

<http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6>

ISSN: 2254-8351

**Edma 0-6** Educación Matemática en la Infancia

## Diseño e implementación de una situación de incertidumbre en una clase de educación infantil

M<sup>a</sup> Luisa Martínez RomeroFlorida Universitaria, [marisam@florida-uni.es](mailto:marisam@florida-uni.es)

M. Pedro Huerta Palau

Universitat de València, [Manuel.p.huerta@uv.es](mailto:Manuel.p.huerta@uv.es)*Fecha de recepción: 23-11-2015**Fecha de aceptación: 18-12-2015**Fecha de publicación: 30-12-2015*

### RESUMEN

En este trabajo presentamos el diseño y desarrollo de una experiencia didáctica sobre la incertidumbre con estudiantes de Educación Infantil de 5-6 años. El experimento se articula alrededor de la resolución de problemas de probabilidad por simulación y tiene por finalidad valorar hasta qué punto es posible abordar y resolver de esta manera un problema en esta etapa. El experimento se desarrolla en tres fases. La inicial, en la que la maestra presenta la situación; la segunda, en la que cada estudiante lleva a cabo una simulación del problema y proporciona una respuesta; y, la tercera, en la que la maestra pone en común toda la información aportada por los estudiantes. Por lo observado, se concluye que tareas como las que proponemos son posibles en esta etapa educativa, tan vacía de esta clase de contenidos. Se sugiere más experimentación en el sentido en el que se propone aquí.

**Palabras clave:** Educación Infantil, Educación Matemática, situaciones de incertidumbre, resolución de problemas, probabilidad, simulación.

### Design and development of an uncertainty situation in kindergarten

#### ABSTRACT

In this piece of work, we show the design and develop of a teaching experience about the uncertainty in a class with children aged 5-6 years old. The experience is based on the resolution of probability problems by simulation, and has as main aim to evaluate to what extend it is possible to tackle and solve probability problems by this way in a K-grade class. The experience is developed through three phases. In the first, the teacher introduces the situation; in the second everyone student carries out a simulation of the problem and gives an answer; and in the third, the teacher puts together all information provided by students. Based on what we observed, we conclude that tasks like this we are proposing in this article is possible in a 5-6 years old class, very empty of this type of contents. We suggest that more research and experimentation is required.

**Key words:** Early Childhood Education, Mathematics Education, Uncertainty Situations, Problem Solving, probability, Simulation.

## 1. Introducción

Con posterioridad a los estudios de Piaget (Piaget & Inhelder, 1975) y Fischbein (1975), la edad de introducción de la probabilidad y la estadística en las escuelas ha ido adelantándose cada vez más. Inicialmente, se pensaba que solo estudiantes de niveles avanzados eran capaces de entender su enseñanza, reservándola, en el mejor de los casos, para el final del bachillerato y las universidades. Es la psicología la que se ocupa, básicamente, de estudiar el comportamiento de las personas, siempre adultos, en situaciones de incertidumbre (Kanheman, Slovic & Tversky, 1982). Una vez que las propuestas curriculares de un mundo globalizado proponen la introducción de la probabilidad y la estadística en la enseñanza secundaria, la investigación en Educación Matemática comienza a interesarse por ellas, por los procesos de enseñanza y aprendizaje (Jones & Thornton, 2005). Este interés de la investigación conduce pronto a discrepar de las ideas originales de Piaget y Fischbein sobre las edades en las que los alumnos muestran capacidades necesarias para abordar tareas, tanto de tratamiento de datos como relacionadas con la aleatoriedad y la incertidumbre. Esto provocó que en la década de los años 90, del siglo pasado, se propusiera que la enseñanza de la probabilidad y la estadística se adelantase ya a la educación primaria. Con este ritmo en el que evolucionan las cosas, la pregunta ¿por qué no introducirla en educación infantil?, no parece descabellada. Organismos internacionales, como la NCTM (National Council of Teachers of Mathematics, [www.nctm.org](http://www.nctm.org)), abogan por introducir el análisis de datos y la probabilidad ya desde *pre-K*, es decir a partir de los 3 años. Algunos autores (por ejemplo, Alsina, 2013a) ya han apostado por esta idea e incluso han hecho sugerencias de qué se podría hacer partiendo de dichos referentes internacionales y de las escasas referencias nacionales disponibles. Nosotros apostamos seguir con ella, aportando una propuesta de tratamiento de la incertidumbre en una clase de infantil. Pero esto no es cosa sólo de unos pocos, sino de muchos: maestras/os en activo, implicándose en investigaciones/propuestas como ésta, maestros/as de infantil en formación requiriendo que se incluya en sus programas de formación una didáctica de la probabilidad y la estadística en la educación infantil, y no rechazándola, y de la investigación en educación matemática para la etapa 3-6 años, que debe volver sus ojos hacia esta muestra de estudiantes a quienes se les enseñan y aprenden matemáticas. Una muestra de lo que se puede hacer es el trabajo que presentamos a continuación, que podría interesar a todos aquellos que hemos mencionado anteriormente. Es un trabajo que combina diferentes aspectos de la investigación en didáctica de las matemáticas, aspectos que pueden tenerse en cuenta para elaborar una propuesta de enseñanza de la incertidumbre en educación infantil, como se podrá comprobar en este artículo. En todo caso, se trata de un trabajo exploratorio pues no tenemos antecedentes con los que compararlo con otros anteriores del mismo estilo, al menos que tengamos conocimiento, que pretende aportar conocimientos para tratar de llenar el vacío existente en didáctica de la probabilidad y la estadística en la Educación Infantil, ampliamente documentado en Alsina (2013b).

