

<http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6>

ISSN: 2254-8351

Sección: Trabajos de fin de grado o máster

Educación Matemática en la Infancia

El aprendizaje de la descomposición aditiva en la Educación Infantil: Una propuesta para niños y niñas de 5 a 6 años

María Zúñiga Carpintero¹Sant Adrià del Besòs, Barcelona, mariacarmenzunigacarpintero@hotmail.com

Fecha de recepción: 27-01-2014

Fecha de aceptación: 10-02-2015

Fecha de publicación: 28-02-2015

RESUMEN

En este trabajo, estudio la descomposición aditiva en Educación Infantil a través de distintos tipos de situaciones. Comienzo por una revisión de la literatura. Después, describo una propuesta para el aprendizaje de la descomposición aditiva basada en tres tipos de actividades: un taller de resolución de problemas, una adaptación del tetrís como juego numérico colectivo, y el uso de marcos de cinco y de marcos de diez interactivos virtuales. El objetivo es registrar y analizar las estrategias que los niños utilizan para resolver estos tipos de problemas. En los resultados, hemos observado que los alumnos dominaban la escritura de sentencias numéricas. El buen nivel previo de competencia numérica de los alumnos ha favorecido la realización correcta de los problemas de descomposición.

Palabras clave: Educación infantil, matemáticas, descomposición aditiva, partes-todo, cálculo mental.

The learning of additive decomposition in kindergarten: A proposal for children from 5 to 6 years

ABSTRACT

In this paper, I study the learning of additive decomposition in kindergarten through different types of situations. I begin with a review of the literature. Then I describe a proposal for the learning of additive decomposition based on three types of activities: a workshop on problem solving, an adaptation of the game of Tetris as a collective number game, and the use of interactive virtual five frames and ten frames. The aim was to record and analyze the strategies that children use to solve these kind of problems. In the results, we have seen that students mastered writing number sentences. The good previous level of students' numerical competence has helped to the successful completion of decomposition problems.

Keywords: Additive decomposition, Early Childhood Education, mathematics, mental computation, part-whole relationship.

¹ Este artículo es una adaptación del trabajo de fin de grado presentado por la autora, el curso 2013-2014, en la Universidad Internacional de la Rioja (UNIR).

1. Introducción: El aprendizaje de la descomposición aditiva en educación infantil

En este trabajo se plantea una aproximación a la descomposición aditiva en la Educación Infantil desde tres perspectivas prácticas reales que han permitido estructurar la presente exposición siguiendo una secuencia clara del tratamiento utilizado. Y para garantizar uno de los principios de la educación matemática que indica Alsina (2012) en la etapa de Educación Infantil, su práctica ha tenido un enfoque globalizado, al facilitar la conexión de ideas extraídas de la práctica de la descomposición aditiva. A continuación se describen las tres partes del trabajo:

Cuentos. Se ha utilizado la narración de seis cuentos adaptados a problemas de descomposición aditiva para aprovechar la matemática que nos ofrece su literatura y, de esta manera, convertir los distintos conceptos matemáticos en un aprendizaje que esconda algo de maravilloso (Marín, 2007, p. 2).

Añadir en este planteamiento que se han propuesto problemas de descomposición aditiva que aceptan varias soluciones y para hacerlo se ha revisado la obra de De Castro y Hernández (2014) por el análisis que realizan a las estrategias que utilizan un grupo de niños de 5-6 años ante un problema factorial presentado a través de la lectura de un cuento y con posibilidad de encontrar distintas soluciones. Precisamente este artículo incluye un trabajo que también se ha consultado en el presente estudio, se trata de la investigación realizada por Schulman, Dacey & Eston (1999), estas autoras indican que si el ambiente del aula es rico en debate, los niños discuten sobre la validez de las respuestas posibles y evolucionan hasta encontrar varias o todas las soluciones.

Tetris. Se ha aplicado una versión adaptada del conocido juego "Tetris" para acceder al conocimiento de la descomposición aditiva de manera experiencial de cantidades. En este punto, se añade la geometría con el fin de utilizar el paralelismo que tiene con la aritmética aditiva y, de esta forma, facilitar conexiones entre los patrones comunes que guardan la descomposición de piezas y de números (Bravo, 2006).

Guzmán (2001) señala que el niño necesita jugar para desarrollarse, y que, a través de la relación que guarda el juego con las matemáticas, le permite familiarizarse con su uso y su justificación. Al mismo tiempo que, a través de la interacción social, aparecen discrepancias que ayudan a construir el nuevo conocimiento causando conflictos en las ideas previas.

"Five Frame-Ten Frame". Encontramos argumentos en el currículo de la Educación Infantil, (BOE, 4 enero 2007, p. 475) que indican que se debe potenciar desde la escuela un acercamiento a la realidad social a través de las Nuevas Tecnologías. Los alumnos de la etapa de infantil también deben ser preparados para desarrollar su competencia digital al utilizar las TIC, dado que esta herramienta ayuda a acceder a nuevas formas de comunicación y de representación del conocimiento que los alumnos deben conocer y dominar. Por todo lo comentado, hay que prepararlos de manera integral para que puedan vivir en sociedad.

Por todo lo dicho, considero necesario ofrecer un enfoque didáctico que permita fortalecer el proceso de enseñanza de la descomposición aditiva de forma rica y variada, para que los alumnos de la etapa de infantil puedan transferir su conocimiento informal a los algoritmos de la suma y de la resta de manera natural.

1.1. Objetivos

Los objetivos generales y específicos que se pretenden alcanzar en este taller son los siguientes:

1.1.1. Objetivo general

Diseñar una propuesta de intervención para trabajar la descomposición aditiva de objetivos y de números en contextos funcionales relacionados con los intereses de los niños, desde un enfoque globalizado e interdisciplinar para realizar las conexiones necesarias favoreciendo a la comprensión del uso del número y sus relaciones, dando sentido a una de las habilidades fundamentales y necesarias para desarrollar el cálculo mental.

1.1.2. Objetivos específicos

Para alcanzar el objetivo general, este trabajo se plantea los siguientes objetivos específicos que tienen como finalidad penetrar en el fenómeno estudiado en un contexto real, singular y específico para describir, comprender la problemática observada y llevar a cabo la parte empírica de la propuesta (Bernardo y Calderero, 2000).

- Revisar la presencia de la descomposición aditiva en los documentos curriculares.
- Revisar la literatura relevante relacionada con la descomposición aditiva y su papel en el primer aprendizaje numérico.
- Realizar el diseño de una propuesta de intervención para el aprendizaje de la descomposición aditiva, compuesta por tres tipos de actividades.
- Desarrollar la propuesta de actividades y valorar su adecuación para el aprendizaje de la descomposición aditiva.

