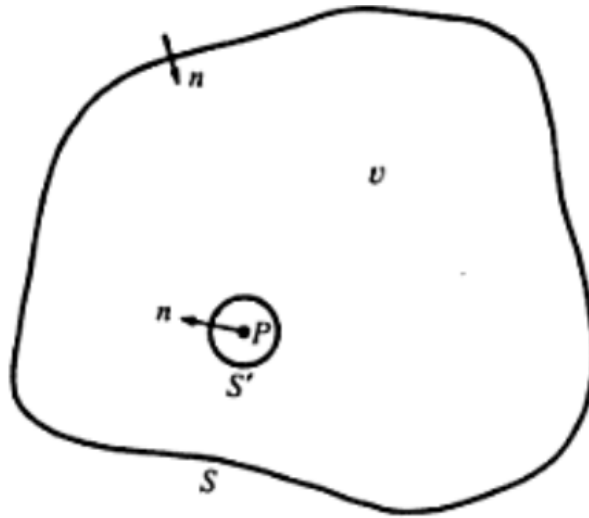


Abb. A.1: Ursprung des Helmholtz-Kirchhoffschen Beugungsintegrals (HKI) (Born und Wolf 1989). Das Bild zeigt die Integrationsflächen.

A.2 Das Helmholtz-Kirchhoffsche Beugungsintegral (HKI)

Das Helmholtz-Kirchhoffsche Beugungsintegral (HKI) eignet sich, um die Beugung von elektromagnetischen Wellen an jeder Art von Hindernissen zu berechnen. Die Herleitungen des HKI orientieren sich an Born und Wolf (1989). Unter Annahme einer monochromatischen skalaren Welle

$$V(x, y, z, t) = U(x, y, z) \exp(-i\omega t) \quad (\text{A.1})$$

erfüllt ihr raumabhängiger Teil die Helmholtzgleichung (siehe Gl. 2.25) im Vakuum. Wenn nun das Volumen V von einer geschlossenen Fläche S umrandet wird und P ein beliebiger Punkt in dem Volumen ist, dann wird weiterhin angenommen, dass die 1. und 2. Ableitungen von U in dem Volumen und auf dem Rand stetig sind. Wenn U' eine beliebige andere Funktion ist, welche die Stätigkeitsbedingungen erfüllt, gilt das Greensche Theorem

$$\iiint_V (U \nabla^2 U' - U' \nabla^2 U) dV = - \iint_S \left(U \frac{\partial U'}{\partial n} - U' \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS. \quad (\text{A.2})$$

Dabei ist $\frac{\partial}{\partial n}$ die Ableitung in Richtung der nach innen zeigenden Normalen. Wenn U' auch eine Lösung der Helmholtzgleichung (2.25) ist, so gilt:

$$\iint_S \left(U \frac{\partial U'}{\partial n} - U' \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS = 0. \quad (\text{A.3})$$

Für die Greensche Funktion U' der Helmholtzgleichung in zwei Dimensionen gilt:

$$G(x, y, z) = \frac{1}{s} \exp(iks), \quad (\text{A.4})$$

mit s der Entfernung von P zum Punkt (x, y, z) . U' hat eine Singularität für s gleich null, da aber U' als stetig und ableitbar angenommen wurde, muss P von dem Integrationsbereich ausgegliedert werden. Dafür wird P mit einer infinitesimalen Kugel mit dem Radius ϵ umschlossen und die Integration zwischen den Flächen S und S' aufgeteilt siehe Abb. A.1. Daraus folgt:

$$\iint_{S'} + \iint_S \left(U \frac{\partial U'}{\partial n} - U' \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS = 0. \quad (\text{A.5})$$

Und daraus folgt weiter:

$$\begin{aligned} \iint_S \left(U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS &= - \iint_{S'} \left(U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS' \\ &= - \iint_{\Omega} \left(U \frac{e^{ik\epsilon}}{\epsilon} \left(ik - \frac{1}{\epsilon} \right) - \frac{e^{ik\epsilon}}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial n} \right) \epsilon^2 d\Omega, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

wobei $d\Omega$ ein Element des Raumwinkels ist. Wenn ϵ gegen null geht, verschwinden der erste und der dritte Term der rechten Seite und $4\pi U(P)$ bleibt nach der Integration stehen. Damit ergibt sich das Beugungsintegral von Helmholtz und Kirchhoff:

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left(U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS \quad (\text{A.7})$$

Mit diesem Flächenintegral ist es möglich, Beugungsmuster nach Hindernissen zu berechnen.

Helmholtz-Kirchhoffsche Beugungsintegral in 1D

Bei der Berechnung der spektralen Auflösung des FG zeigt sich, dass es ausreicht, über eine Linie anstatt über eine Oberfläche zu integrieren. Da ein Computerprogramm genutzt wird, um die Beugung am FG zu berechnen, und die Laufzeit dieses Programms proportional zur Anzahl der Gitterpunkte ist, kann die Laufzeit bei sehr großen Flächen damit wesentlich reduziert werden. Die Anzahl der Gitterpunkte ist dann nur noch proportional zur Wurzel der Anzahl der Gitterpunkte einer Oberfläche.

In diesem Fall wird von einer Zylinderwelle, anstatt einer Kugelwelle, bei der Ausbreitung des elektromagnetischen Strahlung ausgegangen. Folglich wird die obige Rechnung (siehe Abschnitt A.2) in einer anstatt in zwei Dimensionen durchgeführt. Eine Greensche Funktion der Helmholtzgleichung in einer Dimensionen lautet (siehe auch Duffy (2001)):

$$G(s) = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(k \cdot s). \quad (\text{A.8})$$

$H_0^{(2)}$ ist dabei eine Hankelfunktion der nullten Ordnung. Die Hankelfunktion wird auch Besselfunktion dritter Gattung genannt, mit

$$H_\nu^{(1,2)}(x) = J_\nu(x) \pm iY_\nu(x). \quad (\text{A.9})$$

$J_\nu(x)$ und $Y_\nu(x)$ sind dabei die Besselfunktionen erster und zweiter Art. Für alle Arten der Besselfunktionen gelten die Beziehungen:

$$\Omega'_\nu(x) = \frac{1}{2} (\Omega_{\nu-1}(x) - \Omega_{\nu+1}(x)) \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\nu}{x} \Omega_\nu(x) = \frac{1}{2} (\Omega_{\nu-1}(x) + \Omega_{\nu+1}(x)) \quad (\text{A.11})$$

A.3 Einschränkungen des Parabolspiegels in der gaußschen Optik

Um den Gaußstrahl zu kollimieren, hat der FG als Grundfläche einen Parabolspiegel. In der geometrischen Optik fokussiert ein Parabolspiegel Strahlung in den Brennpunkt und kollimiert sie aus ihm heraus. Um den kollimierten Strahl nicht mit dem QCL abzudecken, wird dieser „Off-Axis“ benutzt. „Off-Axis“ bedeutet, dass die Strahlmitte nicht in den Scheitel der Parabel, sondern auf ein Randsegment zeigt.