## 2. El problema original y el problema para la educación infantil. La simulación como método de resolución del problema. El modelo concreto en el que simular el problema

Para el 2º ciclo de la EI, en consonancia con propuestas internacionales, se propone que la enseñanza de la probabilidad y la estadística se lleve a cabo mediante modelos que permitan a los estudiantes abordar situaciones problemáticas (reales o cuanto menos realistas, en el sentido de Van den Heuvel-Panhuizen, 2003) en las que se impliquen datos que deben ser recogidos, organizados y tratados para, con posterioridad, ser analizados (Alsina, 2013a) con el fin de dar respuesta a preguntas formuladas en dichas situaciones. Además, si las situaciones son de incertidumbre, la enseñanza debería permitir la discusión sobre sucesos inciertos relacionados con la experiencia de los estudiantes clasificándolos como posibles, probables, esperados o imposibles, improbables, inesperados. Pero, ¿cómo podría hacerse esto? ¿Con qué debería contar un modelo de enseñanza de la probabilidad y la estadística en

edades tempranas que permita aquello y otros aspectos adicionales del quehacer matemático como contar, codificar, registrar, ordenar, etc... ? Lo que proponemos puede expresarse genéricamente como la manera de resolver problemas de probabilidad por simulación/experimentación (Huerta, 2015a, 2015b) en EI.

En la elaboración de la propuesta para los alumnos, el modelo de enseñanza transita por diferentes estados, desde una posición teórica o pseudo-teórica hasta su concreción a la etapa para la que está pensada mediante una propuesta concreta. Veamos cómo lo hacemos.

## 2.1. El problema original<sup>1</sup>

Partamos de un problema que, formulado de una manera genérica, podría ser el siguiente. Lo bautizamos como el problema original.

*Una conocida firma de pastelería regala por la compra de una caja de galletas una figurita que introduce en su interior. La colección completa de figuritas está compuesta por  $n$  figuritas distintas. ¿Cuántas cajas de galletas habrá que (esperamos) comprar aproximadamente (por términos medio) para tener la colección completa?*

Existe una forma de representar la situación de incertidumbre generada sobre el número de paquetes que esperamos comprar para tener la colección completa de figuritas como la duración media de un "paseo aleatorio" por el grafo de la figura (Figura 1).

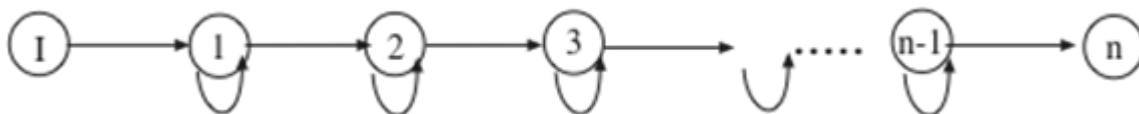


Figura 1. Grafo que representa los diferentes estados de la colección de figuritas

En el grafo (Figura 1) se han representado, de una parte, los diferentes estados posibles de la colección (el número en el interior de un círculo indica el número de figuritas que ya se poseen, pero no qué figuritas son) y, de otra, flechas que nos indican la transición de un estado a otro (e incluso a uno mismo, los repetidos, produciéndose un bucle). La colección se completa cuando se alcanza el estado identificado como  $n$  dentro de un círculo. Concediendo la hipótesis de la equiprobabilidad, tanto en la elección de las cajas como en la distribución de las figuritas en las cajas, el grafo siguiente nos muestra la distribución de probabilidades de transición de un estado a otro vecino, desde el inicio y en función del número  $n$  de figuritas de la colección (Figura 2).

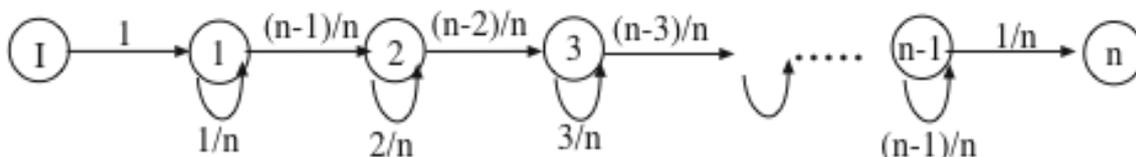


Figura 2. Grafo probabilizado del problema de la colección de figuritas

El grafo anterior, y por ende el problema que hemos llamado original, se adapta con facilidad a un número concreto de piezas para una colección dada, sujeto a las hipótesis de equiprobabilidad señaladas.

<sup>1</sup> Aunque no recomendable, el lector puede abandonar este apartado y adentrarse directamente en el siguiente. No obstante, las justificaciones de lo que se hace y se propone con posterioridad se encuentran en este apartado.