2. Marco Teórico y Curricular

Antes de realizar la parte práctica de este trabajo, analizamos la descomposición aditiva partiendo de los documentos curriculares estatales y autonómicos, para realizar, posteriormente, una revisión a la literatura más representativa de este tema a través de los trabajos realizados por Bermejo (2004); Castro, Cañadas y Castro-Rodríguez y Castro (2013); Coronata y Alsina (2012); De Castro y Hernández (2014); De Castro y Escorial (2007); Godino, Batanero y Font (2003); Rafael (2007); Rico (2006); Schulman, Dacey & Eston (1999); Uriach & Pesce (2011), entre otros y de esta forma, poder entender bien cómo se produce el aprendizaje de la descomposición aditiva en la educación infantil, ya que su comprensión va a jugar un papel esencial en la etapa de primaria.

Desde esta perspectiva, se realiza la parte empírica de esta propuesta, basada en un modelo constructivista, donde por una parte, el docente guía y acompaña, con la finalidad de orientar y de fomentar la reflexión y, por otra, la actividad del alumno va a favorecer a su construcción matemática.

Partimos en primer lugar del currículo de la Educación Infantil, en el que se comprueba en los objetivos consultados que, aunque el concepto de descomposición aditiva es básico en los primeros conocimientos matemáticos, nos encontramos que el papel que ocupa la descomposición aditiva se mantiene, en todo momento, en un plano periférico. Sin embargo, se evidencia su presencia al constituir una fuente importante y determinante en la construcción de todos los objetivos citados.

A su vez, se consulta el currículo de la etapa de primaria, por ser etapas educativas vinculadas por su transición y encontramos que el concepto de descomposición aditiva ya aparece tímidamente entre los objetivos citados. Sin embargo, por el papel que ocupa en el aprendizaje matemático, sigue manteniendo su presencia periférica en la gran variedad de conocimientos matemáticos que aparecen. En la siguiente página se pueden consultar las tablas de los objetivos extraídos de los currículos de las Etapas de Infantil y de Primaria.

Tabla 1. *La descomposición aditiva en el currículo de Educación Infantil*

"La descomposición aditiva en el currículo de Educación Infantil" (RD 1630/2006; Decret 181/2008)	
Área-Conocimiento del entorno	
Para conocer y comprender cómo funciona la realidad, el niño indaga sobre el comportamiento y las propiedades de objetos y materias presentes en su entorno:	
1.	Actuar y establecer relaciones con los elementos
2.	Detectar semejanzas y diferencias
3.	Anticipar los efectos de sus acciones
4.	Desarrollar la capacidad para resolver sencillos problemas matemáticos de su vida cotidiana
5.	Discriminar, comparar y cuantificar colecciones mediante el uso de la serie numérica
6.	Establecer relaciones cuantitativas entre elementos y colecciones
7.	Descomponer un número de una cifra, mayor que 2, como suma de otros dos
8.	Ordenar los números de una cifra según los criterios numéricos; "sumar y restar uno"
9.	Resolver problemas que impliquen la realización de operaciones aritméticas básicas
<i>Objetivo general:</i> Manipular funcionalmente elementos y colecciones para identificar atributos y cualidades, y establecer relaciones de agrupamientos, clasificación, orden y cuantificación.	

Tabla 2. *La descomposición aditiva en el currículo de Educación Primaria*

"La descomposición aditiva en el currículo de Educación Primaria"	
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas y Bloque 2. Números (RD 126/2014)	
Bloque 1: Numeración y cálculo (Decret 142/2007)	
1.	Descomponer, calcular, utilizar, operar, automatizar, sumar, restar, identificar, resolver, estimar, comprobar, construir, conocer, utilizar, comprobar, reflexionar, comunicar, modelizar, describir, participar, colaborar, expresar, valorar, razonar.
2.	Realizar operaciones y cálculos numéricos.
3.	Utilizar el cálculo mental y las propiedades de las operaciones para resolver problemas.
4.	Utilizar estrategias personales y diferentes procedimientos según la naturaleza del cálculo.
5.	Conocer, utilizar y automatizar algoritmos básicos de suma con distintos tipos de números.
6.	Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana y comprobar los resultados.
7.	Reflexionar sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.
8.	Descomponer, de forma aditiva.
9.	Estimar y comprobar resultados mediante estrategias aritméticas.
10.	Operar con números naturales: adición, sustracción.
11.	Calcular: Utilizar los algoritmos estándar de suma, resta.
12.	Descomponer números naturales atendiendo al valor posicional de sus cifras.
13.	Construir series ascendentes y descendentes.
14.	Verbalizar en grupo de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.
15.	Razonar los cálculos y estrategias de resolución de problemas, de forma compartida.
16.	Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo para situaciones similares futuras.
<i>Objetivo general:</i> "La resolución de los problemas actúa como eje principal de la actividad matemática y representa el medio esencial para lograr el aprendizaje. El rol del docente es fundamental, pues debe ser capaz de diseñar tareas o situaciones de aprendizaje que posibiliten la resolución de problemas, la aplicación de los conocimientos aprendidos y la promoción de la actividad de los estudiantes" (RD 126/2014).	

De la lectura de estas dos leyes se extrae la siguiente reflexión que autoriza el planteamiento práctico que queremos desarrollar. Si la educación primaria demanda una eficaz alfabetización numérica, al constituir un conjunto de conocimientos asociados a los números, deducimos que, por la relación jerárquica que guarda con el anterior curso, según Godino, Batanero y Font (2003) se deben ofrecer situaciones desde la etapa de infantil que permitan actuar ante las operaciones físicas con cantidades, con objetos o imágenes y números, y utilizarlos para poder identificar las relaciones básicas que surjan entre ellos. En este caso concreto, se deben generar conflictos socio-cognitivos a través de problemas y actividades para trabajar la descomposición aditiva, pues se presenta como el fundamento básico y recurrente para el inicio y el creciente conocimiento del cálculo mental.

Este planteamiento se sustenta en la idea de que tanto la composición como la descomposición de los números están vinculadas a situaciones de unir y separar objetos o imágenes, hecho que favorece el desarrollo de la relación parte-todo, y que supone uno de los objetivos más importantes del cálculo mental (Castro et al, 2013). Por su parte, De Castro y Escorial (2007) comparten esta perspectiva indicando que la resolución de problemas puede convertirse en el motor que guíe el conocimiento numérico en la etapa de infantil y que se pueden presentar a través de situaciones significativas, como por ejemplo trabajando con proyectos.

