

*EXPERIENCIA DIDACTICA :  
RESOLUCION DE PROBLEMAS INTERESANTES  
Y POCO FRECUENTES EN LA E.G.B. ( \* )*

*M<sup>a</sup> Candelaria Alonso Martín  
Josefa Hernández Domínguez  
M<sup>a</sup> Mercedes Palarea Medina  
Martín Manuel Socas Robayna*

1. INTRODUCCION

Existe entre el profesorado de E.G.B. y, en consecuencia, entre sus alumnos, una excesiva pretensión por asimilar los esquemas sobre problemas "de sumar", "de restar", "de multiplicar", "de dividir" y, a partir de estos, "de operaciones combinadas", intentando desarrollarlos como modelo exclusivo. Consideramos que este intento es incompleto en cuanto a la educación matemática como modelo de razonamiento.

Dichos esquemas pueden y deben ser asimilados e interiorizados por los alumnos; pero no debe ser éste el único objetivo de lo que entendemos por "razonamiento matemático para la resolución de problemas en la Educación Básica".

Es muy importante enseñar al niño a razonar utilizando la Matemática y, por tanto, es necesario abrir otras vías de razonamiento tan interesantes, al menos, como los clásicos problemas anteriores que, insistimos, no deben ser descuidados, pero sí complementados.

(\*) El presente trabajo es complemento o continuación del titulado "Propuesta didáctica sobre resolución de problemas de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones en la E.G.B." y fue objeto de una comunicación en las VI Jornadas de la Soc. Canaria de Profs. de Mats. "Isaac Newton".

Hay que tener en cuenta que, normalmente, los libros de texto actuales no plantean el tipo de problemas al que nos referimos, ni tampoco suelen hacerlo los profesores. Podría pensarse que, por la formación matemática que proporciona la actual E.G.B., los alumnos son capaces de superar estos problemas no rutinarios, pero la realidad nos muestra lo contrario. Los resultados obtenidos en pruebas sin preparación previa realizadas en diferentes colegios, en las que se propusieron algunos de los problemas que damos más adelante como ejemplos, son muy poco satisfactorios; especialmente en cuanto al uso de gráficos.

Ante esta situación, hemos pensado en mejorar la eficacia de nuestra enseñanza-aprendizaje y proponer una nueva metodología en la que incluimos la resolución de problemas "interesantes y poco frecuentes".

## 2. ASPECTOS GENERALES SOBRE EL PROCESO DE APRENDIZAJE PROPUESTO Y LA METODOLOGIA SEGUIDA

Tradicionalmente se piensa que los problemas deben ser propuestos después de explicar la teoría, de manera repetitiva y mecánica, sin contemplar la posibilidad de adquirir nuevos conceptos a través de ellos. Por otro lado, suelen plantearse series de problemas equivalentes que lleven a memorizar, no a razonar.

Con nuestra propuesta pretendemos desarrollar mejor el pensamiento y razonamiento matemáticos, que permitan al alumno integrar conocimientos nuevos, conceptos y propiedades, y estimular la investigación personal.

El diseño que hemos elaborado para ello supone, fundamentalmente, la utilización de dos fichas-modelo y una ficha de seguimiento, que reproducimos en los anexos y cuyo uso detallaremos más adelante.

La experiencia tiene en cuenta, principalmente, los siguientes aspectos:

- a) Los cuatro pasos de Polya para la resolución de problemas.
- b) Las etapas del aprendizaje que señala Bruner.
- c) El método científico.
- d) La relación partes-todo como base del razonamiento matemático.

tico.

e) El lenguaje de los gráficos.

Con la utilización de las fichas-modelo se persigue que los alumnos logren su propia estrategia mental para resolver cualquier problema que se les presente en lo sucesivo. Esta estrategia no es otra cosa que el método científico aplicado a la Matemática, utilizando la lógica y la heurística.

La ficha M-3 (anexo 1) consta de los siguientes apartados:

- . Enunciado-historia
- . Gráfico-viñeta
- . ¿Qué datos te dan?
- . ¿Qué te piden?
- . Calcula lo que te piden sin utilizar fórmulas
- . Resultado
- . Escribe la historia con el resultado obtenido.