Las reglas de cálculo ofrecidas por Engel (1975) para este tipo de grafos, proporcionan dos resultados particularmente interesantes. El primero es que se trata de un grafo absorbente, termina en el estado  $n$ , lo que significa que tarde o temprano llegaremos a él, si no nos imponen ninguna condición previa al "más tarde que temprano". Es decir, si disponemos de tiempo y dinero suficientes, no hay duda de que la colección se completará. La intuición (basada en la experiencia y que a veces contradice la hipótesis de la equiprobabilidad) nos empuja a conjeturar que el número de cajas que habrá que comprar es grande y que ni aun así es posible que se consiga. Pero el modelo que hemos construido nos permite obtener una respuesta cercana a la realidad. Supongamos que el número de figuras que han de coleccionarse es 3. El grafo anterior tiene este aspecto (Figura 3) :

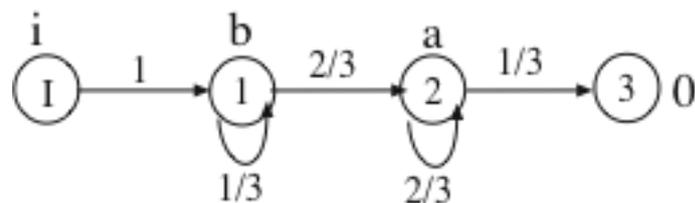


Figura 3. Grafo del problema para una colección de 3 figuritas

Respecto del grafo en la Figura 2 hemos introducido nuevos signos,  $0$ ,  $a$ ,  $b$  e  $i$ , que indican el número medio de intentos que habría que hacer para transitar desde ese estado de la colección al estado final, es decir, el número medio de cajas que habría que comprar para completar la colección partiendo del estado en el que se está.

La regla del valor medio<sup>2</sup> (Engel, 1975) resuelve las incógnitas:

Desde el estado 2:  $a = 1 + 1/3 \cdot 0 + 2/3 \cdot a$ . Resolviendo esta ecuación,  $a = 3$ . Es decir, si ya tenemos 2 figuritas, en aproximadamente tres cajas más podemos conseguir la colección.

Desde el estado 1:  $b = 1 + 2/3 \cdot a + 1/3 \cdot b$ . Sustituyendo y resolviendo  $b$ ,  $b = 9/2$ .

Finalmente, desde el inicio:  $i = 1 + b = 1 + 9/2 = 11/2$ . Es decir, es bastante probable que se consiga la colección comprando 5 ó 6 cajas de galletas, pues el número esperado de intentos es 5'5.

Puede pensarse que el problema y su resolución es dependiente del conocimiento de un modelo teórico que permita responder a la pregunta del problema. Es decir, es dependiente de la información disponible por el resolutor sobre la situación y su modelización matemática. Pero esto no es del todo imprescindible. En Huerta (2015a) hemos presentado lo que allí bautizamos como "la manera de resolver problemas por simulación", ampliado después en Huerta (2015b). Manera que permite que problemas con difícil solución teórica puedan hacerse asequibles a estudiantes de todos los niveles educativos. Así lo hemos comprobado con dichos estudiantes, incluida la educación infantil, de la que ahora hablamos en este artículo.

La compra de las galletas para completar una determinada colección de figuritas puede simularse mediante un generador de azar que simule dicha compra. Lo que el modelo de enseñanza tiene que asegurarse es de que el problema original y el que se va a resolver por simulación, al que llamamos problema simulado, sea equivalentes desde el punto de vista de la probabilidad. Lo veremos mejor en el apartado siguiente.

<sup>2</sup> El número medio de intentos que hay que hacer para transitar de un estado cualquiera al estado absorbente es igual a uno más la media ponderada del número medio de intentos que habría que hacer desde los estados que le son vecinos.

## 2.2. El problema en la clase de infantil

Además de las reflexiones teóricas anteriores, una propuesta para estudiantes de edades tempranas habrá de tener en cuenta las características de los estudiantes a los que se va a dirigir la propuesta. Son lo que se llaman las variables de la tarea y que tienen que ver con el contexto en el que se formula el problema, que debe ser familiar para los estudiantes, con la competencia numérica que suponemos que son capaces de mostrar y aquellas que inciden en la capacidad de trabajo que los alumnos de esta etapa son capaces de asumir. Así, qué figuras van a formar parte de la colección, cuántas y cuánto tiempo deberían esperar para que el proceso de resolución no fuera excesivamente largo, son variables que deben estar controladas en la propuesta. Con todo ello, el problema en la clase de infantil (5-6 años) queda así:

*Una conocida marca de galletas incluye en su interior cromos de una conocida serie de animación en la televisión<sup>3</sup>. Aunque dicha serie tiene muchos personajes, en el interior de las cajas de galletas se han incluido solamente tres de ellos, los más populares entre los niños (Bob Esponja, Patricio y Arenita). Cada caja de galletas vale 1 euro y disponemos de 9 euros para poder gastar en ellas. ¿Podremos conseguir la colección completa?*

Una solución del problema original, basada o bien en un modelo teórico o bien en una simulación permite al modelo de enseñanza pensar en qué variables de la tarea (del problema) se van a considerar para una muestra de estudiantes de 5-6 años de edad a la que va dirigida. Se justifica así por qué 3 personajes, por qué la duración esperada es de entre 5 y 6 intentos (la más probable) (Figura 3), pero no segura por lo que el número de intentos puede hacerse aún más largo, se limita a nueve intentos introduciendo un máximo de intentos basado en la disponibilidad de monedas para comprar. Esto hace, además, que ya no sea seguro conseguir la colección completa.

