

Gerdes, P. (2014). Reflexões sobre o ensino da matemática e diversidade cultural. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 108-118.

Artículo recibido el 30 de enero de 2014. Aceptado para publicación el 18 de abril de 2014.

## Reflexões sobre o ensino da matemática e diversidade cultural

### Reflections on Mathematics Education and Cultural Diversity

Paulus Gerdes<sup>1</sup>

#### Resumo

Países como Colômbia e Moçambique caracterizam-se pela sua diversidade e riquezas culturais. Nesta conferência plenária apresentar-se-ão algumas reflexões sobre educação matemática em contextos de diversidade cultural. Como se podem preparar educadores e professores para trabalhar numa sala de aula multicultural? Como se podem motivar alunos de origens sócio-culturais diferentes? Como se pode contribuir para a realização do potencial matemático de todos os estudantes. Para estimular a reflexão dos participantes sobre este tipo de questões, serão apresentadas algumas experiências de pesquisa e de docência do palestrante. A conferência plenária é acompanhada pela realização, em três sessões, do mini-curso “Explorar algumas ideias matemáticas de origem africana na educação matemática”.

**Palavras-chava:** África; Angola; Colômbia; Culturas indígenas; Diversidade cultural; Educação matemática; Formação de professores; Moçambique.

#### Abstract

Countries like Colombia and Mozambique are characterized by their cultural diversity and richness. In this plenary conference some reflections about mathematics education in contexts of cultural diversity will be presented. How may educators and teachers be prepared to work in a multicultural classroom? How can one motivate pupils of different social-cultural backgrounds? How can one contribute towards the realization of the mathematical potential of all students? To stimulate the reflection of the participants about this type of questions some experiences both in research and in teaching of the author will be presented. The mini-course “Explore some mathematical ideas of African origin in mathematics education”, realized in three sessions, accompanies the plenary lecture.

**Keywords:** Africa; Angola; Colombia; Cultural diversity; Indigenous cultures; Mathematics education; Mozambique; Teacher education.

---

<sup>1</sup> Universidade-ISTEG, Boane, Mozambique e Vice-Presidente, Academia Africana de Ciências Email: [Paulus.gerdes@gmail.com](mailto:Paulus.gerdes@gmail.com). O texto constitui um resumo alargado da conferência plenária.

## UM CONVITE À REFLEXÃO

O tema do 14º encontro colombiano é “*Matemática y diversidad cultural: Educación – Matemática – Cultura: Enseñar y Aprender Matemática en un País Diverso*”. Iniciemos a nossa reflexão sobre este tema, apresentando um desafio. Qual é a especificidade da “matemática”?

Como seria a nossa reflexão, se o tema fosse “Desporto e diversidade cultural: Educação – Desporto – Cultura: Ensinar e Aprender Desporto num País Diverso”? Qual é a imagem nacional e internacional do desporto colombiano? Por exemplo, a imagem de Caterine Ibarguen, campeã mundial de triple salto, ou, a imagem das equipes colombianas de futebol (Colômbia, campeão do mundo de futebol em 2014, 2018...)?

Como seria a nossa reflexão, se o tema fosse “Dança e diversidade cultural: Educação – Danza - Cultura: Ensinar e Aprender Dança num País Diverso”? Observando o entusiasmo de todos os participantes na cerimônia inaugural do 14º Encontro Colombiano, não há nenhuma dúvida de que as danças apresentadas oriundas de várias partes da Colômbia são muito apreciadas por todos os professores de matemática presentes. As matemáticas também são tão apreciadas pelos estudantes colombianos?

Como seria a nossa reflexão, se o tema fosse “Música e diversidade cultural: Educação – Música – Cultura: Ensinar e Aprender Música num País Diverso”? Aqui em Barranquilla encontra-se uma estátua de Joe Arroyo, músico e cantor “em busca da herança musical africana”. Que inspiração será que ele nos poderá dar para a reflexão sobre o nosso tema?

Realmente, o desporto / o jogo, a dança e a música são atividades universais, desenvolvidas em todas as culturas humanas. E ninguém duvida a herança africana e indígena nelas, aqui na Colômbia. O mesmo será verdade para a matemática na Colômbia?

No que diz respeito à matemática, o que poderá significar ir “em busca da herança matemática africana” ou ir em busca “da herança matemática indígena”?