2.1. La descomposición aditiva en otros documentos de referencia

Los informes PISA 2003 estudiados y analizados por los expertos reflejan conclusiones interesantes que merecen la pena destacar en este trabajo, para no hacer demasiada extensa su lectura podemos resumir algunas de las ideas extraídas del trabajo de (Rico, 2006), cuando indica que la alfabetización matemática es aquella competencia que según el proyecto PISA 2003, deben dominar los alumnos para poder analizar, razonar cuando resuelven problemas matemáticos en una variedad de situaciones cotidianas, sociales y técnicas.

Añadir que las diversas evaluaciones realizadas por PISA (2012)², enfatizan la necesidad de que los alumnos deben saber utilizar los conocimientos y destrezas aprendidos en diferentes contextos, es la idea que sustenta y guía la evaluación, ya que no sólo se trata de averiguar los contenidos curriculares que dominan los alumnos, sino descubrir si éstos son capaces de utilizar ese potencial matemático para dar respuesta a problemas y cuestiones de la vida real.

Desde luego esta idea es muy reveladora ya que este proceso matemático debe ir acompañando al alumno mientras crece, los alumnos deben acostumbrarse a pensar, a razonar, a argumentar y a justificar para poder entender las relaciones que guardan entre sí los números desde sus primeros años en la escuela. En este punto, aparece la descomposición aditiva ya que está íntimamente ligada a la comprensión del número, así lo muestra la revisión realizada por Coronata y Alsina (2012) a los principales referentes internacionales en relación a dicha comprensión. Su asimilación permite extraer aquellas propuestas, contenidos, ideas y conocimientos que se sostienen gracias al trabajo y a la comprensión de la descomposición aditiva en la etapa de infantil.

Este artículo ofrece una interesante visión del sentido numérico asociado su uso y comprensión, lo hace desde los Principios y Estándares para la educación Matemática "National Council of Teachers of Mathematics" (NCTM, 2000) y desde los Estándares Comunes para las Matemáticas "Common Core State Standards Initiative" (CCSSI, 2010), por el impacto que han ocasionado.

Coronata y Alsina (2012) incluyen en su trabajo, una valiosa relación entre la propuesta de la Pirámide de la Educación Matemática realizada por (Alsina, 2010) y los procesos matemáticos rescatados de los Principios y Estándares para la educación Matemática (NCTM, 2000).

Considerando el papel que ocupa la descomposición aditiva en estos principios (NCTM, 2000), se han extraído aquellos contenidos del documento que de forma directa o indirecta necesitan de un trabajo de descomposición aditiva "identificación, exploración, realización de acciones, comparaciones, relaciones, observación", etc. Realizado a través de la elaboración de una tabla que se completa con aquellos procedimientos que favorecen, según estos estudios, a la descomposición aditiva en la educación infantil, como conclusión de esta lectura se realiza una adaptación de la pauta ofrecida por estos Principios y Estándares para llevar a cabo una propuesta práctica de calidad.

² MEC (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA (2012)*. Recuperado de:
<http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/marcopisa2012.pdf?documentId=0901e72b8177328d>

Como podemos apreciar en la Tabla 3, la combinación entre los contextos, los procesos de enseñanza y aprendizaje extraídos en la síntesis realizada, producen un efecto intrínseco en el conocimiento causado por estos nuevos enfoques didácticos en relación a la adquisición del sentido y significado del número asociado a la descomposición aditiva.

Tabla 3. *Procesos matemáticos relativos a la descomposición aditiva en la educación Infantil*

"Procesos matemáticos relativos a la descomposición aditiva en la educación infantil"
"Pirámide de la Educación Matemática" Alsina (2010) "Principios y Estándares para la educación Matemática" (NCTM, 2000)
<i>Estándar de Números y Operaciones (Recursos lúdicos, literarios y recursos tecnológicos)</i> "identificar, explorar, realizar acciones, comparar, relacionar, observar, etc."
<i>Resolución de problemas:</i> Simular a través de juegos, cuentos y recursos tecnológicos estrategias de descomposición aditiva para solucionar diversas situaciones problemáticas.
<i>Razonamiento y demostración:</i> Evaluar argumentos sobre la descomposición aditiva, en situaciones lúdicas compartidas.
<i>Conexiones:</i> Reconocer y aplicar la descomposición aditiva en contextos no matemáticos a través de juegos, cuentos y recursos tecnológicos favoreciendo la conexión entre disciplinas.

Desde esta visión se enfatiza la necesidad de trabajar la comprensión de los números, otorgando la importancia que merecen sus relaciones y entre ellas se encuentra la descomposición aditiva como una de las habilidades fundamentales para adquirir la habilidad del cálculo mental (Castro, Rico y Castro, 1995 p. 36).

Por este motivo se deben ofrecer situaciones problemáticas a los niños para que trabajen a través de diferentes contextos las relaciones que existen entre los números. Según Castro, Cañadas y Castro (2013), los niños en la etapa de infantil pueden ser capaces de resolver gran variedad de problemas relacionados con la descomposición aditiva "relación parte-todo", utilizando objetos en vez de datos.

2.2. La descomposición aditiva y el esquema parte-todo

Para Bermejo y Lago (1987), el esquema parte-todo ofrece una idea apropiada para realizar tareas de suma o de resta. Este conocimiento además, está íntimamente relacionado con el cálculo mental y es esencial como paso previo al aprendizaje de la suma y de la resta.

-¿A qué nos referimos cuando hablamos de parte-todo? Intentaré explicarlo a través de un acertado ejemplo utilizado por Castro y Castro (2006). Un libro está constituido por capítulos, por lo que vemos que la relación que establecen sus partes (capítulos) y el todo (el libro entero) están estrechamente vinculadas a un nexo de inclusión. En este sentido, si trasladamos el ejemplo del libro a un número natural, como por ejemplo el número cinco, podemos observar que este número está constituido por cinco partes, unidas entre ellas por una relación aditiva.

Para Castro y Castro (2006), alcanzar el conocimiento de la relación parte-todo es uno de los mayores logros en la primera etapa escolar, porque asienta el fundamento necesario para poder comprender y resolver problemas de estructura aditiva.

Tenemos que tener presente, además, que la relación parte-todo aditiva puede deberse a diferentes situaciones, es decir, un todo puede ser el resultado de dos partes que se suman ($5 = 2 + 3$) y que esas partes pueden variar, por ejemplo, puede ser que ese todo se haya descompuesto también en tres partes ($5 = 1 + 1 + 3$). Castro y Castro (2006) reflejan esta idea utilizando el lenguaje de Resnick (1992), se trata de "un conocimiento protocuantitativo previo a la propiedad asociativa de la suma de números naturales" Castro y Castro (2006, p. 6).

