

Dr. sc. Dominika Crnjac Milić
dominika.crnjac@etfos.hr

UDK 519.876.5:65.012.4
Pregledni članak

Dino Masle
2. godina sveučilišnog diplomskog studija
dino.masle@etfos.hr

Elektrotehnički fakultet Osijek
Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku
Kneza Trpimira 2B, 31000 Osijek, Republika Hrvatska
Telefon: +385 (0) 31 224-600 Fax: +385 (0) 31 224-605

MOGUĆNOST PRIMJENE MONTE CARLO METODE NA PRIMJERU AGROEKONOMSKOG PROBLEMA PRILIKOM DONOŠENJA ODLUKA U UVJETIMA RIZIKA

SAŽETAK

Monte Carlo metoda je probabilistički računalni algoritam u kojem se vrijednost jedne ili više slučajnih varijabli zadaje funkcijom gustoće, a kojem je cilj predvidjeti sve moguće ishode procesa na koji je primijenjen te vjerojatnosti njihovog pojavljivanja. Kao takva, Monte Carlo metoda se pokazuje izuzetno korisnom u procesu donošenja odluka u uvjetima rizika. U radu se obrađuje primjer optimizacije funkcije s ciljem pronalaženja rješenja koje će u opisanom agroekonomskom problemu u uvjetima bez rizika donijeti najveći profit. Provođi se Monte Carlo simulacija te se rješenje pronalazi i u uvjetima rizika. U tu svrhu je napisan programski kôd.

Ključne riječi: Monte Carlo simulacija, tehnike odlučivanja, linearna optimizacija s ograničenjima.

1. Uvod

Pojam rizik u poslovnom se svijetu može povezati s neizvjesnošću onih budućih događaja koji mogu utjecati na ishod promatranoga procesa. Neizvjesnosti se mogu odnositi na očekivane otkupne cijene, prognoze troškova proizvodnog procesa ili pak na vrijeme ispunjenja ugovorenih obveza. Za jednostavnije probleme moguće je za svaku od navedenih neizvjesnosti odrediti nekoliko očekivanih vrijednosti te na temelju njih odrediti najizglednije ishode, odnosno scenarije. U slučaju da je poslovni pro-

ces za koji se donosi odluka kompliciraniji, odnosno ako je u pitanju veći broj međusobno koreliranih varijabli koje imaju intrinzičnu nesigurnost koju je teško prognozirati u uskim granicama problem više nije trivijalan i dobro je primijeniti računalni algoritam kao što je Monte Carlo metoda kao pomoć prilikom odlučivanja. Autori će u daljem tekstu na praktičnom primjeru iz agroekonomije pokušati prikazati vrijednost navedenog algoritma u procesu donošenja odluka.

