

# Una propuesta para el abordaje de la refracción y reflexión total interna utilizando el GeoGebra

## A proposal for analyzing the refraction and total internal reflection using GeoGebra

---

ANGELA K. CERVANTES M.<sup>1</sup>  
LEONELA M. RUBIO U.<sup>2</sup>  
JUAN LUIS PRIETO G.<sup>3</sup>

### Resumen

*En ocasiones la falta de insumos en las instituciones escolares afecta el desarrollo de las prácticas de laboratorio de Física en secundaria. Sin embargo, el uso de GeoGebra como simulador de fenómenos físicos ofrece una alternativa para suplir esta falta. Pero la integración del GeoGebra en la instrucción no se logra de forma inmediata, pues requiere que los profesores tengan una comprensión integrada de los contenidos a enseñar en relación a las posibilidades didácticas del programa. Por ello este trabajo presenta una secuencia para analizar la refracción y reflexión total interna usando el GeoGebra, con el propósito de ofrecer al profesorado la oportunidad de conocer algunas bondades del software y guiarles en la integración de tecnologías en sus clases.*

**Palabras Clave:** Física, GeoGebra, refracción de la luz, reflexión total interna.

### Abstract:

*In some occasions, the lack of input in scholar institutions affects the development of the practices of Physics laboratory's in high schools. However, the use of GeoGebra as a simulator of physical phenomena offers an alternative to fill this need. But the integration of GeoGebra within teaching is not accomplished immediately, because it requires teachers to have an integrated comprehension of the contents to teach with respect to software didactical possibilities. Therefore, this paper presents a sequence to analyze refraction and total internal reflection using GeoGebra, with the aim to offer teachers the opportunity to know some advantages of this software and guide them in the technology integration during their classes.*

**Key Words:** Physics, GeoGebra, refraction of light, total internal reflection.

### Resumo:

*Às vezes, a falta de insumos nas escolas afeta o desenvolvimento dos laboratórios de Física no ensino médio. No entanto, a utilização do GeoGebra como um simulador de fenômenos físicos fornece uma alternativa para suprir esta falta. Mas a integração do GeoGebra ao ensino, não implica em êxito imediato, é necessário que os professores tenham uma*

---

<sup>1</sup> Instituto GeoGebra de Maracaibo, Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática, Venezuela – [angela.cervantes@aprenderenred.com.ve](mailto:angela.cervantes@aprenderenred.com.ve).

<sup>2</sup> Instituto GeoGebra de Maracaibo, Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática, Venezuela – [leonela.rubio@aprenderenred.com.ve](mailto:leonela.rubio@aprenderenred.com.ve).

<sup>3</sup> Universidad del Zulia, Instituto GeoGebra de Maracaibo, Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática, Venezuela – [juan.prieto@aprenderenred.com.ve](mailto:juan.prieto@aprenderenred.com.ve).

*compreensão integrada dos conteúdos a serem ensinados em relação às possibilidades didáticas do programa. Portanto, este trabalho apresenta uma sequência para analisar a refração e reflexão interna total usando GeoGebra, a fim de proporcionar aos professores a oportunidade de conhecer alguns dos benefícios do software e orientá-los na integração de tecnologia em suas salas de aula.*

**Palavras-chave:** Física, GeoGebra, refração da luz, reflexão interna total.

## **INTRODUCCIÓN**

La enseñanza de la Física comprende la realización de clases tanto teóricas – en donde se exponen los conceptos y leyes fundamentales – como de corte experimental – en las que se comprueban estas leyes a través de prácticas de laboratorio. A pesar de que las clases prácticas juegan un papel importante en la comprensión de los fenómenos físicos, su desarrollo exitoso está condicionado en gran parte por la capacidad del profesorado de crear actividades de laboratorio que faciliten la construcción de significados y motiven al estudio de los fenómenos físicos, así como por la voluntad de las instituciones de habilitar y mantener equipados los espacios de laboratorio con la instrumentación necesaria para realizar las prácticas (FLORES, CABALLERO Y MOREIRA, 2009). La falta de estos insumos en nuestras instituciones de Educación Media ocasiona muchas veces que la experiencia del laboratorio de Física no cubra las expectativas de aprendizaje de los estudiantes y, en el peor de los casos, que estas prácticas no se realicen en lo absoluto.

