

# Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno<sup>1</sup>

Variational thinking Development ninth grade students

Variacionais pensamento desenvolvimentista estudantes nona série

**Recibido:** mayo de 2013  
**Aprobado:** agosto de 2013

Oscar Mauricio Gómez Ospina<sup>2</sup>

## Resumen

Estas notas hacen parte del trabajo de investigación que se está realizando y tiene como objeto de estudio las características que se presentan en el desarrollo del pensamiento variacional asociadas con los procesos de cambio y variación, en un grupo de estudiantes de grado noveno. Se presenta el planteamiento de algunos elementos problemáticos y justificativos en relación con el pensamiento variacional, así mismo, en el marco de referencia conceptual, se abordan algunos elementos teóricos revisados en la literatura nacional e internacional y una serie de fases que intentan responder la pregunta de investigación. En la parte final, muy brevemente, se plantean elementos de conclusión y así aportar algunos elementos que potencien la acción pedagógica en las aulas de nuestro país.

**Palabras clave:** Pensamiento variacional; Cambio; Variación; Matemáticas Escolares; Álgebra; Relaciones

## Abstract

These notes are part of the research that is being done and has as an object of study the characteristics presented in variational thinking development associated with the processes of change and variation, in a group of ninth grade students. Being presented some problematic elements and evidence in relation to the variational thought, also, in the conceptual framework, addresses some theoretical elements reviewed in the national and international literature and a series of phases that try to answer the question of research. In the end, very briefly, propose elements of conclusion and so contribute some elements that enhance the pedagogical action in the classrooms of our country.

**Keywords:** variational Thinking, Change, Change, School Mathematics, Algebra, Foreign.

1 Artículo de Investigación

2 Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Maestría en Educación. Contacto: [omgo26@gmail.com](mailto:omgo26@gmail.com)

## Resumo

Estas notas são parte da pesquisa que está sendo feito e tem como objeto de estudo as características apresentadas no desenvolvimento de pensamento variacional associada com os processos de mudança e variação, em um grupo de alunos do nono grau. Sendo apresentados alguns elementos problemáticos e provas em relação ao pensamento variacional, também, no âmbito conceitual, aborda alguns elementos teóricos revisados na literatura nacional e internacional e uma série de fases que tentam responder à pergunta de pesquisa. No fim das contas, muito brevemente, propor elementos de conclusão e assim contribuir com alguns elementos que melhoram a ação pedagógica nas salas de aula do nosso país.

**Palavras-chave:** Pensamento variacional, Mudança, mudança, Matemática Escolar, Álgebra, estrangeiros.

## Presentación del problema

El pensamiento variacional se ha convertido en los últimos años en un componente de interés de los investigadores en educación matemática. En Colombia, el Ministerio Nacional de Educación MEN (1998) viene presentando sugerencias para el trabajo de aula en matemáticas, en las cuales se plantea el trabajo considerando diferentes clases de pensamiento: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional. Esta tipología de pensamientos, según el MEN (1998), haría parte constitutiva de una estructura curricular en las matemáticas escolares.

El MEN (1998), señala que el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes involucra otros tipos de pensamiento (numérico, métrico, por ejemplo) y conmina a plantear tareas y/o situaciones que favorezcan su desarrollo, el cual está caracterizado por dos elementos interrelacionados como lo son el cambio y la variación.

Por otra parte en los Estándares Básicos en competencias (MEN, 2003) se identifican algunas tareas relacionadas con el pensamiento variacional

[...] este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas

o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

Por su parte, Vasco (2006) señala que:

El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una forma de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distinta magnitud en los subprocesos recortados de la realidad.

Desde los anteriores planteamientos, es importante identificar los elementos o características del pensamiento variacional y su relación con el pensamiento matemático, así mismo el estudio de la variación y el cambio marca un camino para satisfacer las necesidades que presentan los estudiantes entre los conceptos, la dinámica, sus representaciones, y el movimiento real de los objetos en sus contextos.