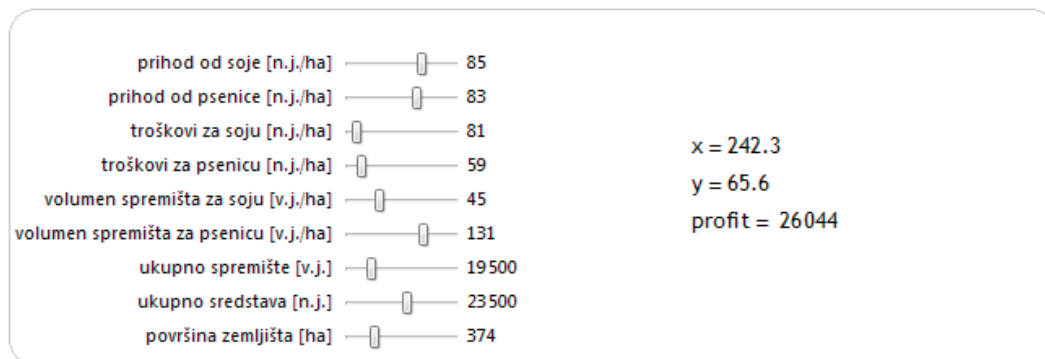
2. Monte Carlo metoda

Bilo koji način rješavanja problema koji se oslanja na generiranje velikog broja slučajnih brojeva te promatranje udjela tih brojeva koji pokazuje željena svojstva naziva se Monte Carlo metoda [1]. Monte Carlo metodu je 1946. godine osmislio Stanislaw Ulam dok je radio na razvoju nuklearnog oružja u *Los Alamos National Laboratory*, a ime je dobila po kasinima Monte Carla gdje je ujak S. Ulama često kockao. Vrijednost metode je ubrzo prepoznao John von Neumann koji je napisao program za prvo elektroničko računalo, ENIAC, koje je probleme neutronske difuzije u fizibilnim materijalima rješavalo upravo Monte Carlo metodom [2]. Vrijednost Monte Carlo algoritma leži u tome što kao rezultat daje sve moguće ishode, ali i vjerojatnosti pojavljivanja svakog od tih ishoda. Nadalje, nad rezultatima Monte Carlo simulacije je moguće provesti analizu osjetljivosti kako bi se identificirali čimbenici koji najviše utječu na ishod procesa kako bi se njihov utjecaj ograničio ili naglasio, ovisno o njihovoj prirodi. Algoritam se može objasniti na sljedeći način:

1. matematički modelirati poslovni proces
2. pronaći varijable čije vrijednosti nisu potpuno izvjesne
3. odrediti funkcije gustoće koje dobro opisuju učestalosti kojima slučajne varijable poprimaju svoje vrijednosti
4. ukoliko među varijablama postoje korelacije, napraviti matricu korelacija

Sl. 1. Rezultati linearne optimizacije s ograničenjima

Izvor: vlastita grafika



5. u svakoj iteraciji svakoj varijabli dodijeliti slučajnu vrijednost proizašlu iz funkcije gustoće uzimajući u obzir matricu korelacija
6. izračunati izlazne vrijednosti i spremiti rezultate
7. korake 5 i 6 ponavljati n puta
8. statistički analizirati rezultate simulacije

Monte Carlo metoda je slična *what-if* analizi s tom razlikom da *what-if* u obzir ne uzima vjerojatnost događaja, dok Monte Carlo metoda u obzir uzima i probabilistiku što je čini prikladnijim alatom za donošenje odluka u uvjetima rizika.

3. Promatrani problem

U navedenoj literaturi [3][4][5] često se koristi primjer s farmerom kako bi se čitatelje uvelo u problematiku linearnog optimiziranja s ograničenjima pa je varijacija takvog problema preuzeta i u ovom tekstu. Taj primjer je izabran i zbog toga što se lako može ukomponirati u algoritam Monte Carlo simulacije.

Farmer posjeduje L hektara zemlje na kojima može posijati dvije kulture - soju i pšenicu. Troškovi za soju i pšenicu su zadani s T_1 i T_2 novčanih jedinica po hektaru, a volumen potrebnih

spremišta za te kulture je zadan s S_1 i S_2 volumnih jedinica po hektaru. Ukupni dostupni volumen spremišta iznosi S volumnih jedinica. Prihodi od soje i pšenice su P_1 i P_2 novčanih jedinica po hektaru, dok je ukupna količina sredstava s kojim farmer raspolaže zadana s U novčanih jedinica. Cilj je odrediti kolike površine treba zasijati kojom kulturom kako

bi mu profit bio maksimalan. Funkcija cilja glasi:

$$z = P_1x + P_2y, \quad (1)$$

a ograničenja se mogu izraziti kao:

$$x + y \leq L \quad (2)$$

$$T_1x + T_2y \leq U \quad (3)$$

$$S_1x + S_2y \leq S \quad (4)$$

$$x \geq 0 \quad (5)$$

$$y \geq 0 \quad (6)$$

U matricnom obliku koji je primjereniji računalnoj obradi problem (1) glasi:

$$\begin{bmatrix} P_1 & P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (7)$$

,dok se ograničenja (2),(3) i (4) mogu izraziti kao:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ T_1 & T_2 \\ S_1 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} L \\ U \\ S \end{bmatrix} \quad (8)$$

