

González Molina, J. D., Santa Ramírez, Z. M., & Londoño Cano, R. A. (2014). Comprensión de algunos conceptos geométricos en el contexto de la agricultura del café. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 61-80.

Artículo recibido el 15 de enero del 2014. Aceptado para publicación el 18 de abril del 2014.

Comprensión de algunos conceptos geométricos en el contexto de la agricultura del café

Understanding some geometric concepts in the context of coffee agriculture

Juan David González Molina¹
Zaida Margot Santa Ramírez²
René Alejandro Londoño Cano³

Resumen

La identificación de los bajos niveles de comprensión y de conceptualización de los estudiantes sobre elementos geométricos, fue la principal motivación y el punto de partida para el desarrollo de la presente investigación. En particular, se evidenció que los estudiantes no tienen clara la definición de los términos de área y perímetro y que, además, suelen asumir que las medidas de ambos son mutuamente dependientes. Al percibir que los contextos y ambientes lugareños tales como distribución de suelos para sembrados, la delimitación de propiedades o la uniformidad en algunos de los espacios agrícolas, favorecen la comprensión de los conceptos objeto de estudio aquí referenciados, se diseñó y evaluó una guía curricular bajo los parámetros y principios del marco teórico de la Enseñanza para la Comprensión⁴, que permitiera el avance y la caracterización de los procesos de comprensión en los estudiantes de la comunidad cafetera del corregimiento Santa Rita, municipio de Andes, departamento de Antioquia, Colombia.

Palabras clave: Área; Perímetro; Contexto de la Agricultura del Café; Educación Matemática; Matemáticas Escolares; Enseñanza para la Comprensión; Geometría.

Abstract

The identification of low levels of understanding and student conceptions about geometric elements was the main motivation and starting point for the development of this research. In particular, we found that students do not have clear definitions of the terms area and perimeter and also usually assume that both measures are mutually dependent. We perceive that the contexts and local environments such as distribution of soils for planting, the delimitation of properties or uniformity in some agricultural areas, promote understanding of the concepts that are the object of study in this research. We then designed and evaluated a curricular guide under parameters and principles of the theoretical framework of Teaching for Understanding, that allow progress and characterizing of the processes of understanding in students of the coffee community of Santa Rita in the municipality of Andes and department of Antioquia, Colombia.

Key words: Area; Perimeter; Coffee Agriculture Context; Mathematics Education; School Mathematics; Teaching for Understanding; Geometry.

¹Licenciado en Educación Física e Ingeniero Informático. Estudiante de Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Email: jdavidgonzalezm@gmail.com

² Licenciada en Matemáticas y Física. Magíster en Educación. Estudiante de Doctorado en Educación. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Email: zsanta@ayura.udea.edu.co

³ Licenciado en Matemáticas y Física. Especialista en Docencia de las Matemáticas. Magíster en Educación. Doctor en Educación. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Email: rene2@une.net.co

⁴ Enseñanza para la Comprensión será abreviada, en este artículo, como EpC.

INTRODUCCIÓN

El quehacer propio de la labor docente de registrar, observar y evaluar el aprendizaje de los estudiantes, llevó a identificar que en el grado 5° de la básica primaria no se alcanzan altos niveles de comprensión; esto se infiere de los índices de reprobación en el área de matemáticas y de los bajos resultados en pruebas, tanto externas como internas. Se llegó a la conclusión que esta situación se presenta, entre otras razones, por: (1) el uso no apropiado de los términos y definiciones de las matemáticas, manifestado en las múltiples dificultades para argumentar correctamente las soluciones propuestas en situaciones problemáticas, solicitar aclaraciones o presentar informes de lectura o de consultas; (2) la aplicación inconexa de fórmulas y, (3) la confusión en las propiedades de las expresiones aritméticas o algebraicas.

Con respecto a los conceptos fundamentales de área y perímetro, objetos de estudio de la presente investigación, también se evidenció que aún cuando pueda expresarse matemáticamente una en función de la otra, no se comprende la independencia en sus medidas. Por ejemplo, si se presentan dos polígonos (A) y (B) no regulares y se da la información de que tienen igual perímetro, a la pregunta ¿(B) puede tener más o menos área que (A)? los estudiantes responden normalmente que no. En esta misma línea, se encontró que autores como Corberán (1996), Chamorro, Belmonte, Llinares, Ruíz y Vecino (2008) y Del Olmo, Moreno y Gil (1993), también detectaron situaciones similares. Además, sobre estos mismos conceptos, se encontraron otras dificultades durante la investigación, tales como: no utilizar de manera clara las unidades de medida, confundir y utilizar indistintamente las fórmulas para determinar uno u otro y, por ende, no reconocer el carácter unidimensional del perímetro y el bidimensional del área.

PROBLEMÁTICA

Con relación a la necesidad de comprensión de los conceptos de área y perímetro, se tiene información de que medirlos y calcularlos es una preocupación de vieja data; hay evidencias escritas, encontradas en tablillas y papiros, de que los pueblos sumerios, fenicios y egipcios se ocuparon de los procedimientos para calcular el área contenida en circunferencias (círculo), rectángulos y triángulos. Al respecto, Cortés (2012) plantea que el estudio de los conceptos y procedimientos geométricos no es un interés pasajero ni un asunto de vanidad transitoria, pues ha llevado a nuevos y profundos cuestionamientos. Para el siglo XVII, en Europa, los matemáticos

González Molina, J. D., Santa Ramírez, Z. M., & Londoño Cano, R. A. (2014). Comprensión de algunos conceptos geométricos en el contexto de la agricultura del café. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 61-80.

se enfrentaron a la resolución de cuatro problemas significativos: la tangente, la velocidad y la aceleración, los máximos o mínimos y el problema del área, dando origen al cálculo diferencial (Larson y Hostetler, 1990).