Frente a esta realidad, hoy en día surgen alternativas que pueden garantizar el desarrollo de las prácticas de laboratorio en instituciones que no cuentan con las condiciones mínimas para impartirlas. Entre estas alternativas se tiene al GeoGebra, un software de libre acceso cuyas herramientas no sólo permiten estudiar Matemática – función principal de la herramienta – sino también representar dinámicamente o simular el comportamiento de diversos fenómenos físicos con el fin de brindar a los estudiantes una experiencia parecida a la que tendrían al realizar la experimentación con materiales concretos en clases de laboratorio (HERNÁNDEZ, 2011; PODOLEFSKY, PERKINS Y ADAMS, 2009). Algunas experiencias en la región han mostrado que el uso de estos simuladores en las clases de Física que tratan contenidos de cinemática y campo eléctrico, fomenta el interés por el estudio de esta ciencia, garantiza la posibilidad de discutir las ideas y de generar conjeturas alusivas al fenómeno observado (MARINELLI y LOMBARDO, 2013; VISCAÍNO y CASTIBLANCO, 2010). Pero la información relativa al uso del GeoGebra para tratar

contenidos de óptica geométrica es escasa, más aún cuando se trata de los fenómenos de refracción y reflexión total interna.

La enseñanza de la óptica geométrica en Venezuela, y particularmente de los fenómenos de refracción y reflexión total interna, tiene lugar a partir del tercer año de Educación Media (14-15 años de edad). Sin embargo, las dificultades inherentes a la instrumentación de prácticas de óptica y la tendencia entre el profesorado de abordar solo los contenidos de cinemática reducen considerablemente las posibilidades de aprendizaje de la refracción y reflexión total interna por parte de los estudiantes (VILLAREAL, LOBO, GUTIÉRREZ, BRICEÑO y DÍAZ, 2005). Pese a los esfuerzos realizados por el Estado para dotar las escuelas con salas de computación – *Centros Bolivarianos de Informática y Telemática (CBIT)*<sup>4</sup> – y a los estudiantes con portátiles de última generación – *Proyecto Canaima Educativo* – (PLANAS, 2005), las dificultades inherentes al desarrollo de las prácticas de Física persisten, lo que hace a la simulación con GeoGebra de estos fenómenos una alternativa que puede contribuir a superar estas dificultades.

En este contexto, seguidamente se describe una secuencia de análisis de los fenómenos de refracción y reflexión total interna utilizando un simulador creado con el GeoGebra. El simulador en cuestión emula el comportamiento de estos fenómenos desde el punto de vista de las relaciones de medida existentes entre los ángulos de incidencia, refracción y reflexión formados por un rayo de luz al variar los índices de refracción correspondientes a los medios involucrados. La descripción se acompaña de una breve explicación de las consideraciones que guiaron el diseño del simulador. La utilización del mismo según la secuencia propuesta ofrece a los profesores de Física la oportunidad de desarrollar actividades prácticas referidas al estudio de estos fenómenos mediante la integración eficiente de tecnologías digitales en su práctica docente. Por otro lado, con la experiencia se busca incentivar en los profesores la preparación de sus propios materiales con GeoGebra.

## **1. CONSIDERACIONES TEÓRICAS DEL DISEÑO**

Antes de iniciar la descripción de la secuencia conviene precisar algunas ideas teóricas para favorecer la comprensión de la misma. En primer lugar, debe señalarse que el objeto de

---

<sup>4</sup> Más información en: <http://fundabit.gob.ve/proyectos/cbit>.

estudio de esta propuesta está enmarcado en la Óptica, una rama de la Física que analiza las propiedades y fenómenos asociados a la luz, como es el caso de la “refracción”. Ésta ocurre cuando se desvía la trayectoria rectilínea de un rayo de luz al pasar de un medio transparente a otro, lo que ocasiona un cambio en la rapidez del rayo debido la dependencia de esta magnitud sobre el medio de propagación. Vale destacar que la rapidez de la luz en el vacío es mayor que en cualquier otro medio de propagación. A partir de esto, es posible establecer una medida de la reducción de la rapidez de la luz ocasionada por un medio de propagación, a la cual se le denomina “índice de refracción” ( $n$ ) y viene dado por la razón  $\frac{c}{v}$ , donde  $c$  y  $v$  representan la rapidez de la luz en el vacío y en el medio de propagación respectivamente (FELIPE y ALBARRÁN, 1998).