Da im THz-Bereich die Reflektivität von Metallen nahezu hundert Prozent und die Transmission von Linsen wesentlich geringer ist, kann es für viele Anwendungen im THz-Bereich sinnvoll sein, einen Parabolspiegel statt einer Linse als kollimierendes bzw. fokussierendes Element zu nutzen. Hier wird gezeigt, dass ein „Off-Axis“-Parabolspiegel für Gaußstrahlen eingeschränkt dieselben Eigenschaften hat wie in der geometrischen Optik. Die Parabelgleichung mit der Brennweite f_p lautet gemäß Abbildung A.2:

$$z = \frac{x^2 + y^2}{4f_p}, \quad (\text{A.12})$$

Werden die Koordinaten (wie in Abbildung A.2) in dem Normalensystem der Parabel dargestellt, so ergibt sich für die Koordinaten folgender Zusammenhang:

$$\begin{aligned} x &= x' \cos \theta_i - z' \sin \theta_i + \rho \sin^2 \theta_i \\ y &= y' \\ z &= x' \sin \theta_i + z' \cos \theta_i - \rho \sin^2 \theta_i. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Werden diese Gleichungen in Gleichung A.12 eingesetzt, ergibt die Parabel im Normalensystem des Parabolspiegels

$$z' = \frac{2\rho \cos \theta_i}{\sin^2 \theta_i} \left(1 + \frac{x' \sin \theta_i}{2\rho} - \sqrt{1 + \frac{x' \sin \theta_i}{\rho} - \frac{y'^2 \sin^2 \theta_i}{4\rho^2 \cos^2 \theta_i}} \right). \quad (\text{A.14})$$

Wenn

$$\Gamma = \frac{x' \sin \theta_i}{\rho} < 1 \quad (\text{A.15})$$

ist, dann ergibt sich

$$z' = \frac{y'^2}{4\rho \cos \theta_i} + \frac{x'^2 \cos \theta_i}{4\rho}. \quad (\text{A.16})$$

Mit einem Vergleich der Formeln A.16 und A.12 zeigt sich, dass die Gleichung A.16 näherungsweise eine Parabel darstellt. Also ist hier gezeigt, dass für Gaußstrahlen ein „Off-Axis“-Parabolspiegel als kollimierendes bzw. fokussierendes Element funktioniert.

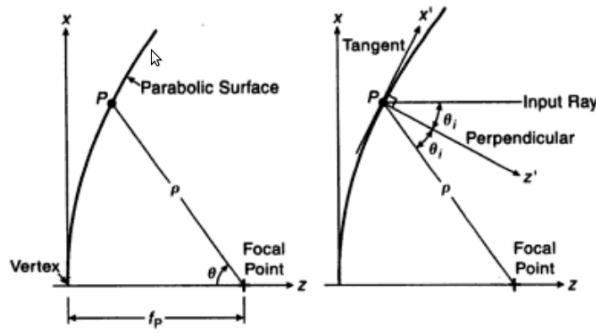


Abb. A.2: (a) Geometrie und (b) Strahlverlauf eines Off-Axis Paraboloiden (Goldsmith 1998)

A.4 Der FG mit einem Paraboloid als Gitterebene

Mit den zweidimensionalen Stufen auf der Parabel lässt sich ein dreidimensionales Gitter auf einem Paraboloiden erzeugen (siehe Abb. A.3). Die Eckpunkte U und O dienen dabei als Referenz für eine Maske, die Punkte auf der Oberfläche des Paraboloiden erzeugt. Die Maske dient als Vorlage für die Fräsmaschine. Sie sollte mit einem kleineren Abstand als der Radius des Fräskopfes Δr_f gewählt werden, da ansonsten die Bögen der Stufen nicht rund gefräst werden. Damit ergeben sich für die Koordinaten der Maske:

$$z_{oi/uij} = \cos(\tilde{\beta}_{ij}) z_{oi/ui} \quad (\text{A.17})$$

$$x_{oi/uij} = x_{oi/ui} \quad (\text{A.18})$$

$$y_{oi/uij} = \sin(\tilde{\beta}_{ij}) z_{oi/ui}. \quad (\text{A.19})$$

Um den Winkel $\tilde{\beta}_{ij}$ zu bestimmen, muss eine minimale Schnittkante ($m_{\text{cut}} \cdot z + b_{\text{cut}}$) berechnet werden. Mit

$$m_{\text{cut}} = \min \left\{ \frac{x_{o\text{max}} - x_{o\text{min}}}{z_{o\text{max}} - z_{o\text{min}}}, \frac{x_{o\text{max}} - x_{u\text{min}}}{z_{o\text{max}} - z_{u\text{min}}} \right\} \quad (\text{A.20})$$

ist gewährleistet, dass die Schnittkante immer nur die äußersten Stufen schneidet, unabhängig von n_γ . Die Schnittkante gibt die Schräglage des Aluminiumblocks wieder, in den der FG gefräst wird (siehe Abb. A.3). Daher gilt für den Winkel eines halb zu fräsenden Bogens

$$\tilde{\beta}_i = \frac{x_{ui} - b_{\text{cut}}}{m_{\text{cut}} \cdot z_{ui}}. \quad (\text{A.21})$$

Damit der Weg, den der Fräser von einem Punkt zum nächsten zurücklegt, kleiner ist als Δr_f , wird die Anzahl der Schritte für einen ganzen Bogen mit

$$\tilde{n}_i = \left\lceil \frac{2 \cdot \tilde{\beta}_i}{\Delta r_f} z_{ui} \right\rceil \quad (\text{A.22})$$