Dando paso a las dificultades en la comprensión de los conceptos de perímetro y área en el ámbito escolar, como se dijo anteriormente, se ha encontrado que los estudiantes aceptan como un hecho indisoluble que la medida del área depende de la longitud perimetral; Chamorro et al., (2008), con relación a esto, afirman:

Un claro obstáculo epistemológico lo constituye la noción de perímetro en relación con la superficie. Los alumnos de Primaria creen que el área de una figura depende de la medida de sus lados, lo que es cierto sólo de manera local: para los polígonos regulares. (p. 248).

Otra autora que ha evidenciado la misma falencia es Corberán (1996), quien al respecto expresa:

Esta <<falsa>> relación entre el área y el perímetro, que se ha constatado que está muy arraigada en los alumnos, pone de manifiesto que éstos piensan en el área y en el perímetro como en dos propiedades de la superficie íntimamente ligadas, concepción errónea que les impide ver el área como una propiedad de la superficie independiente del perímetro, que les dificulta e incluso imposibilita realizar transformaciones de superficies bajo determinadas condiciones (p. 10).

Corberán (1996), al igual que Chamorro et al., (2008), encontró que otra dificultad es la de no comprender el carácter bidimensional de la medida de superficie. Pero, además, halló que la noción que los estudiantes tienen de área se limita a la de una expresión algebraica, lo que impide o limita la comprensión de área como expresión de la medida de la superficie. Es decir,

Se ha constatado que para una mayoría de alumnos de primaria el área se reduce a la expresión 'longitud x anchura' y a una fórmula para determinar el área del círculo [...] Este tipo de enseñanza conduce a los alumnos a desarrollar una pobre concepción numérica del área, asociando ésta a una fórmula de cálculo. Esta extrema pobreza de su instrucción contrasta con su rico contexto en la naturaleza, la cultura y la sociedad.

Algunos investigadores advierten que limitar la enseñanza del área a las fórmulas para su cálculo, se convierte para los alumnos en un obstáculo para comprender el área como número de unidades que recubren la superficie y para desarrollar el área como una propiedad que se conserva por recorte y pegado. (p. 10)

En algunas anotaciones sobre la confusión dimensional del área y del perímetro, Del Olmo et al., (1993) hallaron que cuando los estudiantes han abordado el tema del cálculo del área de una manera rutinaria o algorítmica, llegan a suministrar datos equivocados; al respecto dicen:

“Confusión de perímetro – área. Este es un error bastante frecuente. En algunos casos, los niños calculan el área y el perímetro de una figura y le asignan el dato mayor al área y el menor al perímetro”. (p. 43).

En la búsqueda de soluciones a estas y, tal vez, otras dificultades acá no mencionadas, varios autores han presentado propuestas concretas. En el caso de Corberán (1996), una de ellas es estudiar, específicamente, la transformación del área:

...es necesario trabajar desde el inicio de la enseñanza de este concepto, tareas en las que se someta a las superficies a determinadas transformaciones y en las que se estudie la variación que experimenta el área y el perímetro de esta. (p. 10).

Chamorro et al., (2008) abordan la solución desde la presentación de la figura como un todo, haciendo especial énfasis en resaltar el interior; por su parte, Del Olmo et al., (1996) proponen actividades de recubrimiento de superficies con pintura o huellas de objetos de caras no regulares y luego actividades de recubrimiento con caras planas regulares. Finalmente, Viedma (1970) sugiere abordar el estudio del área desde la suma de superficies que solo tienen como puntos comunes los contornos.

Considerando que los estudiantes siguen manifestando dificultades en la comprensión de los conceptos de perímetro y área, pese a las propuestas planteadas por otros autores y, reconociendo el hecho de que la distinción de las medidas de superficie en relación a las de longitud es un proceso complejo que se acentúa aún más cuando lo que se resalta en una figura es su contorno y no su contenido (Chamorro et al., 2008), se recurre a utilizar en esta investigación:

1. El contexto definido como “los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende” (MEN, 1998, p. 36) y tomado como medio de aprendizaje, dado que es un “elemento importante que puede proveer al individuo de aptitudes, competencias y herramientas para resolver problemas y representar ideas matemáticas [...]” (MEN, 1998, p.30). Entendido de esta manera, el contexto se torna fundamental para la significación y visualización de los conceptos, al ser usado para establecer relaciones entre las formas geométricas planas con las regiones sembradas, entre los términos propios del cultivo del café (lote, tajo, barrera, camino, cercado, almaciguera, era) con los términos geométricos, para hacer aproximaciones de la

medida del área y del perímetro y, por último, para aplicar lo comprendido en la solución de situaciones problema reales o hipotéticas.

2. El marco teórico de Enseñanza para la Comprensión, con el fin de diseñar una guía curricular que oriente el proceso de comprensión y ayude a dar cuenta de los progresos en la comprensión de los estudiantes.

Por lo tanto, partiendo de la problemática identificada en el ámbito de la experiencia personal y profesional del investigador y contrastada con investigaciones que también la han abordado y, buscando soluciones a las dificultades en la no comprensión de los conceptos objeto de estudio de esta investigación, se planteó la siguiente pregunta:

¿Cómo comprenden los estudiantes del grado 5° de la I. E. Santa Rita los conceptos de perímetro y área, y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café, en el marco de la Enseñanza para la Comprensión?