## ALGUMAS PERGUNTAS...

Muitos utilizam hoje em dia um telefone celular. Num telefone celular se enraizou alguma ideia de origem africana? Ou de origem indígena?

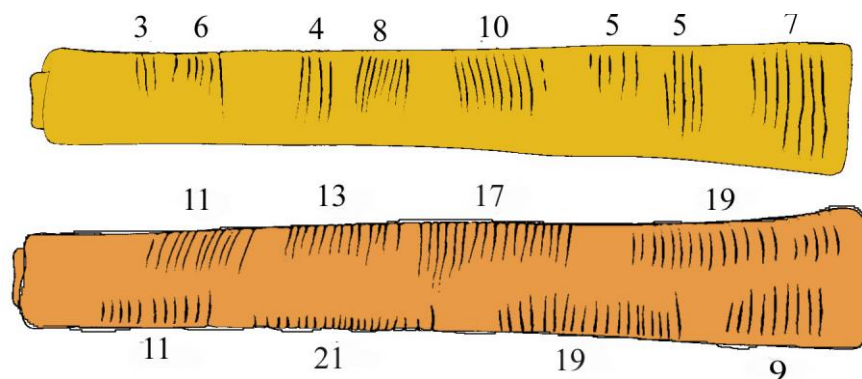
Outra pergunta: Adultos colombianos conhecem alguma ideia matemática de origem africana? E os alunos nas escolas?

Voltemos a estas perguntas mais tarde. Apresentarei antes alguns exemplos de ideias matemáticas concebidas na história do continente africano.

### ÁFRICA E A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA (VIDE A BIBLIOGRAFIA ANOTADA [Gerdes & Djebbar, 2007])

Desde há muito tempo, africanos têm desenvolvido diversas ideias matemáticas. Seguem brevemente alguns exemplos históricos.

Numa cave em Blombos (Cabo Ocidental, África do Sul) seres humanos gravaram em vários objetos (70.000-80.000 a.C.) figuras simétricas, rectas paralelas, rectângulos, triângulos e losangos. Por volta de 33.000 a.C., habitantes das montanhas Libombo (Kwazulu-Natal, África do Sul, zona fronteiriça com Mozambique e Suazilândia) utilizaram uma barra de contagem com 29 tracinhos. Aproximadamente 20.000 a.C. pessoas em Ishango (Congo atual) gravaram várias quantidades de tracinhos em ossos. A Figura 1 mostra frente e o verso do osso mais famoso.



**Figura 1.** Frente e verso do osso mais famoso de Ishango

Observando as quantidades, pode-se dizer que houve algum interesse em duplicação (3 e 6, 4 e 8, 5 e 10), números ímpares e primos (11, 13, 17, 19). Na última fila vêem-se quantidades correspondentes a  $10+1$ ,  $20+1$ ,  $20-1$ , e  $10-1$ . Talvez um sistema emergente de numeração com base dez? Surpreendentemente, as somas das quantidades das duas filas no verso não são somente iguais,

$$11 + 13 + 17 + 19 = 11 + 21 + 19 + 9,$$

mas são iguais a 60, esse número com muitos divisores próprios (2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20 e 30), que ainda hoje se utiliza na contagem do tempo (um minuto tem 60 segundos...).

### Exemplos do noroeste de África

Saltemos muitos séculos, saltemos o Egito Antigo, e vejamos alguns exemplos do noroeste de África no século 12. Esta região é chamada Maghreb. Observe um fragmento dum manuscrito daquele tempo (Figura 2). Está escrito na língua árabe, lendo-se da direita para a esquerda.