A partir de la problemática planteada, surge el interés por abordar la caracterización del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno asociada al cambio y la variación. En consecuencia, se plantea una investigación que pretende caracterizar o evidenciar posibles elementos presentes en el pensamiento variacional, a partir de tareas que evoquen desarrollo y evidencien algunas

características del pensamiento variacional. En este sentido, este trabajo intenta dar luces de respuesta a la pregunta:

¿Cuáles son las características o elementos presentes en el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de noveno grado cuando abordan tareas en las cuales subyacen elementos sobre cambio y variación?

### Marco de referencia conceptual

Villa-Ochoa (2010), señalan que la noción de variación se ha convertido en los últimos años en un elemento que ha llamado la atención de investigadores al interior de la Educación Matemática, tanto por su estrecha relación con algunos conceptos matemáticos (proporción, tasa de variación, función, derivada, integrales, ecuaciones diferenciales, entre otros) como porque permite caracterizar un estilo propio de razonamiento (CARLSON, JACOBS, COE, LARSEN, & HSU, 2003; VILLA-OCHOA Y MESA, 2009) y de pensamiento (CANTORAL Y FARFÁN, 1998; VASCO, 2006).

De acuerdo con Cantoral, Molina y Sánchez (2005), el término variacional, relacionado con el concepto de variación, es entendido como una cuantificación del cambio. De esta manera, para estos autores, la idea de variación toma una importancia considerable ya que el estudio de la misma está ligado al estudio de diferentes situaciones de movimientos en nuestro entorno.

En los lineamientos curriculares MEN (1998), la variación se proponen a partir del desarrollo del pensamiento variacional donde se sugiere tomar situaciones del entorno, relacionadas fenómenos de cambio y variación, para ello propone el uso de

diversos sistemas de representación como son los sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

Vasco (2006) reconoce la importancia de la variación en la educación matemática en los procesos de modelación:

El principal propósito del pensamiento variacional es pues la modelación matemática. No es propiamente la resolución de problemas ni de ejercicios; al contrario, los mejores problemas o ejercicios deberían ser desafíos o retos de modelar algún proceso. Para poder resolver un problema interesante tengo que armar primero un modelo de la situación en donde las variables covaríen en forma semejante a las de la situación problemática, y no puedo hacerlo sin activar mi pensamiento variacional.

Al respecto Villa-Ochoa (2010) señala que: “el desarrollo de la variación no debe estar restringido de manera exclusivamente a la modelación matemática” Vasco (2006) propone unas fases o momentos en la captación de patrones de variación; lo que cambia y lo que permanece, estas fases no son de forma lineal y no necesariamente se presentan en forma secuencial: Momento de creación del modelo, Momento de echar a andar el modelo, Momento de comparar los resultados con el proceso modelado, Momento de revisión del modelo.

Villa (2006) reconocen dentro del estudio de la variación la representación como elemento base para su comprensión:

El estudio de los conceptos, procedimientos y métodos que involucran la variación, están integrados a diferentes sistemas de representación -gráficas, tabulares, expresiones verbales, diagramas, expresiones simbólicas, ejemplos particulares y generales – para permitir, a través de ellos, la comprensión de los conceptos matemáticos. De esta manera se hacen significativas las situaciones

que dependen del estudio sistemático de la variación, pues se obliga no sólo a manifestar actitudes de observación y registro, sino también, a procesos de tratamiento, coordinación y conversión.

## Metodología

Este proyecto se enmarca en un enfoque de investigación cualitativa, de tipo descriptivo e interpretativo (Ernest, 1991). La investigación en este enfoque permite observar qué características están presentes en el desarrollo del pensamiento variacional asociados al cambio y la variación. El proceso investigativo proporcionará información en relación con: las situaciones matemáticas (tareas direccionadas al desarrollo del pensamiento variacional en relación con el cambio y la variación), la selección de la población (Estudiantes de noveno grado de un colegio privado en Bogotá, Colombia), métodos de recolección de datos (intervención en el aula, notas de campo, hojas de trabajo y entrevistas semiestructuradas), sistematización de la experiencia (análisis de la recolección de datos), reflexiones de la práctica educativa (conclusiones)

Para el desarrollo de esta investigación se proponen las siguientes fases de estudio:

Fase 1: Revisión de la literatura nacional e internacional sobre actividades relacionadas con el desarrollo del pensamiento variacional.