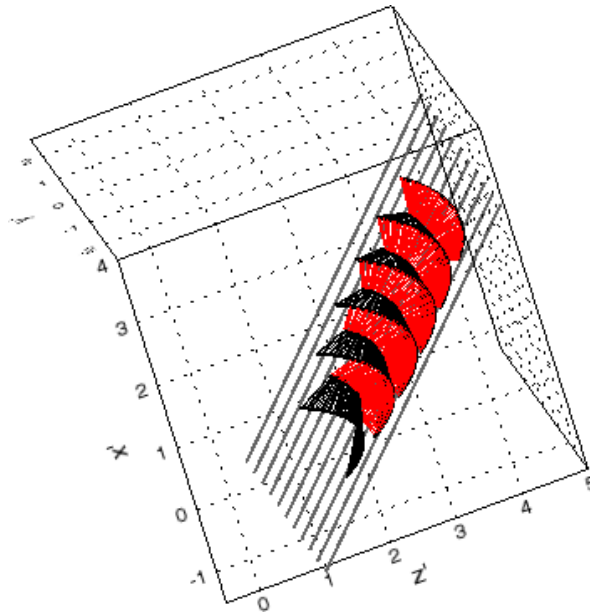


Abb. A.3: Der FG mit einem Paraboloid als Gitterebene. In dieser Abbildung ist der FG mit einer Anfangslänge l_0' von 2 und einem Neigungswinkel θ_0 von 30° zu sehen. Die Längen sind mit der Wellenlänge normiert. In schwarz und rot sind die Stufen gezeichnet. Die Längslinien zeigen die Schnittkante.

berechnet, wobei für

$$\tilde{n}_i = \begin{cases} 3 & , \tilde{n}_i < 3 \\ \tilde{n}_i + 1 & , \tilde{n}_i \in \{2k \mid k \in \mathbb{N} \vee k > 2\} \\ \tilde{n}_i & , \tilde{n}_i \in \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{N}^*\} \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

gelten soll. Damit ist gewährleistet, dass ein Bogen gefräst wird und die Mitte des Spiegels als Punkt auf der Maske dargestellt wird. Die Schrittweite des Winkels und der Winkel ergeben sich dann als

$$\Delta\tilde{\beta}_i = \frac{\tilde{\beta}_i}{\tilde{n}_i} \quad (\text{A.24})$$

$$\tilde{\beta}_{ij} = j \cdot \Delta\tilde{\beta}_i - \Delta\tilde{\beta}_i \quad , \quad j \in [0, \tilde{n}_i]. \quad (\text{A.25})$$

Mit einem 3D-CAD-Programm wie z.B. „Pro/ENGINEER“ ist eine 3D-Maske nicht erforderlich. Es reicht aus, eine 2D-Maske (siehe Qc. A.1) zu definieren, da die Programme meist einfache Methoden besitzen, diese Maske auf 3D zu erweitern. Die 2D-Maske ist ein einfaches aber effektives Programm, das mit jeder Programmiersprache geschrieben werden kann. Dabei reicht es aus, die Eckpunkte des FG zu kennen. Diese können dann in einer Schleife pro Treppenstufe (von U_i nach U_{i+1}) in die Maske eingetragen werden.

Es ist darauf zu achten, dass am Anfang der Maske immer `open` und `arclength` steht und die Datei als `ib1`-Datei abgespeichert wird. Diese kann dann mit dem Rotationswerkzeug um die X-Achse zu einem 3D-FG erweitert werden. Der 3D-FG wird dann aus einem

```

open
arclength
begin section
begin curve
zu(0)      xu(0)      0
zo(0)      xo(0)      0
begin section
begin curve
zo(0)      xo(0)      0
zu(1)      xu(1)      0
begin section
begin curve
...
...
begin section
begin curve
zu(k-1)    xu(k-1)    0
zo(k-1)    xo(k-1)    0
begin section
begin curve
zo(k-1)    xo(k-1)    0
zu(k)      xu(k)      0

```

Qc A.1: *Format der ib1-Datei des FG mit k Stufen. Mit einer .ib1-Datei kann das 3D-CAD-Programm „Pro/ENGINEER“ einen Polynomzug erzeugen. Die Polynomzüge werden jeweils über die Koordinaten zwischen begin curve und begin section gebildet. In diesem Fall handelt es sich um eine 2D-Maske, die Y-Ebene wir hier mit null angegeben. Diese ib1-Datei zeichnet ohne Polynomzug von Eckpunkt U_i nach Eckpunkt O_i und von O_i nach U_{i+1} eine Linie*

vorgegebenen Block entfernt. Damit kann der 3D-FG auf jede Art von Blöcken gezeichnet werden.

Definition eines Vorspiegels

Da der FG aus einem Aluminiumblock gefräst wird und die Stufen aber sehr klein gegenüber der Eindringtiefe des Fräskopf sein können, kann es erforderlich sein, einen Vorspiegel zu fräsen. Da der Fräskopf entsprechend der Wellenlänge sehr klein ist, wird dieser geschont und langsamer abgenutzt. Der Vorspiegel berechnet sich aus einer Parallelkurve der Parabel, bei der ein Abstand des Vorspiegels l_{vs} vorgegeben werden kann. Da die Eckpunkte O_i maximal einen Abstand von $\frac{\lambda}{4}$ haben können, reicht es aus l_{vs} mit $\frac{\lambda}{2}$ vorzugeben. Die Parallelkurve einer Parabel ergibt sich aus der Normalengleichung (siehe Gl. 2.44) am Punkt t

$$N_t(z) = -\frac{1}{2a_p t} z + \frac{1}{2a_p} + a_p t^2 - \frac{1}{4a_p} \quad (\text{A.26})$$

und l_{vs} mit

$$l_{vs} = \pm \sqrt{(t - z_{vs})^2 + \left(a_p t^2 - \frac{1}{4a_p} - N_t(z_{vs}) \right)^2}, \quad (\text{A.27})$$

wobei für die positive Seite eine äußere und für die negative eine innere Parallele erzeugt wird. Somit ergibt sich für die parametrisierten Vektoren der inneren Parallelen:

$$z_{vs}(t) = t - \frac{2a_p t l_{vs}}{\sqrt{1 + 4a_p^2 t^2}} \quad (\text{A.28})$$

$$x_{vs}(t) = a_p t^2 - \frac{1}{4a_p} + \frac{l_{vs}}{\sqrt{1 + 4a_p^2 t^2}}. \quad (\text{A.29})$$

Der Vorspiegel kann ebenso wie der FG aus einer 2D-Funktion mit dem Rotationswerkzeug aus dem Spiegelblock geschnitten werden. Die Angabe einer Maske ist dabei hinfällig, da in den 3D-CAD-Programm meist Kurven als Funktion angegeben werden können.