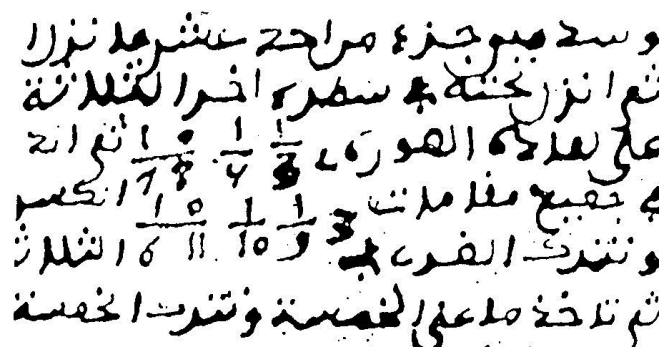


Figura 2. Parte dum texto do Maghreb (Século 12)

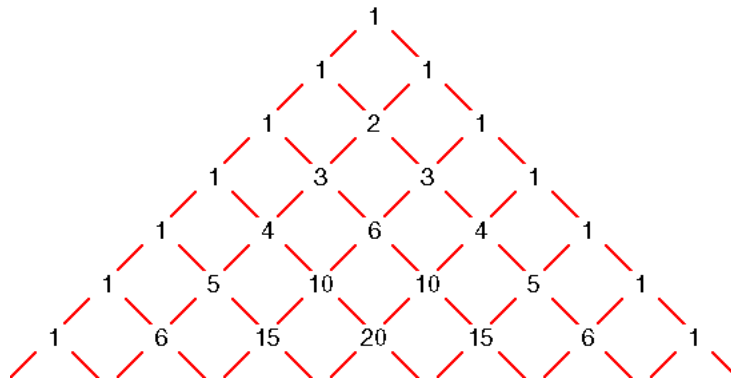
Mesmo, não conhecendo a língua árabe, podem-se notar alguns símbolos. Parecem os símbolos que se ensina na Colômbia para as fracções.

Uma grande contribuição histórica do Maghreb do século 12 foi o desenvolvimento de toda uma simbologia, introduzindo símbolos para substituir a utilização de palavras para descrever quantidades ou operações. Vários matemáticos contribuíram para este desenvolvimento, sendo de destacar Ibn al-Yasamin, que talvez tenha sido o autor do fragmento de manuscrito apresentado. Ele faleceu em 1204. O seu nome significa “filho da flor do jasmim”. A mãe dele era uma escrava negra proveniente da zona ao Sul do deserto de Sahara, liberta de acordo com a legislação da época por ter tido um filho com um homem livre. Ibn al-Yasamin tornou-se famoso como matemático, poeta e professor. Como professor utilizava poemas para ensinar a matemática e os seus métodos foram utilizados durante vários séculos.

Quando uma criança colombiana utiliza um telefone celular, habitua-se ao uso de símbolos, uma ideia que teve como uma das suas origens na cultura africana, nos trabalhos de Ibn al-Yasamin e de outros.

Observemos mais um exemplo, surpreendente, desta vez do ensino superior.

Como se chama, na Colômbia, este triângulo de números? (Figura 3)



**Figura 3.** Triângulo numérico

Costuma-se chamar, na Colômbia e em diversos outros países, “Triângulo de Pascal”. De facto, Blaise Pascal (1623-1662) foi um matemático francês do século 17. Agora observe parte duma página dum manuscrito proveniente do Maghreb, escrito, no século 13, por Ibn Munim (vide Figura 4).

وهكذا تحيطه المنان مع الجدول										جدول جمع الجداول
من عشرة الوان										1
جدول الشرابي التي من تسعة الوان تسعة الوان										9
جدول الشرابي التي من ثمانية الوان ثمانية الوان										10
جدول الشرابي التي من سبعة الوان سبعة الوان										8
جدول الشرابي التي من ستة الوان ستة الوان										7
من خمسة الوان خمسة الوان										6
من اربعة الوان اربعة الوان										5
من ثلاثة الوان ثلاثة الوان										4
من اثنان الوان اثنان الوان										3
من لون لون										2
										1
لون اول	لون ثاني	لون ثالث	لون رابع	لون خامس	لون سادس	لون سابع	لون ثامن	لون تاسع	لون عاشر	10

**Figura 4.** Parte duma página num manuscrito de Ibn Munim

Nesta página do manuscrito vê-se, numa posição diferente (o topo do “triângulo” está em baixo, à esquerda), o chamado “triângulo de Pascal”, quatro séculos antes de Pascal! O texto de Ibn Munim é um trabalho de investigação em linguística matemática e nele o autor apresenta diversas fórmulas novas para além do famoso “triângulo de Pascal”, fórmulas estas conhecidas como fórmulas de Cardano, Fermat ou com nomes de outros matemáticos europeus que viviam quatro séculos mais tarde. É necessário reescrever a história da matemática. Muita da chamada “matemática ocidental” que se lecciona nas escolas tem raízes em culturas africanas, asiáticas e também americanas.