Finalmente, queda el formato de presentación del problema y de su resolución en una clase de infantil de último curso. Aunque hablaremos con más detalle en el apartado de metodología, descartada, como no puede ser de otra manera, la presentación del problema por escrito y su resolución teórica, la presentación de la situación problemática ha de ser oral (nadie mejor que sus maestras) así como la tarea encomendada a las niñas/os consistente en experimentar la compra al azar de cajas de galletas en las que se incluyen personajes de la colección. Este experimento se realiza en un modelo concreto de la realidad diseñado *ad hoc*. La maestra pues tendrá que hablar necesariamente sobre la situación, comprar algo con dinero y de la sorpresa de encontrarse determinados personajes al margen del producto comprado. Para ello les hablara de dinero y de su limitación a disponer de una cantidad máxima de 9 € para conseguir la colección, objetivo de la tarea. ¿Se podrá?

## 3. Objetivos

Como consecuencia de lo expresado con anterioridad, el objetivo prioritario de este trabajo es explorar la posibilidad de introducir las situaciones de incertidumbre en la enseñanza de las matemáticas en edades tempranas. En concreto buscamos:

1. Diseñar una situación de enseñanza de la incertidumbre en educación infantil.
2. Implementar la situación de enseñanza, analizando potencialidades y debilidades de la propuesta.
3. Observar el comportamiento de los estudiantes cuando se enfrentan a la tarea propuesta.

---

<sup>3</sup> Bob Esponja

Del propio desarrollo de la experiencia aparecen otros objetivos que responden, esta vez, a preguntas de investigación. Pero éstas no las abordaremos en este trabajo, aunque sí avanzaremos algunos de ellos al finalizar éste.

## 4. Marco metodológico

En este apartado hablaremos del contexto en el que se ha llevado a cabo la experiencia, de los materiales diseñados y de su justificación, del uso de dichos materiales y del proceso de enseñanza llevado a cabo por la maestra del grupo y por la firmante de este trabajo.

### 4.1. El centro y el aula donde se lleva a cabo la experiencia

El centro se sitúa en la zona este de la comarca del Camp de Turia de Valencia. Es un centro de Educación Infantil y Primaria de reciente construcción dotado de modernas instalaciones, ya que abrió sus puertas el curso 2004-2005. El distrito cuenta con un nivel socioeconómico medio.

En la actualidad el centro imparte las enseñanzas de 2º Ciclo de Educación Infantil y la etapa de Educación Primaria. Dispone de tres líneas educativas por nivel, dos de ellas adaptadas al Programa Plurilingüe de Enseñanza en Valenciano (PPEV), donde la lengua vehicular base es el valenciano y una tercera, el Programa Plurilingüe de Enseñanza en Castellano (PPEC), donde la lengua base de enseñanza utilizada es el castellano. Además, está adaptado a los nuevos Programas de Enseñanza Plurilingüe, que se caracterizan por la enseñanza de contenidos curriculares en valenciano, castellano e inglés.

La experimentación en el aula se llevó a cabo durante el curso 2014-15 en el mes de mayo y fue presentada en reuniones de trabajo en simposios nacionales como SEIEM (2015) e IDES (2015). La investigadora asistió como colaboradora durante todo el periodo lectivo dos mañanas a la semana. La clase estuvo compuesta por un total de 27 alumnos, de los cuales 16 eran niños y 11 niñas. En el momento en el que se llevó a cabo la experiencia, la edad de los niños y las niñas era de 5 ó 6 años. El grupo, perteneciente a la línea PPEC, era el mismo que el curso pasado excepto un niño y durante los tres años escolares ha mantenido la misma maestra. Ésta posee una dilatada trayectoria profesional, con más de 20 años de experiencia docente en primer ciclo de educación primaria y segundo ciclo de infantil, y siempre ha estado dispuesta a innovar y mejorar sus expectativas de enseñanza. El alumnado presentaba un desarrollo normalizado, acorde a su nivel madurativo y gran diversidad de nacionalidades, el 48% son de origen inmigrante.

El alumnado está dispuesto en el aula por equipos distribuidos por colores, a excepción del inicio de la clase en el que se realiza el rincón de biblioteca y la asamblea. El ciclo de infantil trabaja por proyectos y durante este curso el proyecto del tercer año de infantil ha sido "La vuelta al mundo en 80 días". No hay asignaturas específicas. Los tres ámbitos: 1. Conocimiento de sí mismo; 2. Medio físico, social, natural y cultural y 3. Comunicación y representación se trabajan de manera global e interdisciplinar para un buen desarrollo integral del niño/a. Sin embargo, sí se programa en el horario de forma específica.

Los contenidos que hacen referencia a Matemáticas son contenidos espaciales, temporales, numéricos, y lógico matemáticos, siempre tomando de referencia el cuerpo del niño. Éstos se trabajan durante la asamblea, en los rincones, en el proyecto y se refuerzan con fichas.

Para poder llevar a cabo esta experiencia, fue necesario contar con el permiso de las familias que autorizaron por escrito la participación y filmación de sus hijos en la investigación. Para ello se solicitó el permiso firmando un documento elaborado y revisado conjuntamente por la maestra, el equipo

investigador y la dirección del centro. 22 de las 27 familias firmaron la autorización, una familia notificó su negativa por escrito sobre la participación de su hijo y otras cuatro no se pronunciaron. En consecuencia, únicamente 22 niños y niñas participaron directamente en el experimento, aunque los cinco restantes sí que estuvieron presentes en el aula en aquella parte del experimento que se llevaba a cabo en ella.