Pero, ¿A qué nos referimos cuando hablamos de descomposición aditiva? Bermejo analiza la construcción del número teniendo también como referente el planteamiento de Resnick (1983), para completar el siguiente razonamiento: El aprendizaje del esquema parte-todo, permite comprender que “el número está compuesto por otros números, o que cualquier cantidad puede dividirse en partes de modo que la suma de las partes es igual al todo” (Bermejo, 2004, p. 67).

Teniendo en cuenta que la descomposición es la inversa de la suma ($5-1=4$) y la composición ($4+1=5$) la inversa de la resta, se establece una cohesión entre ambas al visualizar la descomposición de un número de forma aditiva ($5=4+1$). Es la ruptura del número en sus diferentes partes y su vinculación con el todo, de ahí su particular nombre “descomposición aditiva”. Veamos un ejemplo: ($9=8+1$; $9=7+2$; $9=6+3$; $9=5+4\dots$). Como se puede observar, descomponer los números de todas las formas posibles amplía la comprensión del número.

Parece acertado en la educación infantil y en la primera etapa de primaria abordar los primeros esquemas de descomposición de números a través de la suma de otros, porque su trascendencia para el cálculo mental en los aprendizajes posteriores va a ser determinante.

Para Castro et al. (1995), los niños deben captar la idea de que cada número es, por sí mismo, el resultado de un sistema de relaciones dinámicas integradas y no sólo como el resultado de una situación estática. Por lo que conocer el número 7, implica saber que es también $7=5+2$; $7=4+3$ y $7=6+1$, etc. (Castro, Rico y Castro, 1995, p. 36).

2.3. El papel de la descomposición aditiva en el cálculo mental

El papel de la descomposición aditiva en el cálculo mental es crucial, para conectar las relaciones entre las operaciones aritméticas y las distintas estrategias de cálculo utilizadas al resolver los problemas. Según la literatura consultada, el cálculo mental ha ido evolucionando a lo largo de la historia de la enseñanza de los algoritmos, y se ha ido adaptando a una nueva visión más enriquecida de resolver los problemas. En la actualidad se busca la aplicación de estrategias personales, de conceptos y de propiedades para solucionar problemas que impliquen un cálculo mental, por lo que el cálculo mental ya no tiene sentido como finalidad en sí mismo, ahora este proceso matemático debe inspirarse en la búsqueda de una solución a un problema real, y a esto se le ha bautizado con el nombre de aritmética mental (Uriach y Pesce, 2011).

La aritmética mental incrementa el aprendizaje de la matemática práctica en cuanto a sus operaciones y su valor posicional. La riqueza de que los niños en la etapa de infantil utilicen la aritmética para solucionar un problema de descomposición aditiva responde a la necesidad de que los niños recurran a sus conocimientos previos, intuitivos y no formales, sobre las relaciones entre las cantidades que pertenecen a un todo para poder resolver el conflicto.

Los niños descubren que los números se pueden descomponer en partes y que éstas se integran de forma dinámica, esto es un aspecto relevante, ya que implica la necesidad de atender y trabajar de forma adecuada la matemática informal en la edad temprana porque ejercerá una gran influencia en el posterior desarrollo matemático, en el tránsito de la etapa de infantil a la de primaria, al ser los conocimientos informales matemáticos la base de los futuros aprendizajes.

Clements y Sarama, citados por Castro et al. (2013) manifiestan que existen claras evidencias de que se puede desarrollar la competencia aritmética en la etapa de infantil. La aritmética en la edad temprana aproxima al niño en tareas de composición y descomposición de números que están relacionadas con acciones de juntar y separar objetos o imágenes, y este proceso contribuye a comprender que “los números dos y tres componen el cinco, como el cuatro y el uno” (Castro et al., 2013, p. 7).

Cifuentes (2013) en su estudio sobre el cálculo mental a partir del entrenamiento de combinaciones aritméticas, utiliza la idea de Lethielleux (2005) para afirmar que el cálculo mental proporciona un medio adecuado para desarrollar la atención, la concentración y la memoria. Además de habituar a los niños a jugar con los números, ayuda a observar a los números cuando se presentan de forma diferente. Esta gran capacidad que tienen los números para transformarse facilita la puesta en común de percepciones, intuiciones y pensamientos, lo que permite comparar procedimientos y estrategias de cálculo al observar que al componer y descomponer los números se alteran los datos iniciales permitiendo realizar cálculos más cómodamente. Estas combinaciones entre los números constituyen un logro elemental en la matemática básica.

Caballero (2005), defiende que los niños en la etapa de infantil son capaces de resolver sencillos problemas a través de la manipulación de objetos, problemas que pueden implicar composición, al juntar los objetos y descomposición, al relacionarlo con acciones de separar. En este proceso, los niños van adquiriendo y mostrando un gran abanico de estrategias informales para solucionar operaciones que engloban acciones de sumar y restar. Para hacerlo, los niños cuentan, usan los dedos y modelizan situaciones que se encuentran en los problemas.

En la etapa de infantil la capacidad para realizar cálculos va evolucionando desde los números pequeños a los números progresivamente más grandes, en ese trayecto los alumnos se encuentran con situaciones aritméticas que van rodeando de coherencia al número y en las que encuentran significado en la utilidad de las operaciones básicas de composición y descomposición.

Desde esta visión analizada por las diferentes aportaciones pedagógicas, encontramos que es necesario estimular y aprovechar el potencial intuitivo que tienen los niños en la etapa de infantil para poder desarrollar al máximo todas sus posibilidades numéricas, para dotarlos de la seguridad suficiente en el momento de introducir los algoritmos y los símbolos formales y de esta forma poco a poco el alumno va encontrando sentido al número al vincularlo con las situaciones problemáticas trabajadas en la educación infantil, como la descomposición aditiva, que servirá para guiar las futuras estrategias de pensamiento en la posterior construcción matemática formal.

2.4. La resolución de problemas aritméticos de descomposición aditiva

El dominio de las matemáticas según el marco teórico analizado en el Informe PISA 2003 (OCDE, 2005) guarda paralelismo por el ofrecido en los Estándares Comunes para las Matemáticas "Common Core State Standards Initiative" (CCSSI, 2010) en relación con la resolución de problemas según los requisitos curriculares consultados. También encontramos un término que hace referencia a la alfabetización matemática que destaca la necesidad de que la resolución de problemas debe actuar como eje vertebrador en todos los contenidos del área (Rico, 2006).