Convido os presentes a refletirem sobre as implicações para o desenvolvimento curricular e o ensino da matemática na Colômbia, em particular, nas comunidades com presença significativa de alunos de origem africana ou oriundos de culturas indígenas. Por exemplo, quais são as práticas de cálculo mental desenvolvidas nas várias comunidades e como se podem incorporá-las no ensino da matemática nas escolas?

### **Exemplo: Práticas de cálculo mental**

Deixe-me fazer uma pergunta. Os professores e estudantes de matemática, aqui presentes no salão, são bons em cálculo mental?

Quem poderá calcular mentalmente

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = ?$$

Ou, quem poderá calcular rapidamente

“Quantos segundos viveu um homem de 70 anos, 17 dias e 12 horas?”

Conseguem calcular?

Não fui eu que inventou estas perguntas. São duas perguntas, de entre muitas outras, que foram colocadas, em 1788, a um escravo negro na Virgínia na América do Norte. Em pouco tempo, o escravo Thomas Fuller respondeu “São dois bilhões, duzentos e dez milhões,....., são

$$2.210.500.800 \text{ segundos}”$$

Thomas Fuller (1710-1790) era um prodígio em cálculo mental (ver Gerdes & Fauvel, 1990). Deu essas respostas a alguns homens brancos que visitaram e testaram este famoso calculador, quando Fuller já tinha quase oitenta anos de idade. Ele nasceu em África por

volta de 1710. Já sabia calcular muito bem mentalmente quando foi capturado e levado, em 1724, à América de Norte.

Pesquisas nas últimas décadas mostram que, ainda hoje em dia, existem tradições fortes de cálculo mental em várias partes da África, desde Senegal e Nigéria no Oeste até Moçambique no Sudeste do continente. Investigações realizadas na Universidade Pedagógica em Moçambique demonstraram a utilização de algoritmos de cálculo interessantes (por exemplo, a multiplicação de números baseada na duplicação repetida por mulheres comerciantes) fora do contexto escolar, mas com todo um potencial de serem incorporados na formação de professores e no ensino primário ou básico.

Volto à pergunta: Que métodos de cálculo são utilizados fora da escola na Colômbia? Quem poderá analisá-los? Quem poderá experimentar com a sua incorporação, de uma forma ou de outra, na escola? Qual será o papel da formação de professores?

Neste âmbito poder-se-ão colocar muitas questões para reflexão, tais como: “Quem faz matemática?”; “Quem inventa ou descobre ideias matemáticas?”; “O que é pensamento matemático?”; “Quem ou que cultura poderá definir o que é matemática?”, ver Gerdes (2007a, 2011a, 2012a, 2012b)

## **EXPERIMENTAÇÃO E EXPLORAÇÃO EDUCACIONAL**

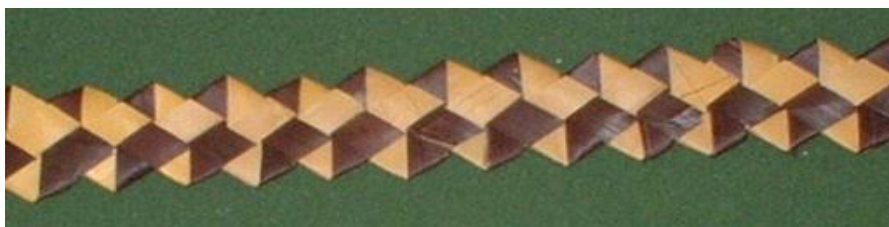
Como se pode incorporar práticas extra-escolares no ensino da matemática? No mini-curso “Explorar algumas ideias matemáticas de origem africana na educação matemática” que acompanha a conferência plenária se deram vários exemplos, tais como (1ª sessão) ilustrações na areia de Angola, ver Gerdes (2010a, 2012c, 2010b, 2012e), (2ª sessão) entrecruzamento de algumas fitas e de alguns poliedros com propriedades de várias partes de África com paralelos em algumas culturas indígenas da América do Sul, ver Gerdes (2012d, 2011c, 1999, 2003), (3ª sessão) explorar contextos da arte e decoração de trançados para descobrir e demonstrar o chamado teorema de Pitágoras, ver Gerdes (2011b, 1999).