El gráfico-viñeta tiene una doble intención: que el profesor capte si el niño ha entendido o no la información escrita y acostumbrar le a expresar en forma esquematizada dicha información.

El apartado "Calcula lo que te piden sin utilizar fórmulas" es el fundamental de la ficha, ya que ayuda al alumno a leer, comprender, investigar y razonar el problema, con lo que ha de prescindir de la aplicación rutinaria de la fórmula-receta. Le proporciona las ventajas de poder resolver de modo diferente una misma situación, y a su vez de distintas maneras, mediante la utilización del lenguaje de los gráficos.

El "escribir la historia con el resultado obtenido" obliga al niño a mirar hacia atrás y contrastar su resultado con los datos, lo que le permite darse cuenta si dicho resultado es o no lógico.

Sugerimos el empleo de esta ficha a partir del último nivel del Ciclo Medio.

La ficha M-4, que se presenta para utilizar en el Ciclo Superior, se diferencia de la anterior en que pretende que el alumno llegue a la generalización de la situación planteada en el enunciado del pro -

blema, pase de lo particular a lo general. Para ello se añade el apartado "Obtén la fórmula". La reproducimos en el anexo 2.

Mediante la "ficha de seguimiento" (anexo 4), el profesor evalúa cada problema, pudiendo detectar las habilidades y proceso de razonamiento de cada alumno.

Nos referiremos, por último, al lenguaje de los gráficos, al que concedemos una gran importancia.

Con este lenguaje se introduce a los niños en el mundo de las relaciones matemáticas. Deben representar situaciones concretas, surgidas de la vida cotidiana, mediante gráficos. Es muy importante ir educándolos en esta matemática de las relaciones y no exclusivamente en la del número, ya que establecer relaciones y, dentro de éstas, clasificar y ordenar, son operaciones fundamentales de la mente humana, utilizadas en la vida diaria y en el mundo científico. Especial mención merecen los diagramas; comentaremos algunos tipos y acompañaremos ejemplos de problemas en que pueden ser empleados :

*Diagramas de flechas.* - Permiten representar importantes hechos acerca de una relación, de un modo sugerente para los niños y, ordinariamente, más adecuado que mediante palabras. Por medio de ellos, se facilita el estudio de situaciones diversas y un razonamiento próximo a la realidad.

Ejemplos :

1. Se quieren repartir 42 manzanas en bolsas de 6 manzanas. ¿Cuántas bolsas se necesitan?

2. Con una caja de 40 cerillas Juan quiere formar la letra H tantas veces como sea posible. ¿Cuántas H podrá formar?

*Diagramas de doble entrada.* - Están íntimamente relacionados con el lenguaje de las flechas, aunque su uso implica una mayor abstracción; por ello, sólo deben introducirse a partir de los 9 ó 10 años. Permiten establecer relaciones diversas entre colecciones diferentes.

Las tablas de doble entrada deben ser utilizadas en la aritmética para establecer todo tipo de relaciones entre números : múltiplos,

divisores, tablas pitagóricas, etc.

Ejemplos :

3. María, Carolina, Juan, Felipe, Silvia y Víctor piensan cada uno una cifra del conjunto 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. ¿Cuántas respuestas diferentes pueden dar nuestros amigos? ¿Y del conjunto 0, 1, 2, 3, 4, 5?

4. Ricardo quiere comprar un coche. Le ofrecen un modelo con tres puertas y otro con dos. De los dos modelos tienen coches blancos, rojos, negros, azules y verdes. Averigua el número posible de elecciones que tiene Ricardo.

*Diagramas de Venn.* - Relacionados también con el lenguaje de las flechas, su principal función es establecer relaciones entre el "todo" y alguna(s) de las "partes", o bien, entre colecciones diferentes o subcolecciones de un mismo conjunto referencial.

Ejemplos :

5. En una empresa de construcción hay 16 trabajadores : 8 son peones, 8 son albañiles, 6 son carpinteros, 4 son peones albañiles y 2 son peones carpinteros. Representar mediante una "distribución espacial" la situación de estos trabajadores.

( Esta situación puede ser también representada mediante un diagrama rectangular, de Carroll o de Karnaugh ).