Fase 2: Diseño de tareas

Fase 3: Implementación de las tareas

Fase 4: Recolección de datos

Fase 5. Selección de datos

Fase 6. Análisis e interpretación de datos

Fase 7. Elaboración de informe que documente la experiencia

## Análisis de datos

Es importante tener en cuenta que hasta el momento la investigación se encuentra en la fase 2 (diseño de tareas), inicialmente se quiere mirar en las producciones de los estudiantes elementos asociados con el cambio y la variación, que podrían estar presentes en el desarrollo de tareas como las que se presenta a continuación.

Los puntos A y G son vértices de la caja. Se sabe que el segmento  $AB = 4$  cm, el segmento  $BC = 3$  cm y el segmento  $BE = 2$  cm y el punto P pertenece al segmento  $BC$ . Encontrar el valor mínimo de  $AP + PF$ . Pinto, R. (2006).

En consecuencia en este capítulo se consignarán y analizarán los datos obtenidos en relación con la a la intervención en el aula, las notas de campo, hojas de trabajo y entrevistas semiestructuradas, todas estas bajo las situaciones matemáticas (tareas direccionadas al desarrollo del pensamiento variacional en relación con el cambio y la variación).

## Conclusiones

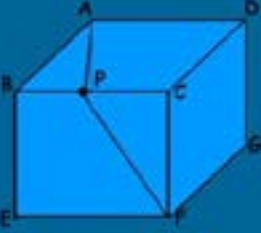
- El estudio del pensamiento variacional en la escuela debe surgir a partir de tareas sobre la noción de cambio, variación y procesos de modelación, buscando desarrollos por comprensión y no como un estudio formal de conceptos.
- Los procesos de modelación están relacionados directamente con la cuantificación del cambio y estudio de la variación.

## Grafica 1

**Teorema de Pitágoras**

Num triângulo rectângulo o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Exercício 8.  
Os pontos A a G são vértices da caixa. Sabendo que  $\overline{AB} = 4$ ,  $\overline{BC} = 3$ ,  $\overline{BE} = 2$ . O ponto P pertence ao lado BC.  
Encontra o valor mínimo de  $\overline{AP} + \overline{PF}$ .



Ver sugestão em: [http://www.ies.co.jp/math/products/geo2/applets/min\\_rittai/min\\_rittai.html](http://www.ies.co.jp/math/products/geo2/applets/min_rittai/min_rittai.html)

Fuente: Elaboración propia

- Basado en los antecedentes investigativos sobre pensamiento variacional surge la necesidad de profundizar en su estudio buscando caracterizar el desarrollo del pensamiento variacional en la escuela; diseñando y aplicando una serie de tareas en cuales subyacen elementos sobre cambio y variación.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of Mathematics Education*. London: Falmer Press.

Ministerio de Educación Nacional M.E.N. (2004). *Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales*. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación, M.E.N. (1998). *Lineamientos curriculares área de matemáticas*. Bogotá, Colombia.

Ministerio Nacional de Educación. M.E.N. (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá, Colombia: M.E.N.

Pinto, R. (2006). Matemáticas 3° Ciclo, Brazil. Recuperado de <http://www.rpedu.pintorcardo.com>

Vasco, C. E. (2006). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. Cali, Colombia. recuperado de: [http://pibid.mat.ufrgs.br/20092010/arquivos\\_publicacoes1/](http://pibid.mat.ufrgs.br/20092010/arquivos_publicacoes1/)

## Referencias

Cantoral, R., Farfán, R.M., Cordero, F., Alanís, J.A., Rodríguez, R.A. y Garza, A. (2000). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Trillas.

Cantoral, R., Molina, J.G. y Sánchez, M. (2005). *Socioepistemología de la Predicción*. En J. Lezama, M. Sánchez y J.G. Molina (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (Volumen 18, pp. 463-468). CLAME: México.

indicacoes\_01/pensamento\_variacional\_VASCO.pdf

Villa, O. J. (2010). *Razonamiento covariacional en el estudio de funciones cuadráticas.*

Villa, O. J. (2006). *La comprensión de la tasa de variación para una aproximación al concepto de derivada.* Un análisis desde la teoría de pirie y kieren.