Resumamos agora um outro exemplo, ilustrando-o com alguns desenhos e fotografias, ver Gerdes (2012d, 2011d). Em várias zonas e culturas de Moçambique produzem-se chapéus como este ilustrado na Figura 5.



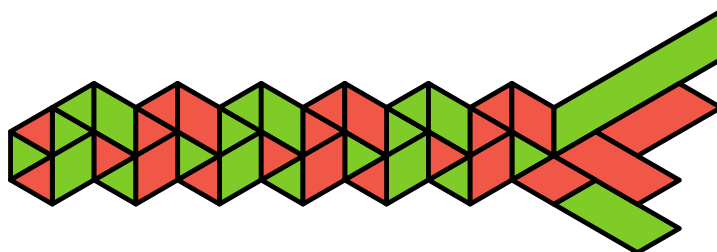
**Figura 5.** Um chapéu trançado de Moçambique

É feito a partir de bandas entrecruzadas em zigue-zague, que posteriormente são cosidas entre si (Vide a Figura 6).



**Figura 6.** Uma banda entrecruzada

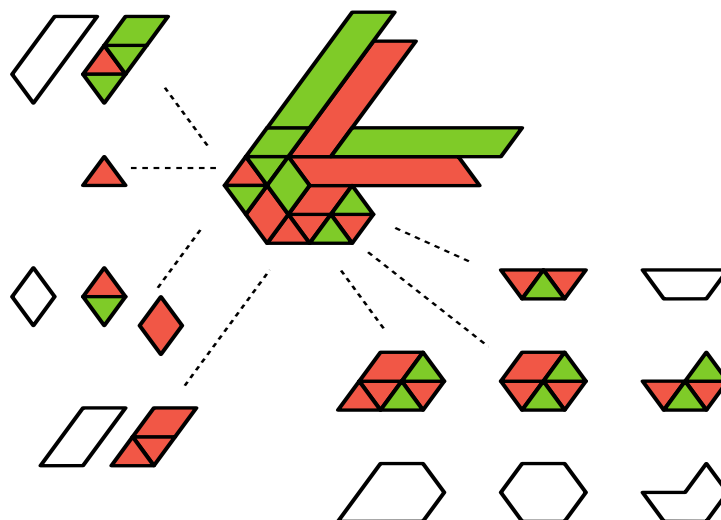
Ao trazer o conhecimento dessa técnica da fora de escola, para dentro do contexto escolar poder-se-á experimentar. As crianças produzem as tiras e observam a estrutura resultante e as figuras geométricas (Figura 7).



**Figura 7.** Estrutura duma banda entrecruzada em zigue-zague

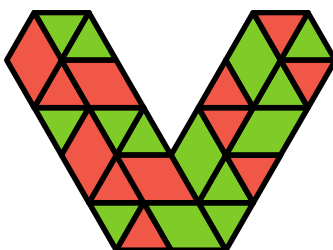
Por exemplo, as crianças podem observar vários polígonos e analisar as relações entre eles (cf. Gerdes 2007b): triângulos, losangos, trapézios, paralelogramas, pentágonos, hexágonos (vide a Figura 8).





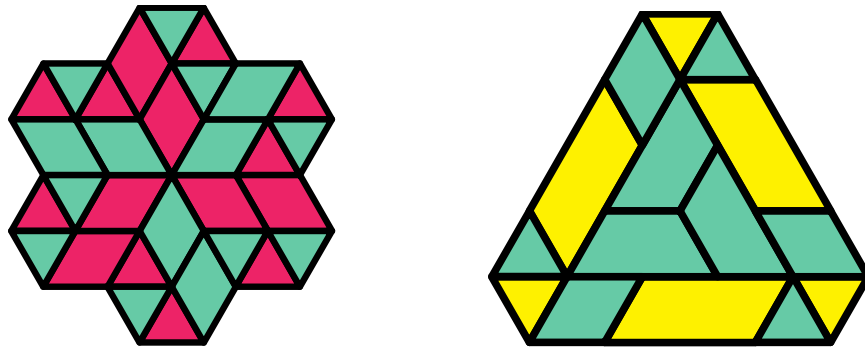
**Figura 8.** Observação de vários polígonos

Pode-se convidar as crianças a inventar novas estruturas e analisá-las individualmente e em grupo. Por exemplo, uma menina de nome Vitória inventou a seguinte estrutura que representa a letra V.