La alfabetización matemática no sólo hace referencia al dominio de sus aspectos técnicos, sino que engloba la funcionalidad o la competencia del conocimiento matemático en aquellos momentos en los que es necesario activar una determinada respuesta matemática ante problemas reales y cotidianos. Este proceso requiere de un conocimiento matemático práctico que sirva como herramienta para poder reflexionar y movilizar la competencia intuitiva de la persona activando una diversidad de procesos cognitivos basados en el razonamiento (Rico, 2007).

Como sabemos las matemáticas están organizadas siguiendo un tradicional esquema jerárquico, puesto que unos conocimientos se sustentan sobre otros y de esta forma se estructura el currículo matemático. Sin embargo, es cierto, que la vida en sí supera esa visión organizada y por lo tanto en cierta manera exige una respuesta más flexible, que permita reconocer aquellos fenómenos del mundo real que implican el uso de una matemática cercana, que dote de sentido su conocimiento.

Deteniéndonos en esta última idea, encontramos que los problemas matemáticos pueden ser una buena manera de poder construir ese conocimiento numérico en la primera etapa escolar.

Bermejo (2004) señala que los alumnos de la etapa de infantil son capaces de resolver una gran variedad de problemas matemáticos y situaciones de suma y resta antes de la enseñanza de los algoritmos tradicionales. Como ya venimos advirtiendo en este trabajo, en estas edades se pueden resolver los problemas contando y manipulando objetos, por lo que parece sensato abordar la enseñanza de estas operaciones a través de problemas de descomposición aditiva, teniendo en cuenta aquellos aspectos que en cierta medida afectan al grado de dificultad, como por ejemplo; su estructura semántica y el lugar que ocupa la incógnita en el enunciado del problema (p. 55).

2.5. Problemas no rutinarios

Dentro del análisis realizado a los problemas, nos encontramos argumentos sólidos que indican que los alumnos deben saber realizar, tanto problemas rutinarios como también problemas no rutinarios.

Este hecho responde a la necesidad de que los alumnos deben ser capaces de resolver todo tipos de problemas para que su aprendizaje sea más completo, y que no sólo sean expertos en resolver problemas de tipo rutinario, que sirven para trabajar de forma bastante rígida las directrices de los últimos algoritmos estudiados y en este panorama escolar, quizás se pierde de vista la verdadera finalidad de los problemas verbales, aplicar los conocimientos sobre una diversidad de situaciones cotidianas que impliquen más flexibilidad en la matemática establecida (Jiménez, 2008).

Por este motivo y según los datos analizados podemos presentar tempranamente en el aula problemas de descomposición aditiva no rutinarios. Este tipo de problemas admite varias soluciones y también la movilización de estrategias reflexionadas de forma lógica que activan herramientas no formales que utilizan los niños antes del conocimiento de la matemática formal. Un ejemplo de problema no rutinario: "Juan tenía 8 caramelos y le regalaron algunos más. ¿Cuántos caramelos tiene ahora?" Los problemas no rutinarios son interesantes ya que favorecen la reflexión, el análisis, la flexibilidad de las estrategias utilizadas y la discusión sobre las distintas soluciones (Bermejo, 2004, p. 75).

Según De Castro y Hernández (2014) basándose en el trabajo realizado por las autoras Dacey, Schulman y Eston, encuentran que planteando problemas que admiten varias soluciones a los niños, posibilita generar discusiones sobre la validez de las distintas aportaciones y explorar la producción de la descomposición del número en todas sus posibilidades.

2.6. La Resolución de problemas de descomposición aditiva y los cuentos

La literatura y las matemáticas guardan unas características comunes, ambas intentan ayudar a comprender el mundo y plantean situaciones imaginarias dónde es necesario resolver problemas (Frabetti, 2009, p. 3). Por este motivo Frabetti (2009) destaca la utilidad de introducir los cuentos en la etapa de infantil para trabajar los problemas matemáticos, puesto que se presentan como una manera ideal de ordenar y estructurar ideas e información. En este sentido y en relación al tema que nos ocupa, los cuentos se presentan como una buena herramienta para explicar y comprender la realidad de los números y sus relaciones de descomposición aditiva.

También encontramos argumentos sobre la utilización del cuento, en el artículo realizado por Marín (2007), donde se analiza el valor matemático del cuento y nos indica que éstos ayudan a comprobar y consolidar conocimientos adquiridos, ayudan a trabajar la memoria, y la atención al mismo tiempo que también atienden al desarrollo de la afectividad, aspecto que se considera importante para estas edades infantiles.

Esta última reflexión responde sobradamente a la cuestión de, "por qué utilizar el cuento en la clase de Matemáticas" (Marín, 2007, p. 2).

Dicho esto, nosotros como docentes podemos aprovechar la matemática que nos ofrecen los cuentos para convertir los distintos conceptos matemáticos en un aprendizaje que esconda algo de maravilloso. Se trata de encontrar en estas narraciones fórmulas para dejar de descontextualizar las matemáticas y dejar de provocar rechazo a su conocimiento. El aprendizaje de la descomposición aditiva del número a partir de la narración y de la fantasía que nos ofrece la interpretación de estos relatos infantiles, puede maravillar, sorprender gratamente a nuestros pequeños alumnos. ¿Acaso no se trata de que los alumnos descubran también la cara divertida de las matemáticas? Sin duda, en este sentido la presentación de problemas de descomposición aditiva a través de cuentos refuerza y motiva el aprendizaje hacia los intereses de los alumnos.

2.7. Composición y descomposición de figuras planas, el Tetris

Encontramos en el trabajo realizado por Bravo (2006) que el pensamiento lógico infantil se va desarrollando a través de los sentidos en las experiencias vividas en relación con el entorno próximo. Este pensamiento va contrastándose con la dinámica de relaciones sobre cantidad, composición y descomposición de los cuerpos convirtiéndose en conocimiento matemático.

También sabemos que las actividades y sus contenidos se construyen partiendo del razonamiento adulto, por este motivo debemos de acercar las matemáticas a la forma de pensar de los alumnos en estas edades. Precisamente Guzmán (2001), tras el análisis que realiza a la obra "Homo ludens", del sociólogo J. Huizinga, indica que para hacerlo debemos aprovechar las ganas que dedica el niño al juego y que por las características comunes que comparte con las matemáticas, como la introducción de unas reglas y su práctica para llegar a una meta concreta, se convierte en un proceso atractivo que facilita el aprendizaje.

Esta unión entre el juego y las matemáticas a través de las actividades de Tetris, permite construir una zona de desarrollo próximo potencialmente creadora. Según Vygotsky, la "ZDP" es un rasgo del aprendizaje que se desarrolla a través una serie de procesos evolutivos que permiten al niño operar a través de la interacción con otras personas que están próximos a su zona de desarrollo, permitiendo que estos procesos, al interiorizarse, se vayan convirtiendo en logros evolutivos (Rafael, 2007).