Dado que los índices de refracción son valores conocidos, propios de cada material y dependen de la longitud de onda de la luz incidente, en esta secuencia se simulará con el GeoGebra un rayo de luz con una longitud de onda de 589 Nm, correspondiente a la luz amarilla, la cual es de uso común en los textos escolares. Tomando en cuenta los índices de refracción de los medios involucrados en el fenómeno y los ángulos que forman el rayo incidente y el refractado con la normal (recta perpendicular a la superficie sobre la que incide el rayo), puede establecerse una fórmula que los relacione, la cual se conoce como *Ley de Snell* y tiene la forma  $n_1 \cdot \text{sen } \theta_i = n_2 \cdot \text{sen } \theta_r$ , siendo  $n_1$  y  $n_2$  los índices de refracción de los medios 1 y 2 respectivamente,  $\theta_i$  el ángulo de incidencia del rayo luminoso y  $\theta_r$  el ángulo refractado (SERWAY y BEICHNER, 2002). Dependiendo del par de medios que atraviese la luz, ésta puede refractarse o no. En este último caso ocurre el fenómeno de la reflexión total interna, la cual se analizará más adelante.

## **2. CONSIDERACIONES TÉCNICAS DEL DISEÑO**

En segundo lugar, se considera que mediante el uso de herramientas propias del GeoGebra pueden simularse algunos fenómenos físicos, incluyendo los casos de la refracción y reflexión total interna, dado que en ellos subyacen ciertas relaciones matemáticas o fórmulas que modelizan su comportamiento. A partir de estas fórmulas es posible elaborar un procedimiento de construcción consistente que sirva de base para la simulación de los fenómenos en el programa. Aunado a esto, se asume que, dependiendo de la relación de medida que exista entre los índices de refracción, pueden visualizarse fenómenos distintos

al variar el ángulo de incidencia, por lo cual se ha decidido estructurar la secuencia en dos momentos: (i) cuando  $n_1 < n_2$ , y (ii) cuando  $n_1 > n_2$ .

Para simular los fenómenos antes mencionados basta con representar los dos medios de propagación de la luz a través de la herramienta *Polígono*; crear tres deslizadores asociados al ángulo de incidencia del rayo y a los índices de refracción de ambos medios y construir el ángulo de incidencia, de refracción y de reflexión total interna para visualizar lo que ocurre con los mismos en cada uno de los momentos antes mencionados. En efecto, la variación de los valores en los deslizadores asociados a los índices de refracción equivale en Física a cambiar las sustancias a través de las cuales es transmitido el rayo de luz. De igual forma, la variación del deslizador vinculado al ángulo de incidencia equivale a girar el disco de Hartl, utilizado frecuentemente en los experimentos de refracción de la luz y sobre el que se coloca el medio 2, correspondiente al de un semicilindro de vidrio, generalmente.

### **3. DESCRIPCIÓN DEL RECURSO**

La interfaz del recurso que simula los fenómenos de refracción y reflexión total interna consta básicamente de: (i) la representación de los dos medios de propagación de la luz, (ii) los deslizadores asociados al ángulo de incidencia del rayo y a los índices de refracción de ambos medios, (iii) el ángulo de incidencia, de refracción y de reflexión total interna, y (iv) la representación algebraica de la ley física que rige el comportamiento de estos fenómenos. La vinculación de los objetos construidos para la simulación permite visualizar las relaciones de medida que existe entre los índices de refracción y los ángulos involucrados en la simulación.