**Figura 9.** Entrecruzar a letra V

Logo surge na turma a questão “Quais são as letras que se podem entrançar com a mesma técnica?” E mais em geral “Que figuras se pode entrecruzar com esta técnica” e “De quantas se precisa em cada caso?” (Vide os exemplos na Figura 10).



**Figura 10.** Estrela hexagonal e hexágono entrecruzados

Nos cursos de formação de professores poder-se-á experimentar com a exploração educacional diversos contextos culturais extra-escolares, preparando o futuro docente para tomar iniciativa de pesquisa cultural e experimentação educacional quando já está a trabalhar na comunidade, na escola como professor.

## REFERÊNCIAS <sup>2</sup>

### **Alguns livros para (futuros) professores de matemática sobre o tema:**

- Gerdes, P. (2007a). *Etnomatemática: Reflexões sobre Matemática e Diversidade Cultural*. Ribeirão, Portugal: Portuga, Edições Húmus.
- Gerdes, P. (2012a). *Etnomatemática: Cultura, Matemática, Educação*. Morrisville NC (EUA): ISTEg, Boane & Lulu.
- Gerdes, P. (2012b). *Etnogeometria: Cultura e o Despertar do Pensamento Geométrico*. Morrisville NC: ISTEg, Boane & Lulu.
- Gerdes, P. (2012c). *Geometria Sona de Angola: Matemática duma Tradição Africana*. Morrisville NC: ISTEg, Boane & Lulu.
- Gerdes, P. (2010a). *Da etnomatemática a arte-design e matrizes cíclicas*. Belo Horizonte, Brasil: Editora Autêntica.
- Gerdes, P. (2012d). *Othava: Fazer Cestos e Geometria na Cultura Makhuwa do Nordeste de Moçambique*. Morrisville NC: ISTEg, Boane & Lulu.
- Gerdes, P. (2011a). *Mulheres, Cultura e Geometria na África Austral*, Centro Moçambicano de Pesquisa Etnomatemática. Morrisville NC: Maputo & Lulu.

<sup>2</sup> Os livros distribuídos pela Editora Lulu existem também em formato electrónico e podem ser baixados gratuitamente (<http://www.lulu.com/spotlight/pgerdes>)

Gerdes, P. (2014). Reflexões sobre o ensino da matemática e diversidade cultural. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 108-118.

Gerdes, P. (2003). *Sipatsi: Cestaria e Geometria na Cultura Tonga de Inhambane*. Lisboa: Moçambique Editora, Maputo & Texto Editora.

Gerdes, P. (2011b). *Pitágoras Africano: Um estudo em Cultura e Educação Matemática*. Centro Moçambicano de Pesquisa Etnomatemática. Morrisville NC: Maputo & Lulu.

Gerdes, P. (2011c). *Geometria dos Trançados Bora na Amazônia Peruana*. São Paulo: Livraria da Física.

Gerdes, P. (1999). *Geometry from Africa: Mathematical and Educational Explorations*. Washington DC: The Mathematical Association of America.

#### **Para alunos e estudantes:**

Gerdes, P. (2011d). *Mundial de Futebol e de Trançados*. Morrisville NC: Lulu.

Gerdes, P. (2010b). *Viver a matemática: Desenhos de Angola*. São Paulo: Editorial Diáspora.

Gerdes, P. (2012e). *Lusona: Recreações Geométricas de África: Problemas e Soluções*. Morrisville NC: Lulu.

Gerdes, P. (2007b). *Jogo dos bisos. Puzzles e divertimentos*. Morrisville NC: Lulu.

#### **Bibliografia sobre a matemática na história e culturas africanas:**

Gerdes, P. & Djebbar, A. (2007). *Mathematics in African History and Cultures. An annotated Bibliography*. Morrisville NC: African Mathematical Union & Lulu.

#### **Artigo sobre Thomas Fuller:**

Gerdes, P. & Fauvel, J. (1990). African Slave and Calculating Prodigy: Bicentenary of the Death of Thomas Fuller. *Historia Mathematica*, Vol. 17, 141-151.