A.5 Die logarithmische Spirale

Sollte der FG eine logarithmische Spirale als Gitterebene haben, dann folgt daraus - wie hier zu zeigen ist - das Gitter nicht „gechirpt“ ist. Die Koordinaten der logarithmischen Spirale können über ihre Krümmung definiert werden. Für die normierte Krümmung k einer Kurve $r(\phi)$ gilt

$$k = \frac{\partial r(\phi)}{r \partial \phi}. \quad (\text{A.30})$$

Bei der logarithmischen Spirale ist die Krümmung konstant. Für die Koordinaten der logarithmischen Spirale gilt dann:

$$z_{\log}(\phi) = a_{\log} \exp(k\phi) \cos \phi \quad (\text{A.31})$$

$$x_{\log}(\phi) = a_{\log} \exp(k\phi) \sin \phi \quad (\text{A.32})$$

mit a_{\log} einer zu wählenden Länge. Die Steigungen der Normalen der logarithmischen Spirale $m_{n\log}$ ist dann gleich:

$$m_{n\log} = \frac{\tan \phi - k}{1 + k \tan \phi}. \quad (\text{A.33})$$

Mit der Steigung des Ausgangsstrahls m_s aus Gleichung 2.43 folgt dann direkt, dass der Winkel zwischen Ausgangsstrahl und Gitternormalen θ_i gleich k ist. Damit wurde gezeigt, dass der FG mit einer logarithmischen Spirale als Gitterebene kein „gechirptes“ Gitter hat. Dies ist aber auch der einzige Vorteil der logarithmischen Spirale als Gitterebene. Die logarithmische Spirale besitzt keine Fokussiereigenschaften. Daher eignet sich diese nicht, um die nullte Beugungsordnung ohne weiteren Spiegel auszukoppeln.

Also könnte der FG mit einer logarithmischen Spirale als Gitterebene höchstens in der Variante angewandt werden, bei der die Strahlung aus einer anderen Facette des QCL ausgekoppelt wird (siehe Abb. 2.1). Aber auch hier ist ein Paraboloid als Gitterebene vorzuziehen, da bei gleichen Parametern für den FG circa 20 % weniger Stufen erzeugt werden. Bei dem Vergleich muss allerdings darauf geachtet werden, dass a_{\log} gleich der Länge des ER in Nulllage des FG l_{ec0} und k gleich θ_0 plus 15° ist.

Die logarithmische Spirale wird trotz ihrer schlechten Fokussiereigenschaften in der Röntgenspektroskopie zur Ermittlung von Braggwinkel bei Kristallen genutzt (Bakulin und Durbin 2000; Tchen 2002; Yang et al. 2009). Korotkikh (2006) entwickelte sogar einen Konterspiegel, um die Fokussiereigenschaften einer logarithmischen Spirale zu verbessern. Dieser ist aber nur in zwei Dimensionen anwendbar.

A.6 Abschätzung von dem Werteraum des Neigungswinkels und der Anfangslänge

In diesem Abschnitt wird der Werteraum von dem Neigungswinkel θ_0 und der Neigungswinkel θ_i für die Berechnungen der optimalen Parameter des FG abgeschätzt.

Damit die reflektierte Strahlung sich nur auf zwei Beugungsordnungen verteilt, nämlich auf die minus erste Beugungsordnung (die wieder in den QCL gekoppelt wird) und die nullte Beugungsordnung (die ausgekoppelt wird), muss der θ_i betrachtet werden.

Die nullte Beugungsordnung hat denselben Strahlengang wie ein nicht gebeugter Strahl, das heißt aus dem divergenten Strahl wird wie bei einem normalen Parabolspiegel ein kollimierter. Die minus erste Beugungsordnung wird in den QCL retroreflektiert. Der Winkel zwischen Ausgangsstrahl und Gitternormalen θ_i ist das Kriterium dafür, dass nur in diese beiden Beugungsordnungen Leistung reflektiert werden kann. Da weder die minus zweite noch die erste Beugungsordnung erscheinen soll, gilt nach Gleichung 2.22 für die minus zweite Beugungsordnung

$$-1 > -\frac{2\lambda}{a} + \sin \theta_i \quad (\text{A.34})$$

und für die erste Beugungsordnung

$$1 < -\frac{\lambda}{a} + \sin \theta_i. \quad (\text{A.35})$$

Mit Gleichung 2.24 folgt daraus, dass

$$\sin \theta_i > \frac{1}{3} \quad (\text{A.36})$$

sein muss. Das entspricht einem Winkel von circa $19,5^\circ$. Also muss der Winkel zwischen dem Ausgangsstrahl und der Gitternormalen größer als 20° sein, damit nur in die minus erste und nullte Beugungsordnung gebeugt wird. Mit dem Blazewinkel γ (siehe Abschn. 2.2.3) kann dann die gewünschte Leistung in die jeweilige Beugungsordnung gestrahlt werden.

Eine obere Grenze von θ_i kann aus der Bedingung A.15 und mit dem Divergenzwinkel des Gauß-Strahls ϑ_0 abgeschätzt werden. Für x' gilt nach Abbildung A.2:

$$x' = \rho \frac{\sin \vartheta_0}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_0 - \theta_i \right)}. \quad (\text{A.37})$$

Dann folgt nach Bedingung A.15:

$$\Gamma = \frac{\sin \vartheta_0 \sin \theta_i}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_0 - \theta_i \right)}. \quad (\text{A.38})$$

Mit dem 3-fachen Wert für Strahlradius w ergibt sich, dass

$$\vartheta_0 \stackrel{w_0=2\cdot\lambda}{=} \frac{3}{2\pi} \quad (\text{A.39})$$