Para la construcción del simulador fueron utilizadas varias de las herramientas del GeoGebra, entre ellas la herramienta *Polígono* para representar los dos medios de propagación de la luz, además de la herramienta *Deslizador* para lograr la representación gráfica del ángulo de incidencia construido, y los índices de los medios de propagación de la luz. La recta perpendicular a la superficie sobre la que incide el rayo, conocida comúnmente como la “normal”, fue construida utilizando la herramienta *Perpendicular*, mientras que el rayo de luz fue representado con la herramienta *Vector*. Finalmente, se utilizó la opción de texto dinámico para presentar en la vista gráfica la *Ley de Snell*.

Para lograr la simulación de los fenómenos de refracción y reflexión total interna con este recurso fue necesario ajustar convenientemente los deslizadores asociados al índice de refracción de cada medio que interviene en la situación. Luego de esto, debe activarse la opción *Animación Automática* al deslizador asociado al ángulo de incidencia del rayo luminoso para poder observar el funcionamiento del simulador. La figura 1 muestra la apariencia final del simulador propuesto en este trabajo. El mismo puede ser manipulado y descargado directamente desde: <https://tube.geogebra.org/material/show/id/1400495>.



**FIGURA 1:** El simulador compartido en GeoGebraTube.

**FUENTE:** Cervantes, A., Rubio, L. y Prieto, J.L. (2015)

## 4. DESCRIPCIÓN DE LA SECUENCIA

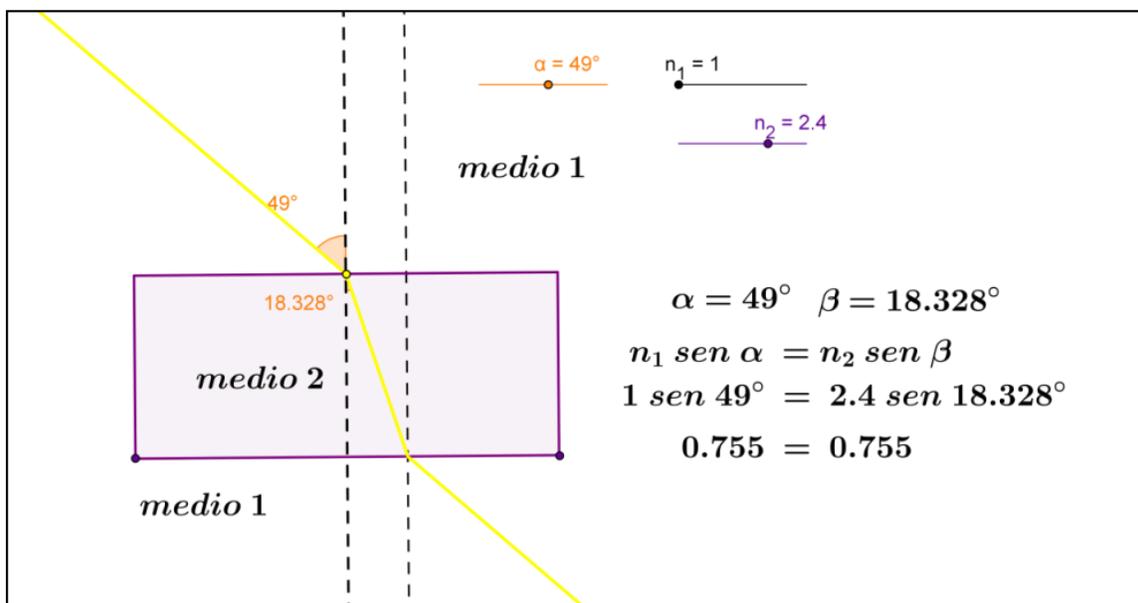
Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, a continuación se describe una secuencia para analizar la refracción y reflexión total interna con GeoGebra:

### 4.1. PRIMER MOMENTO: ESTUDIO DEL FENÓMENO DE REFRACCIÓN, CUANDO $n_1 < n_2$

Para visualizar con GeoGebra el comportamiento del rayo de luz refractado cuando el índice de refracción del medio 1 es menor que el índice de refracción del medio 2, es necesario realizar ajustes a los deslizadores asociados al índice de refracción de cada medio simulado. Por ejemplo, si se toma como medio 1 el aire y medio 2 el diamante, se debe

asignar al deslizador  $n_1$  el índice de refracción del aire ( $n_1 = 1$ ) y a  $n_2$  el índice de refracción del diamante ( $n_2 = 2,4$ ).