El Tetris (Aguilar, Ciudad, Láinez y Tobaruela, 2010) por las características que tiene, favorece las siguientes capacidades de (observación, imaginación, intuición y de razonamiento lógico) además de favorecer la motricidad fina al manipular materiales estructurados que ayudan a generar ideas sobre la descomposición aditiva explorando y descubriendo las propiedades de las figuras geométricas en cuanto forma, tamaño o posición y transferir esa relación a la semejanza con el uso de los números teniendo una base real que permite hacer la asociación entre conocimientos lógicos-matemáticos construidos desde una evolución autónoma del niño que se ha ido consolidando a través de su práctica.

2.8. Composición y descomposición del número, las Tics

Las Nuevas Tecnologías están inmersas en nuestra sociedad y la educación infantil no puede quedarse al margen ya que su uso puede ayudar a reforzar y ampliar los diferentes aprendizajes. Las TIC son un medio que facilita el conocimiento, por este motivo, el docente debe ofrecer a los alumnos la oportunidad de que conozcan nuevas maneras de comunicarse, con nuevos lenguajes tecnológicos que rápidamente están tomando protagonismo y provocan cambios en la forma de relacionarse, de pensar y de hacer. Estos lenguajes deben estar presentes en la etapa de infantil.

Dirigiendo este planteamiento al tema que nos ocupa, encontramos aplicaciones pedagógicas de calidad para trabajar la descomposición aditiva, como las actividades propuestas en las sesiones de esta propuesta: "Five Frame" Y "Ten Frame". Se han elegido estas actividades ya que son adecuadas para seguir profundizando en la visión del uso del número y permiten al niño moverse de una a otra idea para ir adquiriendo a través de las sesiones una visión más amplia y global sobre la descomposición aditiva.

Según Carrascosa (2008) es interesante añadir que estas aplicaciones se presentan ante los ojos de los niños con un importante componente lúdico, por lo que su uso en estas edades infantiles hace que mientras juegan con ellas, también aprenden de manera más eficaz.

3. Desarrollo de la propuesta

3.1. Contexto de la propuesta de intervención

La propuesta de intervención se lleva a cabo en el "CEIP Pompeu Fabra". Se trata de una escuela pública de educación infantil y de primaria, situada en una ciudad de la periferia de Barcelona, concretamente en Sant Adrià del Besòs.

El contexto físico de la intervención es el aula de P5 A de Educación Infantil, y vemos que ya se ha convertido en un escenario particular dónde hay 26 alumnos sin necesidades educativas especiales, que se encuentran entre los 5 y los 6 años de edad. Aquí los diferentes actores que aparecerán en las imágenes serán la profesora Consuelo con sus 22 años de experiencia cómo docente y los protagonistas principales, los niños.

Cómo se podrá apreciar en la propuesta de intervención, a este grupo de alumnos durante los cursos de P4 y P5 se les ha estado preparando prematuramente a las matemáticas del número, por lo que las cantidades de objetos han cedido el protagonismo al número. En este sentido, considero oportuno añadir, que en este trabajo se ha valorado la trayectoria común de 2 años escolares que estos alumnos han compartido con su maestra Consuelo y partiendo de esta idea se ha aprovechado positivamente ese conocimiento mutuo para enriquecer la propuesta hasta límites que sin esa visión construida a través del tiempo, nunca habría logrado alcanzar en las sesiones de este trabajo.

En la siguiente tabla se reflejan las diferentes situaciones didácticas trabajadas en las sesiones prácticas. Aunque a continuación se muestran clasificadas en tres partes, su desarrollo ha sido presentado de manera alterna para facilitar a los alumnos las conexiones necesarias entre las diversas maneras de trabajar con la descomposición aditiva del número y así poder generalizar los aprendizajes a otros contextos matemáticos.

Tabla 4. Clasificación de las partes de la propuesta de intervención

1	"Problemas de descomposición aditiva no rutinarios a través de la lectura de cuentos" Se realizan 6 sesiones de lectura de cuentos para solucionar problemas de descomposición aditiva
2	"El Tetris" como juego para trabajar la descomposición aditiva del número Se realizan 8 sesiones de juego con el Tetris
3	"Five frame o Five ten" con las Tic para trabajar la descomposición aditiva del número Se realizan 4 sesiones de juego con el programa

3.2. El taller de problemas con cuentos

Esta parte del trabajo consta de 6 sesiones realizadas a través de un taller de cuentos escogidos y adaptados para trabajar los problemas de descomposición aditiva mediante la presentación de un vídeo proyector. Estas sesiones han tenido como referente el trabajo realizado por las autoras Schulman, Dacey & Eston (1999).

Cada sesión dura aproximadamente una hora, sin embargo se ha adaptado el tiempo a las necesidades detectadas de cada momento, sobre todo atendiendo de manera muy cuidada al ritmo de los niños y la comprensión de los enunciados para que no tuvieran ningún tipo de confusión.

En este sentido la presentación ilustrada del cuento a través de la pizarra digital, ha servido de ayuda para aclarar todas las situaciones problemáticas surgidas en la narración y también ha permitido representar los símbolos matemáticos del problema en las hojas, con o sin ayuda de los materiales manipulativos puestos al alcance de los niños.

Tabla 5. Enunciados de los problemas presentados en los cuentos

Sesiones, autores de los cuentos y enunciados	
Bowley y Vilpi (2005) ³	
1	Si el roble tiene 5 bellotas y las ardillas escondieron algunas. ¿Cuántas bellotas escondieron las ardillas? ¿Con cuántas bellotas se quedó el roble?
2	Si el roble tiene 6 bellotas y los caballos pisaron algunas. ¿Cuántas bellotas pisaron los caballos? ¿Con cuántas bellotas se quedó el roble?
Zúñiga, M (2014) ⁴	
3	Si el manzano tiene 7 manzanas y caen algunas ¿Cuántas manzanas podrían quedar en el manzano? ¿Cuántas manzanas podrían caer a tierra?
4	Si el huerto tiene 8 frutas. ¿Cuántas zanahorias puede tener? Y ¿cuántas fresas?
Educación Infantil (2000) ⁵	
5	Si vinieron 9 amigos ¿Cuántos eran cuadrados? Y ¿Cuántos eran rectángulos?
6	Si vinieron 10 amigos ¿Cuántos eran cuadrados? Y ¿Cuántos eran rectángulos?