De acuerdo con la pregunta de investigación, el objetivo general trazado fue: analizar el proceso de comprensión en los estudiantes del grado 5° de la Institución Educativa Santa Rita, de los conceptos de perímetro y de área, y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café.

Los objetivos específicos son:

- Describir de qué manera avanza un estudiante de un nivel a otro en el marco teórico de la Enseñanza para la Comprensión, en relación a los conceptos de perímetro y de área y la independencia de sus medidas.
- Diseñar y evaluar una unidad curricular que permita el avance en la comprensión de los conceptos de perímetro y de área, y la independencia de sus medidas, inmersos en la agricultura del café de los estudiantes del grado 5° de la básica primaria.

MARCO TEÓRICO

Para comenzar a describir el marco teórico, es preciso definir qué se entiende en este por comprensión; Perkins y Blythe (1994) afirman que “la comprensión incumbe a la capacidad de hacer con un tópico una variedad de cosas que estimulan el pensamiento, tales como explicar, demostrar y dar ejemplos, generalizar, establecer analogías y presentar el tópico de una nueva

manera” (p. 39). Otros colaboradores de la creación del marco teórico, como Boix & Gardner (1999), definen que la calidad de la comprensión se basa:

... en su capacidad para hacer un uso productivo de los conceptos, teorías, narraciones y procedimientos disponibles en dominios tan dispares como la biología, la historia y las artes. Los alumnos deberían ser capaces de comprender la naturaleza humanamente construida de este conocimiento y remitirse a él para resolver problemas, crear productos, tomar decisiones y, finalmente, transformar el mundo que los rodea. Dicho de otra forma, los alumnos deberían usar el conocimiento para comprometerse en un repertorio de desempeños valorados por la sociedad en la que viven (p. 216 – 217).

Estas definiciones ponen de manifiesto que los autores conciben la comprensión mucho más allá del acto rutinario de realizar tareas repetitivas y de memorizar información, pero, se reconoce que estas son importantes para el aprendizaje:

De ninguna manera el énfasis en los desempeños de comprensión significa quitarle importancia al conocimiento o a las habilidades básicas. Por cierto, todos estaríamos profundamente limitados sin el apoyo de la memorización y la rutina, sin embargo, comprender exige algo más. (Perkins, 1999, p. 73).

Los investigadores proponentes de este marco, establecieron tres principios generales para sentar las bases de la comprensión vista como un comportamiento, es decir, como un desempeño:

1. Los desempeños son desafíos para el estudiante, son metas que exigen de él un compromiso reflexivo pero que a la vez tenga la convicción de que los pueda alcanzar. (Perkins, 1999).
2. El desempeño de comprensión es una construcción que conjuga comprensiones previas y nueva información. (Perkins, 1999).
3. Los desempeños de comprensión se construyen en una escalera en la que la variedad y complejidad se acrecientan. (Perkins, 1999).

Considerando lo anterior y, trayendo a colación el motivo que originó la investigación, se postula que, mediante la significación de los términos de perímetro y de área, los estudiantes desarrollan desempeños que demostrarán la comprensión de dichos conceptos y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café; además, que puedan desenvolverse con propiedad en lo académico y lo cotidiano al poner en juego su comprensión.

Elementos

El marco teórico propone cuatro elementos que, de acuerdo con Escobedo, Jaramillo & Bermúdez (2004), son: tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua.

Tópicos generativos: de acuerdo con Stone (1999), los tópicos generativos son útiles en cuanto ayudan a responder preguntas del tipo “¿qué ideas preferidas abordan?, ¿qué intereses se satisfacen?, ¿qué pasiones se comprometen?, ¿quién toma decisiones curriculares? y ¿cómo aseguramos que todos los alumnos estén preparados de manera equivalente?” (p. 97). En relación a esto, la elección del tópico del que se pretende sea generativo y que, por ende, dé cuenta del interrogante planteado, debe armonizarse de acuerdo con los intereses de la disciplina, los afectos de los estudiantes y las expectativas del docente.

Metas de comprensión: se usan para especificar los procesos, relaciones e ideas que los estudiantes llegarán a comprender durante la unidad a estudiar o a investigar. Es decir, “las metas de comprensión afirman explícitamente lo que se espera que los alumnos lleguen a comprender” (Stone, 1999, p. 101). Estas son más específicas que los tópicos generativos.

Desempeños de comprensión: como se dijo anteriormente, la comprensión no se evalúa de una forma memorística ni con series de repetición. De este elemento, Stone (1999) afirma que “la visión vinculada con el desempeño subraya la comprensión como la capacidad e inclinación a usar lo que uno sabe cuando actúa en el mundo” (p. 109). De esto, se desprende que la comprensión es más que una recopilación de saberes o la consolidación de unas respuestas preconcebidas, esta se evalúa y se observa en el actuar de las personas.

De acuerdo a las investigaciones llevadas a cabo durante la construcción del marco teórico, los desempeños varían en complejidad, en relación a fases o períodos dentro del tópico generativo; las fases son: exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis (Stone, 1999).

La fase de exploración: los desempeños aquí previstos permiten hacer un diagnóstico de lo que los estudiantes ya saben y de las expectativas que tienen con respecto a lo que se les propone aprender. Una característica importante de esta fase, es que el abordaje de los objetos de estudio no es estructurado dentro de la disciplina (Stone, 1999).