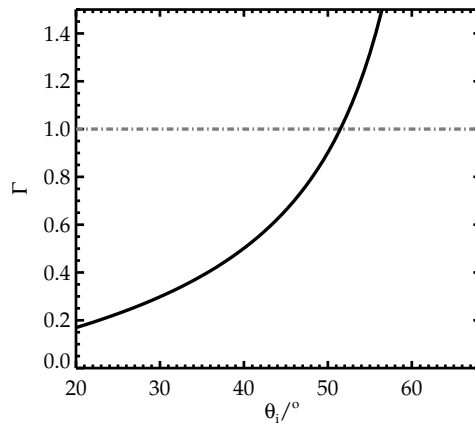


Abb. A.4: Abschätzung der oberen Grenze für den Winkel zwischen Ausgangsstrahl und Gitternormalen θ_i . Γ berechnet sich aus Gleichung A.38.

ist. In der Abbildung A.4 ist dann zu sehen, dass θ_i nicht wesentlich größer als 50° sein kann, damit noch gewährleistet ist, dass das Paraboloid bei Gaußstrahlen die kollimierenden Eigenschaften behält. Für den Neigungswinkel θ_0 gilt dann, dass er eigentlich noch kleiner gewählt werden müsste, da er an der Unterkante des Strahls betrachtet wird und nicht wie hier von der Strahlmitte aus. Da die Änderung der Strahleigenschaften allerdings bis 50° nicht erheblich abnimmt, wurde dieser als Wert für die Obergrenze gewählt.

Der Neigungswinkel θ_0 für die Berechnungen der optimalen Parameter des FG variiert demnach in dieser Arbeit zwischen 20° und 50° .

Die Anfangslänge l_0 kann theoretisch zwischen einer Wellen- und einer unendlichen Länge festgelegt werden. Aus der Abbildung 3.11a wird jedoch ersichtlich, dass ab einer gewissen Länge für l_0 die Werte für ΔI und κ nicht mehr von l_0 abhängig sind, da hier der Abstand des FG zum QCL wesentlich größer als die Länge des QCL l_{qcl} ist. Daher kann eine Obergrenze definiert werden.

Zudem geben die Ausmaße des zu benutzenden Kryostaten die Eckpunkte des FG, $(x_{\text{max}}-x_{\text{min}})$ und z_{max} , und damit die maximalen Werte für l_0 und θ_0 vor. Der bereitgestellte Kryostat hat eine Kühlfläche mit einem Radius von 25 cm und das Volumen darüber hat eine maximale Höhe von 17,25 cm. Um nur einen Parameter für die Größe zu haben, wird die maximale Größe des FG über die Sehne des FG l_s definiert.

Eine Untergrenze für l_0 ergibt sich aus der Berechnung der Stufen des FG in der Fernfeldnäherung. Da sollte z wesentlich größer sein als die z_0 . Bei einem Wert von der zweifachen Wellenlänge für die Waist w_0 ergibt sich nach Gleichung 2.29, dass $z_0=4\pi\lambda \approx 12,6\lambda$ ist.

Daher wird l_0 für die Berechnungen der optimalen Parameter des FG in dieser Arbeit zwischen 10λ und 100λ variieren.

A.7 Übersicht der spektralen und räumlichen Beugungsintensitäten der minus ersten Beugungsordnung

Hier sind zur Übersicht noch einige ausgewählte spektrale und räumliche Beugungsintensitäten der negativen Beugungsordnung gezeigt.

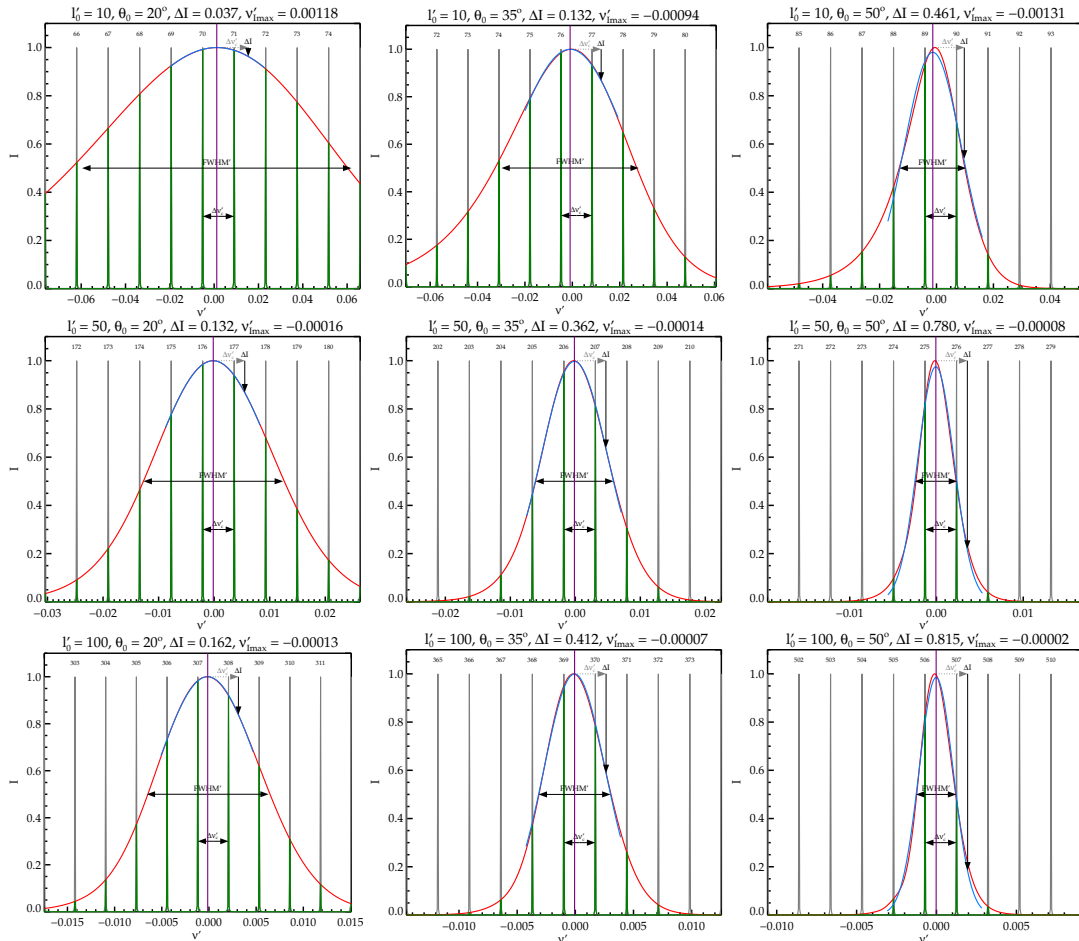


Abb. A.5: Spektraler Verlauf von Beugungsintensitäten. In dieser Abbildung sind die spektralen Verläufe von Beugungsintensitäten für einige Konfigurationen des FG gezeigt. Die Legende stimmt mit der aus Abbildung 3.6 überein, die Werte sind in Tabelle 3.1 aufgeführt.