Como se pueden ver en los enunciados propuestos de la tabla anterior, cada sesión ha tenido como protagonista un número concreto para realizar la descomposición aditiva y también se han puesto al alcance de los alumnos diferentes materiales que se irán explicando a medida que se redacten los registros que servirán para analizar las estrategias que utilizan los alumnos en función del material concreto, de sus conocimientos, ideas previas e intuición.

En todas las sesiones se ha seguido la misma dinámica para que los alumnos vayan familiarizándose con la nueva manera de trabajar las matemáticas:

Se proyecta el cuento en la pantalla de la pizarra digital, con una presentación y se narra el cuento a medida que van pasando las pantallas; Se enfatiza de forma especial el enunciado del problema de descomposición aditiva, que deben solucionar y se deja en la pantalla para visualizarlo las veces que necesiten; De manera individual cada alumno registra en una hoja la solución del problema; El material de apoyo varía de manera intencional en las primeras sesiones; A partir de la tercera sesión se anima a los alumnos a buscar más soluciones para el mismo problema; En todas las sesiones se cuelgan en la pizarra todos los registros de los alumnos; Finalmente se realiza un debate en grupo, todos los alumnos salen a explicar cómo han solucionado el problema exponiendo sus propias valoraciones.

³ Cuento adaptado a la descomposición aditiva "Jaime y las bellotas" de Bowley y Vilpi (2005)

⁴ "El puente guardián" de María Zúñiga Carpintero (2014)

⁵ Recurso recuperado el 12 de junio de 2014 : <https://www.uclm.es/profesorado/mvmarin/juanito/juanito.html>

3.3. Primera sesión: Cuento “Jaime y las bellotas”

Hoy es el primer día, me presento a los niños, y les explico que vamos a realizar un taller de matemáticas algo diferente, hoy vamos a comenzar con la explicación de un cuento presentado con vídeo proyector “Jaime y las bellotas” Bowley y Vilpi (2005), los niños están entusiasmados. Cuando termina el cuento, se explica el problema leyendo el enunciado varias veces:

Consuelo dice: -Si el roble tiene 5 bellotas y las ardillas guardan algunas: ¿Cuántas bellotas esconden las ardillas? y ¿Cuántas tiene todavía el roble?

Después de realizar varias explicaciones sobre el problema, se reparte a los niños un papel para que puedan registrar sus hallazgos de manera individual, así lo vemos en la Figura 1. Estas hojas permiten representar gráficamente dibujos y símbolos y ayuda a los niños a recordar las soluciones encontradas facilitando el proceso de transmitir su pensamiento al grupo en el debate posterior.



Figura 1. Reparto de las hojas de registro y reflexión individual

En esta sesión de manera intencional no se pone al alcance de los alumnos material manipulativo para ver las estrategias que utilizan sin material, de todas maneras los alumnos de esta clase durante todo el curso han estado preparándose prematuramente en las matemáticas del número y por este motivo, no suelen utilizar materiales manipulativos. De todas maneras lejos de intentar forzar la situación hacia la manipulación de materiales, sí tenemos que ser conscientes que todos los niños son diferentes y cada uno puede necesitar o no, objetos para explorar los problemas con éxito, lo que significa que lo a un niño le funciona a otro no le puede funcionar, o incluso le puede generar un obstáculo, por lo que sabemos que más allá de esta propuesta de intervención el material manipulativo debe estar disponible en todo momento, por si se necesita. Añadir que en estas sesiones estamos condicionados por la falta de costumbre de estos alumnos a utilizar materiales manipulativos, por lo que su introducción se realizará con prudencia.

También deberemos tener en cuenta que el acto de dibujar o escribir, también exige desafíos en esta edad. Ya que en ocasiones esta acción puede llegar a impedir encontrar más respuestas, o también podemos encontrar a algunos niños que se involucren más en el aspecto artístico del dibujo que en la representación matemática del problema. Los niños deben escoger la forma de registrar sus diferentes soluciones.

De esta manera los alumnos empiezan a explorar de forma individual el problema. Mientras tanto, la profesora y yo intentamos mantenernos en un segundo plano para que los niños vayan interpretando los problemas por sí mismos. En el momento en que aparece alguna duda o confusión durante un tiempo razonable, intervenimos sólo para ayudar intentando que los niños aprendan a pensar y a dibujar sus propias conclusiones. Para hacerlo, comprobamos si entienden el enunciado y pedimos que lo repitan, en este proceso los niños pueden visualizar el problema planteado en la pantalla. Se van lanzando preguntas de manera individual:

Consuelo dice -Si hay 5 bellotas, ¿Cuántas crees que podría llevarse una ardilla? Y, si se lleva esa cantidad ¿Cuántas pueden quedar en el roble? ¿Qué tiene que hacer la ardilla? ¿Poner una bellota o

quitar una bellota al roble? ¿Si pone una bellota, qué pasa? ¿Si quita una bellota, qué pasa? ¿Hay más o hay menos? ¿Cuántas quiere llevarse tu ardilla? De esta manera, se razona y orienta al niño.

A medida que se va terminando, Consuelo la profesora, de manera muy acertada pide a los niños que den la vuelta a su registro, para evitar que los niños puedan copiar los hallazgos del vecino.

Una vez que todos los alumnos han terminado, se recogen las hojas de trabajo individual para colgarlas en la pizarra de manera que cada uno de los alumnos puede ver su hoja de frente y recordar su trabajo (Figura 2).

Esta forma de trabajar es nueva para esta clase y se va a utilizar en el resto de sesiones para ir registrando las ideas adicionales que vayan surgiendo sobre el curso del debate.



Figura 2. Exposición del trabajo individual para trabajar el debate en grupo

Ahora se procede a realizar un debate a nivel grupal sobre el problema solucionado de manera individual.

Consuelo lanza preguntas: - ¿A quién le gustaría enseñar lo que ha encontrado?

Juan, es el primero en salir y explica que aunque se ha copiado del dibujo de su compañera, lo ha entendido. Según su razonamiento, podemos apreciar las estrategias utilizadas (Figura 3 a la izquierda): él explica que primero dibujó el árbol y las ardillas, a continuación realiza el cálculo utilizando los dedos y finalmente hace el algoritmo horizontal.