La fase de investigación guiada: Estos desempeños buscan involucrar a los estudiantes en el uso de ideas centrales para la comprensión de una meta. Se caracterizan por ser básicos o elementales

durante las etapas iniciales de una unidad. En esta fase, el trabajo del docente puede centrarse en orientar observaciones, registro preciso de datos, uso adecuado del vocabulario o síntesis de información (Stone, 1999).

Proyecto final de síntesis: Esta categoría suele ser comparada con los trabajos de finalización de período o año escolar que normalmente los profesores ponen a sus alumnos, pero, en la EpC, estos desempeños no solo deben dar cuenta del dominio que tienen los estudiantes sobre las metas de comprensión sino que deben ser más integradores que en las dos categorías anteriores (Stone, 1999), es decir, dar cuenta de lo que el marco define como comprensión: “habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe” (Perkins, 1999, p. 70).

El último de los elementos de la EpC es el de la *evaluación diagnóstica continua*. Este proceso se entiende como una responsabilidad conjunta que compromete tanto al docente como al estudiante; por razones de familiaridad o experiencia, en la primera categoría de los desempeños (fase de exploración), los criterios de evaluación son propuestos por el docente, pero, al transcurrir el tiempo y al haber ganado experiencia, los estudiantes tienen la oportunidad de exponer sus propias ideas de evaluación y compromisos en cuanto a los desempeños de comprensión (Stone 1999).

La observación de la comprensión y el progreso o avance de los estudiantes, no es un proceso uniforme y simple, es un entramado complejo en el que se observan aspectos como el conocimiento de contenidos, el uso del conocimiento adquirido, las formas de adquirirlo y cómo este es expresado y dado a conocer, además de los grados de profundidad en que se da cada uno de los anteriores aspectos. Dentro de la EpC, lo que se nombró como aspectos son denominados dimensiones y, los grados de profundidad, son los niveles de la comprensión; ambos presentados como cualidades de la comprensión (Boix & Gardner, 1999). A continuación se presentarán cada uno de estos.

Dimensiones

- *Dimensión de contenido:* es la que evalúa el tránsito que ha tenido el estudiante desde el conocimiento intuitivo o vulgar hacia el conocimiento académico o disciplinar; además, evalúa el modo en que este conocimiento se acomoda a las distintas situaciones y es aplicado de manera correcta (Boix & Gardner, 1999).

- *Dimensión de métodos:* Esta dimensión describe la forma en que los estudiantes construyen el conocimiento, si contrastan, comprueban, demuestran y discuten sus conclusiones con otros estudiantes y si cuestionan lo que han percibido y dado como cierto a través del sentido común. (Boix & Gardner, 1999).
- *Dimensión de propósitos:* la base de esta dimensión es “la convicción de que el conocimiento es herramienta para explicar, reinterpretar y operar el mundo” (Boix & Gardner, 1999, p. 234). Esta cualidad de la comprensión indaga si los estudiantes tienen presente las finalidades y las motivaciones que guían la construcción del conocimiento, si utilizan lo que comprenden en diferentes circunstancias y reconocen los efectos de utilizarlo.
- *Dimensión de formas de comunicación:* esta dimensión evalúa la capacidad de dar a conocer, en forma novedosa y clara, el nivel de conocimiento adquirido. Dentro de esta característica se observa cómo el estudiante comunica lo que ha comprendido haciendo uso de “sistemas de símbolos (visuales, verbales, matemáticos y cenestésicos corporales, por ejemplo) para expresar lo que sabe” (Boix & Gardner, 1999, p. 237) y en qué medida expone con un lenguaje riguroso pero, a la vez, toma en cuenta el nivel del auditorio para lograr que se entienda lo que se presenta.

Niveles de comprensión

- *Nivel de ingenuo:* Los desempeños en este nivel se caracterizan por estar cimentados en el conocimiento intuitivo, de sentido común y por transmisión cultural sin rigurosidad disciplinar. Otras características de este nivel son: no relacionar el saber aprendido en la escuela (el académico o disciplinar) con los acontecimientos de la vida diaria; la construcción difuminada de los saberes; no se evidencia conciencia de para qué es el conocimiento ni hay señales de dominio sobre lo que se ha aprendido; no se contrasta la información escolar ni la cultural con fuentes válidas dentro de la disciplina y, por último, la expresión del conocimiento es rígida y sin creatividad (Boix & Gardner, 1999).
- *Nivel de novato:* Los desempeños de un estudiante en este nivel dan cuenta de que rudimentariamente establece conexiones entre ideas y conceptos disciplinarios, expone

su conocimiento a modo de seguimiento de una receta, no es consciente de que el uso del conocimiento trae consecuencias y la validación del saber está dada por la figura de autoridad (Boix & Gardner, 1999).

- *Nivel de aprendiz:* En este nivel, la relación de saberes es fuerte y coherentemente conectada; se tiene la convicción de que la construcción del conocimiento es una tarea compleja que está permanentemente sometida a validación y verificación; el estudiante relaciona el acontecer diario con los aprendizajes obtenidos y, con cierta ayuda, puede encontrar las oportunidades para relacionar el conocimiento cultural con el disciplinar considerando las consecuencias de usarlo; además, la expresión de los aprendizajes es adecuada y fluida (Boix & Gardner, 1999).
- *Nivel de maestría:* Los desempeños en este nivel se caracterizan por ser altos en cada una de las dimensiones. Hay una variada y coherente relación de los conceptos de un dominio con otras áreas del conocimiento y con las situaciones comunes de la vida. Se tiene la convicción de que el conocimiento es una construcción que requiere ser sometida a discusión, que es una tarea compleja y que se nutre de variadas fuentes. Se analizan las causas y los efectos del uso del conocimiento y las situaciones en que este puede ser aplicado. Las formas de expresión del conocimiento son ricas y variadas, se recurre a una diversidad de herramientas para comunicarlo y son notorias la fluidez y la coherencia en las expresiones y la exactitud en ejemplos y analogías (Boix & Gardner, 1999).