## **4.2. Los materiales usados en el experimento**

A continuación se describen todos los materiales que se han utilizado para llevar a cabo el experimento. Algunos pueden verse en el apéndice o en las imágenes que aparecerán más adelante. Su justificación se desprenderá del uso que se les dará en el experimento y que se detalla en el apartado siguiente.

- 15 cajas de galletas de Bob Esponja, idénticas e indiferenciables, adquiridas en un centro comercial.
- 5 cromos de Bob Esponja, 5 cromos de Arenita y 5 cromos de Patricio. Los cromos han sido confeccionados por los investigadores a partir de imágenes obtenidas en Google (Apéndice).
- 9 monedas de euro (Apéndice).
- Monedero.
- Imágenes de la caja de galletas en miniatura obtenida de Google.
- Hojas de registro para los niños (Apéndice):
  - Recuento personajes de la colección
  - Coste de la colección
- Diploma acreditativo de la participación en el experimento diseñado por los investigadores.
- Plantilla A3.
- Pasta adhesiva.
- Estand de madera disponible en el centro (ver Figura 1).
- Saco de tela (Figura 1).
- Rotuladores y lápices.

El material, a excepción de las cajas de galletas, se plastificó para un uso posterior.

## **4.3. El experimento. Método**

El experimento pretendía fundamentalmente observar cómo reaccionan los estudiantes de 5-6 años ante una situación de incertidumbre y, secundariamente, si el hecho de experimentar una situación así favorecía que sus intuiciones primarias (en el sentido de Fischbein, 1975) se modificaran de algún modo tras la experimentación. Además, por la forma en la que se lleva a cabo el experimento, los estudiantes se enfrentaban a la incertidumbre por sí solos y con posterioridad en grupo cuando la maestra socializó lo ocurrido con cada uno de ellos.

Así pues, metodológicamente, en el experimento se pueden distinguir tres fases:

- Presentación del problema, y la incertidumbre, en la clase.
- Las pruebas individuales, fuera del aula, en la que se experimenta dicha situación de incertidumbre en un modelo concreto (El Súper).
- La socialización de las 22 simulaciones conjuntas en el aula.

Con el fin de explorar las intuiciones primarias, la investigadora pedía a los niños juicios subjetivos sobre la facilidad de completar o no la colección e incluso una conjetura sobre el número de cajas que estimaba que deberían comprarse para conseguir la colección. Dichas preguntas pueden verse en la tabla siguiente (Tabla 1)

*Tabla 1. Enunciados de las preguntas de las diferentes fases realizadas de manera individual*

*Preguntas que exploraron las intuiciones primarias en los niños*

Si decides completar la colección como el resto de tus compañeros y compañeras

1. ¿Crees que será fácil o difícil completar la colección?
2. ¿Crees que tendrás que comprar muchas cajas de galletas para completar la colección?
3. ¿Cuántas cajas crees que tendrás que comprar para completar la colección?

*Preguntas posteriores a la simulación. Intuiciones secundarias*

1. ¿Esperabas que fuera así?
2. Pensabas que era fácil (difícil) completar la colección y ahora, ¿sigues pensando que es fácil (difícil)?
3. Pensabas que tarde (temprano) completarías la colección y ahora, ¿sigues creyendo que más tarde (más temprano) completarás la colección?
4. Después de haber comprado las cajas, ¿cuántas crees que tendrás que comprar para completar la colección?

#### *4.3.1 Fase 1: El problema en el aula. Explorar la situación real. La maestra*

La maestra del grupo, con el fin de explorar la situación, introduce en la clase aspectos del contexto que considera relevantes como el significado de colección y de completar una colección. Con ellos, a partir de la situación y el contexto en el que se formula, presenta el siguiente problema a la clase:

*"Las siguientes cajas de galletas – mostrándolas en alto- contienen como regalo un cromó de una colección de Bob Esponja de tres cromos diferentes –Bob Esponja, Patricio y Arenita. Cada caja de galletas tiene un coste de un euro y disponéis de 9 euros para completar la colección".*

En esta fase, el alumnado participa de forma colectiva a partir de sus intervenciones dispuestos por equipos en sus ubicaciones correspondientes. Pese a que no están dispuestos en asamblea, se genera un buen clima de comunicación al poder intervenir respetando el turno de palabra. Esta sesión dura aproximadamente 30 minutos y se realiza después de la asamblea. A continuación, el alumnado autorizado sale del aula por orden de lista para "jugar con Marisa". El resto del alumnado permanece en el aula para poder continuar con las tareas diarias. El experimento afecta de forma puntual a los niños y niñas que participan en esa sesión, de forma que, al incorporarse al aula, retoman la marcha de la clase. Es el propio niño o niña el que avisa a su compañero y le dice que es "su turno".

La maestra ha realizado un cambio en el horario para que los niños y niñas puedan participar siguiendo el orden establecido y no se produzca un olvido. Todos los autorizados deben participar.

#### *4.3.2 Fase 2: El experimento fuera del aula. La experimentación con el modelo concreto*

De forma individual, se presenta al alumnado un estand, en el que hay tres estantes con cinco cajas de galletas en cada uno dispuestas de forma aleatoria. El número de cajas, el número de figuritas y su distribución en los estantes responde a la hipótesis inicial de la equiprobabilidad. Así, se garantiza que cualquier estante puede ser escogido con la misma probabilidad que otro, que cada caja puede ser escogida con la misma probabilidad que cualquier otra y que escogida una de ellas la probabilidad de que sea uno cualquiera de los personajes de la colección es la misma para los tres (Figura 1).