Luego de activar la opción *Animación Automática* al deslizador asociado al ángulo de incidencia del rayo luminoso, es posible observar que (i) para cualquier ángulo de incidencia habrá siempre un rayo de luz refractado y (ii) el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo refractado (ver Figura 2).



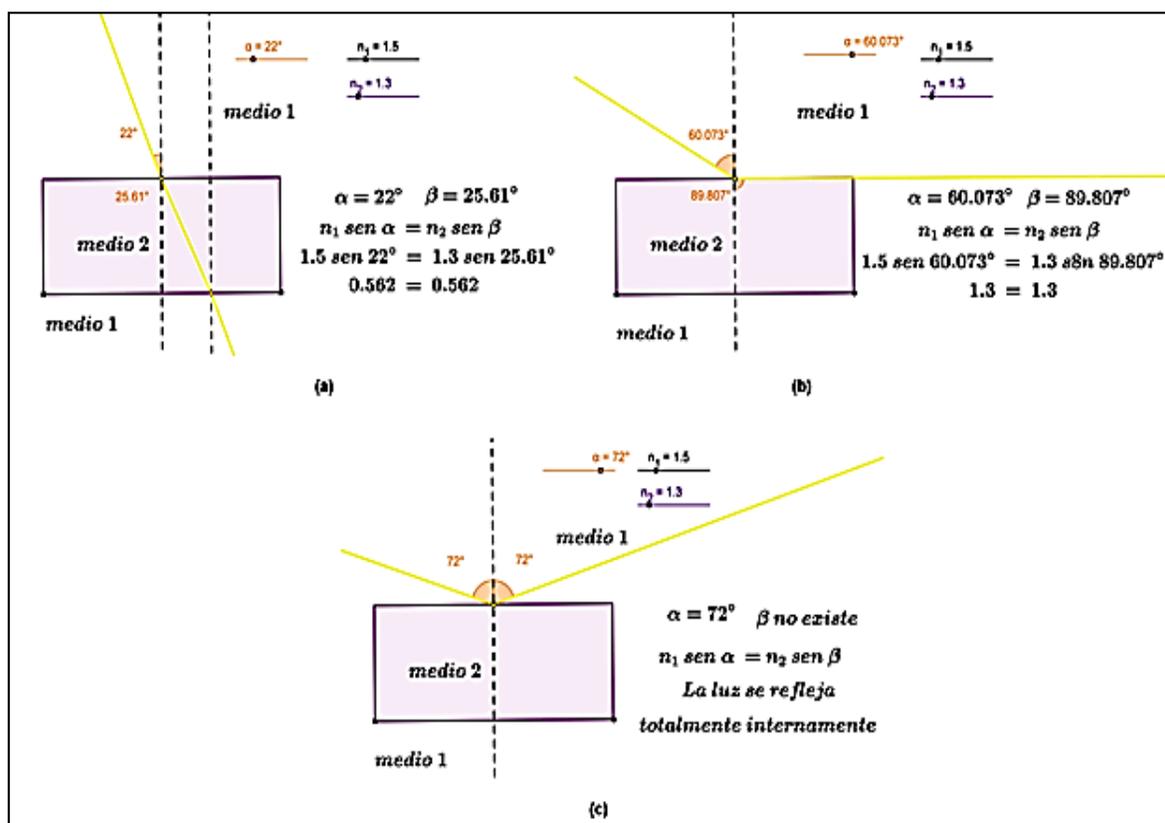
**FIGURA 2:** El Fenómeno de la Refracción.  
**FUENTE:** Cervantes, A., Rubio, L. y Montiel, G. (2013)

Una de las ventajas que ofrece GeoGebra en el estudio de este fenómeno es la posibilidad de cambiar, gracias a los deslizadores, los medios de propagación considerados para visualizar las condiciones bajo las cuales se produce la refracción. Por ejemplo, para simular como medio 1 el agua y medio 2 el vidrio corriente, sólo deben ajustarse los deslizadores asociados a los índices de refracción de los respectivos medios ( $n_1 = 1,3$  y  $n_2 = 1,5$ ); al variar el ángulo de incidencia se visualiza que las conclusiones obtenidas anteriormente se mantienen.