Una característica importante del marco de la EpC es que permite la ampliación curricular; al respecto, Rendón (2009) afirma que este marco “amplía la visión del currículo, reconociendo múltiples relaciones de este con el entorno para contextualizar la enseñanza y el aprendizaje de conceptos o unidades temáticas” (p. 51). Dicho lo anterior y dado que los objetivos de la investigación y la pregunta que se pretende resolver a través de ellos se ajustan a las características del marco teórico, se decidió que la Enseñanza para la Comprensión es pertinente para llevar a cabo la investigación.

METODOLOGÍA

La investigación se llevó a cabo en un entorno cultural propio, en el que tanto los participantes como el investigador están inmersos y del cual hacen parte. La realidad se miró desde un enfoque holístico, es decir, desde la integralidad del ser, con sí mismo, su entorno y sus intereses, mediado e influenciado por la cultura; por lo tanto, la realidad se asumió con carácter epistémico, es decir, la realidad así vista, en palabras de Sandoval (2002):

...necesariamente requiere, para su existencia, de un sujeto cognoscente, el cual está influido por una cultura y unas relaciones sociales particulares, que hacen que la realidad epistémica dependa para su definición, comprensión y análisis, del conocimiento de las formas de percibir, pensar, sentir y actuar, propias de esos sujetos cognoscentes (p. 28).

La investigación, tal como se dijo en el objetivo general, estuvo enfocada hacia el análisis del proceso de comprensión de los participantes en cuanto a los conceptos objeto de estudio y, además, hacia la descripción de cómo avanza un estudiante dentro de los planteamientos del marco teórico. Para la generación de conocimiento, tanto el investigador como los participantes fueron indispensables por ser sujetos que comparten una misma cultura, por ende, sujetos cognoscentes y constructores de la realidad que se influyen mutuamente; esta condición se dio a lo largo del proceso, dado que el investigador interiorizó y aprendió términos del argot cafetero que los participantes utilizaban con naturalidad, con el propósito de orientar la asociación de algunos de estos con los conceptos geométricos objeto de estudio; en este sentido, Sandoval (2002) afirma:

[...] se asume que el conocimiento es una creación compartida a partir de la interacción entre el investigador y el investigado, en la cual, los valores median o influyen la generación del conocimiento; lo que hace necesario “meterse en la realidad”, objeto de análisis, para poder comprenderla tanto en su lógica interna como en su especificidad. [...] (p. 29).

De este modo, las conclusiones y análisis que generó la investigación estuvieron mediados por la interpretación que el investigador hizo del proceso de comprensión de los participantes, a la luz del marco teórico y de unos descriptores que fueron refinados y corregidos a lo largo del proceso. Para la recolección de la información, se recurrió a entrevistas semiestructuradas y abiertas para tener un derrotero de temáticas a comprender, pero, dejando la posibilidad de incluir preguntas que surjan en la conversación de la entrevista. Además, se hizo uso de otros métodos como la

observación y la encuesta. Para garantizar la permanencia de la información en el tiempo y poder volver sobre esta en la realización del informe final, se utilizaron medios tecnológicos para la grabación en video y audio.

Por lo anteriormente expuesto, la metodología cualitativa es considerada como la más pertinente, haciendo uso del método de estudio de casos. Sobre este, Stake (1999) afirma:

Estudiamos un caso cuando tiene un interés muy especial en sí mismo. Buscamos el detalle de la interacción con sus contextos. El estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes (p. 11).

Se hizo uso de este método con el fin de realizar el análisis del proceso de comprensión en cada uno de los participantes. Se identificaron tres casos etiquetados como Messi, Isis y Minerva, representados en tres estudiantes, después de hacer la selección descrita a continuación: de acuerdo a la información aportada por una encuesta preliminar, se evidencia que, 19 de los 36 estudiantes del grado 5° pertenecen a familias cuyo principal sustento se deriva de la caficultura; 11 de ellos realizan tareas dentro de la actividad agrícola; de los 11, cinco niños mostraron interés en participar de la investigación y solo tres de ellos estuvieron hasta el final del proceso.

Guía curricular

La guía curricular se orientó a través de los elementos de marco teórico y se dividió en las tres fases antes mencionadas.

Elementos del marco teórico

Para la construcción de la unidad curricular, con la que se busca la comprensión de los conceptos de perímetro y de área en el contexto del cultivo del café, se pensó en una pregunta que transversa todo el proceso que se pretende realizar con los estudiantes. Esta pregunta se consolidó en el tópico generativo, que se enuncia a continuación: ¿De qué manera el contexto de la agricultura del café contribuye a la comprensión de los conceptos de perímetro, de área y de la independencia de sus medidas?

Metas de comprensión

- Comprender el concepto de perímetro en el contexto de la agricultura del café.
- Comprender el concepto de área en el contexto de la agricultura del café.

- Determinar que el perímetro y el área son propiedades independientes de la forma, teniendo en cuenta el contexto del sembrado de café.