6. En una clase de 20 alumnos, 10 aprobaron Lengua; 5, Matemáticas; 4, Dibujo; 2, Lengua y Matemáticas; 2, Matemáticas y Dibujo; 2, Lengua y Dibujo y 1 las tres asignaturas. Representa esta situación.

*Diagramas de árbol.* - Dentro del lenguaje de los gráficos, son los más interesantes. Tienen muchas aplicaciones en problemas de la vida real, en cuya resolución no es necesario el empleo de fórmulas. Pueden ser completos, inversos e incompletos.

Ejemplo del uso de un diagrama incompleto :

7. Dos personas se encuentran en la calle con tres amigos y se saludan. ¿ Cuántos apretones de manos se intercambian?

*Diagramas de orden ( lineales o ramificados )*

Ejemplo de diagrama lineal :

8. Utilizando dos bastones, el de +6 y el de -9, establecer el mínimo de combinaciones posibles para que, partiendo del +5, lleguemos a alcanzar el blanco, que es el +20.

Ejemplo de diagrama ramificado :

9. Coloca los números 4, 6, 8, 10, 12 y 14 en los círculos, de modo que ninguno quede unido por una raya a un divisor o múltiplo suyo.

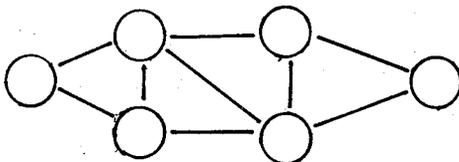
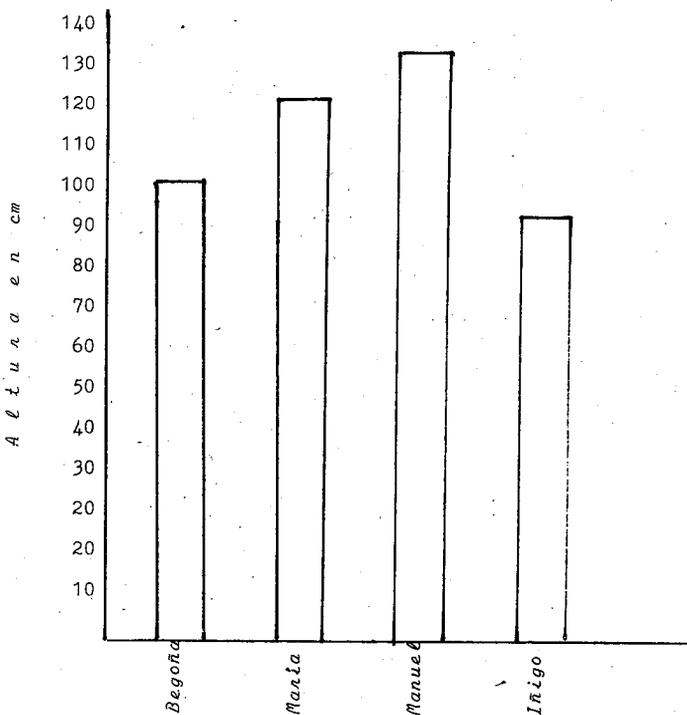


Diagrama de barras

Ejemplo :

10. Observa el diagrama adjunto y contesta: ¿Cuánto mide Iñigo? ¿Cómo se llama el niño que mide 1'30 m?



3. OTROS EJEMPLOS DE PROBLEMAS

11. ¿Cuántos números de dos cifras, que tengan las dos cifras distintas, pueden formarse con las cifras 4, 5, 6, 7, y 8 ?

12. Si Juan es menor que Pedro; Pedro es mayor que Andrés y - Juan es mayor que Andrés :

¿Quién es el mayor?

¿Quién es el menor?

13. Escribe la conclusión en la línea de puntos:

a)

La leche se corta si se le añade limón.

Le he añadido limón a esta leche.

Por lo tanto,.....

b)

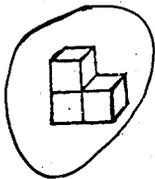
Todos los negros tienen el pelo rizado.

Este señor tiene el pelo rizado.

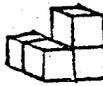
Por tanto,.....