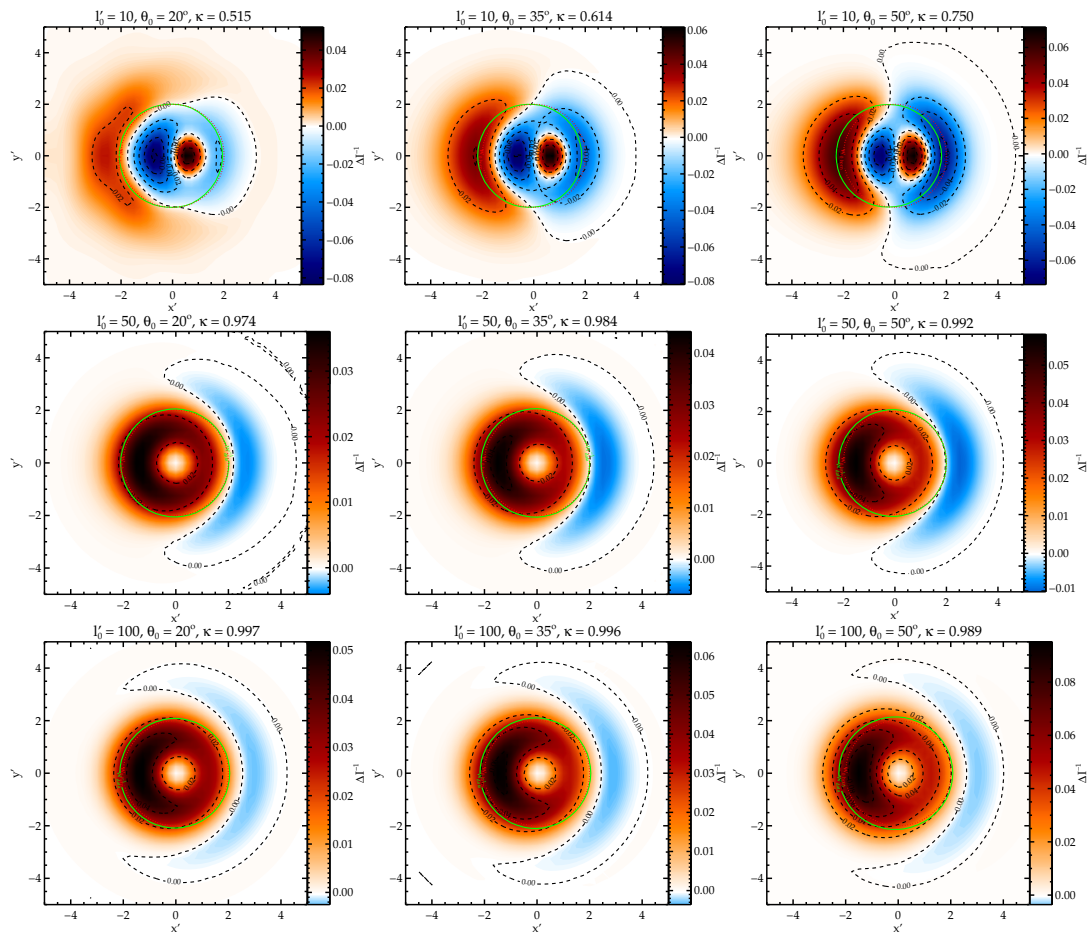


Abb. A.6: Residuen der räumlichen Verläufe der Beugungsintensitäten. Hier sind die Residuen zwischen den räumlichen Verläufen der Intensitäten eines Gaußstrahls eines Horns mit der Waist w_0 gleich 2 mal λ und der minus ersten Beugungsordnung für einige Konfigurationen des FG aufgetragen. Die Legende stimmt mit der aus Abbildung 3.10a überein, die Werte sind in Tabelle 3.1 aufgeführt.

A.8 Abschätzung des Parameterraums des FG

In dieser Arbeit werden über einen großen Werteraum die optimalen Parameter des FG bestimmt.

Um die große Anzahl der zu berechnenden Werte möglichst gering zu halten und dadurch die Rechenzeit zu minimieren, wurde eine relativ grobe Rasterung der Positionen des Drehpunkt P_{dp} (z_{dp} und $x_{dp} \in [-10 l_{ec0}, 10 l_{ec0}]$, Schrittweite gleich $2 l_{ec0}$) und der Werte für θ_0 ($\in [20^\circ, 50^\circ]$, Schrittweite gleich 5°) und l_0 ($\in [10 \lambda, 100 \lambda]$, Schrittweite gleich 10λ) vorgenommen.

Diese Rasterung ist auch in manchen Abbildungen zu sehen. Die Anzahl der zu berechnenden Werte beträgt damit 7623. Die Anzahl der Rechenoperationen ist noch wesentlich größer. Sie vergrößert sich um die Anzahl der Rotationswinkel α_p und um die Anzahl der Flächenelemente dS_{ijl} in zwei Dimensionen bzw. um die Anzahl der Linienelemente dR_{ij} in einer Dimensionen (siehe Abschn. 3.2.2).

Sind l_0 und θ_0 sehr groß (dann sind Flächenelement dS_{ijl} und Linienelement dR_{ij} ebenfalls sehr groß) kann es sein, dass die Berechnung der Beugungsparameter (κ und ΔI) einer Position bis zu zehn Minuten dauert. Die gesamte Rechenzeit konnte schon mit der Berechnung von ΔI in zwei Dimensionen (siehe Abschn. 3.2.1 und 3.2.3) stark verkleinert werden, lag aber dennoch in einem Zeitraum von zwei bis drei Wochen. Um die langen Laufzeiten des Programms zu verkürzen, wurde ebenfalls versucht, schnellere Algorithmen zu verwenden. Da die Beugungsparameter bis auf die Leistung nicht von dem n_γ abhängen, wird n_γ auf eins gesetzt. Dann hat das eindimensionale FG immer nur einen Punkt pro Stufe, mit dem die Beugungsintensitäten berechnet werden.