,te ograničenja (5) i (6) kao:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Jednadžbe (1)-(6), odnosno (7)-(9) predstavljaju matematički opis problema koji se može rješavati nekom od metoda linearnog programiranja. U okviru ovog rada te jednadžbe predstavljaju matematički model poslovnog procesa koji će poslužiti prilikom odlučivanja o vrsti kulture koju farmer treba zasijati. Na Slici 1. je prikazano korisničko sučelje programa

koji rješava opisani problem simplex algoritmom. S lijeve strane se nalaze klizači kojima se podešavaju odgovarajući uvjeti i ograničenja. S desne strane su prikazani očekivani profit i površine u hektarima na koje treba zasijati soju, odnosno pšenicu kako bi se taj profit ostvario. Vidi se da u ovom slučaju ne treba iskoristiti ukupnu dostupnu poljoprivrednu površinu kako bi se ostvario maksimalan profit.

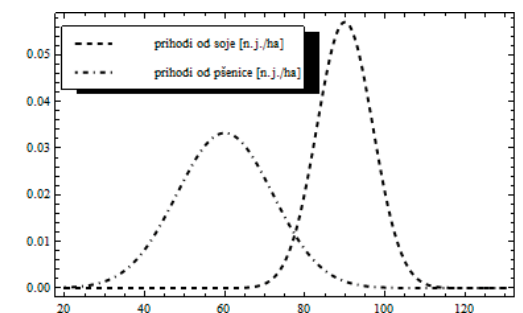
4. Monte Carlo simulacija

Sljedeći korak je proširiti program za izvođenje Monte Carlo simulacije. Nužno je pronaći varijable koje imaju inherentnu nesigurnost. One se kod kompliciranih poslovnih procesa pronalaze analizom osjetljivosti i nesigurnosti, međutim u okviru primjera promatranog u ovom tekstu to nije potrebno jer su prihodi od prodaje pšenice i soje P_1 i P_2 jedine varijable koje imaju značajnu nesigurnost i to zbog nemogućnosti točnog prognoziranja otkupnih cijena za narednu godinu. Potrebno je odrediti funkciju gustoće koja dobro opisuje raspon i učestalost vrijednosti koje su cijene pšenice i soje u prošlosti poprimale. Pretpostavlja se da su cijene soje i pšenice normalno distribuirane te da imaju različite standardne devijacije, kako je prikazano na Slici 2.

Nadalje, pretpostavlja se da između cijene pšenice i cijene soje ne postoji značajna korelacija koju bi trebalo uzeti u obzir prilikom slučajnog uzorkovanja vrijednosti iz funkcija gustoće. Sparivanjem slučajnih vrijednosti iz obje distribucije dobivenih iterativnim postupkom dobije se dvodimenzionalni graf prikazan na Slici 3.

Sl. 2. Distribucije očekivanih cijena soje i pšenice

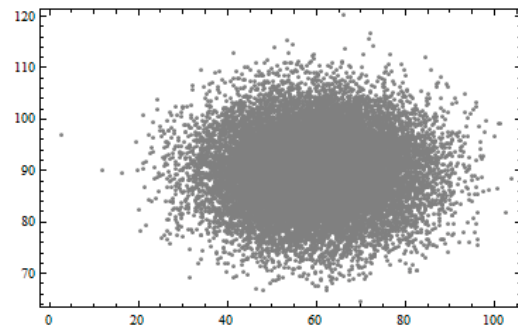
Izvor: vlastita grafika



Gustoća točaka označava učestalost pojavljivanja parova cijena. Kako je i očekivano, najčešći su oni parovi koji su najbliži srednjoj vrijednosti pojedine distribucije. Zbog nepreglednosti točaka u središnjem dijelu grafa konstruirana se trodimenzionalni histogram u kojem visina stupca daje informaciju o relativnoj učestalosti pojavljivanja parova cijena. Takav histogram je prikazan na Slici 4.