#### **4.2.SEGUNDO MOMENTO: DE LA REFRACCIÓN A LA REFLEXIÓN TOTAL INTERNA, CUANDO $n_1 > n_2$**

De igual manera que en el caso 1, en este caso es necesario ajustar los deslizadores correspondientes a  $n_1$  y  $n_2$  según los valores de los medios de propagación. Por ejemplo, si

se toma como medio 1 la glicerina ( $n_1 = 1,4$ ) y medio 2 el agua ( $n_2 = 1,3$ ), al activar la opción *Animación Automática* al deslizador asociado al ángulo de incidencia del rayo de luz es posible visualizar que (i) no para todo ángulo de incidencia habrá siempre un rayo de luz refractado y (ii) de existir refracción, el ángulo de incidencia será menor que el ángulo refractado, (ver Figura 3a). Estas conclusiones se cumplen para cada par de medios que tengan las características del segundo momento, cuestión que es posible verificar con el recurso.



**FIGURA 3:** De la refracción a la reflexión total interna.  
**FUENTE:** CERVANTES, A., RUBIO, L. y Montiel, G. (2013)

Como se mencionó anteriormente, es posible visualizar en el recurso que, cuando  $n_1 > n_2$ , existe un intervalo de ángulos incidentes para los cuales la luz no se refracta. Al menor de ellos se le llama “ángulo crítico” o límite. Mediante el uso del GeoGebra es posible aproximarse al valor de este ángulo con sólo modificar convenientemente el incremento del deslizador asociado al ángulo de incidencia (ver Figura 3b), lo que hace del programa un medio de verificación del resultado obtenido por la aplicación de la fórmula  $\theta_i =$

$\arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ , la cual se deriva de despejar  $\theta_i$  de la expresión  $n_1 \cdot \text{sen } \theta_i = n_2 \cdot \text{sen } \theta_r$ , siendo  $\theta_r$  igual a  $90^\circ$ . Esto último debido a que cuando  $\theta_r$  toma dicho valor el rayo de luz transmitido se ubica a lo largo de la frontera entre los dos medios, por tanto la amplitud del ángulo de incidencia correspondiente a  $\theta_i$  es también la amplitud del ángulo crítico o límite. Vale la pena destacar que este ángulo es distinto para cada par de medios.

La existencia del ángulo límite sugiere la presencia de otro fenómeno físico denominado “reflexión total interna”, el cual debe su nombre al hecho de que la totalidad de la luz incidente es reflejada en el interior del medio con mayor índice de refracción. La reflexión total interna obedece a las mismas leyes que rigen al fenómeno de reflexión de la luz, por lo tanto el ángulo que forma el rayo de luz reflejado con la normal es congruente con el ángulo de incidencia. Esto puede observarse a través de la variación del deslizador asociado a dicho ángulo (ver Figura 3c).

## CONCLUSIONES

Consideramos que el simulador descrito en este trabajo permite el abordaje de los fenómenos de refracción y reflexión total interna en instituciones con acceso limitado a las prácticas de laboratorio de Física, pero que cuentan con espacios y herramientas tecnológicas para ello. En líneas generales, el recurso ofrece un medio para la simulación dinámica de fenómenos dentro del campo de la Física cuyo estudio suele omitirse en muchos casos (HERNÁNDEZ, 2011). La puesta en práctica de esta secuencia brinda a los profesores de Física la oportunidad de propiciar un espacio de experimentación y de integración de tecnologías digitales en sus clases, y más precisamente en las experiencias de laboratorio, muy a pesar de las adversidades que enfrentan en algunas instituciones de Educación Media del país, aprovechando de esta manera los recursos informáticos disponibles en estos planteles y que muchas veces son subutilizados por los propios estudiantes (CARRILLO DE ALBORNOZ, 2012).