Um nicht die Intensität der negativen Beugungsordnung für einen zu großen Frequenzbereich zu berechnen, kann nach der Rotation die Frequenz abgeschätzt werden. Mit der Gleichung 2.24 folgt für die abgeschätzte Frequenz nach der Rotation:

$$v_{irot} = v_0 \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_{irot}}, \quad (\text{A.40})$$

mit dem neuen Winkel θ_{irot} zwischen der Normalen des FG und dem Ausgangsstrahl des FG der minus ersten Beugungsordnung. Wird nur die Frequenz an der Position der neuen Länge des ER l_{ec} betrachtet, reicht dies aus; einen Frequenzbereich um die Frequenz v_{ecrot} anzugeben. In den Berechnungen wird der Frequenzbereich, in dem die spektrale Intensität der minus ersten Beugungsordnung berechnet werden soll, auf $v_{ecrot} \pm 5 \cdot \Delta v_c$ gelegt.

Um keine Berechnungen mit Parametern zu machen, die ein sehr kleines ΔI , κ oder $v_{I\max}$ erzeugen, wird die Berechnung der Rotation des FG eingeschränkt:

- Es wird zuerst nur der FG auf einer Parabel berechnet.
- Es darf zu keinen Überdrehungen kommen. Dann wird weder ΔI noch κ berechnet.
- Kommt es zu keinen Überdrehungen, wird der spektrale Verlauf der Intensität berechnet. Weicht die Frequenz der negativen Beugungsordnung $v_{I\max}$ zu sehr von dem abgeschätzten Frequenzbereich ab, wird κ nicht berechnet, da dann die Frequenz der negativen Beugungsordnung $v_{I\max}$ nicht mehr eindeutig bestimmt werden kann. Ist $v_{I\max}$

wesentlich größer oder kleiner als sein abgeschätzter Wert, werden die Beugungsparameter ΔI und κ ohnehin sehr klein. Dieses Verfahren ist für die Laufzeit des Programms, das die Beugungsparameter berechnet, günstiger, da ΔI mit dem eindimensionalen FG berechnet wird, κ aber mit dem zweidimensionalen.

- Die Güte der Regression der spektralen Auflösung mit einer Gaußfunktion wird bewertet. Wenn der Strahl zu sehr aus dem Fokus rotiert wird, kann es passieren, dass mehr als ein Beugungsmaximum in dem zu benutzenden Frequenzraum erscheint. Geschieht dies, wird κ nicht berechnet. Ist die Güte der Regression schlecht, sind die Beugungsparameter ΔI und κ ohnehin wieder klein.
- Die Anzahl von α_p wird gesteuert, indem Rotationen, deren Änderungen von $\nu_{I\max}$ nur um ein Prozent von der optimierten Frequenz des FG ν_0 abweichen, ebenfalls abgebrochen werden.
- Bei Rotationen um den Koordinatenursprung wird $\Delta\nu'_{I\max}$ gleich null gesetzt, da sich der Winkel zwischen dem Strahl und den Furchennormalen nicht ändert. Rotationen um den Koordinatenursprung erzeugen allerdings geringere Werte für ΔI und κ , da hier der FG weniger beleuchtet wird.

Somit ist es möglich, für eine große Anzahl von Parametern die Berechnungen des räumlichen Verlaufs der Intensität nur durchzuführen, wenn dies notwendig ist. Außerdem kann immer derselbe Winkelraum für α_p mit sehr kleinen und sehr großen Winkeln angegeben werden. Der Rotationswinkel α_p reicht in den Beispielen von -10° bis 10° .

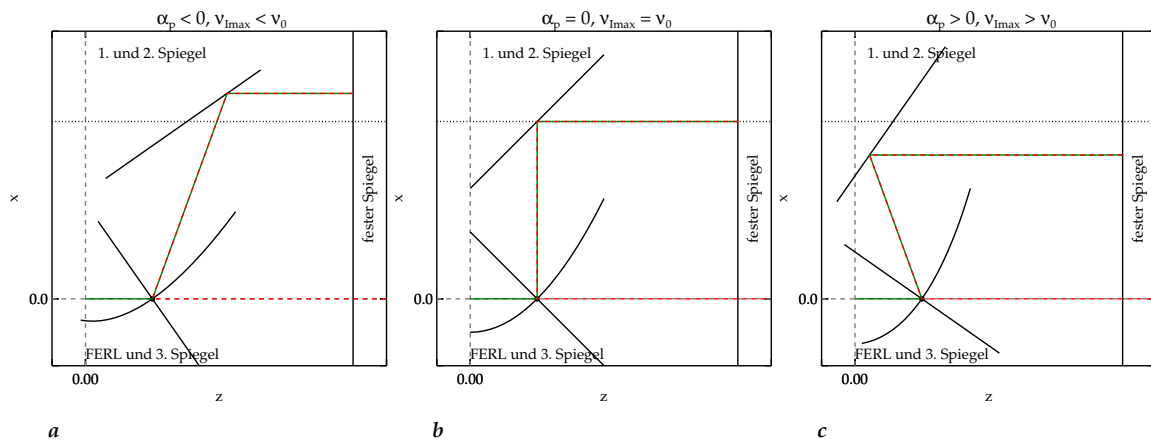


Abb. A.7: Strahlengang der minus ersten Beugungsordnung. In dieser Abbildung ist der Strahlengang der minus ersten Beugungsordnung nach der Beugung am FG nach der Rotation am Drehpunkt P_{dp} zu sehen. Die schwarzen Linien zeigen das drehbare Vier-Spiegel-Element und den festen Spiegel. Die grünen Linien stellen den Strahlengang bis zum festen Spiegel dar, die rot gestrichelte Linien markieren den nach dem festen Spiegel. In a ist der Rotationswinkel α_p kleiner als null, daher ist die Frequenz der negativen Beugungsordnung $v_{I\max}$ ebenfalls kleiner als null. In b ist α_p gleich null, daher ist $v_{I\max}$ ebenfalls null. In c ist α_p größer als null, daher ist $v_{I\max}$ ebenfalls größer als null. Die gepunktete Linie verdeutlicht das Verhalten des Strahlengangs bei einem drehbaren Zwei-Spiegel-Element. Der Strahl würde die Höhe ändern, so dass mindestens ein weiterer beweglicher Spiegel benötigt wird, um den Strahl immer an eine feste Position zu schicken. In dem Vier-Spiegel-Element hat der Strahl nach dem Durchlauf immer die selbe Richtung wie der Strahl des QCL.