*Figura 1.* Una niña disponiendo las cajas de galletas de manera aleatoria en el estand del SÚPER

El estand se ubicó en diferentes espacios disponibles cada vez: el pasillo, el hueco de la escalera y la puerta de acceso al aula de psicomotricidad. En la parte frontal del estand figura la palabra SUPER. De este modo se invita a los niños a experimentar la compra de las cajas de galletas en un modelo concreto de la realidad.

Una vez dispuesto todo, el estudiante inicia el proceso. El protocolo es siempre el mismo y consta de dos etapas. En la primera, elige un estante al azar, en él escoge una caja al azar, paga un euro por ella, la abre y mira en su interior qué figura le ha salido. En la segunda, registra lo ocurrido: qué figura le ha salido y si ésta aumenta la colección o es repetida, con lo que la colección no varía su estado, el dinero dispuesto y el dinero restante. Cada vez que se compra una caja de galletas se procura que la elección de cada una de ellas se produzca cada vez en las mismas condiciones iniciales, es decir el proceso se componga de varias pruebas independientes, en el sentido probabilístico. Para ello, los niños "barajan" cada vez las cajas antes de situarlas de nuevo en las estanterías introduciéndolas en un saco opaco de donde vuelven a ir a los estantes disponiéndolos de un modo aleatorio. A partir de aquí se reitera el proceso hasta que o bien la colección se ha completado o bien se ha agotado el dinero.

Una vez se ha llegado al final del proceso, a los estudiantes se les interroga de tal forma que requieran usar los datos registrados durante el proceso. Así, se les pregunta: ¿Has completado la colección? ¿Cuántas cajas has comprado? ¿Cuánto dinero te queda?

Las respuestas se recogen en una hoja de registros diseñada (ver apéndices 1 y 2) por los investigadores y el alumnado coge la imagen en miniatura de la caja de galletas que está disponible en un hueco del estand. Si el dinero se agota y no se completa la colección el proceso acaba.

Esta fase dura alrededor de 30 minutos, sin embargo, se adapta el tiempo a las necesidades de cada niño y niña respetando su ritmo. Todos los niños y niñas cuyas familias autorizaron el experimento participan en esta fase. Al finalizar se les realiza las preguntas planteadas en la Tabla 1, se les entregan las imágenes de las cajas de galletas compradas para que puedan realizar posteriormente el recuento, la hoja de registros y un diploma personalizado en el que se les agradece su participación en la experiencia. Las hojas de registro fueron posteriormente escaneadas por los investigadores, entregando el original a las familias para dar a conocer el trabajo desarrollado en la investigación.

Se dedicaron tres sesiones de mañana y una sesión de tarde a las entrevistas individuales. Puesto que la investigadora realiza el experimento dos días a la semana, transcurren dos semanas desde que la maestra introduce el problema hasta que finalizan las entrevistas individuales. El proceso fue en todo momento conducido, guiado y grabado en video por la investigadora responsable de la puesta en práctica del experimento.

#### 4.3.3 Fase 3: La socialización en el aula. Intuiciones secundarias. Del modelo concreto a la situación real

Una vez todas las pruebas individuales se han llevado a cabo, el alumnado regresa al aula y la maestra reconsidera el problema con ellos. En esta fase los protagonistas son los niños, las niñas y la maestra. Por turnos, los niños/as explican la situación que ha vivido al resto de compañeros, ya que hasta ese momento no son conocedores de los resultados de otros niños/as y únicamente conocen su situación particular: han conseguido la colección o no gastando poco, mucho o todo el dinero que disponían. El alumnado que no ha participado en el experimento permanece en el aula, pero no participa en el diálogo. En ningún momento es excluido y se le entregan cromos con las imágenes de los personajes involucrados en la compra e imágenes de las cajas de galleta en miniatura.

La maestra insta al alumnado a conjeturar sobre el personaje que más veces ha salido al comprar las galletas y recoge en la pizarra la frecuencia de consecución del personaje en las 22 simulaciones. Pese a que han transcurrido 14 días, el alumnado (en general) recuerda los personajes que obtuvo y no necesita apoyarse en la hoja de registro.

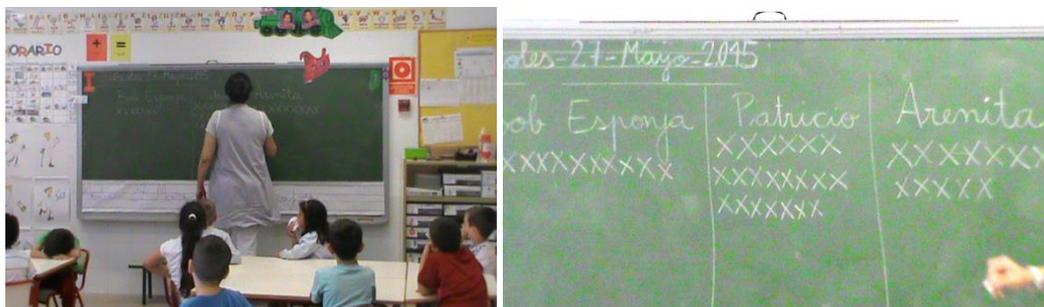


Figura 2. Un momento de la fase de socialización del problema. Recuentos

Por equipos, el alumnado confecciona un diagrama de barras a partir de la plantilla entregada por la investigadora en la cual deben poner su nombre y a continuación en horizontal las cajas compradas. Los gráficos se muestran en la pizarra obteniéndose un total de 4 gráficos que se comparan y analizan.