Hilo conductor: los estudiantes comprenderán los conceptos de perímetro y área a partir del sembrado, cercado y observación de las formas del terreno.

Para la fase de exploración se elaboró un cuestionario de preguntas abiertas en las que se indagó sobre el conocimiento y uso de los términos propios de la agricultura, la estimación de longitudes, la relación entre la medida de la superficie y la longitud de sus límites (se buscó establecer si los estudiantes asumían la relación de dependencia entre los límites de una propiedad y su porción interna de terreno), las nociones intuitivas de perímetro y extensión superficial y, por último, el reconocimiento de procedimientos y conceptos matemáticos involucrados en la práctica agrícola del café. Con el fin de obtener claridades con respecto a lo escrito por los participantes, se diseñó una entrevista semiestructurada para dar la posibilidad de solicitar ampliación de respuestas y generar nuevas preguntas, pero, a la vez, para no distorsionar el propósito de la sesión.

La fase de investigación guiada se llevó a cabo en una almaciguera de la finca La Soledad y en el aula de clase; en estos lugares se realizaron actividades como: (1) conversatorios grupales para acordar y adoptar la definición de los términos propios de la agricultura que serían utilizados durante el proceso de investigación, entre ellos: lote, tajo, barrera, cercados, límite, almaciguera, era, almácigo; de esta manera, el acuerdo en el uso de la terminología empleada redujo las posibilidades de ambigüedad y se encaminaron hacia la asociación de estos términos y su significado con los conceptos geométricos de área y perímetro. (2) Sensibilización y acercamiento a los conceptos de área y perímetro a través de medición de bordes de eras y conteo de unidades de almácigo contenidas en ellas. (3) Manipulación de elementos para dar respuesta a interrogantes como: ¿una misma longitud de límites siempre encierra la misma cantidad de almácigos?, ¿a mayor longitud de límites se corresponde mayor cantidad de almácigos?, ¿a una misma cantidad de almácigos siempre le corresponde la misma longitud de límites?, ¿a mayor cantidad de almácigos le corresponde mayor longitud de límites? Para demostrar la falsedad o veracidad de las respuestas dadas, se recurrió a la utilización de una misma longitud de cuerda, elemento de uso cotidiano en las labores agrícolas, para realizar formaciones en las eras en las que se constató que puede darse la conservación del perímetro, a pesar de que se den cambios en el área; además, una misma cantidad de bolsas de almácigo distribuidas de forma diferente sirvió

para constatar que puede darse conservación del área a pesar de que se dé una modificación del perímetro.

Para las sesiones que se llevaron a cabo en el aula de clase, se propusieron las siguientes actividades: cuestionarios grupales y test individuales, con los que se buscaba que los estudiantes dieran cuenta del reconocimiento de las regiones en que se aprecia el perímetro y el área en fotografías de lotes y tajos de café; entrevistas individuales con preguntas abiertas que permitieran identificar el uso de los conceptos objeto de estudio y el modo de expresión de los mismos; recorte y pegado de fotografías de tajos para refinar el concepto de conservación del área; comparación de diferentes tajos con igual número de plantas sembradas. con el fin de establecer equivalencia de áreas entre diferentes figuras geométricas; consulta, en diferentes fuentes, sobre las unidades empleadas para expresar la medida del área y del perímetro; exposiciones orales e icónicas de los avances (definición de los términos, unidades de medida y los posibles usos que pudieran dar a los conceptos y procedimientos comprendidos) ante los participantes y estudiantes invitados, como estrategia de fortalecimiento de las formas de comunicación y evidencias del progreso en la comprensión. Las respuestas a cuestionarios de discusión grupal, la apreciación de las respuestas y construcciones de los compañeros, se utilizaron para el proceso de coevaluación; además, los trabajos de producción individual se utilizaron para la evaluación diagnóstica continua y, principalmente, para el análisis investigativo del estudio de casos.

El proyecto final de síntesis se dio a través de la solución individual de situaciones problema, tanto dentro del contexto de los terrenos de agricultura del café como fuera de éste, en lugares comunes a los estudiantes como patios de recreo o canchas institucionales; de la construcción grupal de una maqueta a escala para representar la almaciguera; de la edición de diapositivas virtuales con imágenes y texto; por último, a través de una presentación oral, con apoyo de las diapositivas editadas y la maqueta construida al público invitado (docentes de la institución, estudiantes de los grados 4°, 5° y 6°), sobre el proceso llevado a cabo en la investigación. Esta presentación oral dio cuenta de la selección y definición grupal de los términos agrícolas utilizados en la investigación, las actividades encaminadas hacia la comprensión de los conceptos de perímetro y área, la independencia de sus medidas y la solución de las situaciones problema.

Descriptorios de Categoría por nivel

Como elemento inherente a la guía curricular elaborada desde el marco teórico de la EpC, se debieron establecer y prever los desempeños para cada dimensión. Este proceso se inició con el planteamiento de unos descriptorios hipotéticos (de lo que se esperaba respondería el estudiante y los desempeños que alcanzaría) y se culminó con la elaboración de una rúbrica denominada *Descriptorios de categoría por nivel*. Para ello, se tuvieron en cuenta las definiciones de los conceptos objeto de estudio de la presente investigación, las tareas y habilidades que, de acuerdo con los antecedentes, los estándares curriculares y la experiencia del investigador, se espera que los estudiantes alcancen al terminar el ciclo de la básica primaria.