A.9 Lage des Drehpunktes für eine konstante Strahlrichtung

Die Lage von P_{dp} entscheidet nicht nur über das Verhalten der Beugungsparameter und damit über das Abstimmverhalten des QCL, sondern auch über den Strahlengang des auszukoppelnden Strahls, der nullten Beugungsordnung.

Im Idealfall sollte auch der ausgekoppelte Strahl immer auf eine feste Position treffen, damit dieser weiterverarbeitet werden kann, zum Beispiel von einem Mischer oder einem Fourniergitter (U. Graf und Heyminck 2001). Da ein Ziel dieser Arbeit ist, die Freiheitsgrade der zu verbauenden Spiegel und Mechaniken zu verringern, sollte nur ein beweglicher Spiegel vorhanden sein. Als Lage des P_{dp} kommt dabei nur der Mittelpunkt des FG in Frage. Dort kann bei einer bestimmten Anordnung von vier Spiegeln, die zu einem beweglichen Element zusammengefasst werden, und zwei fest montierten planaren Spiegeln, die senkrecht aufeinander stehen, die Lage der nullten Beugungsordnung auf einer Position festgehalten werden (siehe Abb. A.7).

Das Vier-Spiegel-Element besteht dabei aus dem FG und drei planaren Spiegeln. Diese werden so angeordnet, dass der Strahl zuerst auf den FG trifft, dann auf einen planaren Spiegel, dessen Normale gleich der Normalen des FG am Drehpunkt P_{dp} ist. Nun verlässt der Strahl das Vier-Spiegel-Element und trifft auf das fest montierte Spiegel-Element. Dieses reflektiert den Strahl zurück in das Vier-Spiegel-Element auf den zweiten planaren Spiegel, der parallel zu dem ersten planaren Spiegel liegt. Schlussendlich wird der Strahl auf den dritten planaren Spiegel geleitet, der parallel zu der Normalen des FG am Rotationspunkt liegt. Mit dieser

Anordnung verändert sich der Strahlengang der Strahlmitte bei der Rotation nicht. Was sich allerdings ändert, ist der Strahlradius der nullten Beugungsordnung w^0 oder auch die Exzentrizität des Strahls.

A.10 Einfacher Maschinen-Code

Hier wird ein einfacher Maschinen-Code für eine Stufe des FG vorgestellt, mit dem es möglich ist den genäherten FG aus Abschnitt 4.3 zu fräsen. Der passende Maschinen-Code kann für alle Stufe eines FG in einer Programmierschleife erstellt werden.

```

--- CYCL DEF 19.0 BEARBEITUNGSEBENE
--- CYCL DEF 19.1 A+0 B+ $\alpha_{cnc}$  C+0 F AUTO
--- L B+Q121 C+Q122 R0 F MAX M126
--- L X+rp cos(- $\alpha_{cncrot}$ ) Y+rp sin(- $\alpha_{cncrot}$ ) RL F MAX
--- L Z+5 mm+ $\Delta r_{cnc}$  F MAX
--- L Z- $\Delta r_{cnc}$  F AUTO
--- CC X+0 Y+0
--- C X+rp cos( $\alpha_{cncrot}$ ) Y+ rp sin( $\alpha_{cncrot}$ ) DR+ FQ2
--- L Z+100 F MAX

```

Qc A.2: Ein einfacher Maschinen-Code, zur Fräsung des FG. Bei diesem Maschinen-Code werden für jede Stufe neun Zeilen Code benötigt. 1. Die BEARBEITUNGSEBENE wird definiert 2. der Gitterspiegel wird mit α_{cnc} in die richtige Stellung gebracht. 3. Das Werkstück wird für den Fräsvorgang ausgerichtet. 4. Der Fräskopf wird in der XY-Ebene zu dem Startpunkt gefahren, 5. der Fräskopf wird ungefähr in die richtige Höhe gebracht (hier 5 mm über der richtigen Position). 6. Der Fräskopf wird in die richtige Höhe gefahren. 7. Es wird definiert, dass eine Rotation in der XY-Ebene gemacht wird. 8. Der Fräskopf wird mit einer Rotation zu dem Endpunkt gefahren. 9. Der Fräskopf wird vom Werkstück entfernt. Damit die Fräsmaschine den Maschinen-Code lesen kann, muss jede Zeile in diesem Code eine fortlaufende Nummer vorangestellt bekommen, die größer als hundert ist.

Versicherung

Ich versichere, dass ich die von mir vorgelegte Dissertation selbstständig angefertigt, die benutzten Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben und die Stellen der Arbeit - einschließlich Tabellen, Karten und Abbildungen -, die anderen Werken im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, in jedem Einzelfall als Entlehnung kenntlich gemacht habe; dass diese Dissertation noch keiner anderen Fakultät oder Universität zur Prüfung vorgelegen hat; dass sie noch nicht veröffentlicht worden ist sowie, dass ich eine solche Veröffentlichung vor Abschluss des Promotionsverfahrens nicht vornehmen werde. Die Bestimmungen der Promotionsordnung sind mir bekannt. Die von mir vorgelegte Dissertation ist von Professor Dr. Jürgen Stutzki betreut worden.

07.04.2014 Timo Grambusch

Lebenslauf

Persönliche Angaben

Name : Timo Grambusch
Adresse : Am Fliederbusch 13
50827 Köln
Geboren am : 19. Dezember 1978
Geburtsort : Norden
Nationalität : Deutsch

Schule & Studium

2000 – 2002 Abitur am Köln-Kolleg in Köln
2003 – 2009 Physikstudium an der Universität zu Köln
2010 – 2014 Promotionsstudium über fokussierende Gitterspiegel zur kontinuierlichen Abstimmung von Quantenkaskadenlasern im THz-Bereich an der Universität zu Köln

Tätigkeiten

1998 – 1999 Zivildienst an der Pestalozzischule in Köln-Wahnheide
2006 – 2009 Studentische Hilfskraft am Geophysikalischen Institut der Universität zu Köln bei Prof. Dr. J. Saur
2010 – 2014 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am I. Physikalischen Institut der Universität zu Köln bei Prof. Dr. J. Stutzki