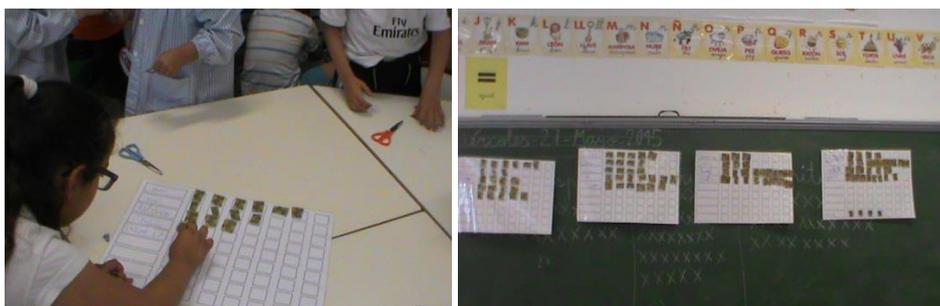


Figura 3. Un momento de la fase de socialización del problema. Construcción de diagramas de barras

## 5. Conclusiones

En Alsina (2013b, p. 136-137) se formula una serie de preguntas dirigidas a una actividad, y a su gestión en el aula, que se propone, o se desea proponer, para el desarrollo de competencias en el alumnado de la EI, basadas en preguntas elaboradas por expertos en educación matemática sobre el planteamiento y gestión de las prácticas matemáticas (CREMAT, 2009, citado en Alsina (2013b)). Las usaremos para establecer nuestras conclusiones sobre la bondad de la propuesta que hemos desarrollado a lo largo de este artículo.

En relación con el planteamiento de la actividad, se pregunta si la tarea tiene por objetivo resolver una pregunta, resolver un reto. Es evidente que la respuesta a esta pregunta es afirmativa, en los dos sentidos, pues de una parte la tarea tiene una pregunta que resolver: ¿se podrá conseguir la colección con solo 9 €, y sitúa a niños y niñas de 5 a 6 años ante el reto que supone enfrentarse a una situación de incertidumbre cuando empiezan a crecer y desenvolverse en una sociedad más bien determinista.

Durante el desarrollo de la actividad, se invita a los estudiantes a hacer recuentos, con lo que se implica en él al concepto de número cardinal y la suma y resta, cardinal y ordinal: ¿cuántas cajas tenemos en cada estante? ¿cuántos estantes hay? ¿cuántas cajas hay en total? ¿cuántos euros tienes? ¿Cuántos euros te has gastado? ¿Cuántos euros te quedan? ¿cuántas figuritas tienes ya? ¿cuántas te faltan?, etc... Pero, además, invita a los alumnos a realizar conjeturas y a comprobarlas con posterioridad: ¿crees que tendrás que comprar muchas cajas de galletas?, antes de la experimentación, ¿has tenido que comprar muchas cajas...?, después de la experimentación, intentando comprobar hasta qué punto aquella conjetura era aceptable y si ahora la modificarían. El estudio y análisis del comportamiento de los niños y niñas antes estas cuestiones será objeto de un trabajo posterior.

Puesto que lo que hemos propuesto es la resolución de un problema por simulación, ésta requiere disponer de un conjunto de simulaciones del problema con el fin de poder hacerse un juicio que permita dar una respuesta a lo que se pregunta. La actuación de cada estudiante delante del "súper" constituye una simulación, por lo que su repuesta inicial se basará en una única experiencia. La puesta en común, en la que se dispone del conjunto de simulaciones, permite explorar la incertidumbre producida por las experiencias de cada uno, siendo la clase (bajo el control de la maestra) la que tome decisiones sobre el problema. Así, aquel alumno que pudiera pensar inicialmente que siempre se completará la colección puede enfrentarse con el testimonio de algún compañero que no tenga la misma experiencia y no haya completado la colección. Se enfrentará a la variabilidad del número de paquetes requeridos para ello y de los euros gastados... etc. Desde luego, una propuesta que pretende estimular la creatividad y la curiosidad de los alumnos en contextos tan próximos como ir de compras al súper. Observar y analizar si los estudiantes modifican sus intuiciones/conjeturas en situaciones de incertidumbre, será objeto de otro trabajo posterior a este.

Una parte del quehacer matemático tiene que ver con el registro, codificación y manipulación de datos. La tarea que proponemos invita a los alumnos a registrar lo que ha ocurrido tras cada experiencia con el fin de saber cuál es el estado en el que se encuentra la colección y la posibilidad de continuar adelante. Así, disponen de diferentes formas de registrar qué figura han obtenido, el estado de la colección, el dinero que han gastado, el dinero que disponen, etc. (ver apéndices). Los signos proporcionados por el material usado ayuda a llevar a cabo la codificación, aunque también se ha dejado libertad para que el propio estudiante llevase a cabo su propia codificación y sus propios registros con los que expresar lo ocurrido durante la experiencia. El análisis detallado de estos signos y de sus usos se llevará a cabo en los trabajos pendientes ya mencionados.