Los descriptorios de categoría por nivel, se plantearon, como se dijo inicialmente, a priori, pero, a medida que la investigación progresaba y se ejecutaba el trabajo de campo, sufrieron un proceso de refinamiento tanto desde la redacción misma como desde los alcances. En este sentido, se determinaron las categorías de cada una de las dimensiones con sus respectivos descripciones por nivel, a saber: dimensión de contenido (concepto de área, concepto de perímetro y la independencia entre las medidas del área y del perímetro); dimensión de métodos (método de estimación o medición el área, método de estimación o medición del perímetro, método para establecer la independencia entre las medidas del área del perímetro); dimensión de propósitos (relación área : contexto, relación perímetro : contexto) y, finalmente, dimensión de formas de comunicación (definiciones y términos del lenguaje matemático, Coherencia en el discurso). Tanto la rúbrica, como la guía curricular, permitieron analizar el proceso de comprensión de cada uno de los estudiantes del estudio de casos.

CONCLUSIONES DE LA INVESTIGACIÓN

Consecución del objetivo general

El objetivo general se alcanzó durante todo el proceso investigativo, en el que se ejecutaron las siguientes dos grandes actividades: la primera, adopción y ejecución de las fases propuestas por el marco teórico de la EpC y analizadas a través de la sistematización de las actividades llevadas a cabo en cada una de ellas, registros logrados a través de grabaciones en imagen, audio y video, la transcripción de los cuestionarios y test que fueron utilizados para la triangulación de la información, con el fin de garantizar la coherencia entre las fases, entre las actividades de las

fases y de estas con el tópico generativo y las metas de comprensión. La segunda, la construcción de la rúbrica de descriptores de categoría por nivel, que permitió la caracterización de la comprensión de los participantes y, por ende, analizar el proceso de cada uno de los estudiantes. De acuerdo a la descripción anterior y, considerando el análisis de cada uno de los participantes de la investigación, nos permitimos afirmar que el objetivo general fue logrado.

Consecución de los objetivos específicos

Los objetivos específicos se complementan entre sí y estos a su vez se complementan con el objetivo general. De este modo, el diseño de la unidad curricular y su proceso de refinamiento, se logró en la medida que se modificaban los descriptores de categoría por nivel, a la luz de los resultados y productos de los participantes en cada una de las actividades de la unidad curricular.

La descripción de la forma en que un estudiante progresa de nivel dio pie para reforzar las actividades planteadas en las primeras sesiones de la fase de investigación guiada; fue así como se evidenció la necesidad de que los participantes realizaran exposiciones informales de sus progresos ante algunos de sus compañeros. Además, se posibilitaron actividades de corte y manipulación de siluetas, luego del trabajo con las fotografías de cafetales para afianzar el concepto de conservación del área en situaciones de rotación y traslación; adicionalmente, este tipo de trabajo facilitó el paso de la cara superior de la bolsa de almácigo como unidad de medida del área a la medida convencional de cuadrado.

El proceso de consecución del objetivo general y las acciones particulares para lograrlo, dan cuenta de la consecución de los objetivos específicos. El primero de ellos se dio a través de la rúbrica y, el segundo, en la construcción y rediseño sistemático de la guía curricular presentada anteriormente.

Respuesta a la pregunta de investigación

El recurrir a las dimensiones del marco teórico: contenido, método, propósitos y formas de comunicación y, a las preguntas orientadoras de las mismas, a través de la guía curricular y la indagación permanente por medio de cuestionarios, preguntas abiertas en forma oral o escrita, petición de argumentaciones de respuestas dadas o de métodos empleados, nos llevó a destacar varias situaciones, que se dieron durante el trabajo de campo:

- La constatación de que los estudiantes habían superado las creencias intuitivas que obstaculizan la comprensión (tal es el caso de asegurar que a mayor perímetro corresponde mayor área y viceversa).
- La utilización de métodos de estimación que superaron el conteo natural de unidades.
- La asertividad en los métodos empleados para corroborar sus afirmaciones y las expresiones dadas en forma correcta dentro del campo disciplinar.
- Soluciones ingeniosas para demostrar que distintas figuras poligonales tenían la misma área, como la de superponer la silueta de una ellas sobre todas las demás y, posteriormente, a través de una reconstrucción por rotación y traslación, llegar a la conclusión de la igualdad en la medida de superficie. Otra de las soluciones dadas fue, luego de la superposición de la silueta, identificar la semejanza e igualdad de figuras, la interna con la externa.
- También fue notoria la apropiación del principio de la conservación del área, a pesar de las subdivisiones de las superficies, caso dado, por ejemplo, en el argumento presentado por un estudiante, luego del recorte en fotografías de los tajos de un lote y redistribución de los mismos: “*en todos los lotes cabe el mismo café, aunque la forma del lote cambió*”; algo similar ocurrió en la comparación de eras de almácigo; también se notó que para asegurarse, entre varios tajos, cuál de ellos tenía más perímetro o área, los participantes medían cada uno con algún patrón común y así llegaban a establecer la igualdad o diferencia entre una o ambas medidas.
- En la exposición, durante la fase del proyecto final de síntesis, se observó que los participantes se dirigieron al público con seguridad y fluidez, respondieron bien las preguntas acerca del cambio de longitud en el perímetro y conservación del área, la identificación del perímetro en lugares como el tablero de clases y el aula de estudio, de las similitudes geométricas entre el lote y el patio de recreo; además, dieron cuenta del modo en que establecieron la solución de las situaciones problemas propuestas en la etapa final de la investigación.