14. Hay que dividir un cuadrado en cuatro trozos iguales. Di- buja las soluciones posibles.

15. ¿Qué figura es igual a la que está encerrada?



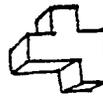
A



B



C



D



E

16. Una persona desea trasladarse desde La Laguna (Tenerife)- a Telde (Gran Canaria). Para ir al muelle de Santa Cruz de Tenerife puede hacerlo en guaga o en coche. Para llegar al de Gran Canaria puede to mar el Jet-Foil o el Ferry. Para trasladarse desde el muelle de Gran Ca naria a la ciudad de Telde, puede utilizar la guaga o un coche. De cuán tas maneras diferentes puede realizar el viaje?

17. En las campañas de repoblación forestal de pinos llevadas

Al cabo en Tenerife, después del verano de 1983, tres niños de Vilaflor plantaron dos pinos cada uno. Si de cada pino crecen dos, ¿cuántos habrá después de tres generaciones?

18. Luisa y Pedro han inventado el siguiente juego : Lanzas por turno una chapa sobre el tablero de la figura y van sumando los puntos que obtienen. Gana quien primero llegue a 100. ¿Cuál es el número mínimo de tiradas para ganar? Al cabo de 4 tiradas, Luisa tiene 59 puntos, ¿con qué números los obtuvo?

		20	1	
18	4	10	16	3
6	9	7	5	12
2	13	8	15	11

19. Encuentra los números que deben ir en las casillas en blanco para que se cumplan las igualdades que se indican, tanto vertical como horizontalmente.

	+		:		=	3
x		x		x		
	+		-		=	2
:		+		-		
3	+		:		=	2
=		=		=		
4		8		2		

20. Averigua el nombre de cada leñador con los siguientes datos: Juan y Antonio tienen hachas demasiado grandes. Las de Pedro y Lucas son muy pequeñas. Lucas está entre Marcos y Antonio. Juan, entre Pedro y Enrique.



#### 4. COMENTARIO SOBRE EVALUACIONES REALIZADAS CON ANTERIORIDAD A NUESTRA EXPERIENCIA

En la introducción de este trabajo sosteníamos que :

1º) estos tipos de problemas no son generalmente propuestos ;  
2º) pese a la formación matemática que proporciona -o debe proporcionar- la actual E.G.B., los chicos suelen fracasar en el intento de resolverlos, si no se han ejercitado previamente en ello.

Basamos estas afirmaciones en lo que sigue :

En una evaluación del Ciclo Inicial propuesta por el M.E.C. - en Octubre de 1983, mediante una prueba de 52 items, que realizaron 8921 - alumnos, no aparece ningún problema de los que estamos considerando.

Tampoco se proponen en la evaluación del Ciclo Medio, para alumnos de la Comunidad Andaluza, hecha en Junio de 1984, con unas pruebas de 18 ó 20 items.

No los hemos encontrado casi en la revisión hecha de los libros de texto más al uso.

El bajo nivel de aciertos de alumnos a los que no se les ha enseñado ninguna estrategia a seguir para resolver estos problemas no rutinarios, lo hemos comprobado al calificar pruebas en diversos centros de nuestra Comunidad y en las que propusimos algunos de los reseñados aquí. Veamos algunos ejemplos:

Los números 4, 7 y 11 sólo los resuelven bien la mitad de los 161 alumnos del Ciclo Superior a los que se les propuso. En el último, sólo 3 alumnos hacen uso de gráficas.

En el 13, propuesto a 79 alumnos de dicho ciclo, una considerable cantidad de ellos se deja influenciar por las "apariencias" del lenguaje y llega a una conclusión falsa.

De un grupo de 29 alumnos, también del último ciclo, alrededor de un 90% resuelve mal o no resuelve el problema 17.

#### 5. DESARROLLO Y ANALISIS DE LA EXPERIENCIA

Realizamos nuestra experiencia en 7 colegios de Tenerife, con un total de 562 alumnos del Ciclo Superior.

Para no alterar demasiado la marcha de la clase, los profesores encargados de llevar a cabo la experiencia sólo propusieron los tipos de problemas que sugerimos, una o dos veces por semana.