Sobre la integración eficiente de las tecnologías en clases de Física, vale destacar que este tipo de propuestas facilita el abordaje de determinados contenidos de esta disciplina de una manera diferente e innovadora, sustituyendo la secuencia didáctica habitual en la que, por lo general, se inicia con demostraciones matemáticas para culminar con las consecuentes

conclusiones física; por otra secuencia en la que se estudien primeramente los fenómenos desde una perspectiva de esta ciencia para concluir con la formulación matemática (GARCÍA y GIL, 2006; GIL, 1997). En el caso particular de esta propuesta, es posible lograr que los estudiantes doten de sentido los conceptos y principios asociados a la refracción y reflexión total interna, como es el caso de la *Ley de Snell* (GARCÍA y SÁNCHEZ, 2009), otorgándole al medio de Geometría Dinámica y a las técnicas instrumentadas su valor pragmático y epistemológico en la comprensión del concepto estudiando (ARTIGUE, 2002). Otra de las ventajas que ofrece GeoGebra como entorno para la simulación es la precisión, ya que reduce la cantidad de variables que generan errores experimentales en el desarrollo de las actividades de laboratorio.

## REFERENCIAS

ARTIGUE M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematics Learning*. 7, 245-274.

CARRILLO DE ALBORNOZ, A. (2012). El Dinamismo de GeoGebra. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 29 (1), 9-22.

CERVANTES, A., RUBIO, L. y MONTIEL, G. (2013). Secuencia para el análisis de la refracción y reflexión total interna con GeoGebra. En *Memorias de I Jornadas de Investigación Estudiantil de la FHE*. Universidad del Zulia, Maracaibo.

FELIPE, A. y ALBARRÁN, C. (1998). *Manual de Óptica Geométrica*. Valencia, España. Universidad de Valencia.

FLORES, J., CABALLERO M., y MOREIRA M. (2009). El laboratorio en la enseñanza de las ciencias: Una visión integral en este complejo ambiente de aprendizaje. *Revista de Investigación [online]*. 33 (68), 75-111.

GARCÍA, A. y GIL, M. (2006). Entornos constructivistas de aprendizaje basados en simulaciones informáticas. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*. 5 (2), 304-322.

GARCÍA, R. y SÁNCHEZ, D. (2009). La enseñanza de los conceptos físicos en secundaria: Diseño de secuencias didácticas que incorporan diversos tipos de actividades. *Latin American Journal of Physics Education*. 3 (1), 62-67.

GIL, S. (1997). Nuevas tecnologías en la enseñanza de la física oportunidades y desafíos. *Educación en Ciencias*. 1 (2), 34-43

HERNÁNDEZ, J. (2011). *Herramientas GeoGebra para Física*. Recuperado el 17 de junio de 2014 de [http://archive.geogebra.org/en/wiki/index.php/Herramientas\\_GeoGebra\\_para\\_Fisica](http://archive.geogebra.org/en/wiki/index.php/Herramientas_GeoGebra_para_Fisica)

MARINELLI, M. y LOMBARDO, G. (2013). Utilización de GeoGebra para el análisis de circuitos de corriente alterna. Recuperado el 17 de junio de 2014 de [http://gpcambiemos.org/documentos/memorias\\_congreso\\_2013/int/marcelo\\_marinelli\\_ar/circuito\\_corriente\\_alterna.pdf](http://gpcambiemos.org/documentos/memorias_congreso_2013/int/marcelo_marinelli_ar/circuito_corriente_alterna.pdf)

PLANAS, A. (2005). Los CBIT aliados de la Educación Integral y el Desarrollo Endógeno. *Infobit*. 2 (7), 12-14.

PODOLEFSKY, N.S., PERKINS, K.K. y ADAMS, W.K. (2009). Computer simulations to classrooms: tools for change. *Physics Education Research Conference*. AIP.

SERWAY, R. y BEICHNER, R. (2002). *Física para ciencias e ingeniería*. 5ta Edición. Tomo II. México D. F., México. Editorial McGraw-Hill.

VILLAREAL, M., LOBO, H., GUTIÉRREZ, G., BRICEÑO, J. y DÍAZ, J.C. (2005). La enseñanza de la Física frente al nuevo milenio. *Academia*. 4(8).

VISCAÍNO, D. y CASTIBLANCO, O. (2010). Un software como complemento para el análisis de la práctica experimental del péndulo. *Góndola*. 5(1), 11-26.