Por lo tanto, observamos que la presencia de los lotes en una finca, de tajos en un lote, de eras en la almaciguera y de unidades de almácigo en las eras, facilitó la comprensión del área como una suma de superficies (Viedma, 1970) y la igualdad de áreas aún en situaciones de figura y forma

diferente. También se resalta que los estudiantes comprendieron los conceptos de perímetro y área en el contexto de la agricultura del café a través de la asociación de área: contenido de la era, unidad de área: cara superior de la bolsa de almácigo, perímetro: mediante la cuerda que bordea una cantidad de bolsas, perímetro: mediante cercado, perímetro: mediante barreras de sembrado. De hecho, establecieron la independencia de sus medidas a través de la formación de figuras geométricas con la misma cantidad de bolsas en diferente distribución para, luego, comparar la cantidad de cuerda utilizada para bordear sus límites y usar el conteo de lados de bolsa como unidad de medida de longitud; además, usaron la misma longitud de cuerda para la creación de diferentes formas y comparar la cantidad de bolsas de almácigo contenidas.

Ubicación final de los estudiantes por nivel

A continuación, se presenta un resumen de los niveles alcanzados por los tres estudiantes en cada una de las categorías elaboradas para las dimensiones (ver tablas 1 – 4), de acuerdo con la rúbrica que surgió de todo el trabajo de campo. Con esto se demuestra que los estudiantes lograron avanzar en su proceso de comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas, al desarrollar y vivenciar la guía curricular propuesta.

Dimensión de Contenido.			
Ubicación final de los estudiantes			
Categoría	Concepto de Área	Concepto de Perímetro	Independencia entre las medidas del área y del perímetro
Nivel			
Ingenuo			
Novato			
Aprendiz	Messi		
Maestría	Isis Minerva	Messi Isis Minerva	Messi Isis Minerva

Tabla 1: Dimensión de Contenido.

Dimensión de Método.			
Ubicación final de los estudiantes			
Categoría	Método de estimación o medición del Área	Método de estimación o medición del Perímetro	Método para establecer la independencia entre las medidas del área del perímetro.
Nivel			
Ingenuo			
Novato			
Aprendiz	Messi		
Maestría	Isis Minerva	Messi Isis Minerva	Messi Isis Minerva

Tabla 2: Dimensión de Método.

Dimensión de Propósitos.		
Ubicación final de los estudiantes		
Categoría	Relación <i>área : contexto</i>	Relación <i>perímetro : contexto</i>
Nivel		
Ingenuo		
Novato		
Aprendiz	Messi	
Maestría	Isis Minerva	Messi Isis Minerva

Tabla 3: Dimensión de Propósitos.

Dimensión de Formas de comunicación.		
Ubicación final de los estudiantes		
Categoría	Definiciones y términos del lenguaje matemático	Coherencia en el discurso
Nivel		
Ingenuo		
Novato		
Aprendiz	Messi	Messi
Maestría	Isis Minerva	Isis Minerva

Tabla 4: Dimensión de formas de comunicación.

REFERENCIAS

Boix, V., & Gardner, H. (1999). ¿Cuáles con las cualidades de la comprensión? En M. Stone (Edit.), *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 215-256). Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Chamorro, M., Belmonte, J., Llinares, S., Ruíz, M., & Vecino, F. (2008). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. España: Pearson Prentice Hall.

- Corberán, R. (1996). El Área, recursos didácticos para su enseñanza en primaria. En O. Mourut, *Procesos de transferencia de resultados de investigación de aula: El caso del bajo rendimiento escolar en matemáticas* (pp. 1-87). México Distrito Federal: CINVESTAV.
- Cortés, R. (2012). *Historia de la Geometría Euclidiana y sus aplicaciones para la enseñanza*. Recuperado de <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/1716>.
- Del Olmo, M., Moreno, M., & Gil, F. (1993). *Superficie y Volumen. ¿Algo más que el Trabajo con Fórmulas?* Madrid: Síntesis.
- Escobedo, H., Jaramillo, R., & Bermúdez, Á. (2004). Enseñanza para la Comprensión. *Educere*, 8(27), 529-534. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/356/35602712.pdf>
- Larson, R., & Hostetler, R. (1990). *Cálculo y Geometría Analítica*. (E. Olmedilla, Trad.) México D. F.: McGraw- Hill.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá D. C.: Delfín Ltda.
- Perkins, D. (1999). ¿Qué es la Comprensión? En M. Stone (Edit.), *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 69-95). Argentina, Buenos Aires: Paidós.
- Perkins, D., & Blythe, T. (1994). *Ante todo, la comprensión*. Recuperado el 28 de Noviembre de 2013, de <http://edtk.co/gVZUU>: <http://www.eduteka.org/imprimible.php?num=478>
- Rendón, P. (2009). *Conceptualización de la Razón de Cambio en el marco de la Enseñanza para la Comprensión*. (Trabajo de investigación de maestría no publicado). Facultad de Educación, Universidad de Antioquia, Medellín-Colombia.
- Sandoval, C. (2002). *Investigación Cualitativa*. Bogotá.: ARFO Editores e Impresos Ltda.
- Stake, R. (1999). *Investigación con Estudio de Casos*. Madrid: Ediciones Morata.
- Stone, M. (1999). ¿Qué es la Enseñanza para la Comprensión? En M. Stone (Edit.), *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 95-126). Argentina, Buenos Aires: Paidós.
- Viedma, J. (1970). *Lecciones de Geometría Intuitiva*. Cali: Norma.