Inicialmente, dieron una orientación mínima a los alumnos respecto a la utilización de la ficha modelo, e insistieron en la necesidad de seguir los pasos que en ella se indican.

Según la dificultad del problema propuesto, se concedía un tiempo de una hora a tres cuartos para su resolución. Posteriormente tenía lugar una puesta en común, donde intervenía directamente el profesor para destacar detalles importantes, sugerir algún tipo de gráfico, etc.

Entre las observaciones hechas en la experiencia realizada, destacamos las siguientes :

.. El desarrollo de la capacidad de expresión gráfica, debido al dibujo reiterado de viñetas. Por otro lado, los alumnos se ven obligados a leer detenidamente los enunciados para reflejar la información dada por escrito.

.. A través de las relaciones "historia-viñeta" y "viñeta (esquematización)-historia", van avanzando en el complejo problema de la conexión del lenguaje con la acción mental o manipulativa.

.. Aprenden rápidamente a distinguir datos de incógnitas.

.. Desarrollan un sentido crítico ante los resultados.

.. Y, en cuanto a estos problemas no repetitivos, observamos que despiertan interés y agrado por la metodología activa que su resolución requiere. La fase de puesta en común facilita la participación y permite que los razonamientos de unos enriquezcan a otros.

#### BIBLIOGRAFIA

La reseñada en " *Propuesta didáctica sobre resolución de problemas de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones*"

ENUNCIADO-HISTORIA

GRÁFICO-VIÑETA

¿QUÉ DATOS TE DAN? ¿QUÉ TE PIDEN?

CALCULA LO QUE TE PIDEN SIN UTILIZAR FÓRMULAS

RESULTADO

ESCRIBE LA HISTORIA CON EL RESULTADO OBTENIDO

ENUNCIADO-HISTORIA

GRAFICO-VIÑETA

¿QUÉ DATOS TE DAN?

¿QUÉ TE PIDEN?

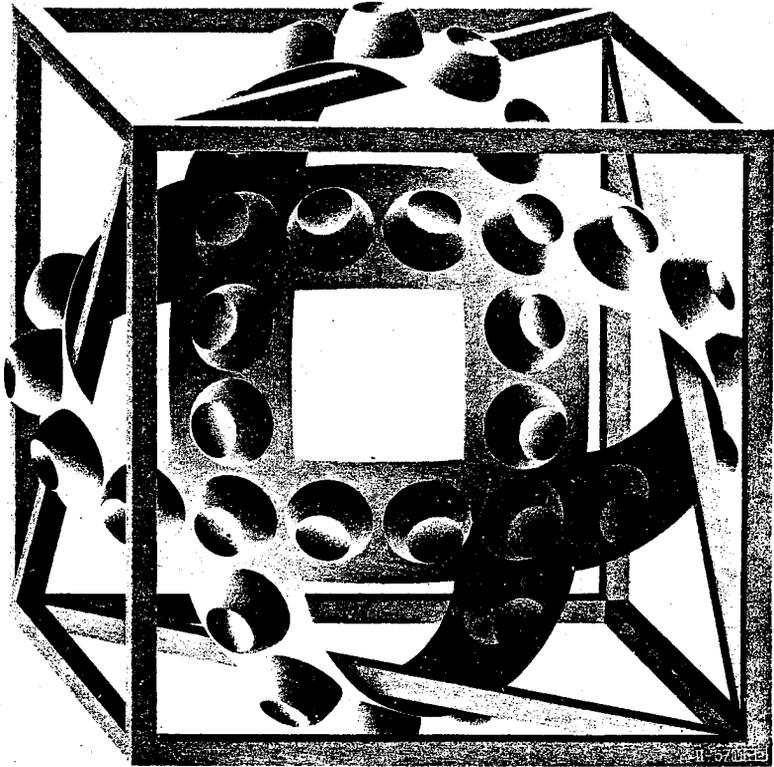
CALCULA LO QUE TE PIDEN SIN UTILIZAR FÓRMULAS

RESULTADO

OBTÉN LA FÓRMULA

ESCRIBE LA HISTORIA CON LA FÓRMULA OBTENIDA





ESCHER

55. Kubus met banden - Cube with magic ribbons - Würfel mit magischen Bändern - Cube aux rubans magiques