Pero esta evaluación de la experiencia no puede estar al margen de su gestión, tanto fuera como dentro del aula. De su gestión fuera del aula, su planteamiento, diseño, etc... ya se da cuenta a lo largo de este artículo. Sin ella, lo que ocurra después puede no ser lo deseado. Pero tanto o más es su gestión dentro del aula. La presentación inicial del problema es fundamental para despertar el interés por él. En nuestro caso, las grabaciones muestran el alboroto inicial de alegría que suponía ¡disponer de dinero para comprar! Iban a poder elegir, comprar, manejar dinero en el ciclo disponible, gastado, disponible, etc... El estudiante se encontraba solo ante el estante, con lo que dependía de su propia iniciativa de una manera completamente autónoma, tanto para la compra como para el registro, cada vez, de lo ocurrido tras ella.

No hay explicaciones, en el sentido escolar del término. EL recurso básico utilizado es el diálogo, basado en preguntas adecuadas sobre lo que puede ocurrir o lo que ha ocurrido a lo largo de la

situación planteada. Más arriba hemos señalado una serie de preguntas abiertas que pretenden esto mismo, establecer dicho diálogo. Este se produce con la totalidad de la clase, en la fase inicial y final, y con cada uno de manera individual durante la fase 2, la experimentación. El objetivo de este diálogo es el afloramiento de la incertidumbre en la clase y la variabilidad producida por la experimentación al exponer cada uno de sus participantes su experiencia. Observar a maestras y maestros de EI como gestionan el proceso puede ser también fuente para estudios posteriores.

Finalmente, que se produce un avance en la representación de la información disponible a lo largo del proceso de resolución es algo natural en la manera en la que está elaborada la propuesta. Desde la representación individual de la información producida en cada una de las experiencias, a la puesta en común por la maestra, a la elaboración de tablas y gráficos estadístico al servicio de la resolución del problema. Los primeros pasos, por tanto, del aprendizaje de la estadística y la probabilidad.

## Referencias

- Alsina, A. (2013a). La estadística y la probabilidad en la Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experimentales. *Revista de didácticas específicas*, 7, 44-22. Disponible en [www.didacticasespecificas.com](http://www.didacticasespecificas.com)
- Alsina, A. (2013b). Early Childhood Mathematics Education: Research, Curriculum, and Educational Practice. *Journal of Research in Mathematics Education* 2(1), 100-153. Doi: <http://doi.dx.org/10.4471/redimat.2013.22>
- Engel, A. (1975). The probabilistic abacus. *Educational Studies in Mathematics*, 6(1), 1-22.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Huerta, M. P. (2015a). *La manera de resolver problemas de probabilidad por simulación*. 2<sup>a</sup> Jornadas Virtuales de Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria. Disponible en <http://jvdiesproyco.es/index.php/actas-de-las-segundas-jornadas>
- Huerta, M. P. (2015b). La resolución de problemas de probabilidad *con intención didáctica* en la formación de maestros y profesores de matemáticas. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 105-119). Alicante: SEIEM.
- Jones, G. & Thornton, C. (2005). An overview of research into the teaching and learning of probability. En G. A. Jones (ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, 65-92. New York: Springer.
- Kahneman, D; Slovic, P. & Tversky, A. (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. New York: Cambridge Academic Press.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1975). *The Origin of the Idea the Chance in Children*. London: Routledge and Kegan Paul. (Traducción del original: Piaget, J. & Inhelder, B. (1951). *La g n se de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: PUF)
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics* 54, 9-35.

M<sup>a</sup> Luisa Martínez Romero. Doctora en Matemáticas y Máster en Investigación en Didáctica de las Matemáticas. Es Profesora Agregada Florida Universitaria, Centro Adscrito a la Universidad de Valencia, Unidad de Educación. C/Rei En Jaume I, nº 2 Catarroja (46470- Valencia). Sus líneas de Investigación principales son la Didáctica de la Estadística y la Probabilidad y la Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil.

Email: [marisam@florida-uni.es](mailto:marisam@florida-uni.es)

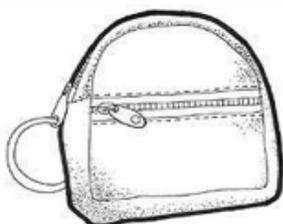
M. Pedro Huerta Palau. Es doctor en Matemáticas y Profesor Titular de Universidad en el Departament de Didáctica de la Matemática, Universitat de València. Av de Tarongers, 4 (46022- Valencia). Sus líneas de investigación son la Didáctica de la probabilidad, resolución de problemas de probabilidad y la formación de profesores.

Email: [Manuel.p.huerta@uv.es](mailto:Manuel.p.huerta@uv.es)

## Apéndice

Nombre \_\_\_\_\_

Cuenta las monedas que tienes en el monedero



¿Cuántas hay?

Tacha una moneda cada vez que compres una caja de galletas.



¿Cuántas cajas de galletas has comprado?

¿Cuántas monedas te quedan?

$$\square - \square = \square$$



Has conseguido a Arenita, ¿cuánto dinero te queda?



Has conseguido a Patricio, ¿cuánto dinero te queda?



Has conseguido a Bob Esponja, ¿cuánto dinero te queda?