Sl. 3. Parovi cijena dobivenih slučajnim izborom iz poznatih distribucija

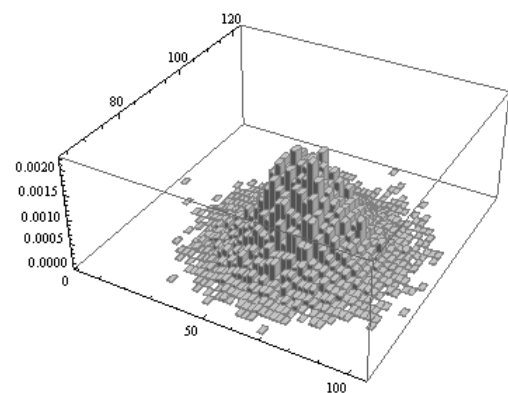
Izvor: vlastita grafika



U ovako jednostavnom slučaju informacije dobivene grafovima na Slikama 3. i 4. su očekivane i intuitivno shvatljive, međutim u slučaju da postoji više od dvije slučajne varijable od kojih svaka ima svoju funkciju gustoće grafički prikaz postaje nemoguć, a provedba Monte Carlo simulacije nužna.

Sl. 4. Trodimenzionalni histogram učestalosti pojavljivanja parova prihoda od poljoprivrednih kultura

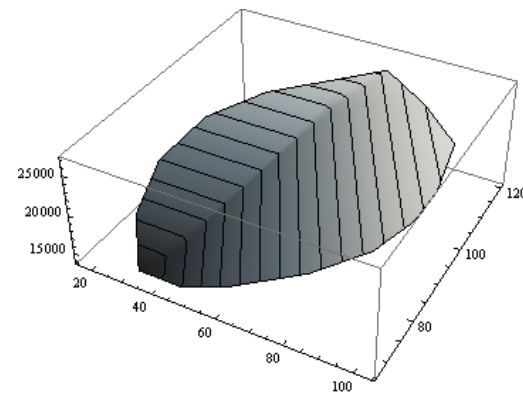
Izvor: vlastita grafika



Za svaku kombinaciju cijena koja se pojavila slučajnim uzorkovanjem se izvodi linearna optimizacija simplex algoritmom te se dobiveni rezultati (profit, površina zasijana pšenicom, površina zasijana sojom) spremaju za kasniju obradu. U ovom slučaju je broj slučajnih brojeva 20000, što ujedno predstavlja i broj iteracija Monte Carlo simulacije. Pretpostavljeno je da veći broj iteracija nije potreban jer su se sve kombinacije dvaju prihoda koje su se mogle pojaviti zapravo i pojavile. Pretpostavka se pokazala točnom naknadnim uspoređivanjem rezultata s različitim brojem uzoraka. Na Slici 5. su prikazani maksimalni profiti za slučaj da varijable bez nesigurnosti (parametri) poprime prognozirane vrijednosti, a varijable sa značajnim nesigurnostima poprime slučajne vrijednosti u svakoj iteraciji, prema pretpostavljenim distribucijama.

Sl. 5. Maksimalni profiti kao rezultati linearnog optimizacijskog algoritma sa slučajnim ulaznim parametrima - očekivanim prihodima

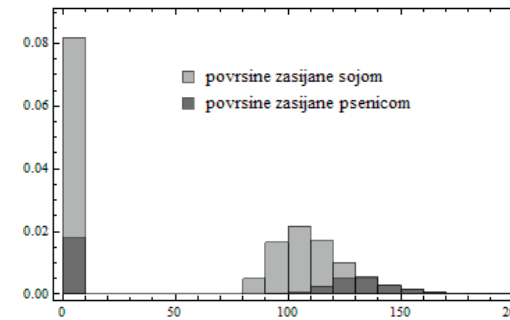
Izvor: vlastita grafika



Konačni cilj Monte Carlo simulacije je odrediti koje kulture zasijati na kolikim površinama kako bi se profit maksimizirao. Odgovor se može dobiti statističkom analizom rezultata Monte Carlo simulacije. Na Slici 6. je prikazan histogram rezultata dobivenih simulacijom koji vrijedi za jedan set vrijednosti parametara U, L, S, T_p, T_s, S_1 i S_2 .

Sl. 6. Učestalost pojave površina zasijanih naznačenim poljoprivrednim kulturama u rezultatima Monte Carlo simulacije

Izvor: vlastita grafika



Iz rezultata Monte Carlo simulacije može se zaključiti da će se u razmatranom agroekonomskom problemu najveći profit ostvariti sijanjem soje. Pretpostavljeno je da su troškovi sijanja soje po hektaru viši nego troškovi sijanja pšenice pa se to u rezultatima ogleda kao veći broj rješenja u kojima prihodi od prodaje soje nisu dovoljno visoki da pokriju troškove njezinog sijanja, odnosno rješenja u kojima se soju sije na nula hektara. Vjerojatnost da prihodi od

prodaje poljoprivrednih dobara ne pokriju troškove je veća nego vjerojatnost ostvarivanja profita što se može zaključiti po učestalosti pojave "nulrješenja" naspram profitabilnih rješenja na Slici 6. Ta vjerojatnost se može shvatiti kao svojevrsan ukupni rizik poslovnog procesa.

5. Zaključak

U tekstu je dan pregled mogućnosti Monte Carlo metode prilikom donošenja odluka u uvjetima rizika. Naglasak je stavljen na kontinuirane probabilističke razdiobe kakve bi se mogle dobiti anketiranjem poljoprivrednika o očekivanim otkupnim cijenama. Pokazano je da Monte Carlo metoda u kombinaciji s linearnim optimizacijskim algoritmom menadžeru daje najbolje informacije potrebne za donošenje odluka u svakoj mogućoj kombinaciji ulaznih parametara te uz to daje i povratnu informaciju o ukupnom riziku vezanim za odluku. Primjenjeni računalni program je vrlo fleksibilan te može poslužiti za rješavanje širokog spektra praktičnih problema, dokle god je moguće kvantificirati rizike vezane uz pojedine varijable.

LITERATURA

1. Weisstein, Eric W. "Monte Carlo Method." From MathWorld--A Wolfram Web Resource.
2. Metropolis, N. "The Beginning of the Monte Carlo Method." Los Alamos Science, No. 15, p. 125., 1987.
3. Barker R., "Use of linear programming in making farm management decisions", Volume 993 of Bulletin (Cornell University Agricultural Experiment Station), 1964.
4. Kazuo M., "Application of a Linear Programming Method for an Optimum Farm Plan of a Representative Farm in a Proposed Land Improvement Area and Application of Production Function for Farm Management Analysis", Department of Farm Management and Land Utilization, National Institute of Agricultural Sciences, 1965.
5. Dent, John B. "Farm Planning With Linear Programming: Concepts and Practice", LexisNexis Butterworths, 1986.
6. Billinton, R., Wenyuan Li: Reliability Assessment of Electric Power System Using Monte Carlo Methods, Plenum Press, New York, 1994.
7. Šljivac, D.: Vjerojatnosna analiza troškova prekida opskrbe električnom energijom, Doktorska disertacija, FER, Zagreb, 2005.
8. Hewit, Richard E. "Optimization Model Building in Economics", Department of Agricultural Economics, University of California, Davis, 2002.
9. Nemuth T., "Practical Use of Monte Carlo Simulation for Risk Management within the International Construction Industry", Grauber, Schmidt & Proske: Proceedings of the 6th International Probabilistic Workshop, Darmstadt, 2008.

Dominika Crnjac Milić

Dino Masle

THE POSSIBILITY OF USING MONTE CARLO METHOD IN THE CASE OF DECISION-MAKING UNDER CONDITIONS OF RISK CONCERNING AN AGRICULTURAL ECONOMICS ISSUE

ABSTRACT

Monte Carlo method is a probabilistic computer algorithm in which the value of one or more random variables is given by the density function, and the goal of which is to predict all the possible outcomes of a process it has been applied to and the probability of their occurrence. As such, the Monte Carlo method proves to be extremely useful in the process of decision-making under conditions of risk. This paper discusses an example of function optimization with the aim of finding a solution that will deliver the highest profits in the described agricultural economics-related problem under risk-free conditions. A Monte Carlo simulation is carried out and the solution under conditions of risk is also found. For that purpose, a special program code was written.

Keywords: Monte Carlo simulation, decision-making techniques, risk, linear optimization with constraints.