Como podremos apreciar en muchos de los registros observaremos que los alumnos todavía confunden los signos de la suma y de la resta, sin embargo vemos que desde los conocimientos informales son capaces de solucionar con éxito la descomposición aditiva de los números. Lanzamos más preguntas, para ir alternando resultados diferentes:

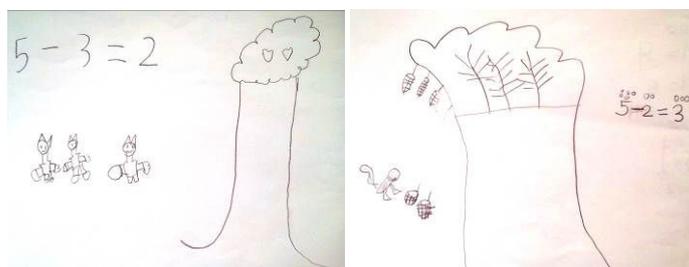


Figura 3. Dibujo de Juan y dibujo de Cristina

Consuelo - ¿Alguien lo ha solucionado de forma diferente? Levantan la mano varios alumnos y sale a la pizarra Cristina la dueña del dibujo de la (Figura 3, derecha), para explicar que la ardilla se llevó 2 bellotas y dejó 3 en el árbol, en su dibujo se aprecia el algoritmo realizado en horizontal y con sus bellotas encima de cada número, para ayudarse a realizar la operación.

Seguimos lanzando preguntas ¿Las dos respuestas son correctas? ¿ $5-3=2$ y $5-2=3$? Debate y discusión, todos dicen que sí, porque la ardilla podía llevarse 2 o 3 bellotas -¿Alguien quiere explicar la diferencia con su dibujo, para demostrarlo?

Sale Miguel, dueño del dibujo de la (Figura 4, a la izquierda), que quiere explicarlo con todo lujo de detalles:

Miguel dice: -Primero en la copa del roble he puesto 5 bellotas, y la ardilla quería llevarse todas, pero que no podía hacerlo porque no podía llevarlas, así que la ardilla se ha puesto una bellota en cada pata, tenía 2, pero se ha puesto otra en la boca y entonces se ha llevado 3, después he tachado 3 bellotas de las 5 que habían en el roble, dejando sólo 2 bellotas para otras ardillas amigas suyas. Finalmente Miguel ha hecho la operación, confundiendo los signos de suma y de resta.

Consuelo -¿Podría haberse llevado 2 bellotas la ardilla?-¿Hubiera sido correcto? Sí.

Lanzamos más preguntas al grupo -¿Estáis de acuerdo con Miguel? ¿Puede ser correcto que su ardilla se llevase 2 bellotas? Todos dicen que sí, uno en el fondo dice que depende del hambre que tenga la ardilla.

Consuelo -¿Y si tiene más hambre? ¿Puede llevarse más bellotas la ardilla? Sí, rotundo.

Consuelo -¿Alguien ha dibujado a su ardilla llevándose más bellotas? Sí responde Ana, la dueña de la (Figura 4, en el centro).

Consuelo -A ver explícanos cómo lo has hecho.

Ana -Primero dibujé el árbol y las 5 bellotas y después dibujé la ardilla que pensé que podía llevarse 4 si las ponía así, señalando todas las bellotas apiladas unas sobre otras, después borré las 5 bellotas del árbol y dejé en medio de la copa 1. Se aprecian 4 bellotas borradas que son las que explica Ana.

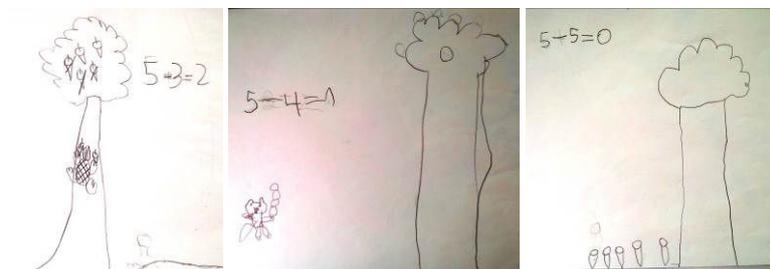


Figura 4. Dibujo de Miguel; dibujo de Ana y dibujo de Laura

Consuelo -¿Qué os parece el sistema de Ana? Miguel el dueño del dibujo de la Figura 4 izquierda, dice -¡Qué morro! Eso es trampa

Consuelo -¿Por qué Miguel?

Miguel - Pues porque mi ardilla se puso 1 en la boca.

Consuelo -¿Pero piensas Miguel que puede ser correcto que las apilen unas encima de otras?

Miguel -Bueno, sí.

Consuelo - ¿Entonces lo que tú has hecho está correcto?

Miguel - Sí, pero se podría haber llevado mi ardilla las 5 bellotas apiladas, dice con pena.

Consuelo -¿Qué opináis chicos? ¿Es correcta la solución de Ana? Sí todos, y uno dice, es una buena idea. Consuelo- ¿También es correcto lo que ha hecho Miguel? ¿Llevar 2 en las patas y una en la boca? Sí, pero es más chulo lo de Ana, dice otro.

Laura -A mí me gustan los dos, pero yo me he llevado más bellotas que Ana.

Consuelo -¿A sí? pues explícanoslo a todos Laura, (Figura 4, derecha)

Laura -Pues yo he pensado que si la ardilla se lleva 5 bellotas no deja ninguna en el árbol, por eso he dibujado abajo las bellotas y ya está.

Miguel -¿Y la ardilla dónde está? Es que no me sale bien y la he borrado

Consuelo -¿Es correcto lo que ha hecho la ardilla de Laura? Sí, todos.

Miguel le dice a Laura, ¿pero cómo lo ha hecho la ardilla? Laura dice, no lo sé

Consuelo -¿Qué quieres decir Miguel? -¿Cómo ha bajado todas las bellotas la ardilla?

Miguel- Sí claro. – Y contesta otro alumno, pues puede hacer 5 viajes a la copa, ¿no?
Consuelo -¿Qué opináis? ¿Cuántas bellotas baja en cada viaje la ardilla? Pues 1. ¿Estaría bien chicos? Sí dicen todos, incluido Miguel.
Consuelo- ¿Puede bajar más bellotas en otro viaje?
Oscar- Sí, puede bajar 2 bellotas en otro viaje, y en otro, 2 bellotas más.
Consuelo -¿Estáis de acuerdo con Oscar? Sí dicen todos y Susana dice tímidamente que también pueden venir más ardillas. -¿También pueden venir más ardillas chicos? Sí, para ayudar a su amiga dice uno. -¿Cuántas bellotas llevarían cada ardilla?
Juan- Pues, 2 o 3 dice.
Consuelo - Sí, si cada ardilla baja 2 bellotas ¿Cuántas bellotas hay? cuentan con los dedos la mayoría, dicen 6.
Consuelo -¿Es correcto? No, porque hay 5 en la copa, dicen varios
Consuelo -¿Entonces cómo lo haremos? Pues quitando una bellota dice Susana. -¿Cómo quedaría entonces? 2 bellotas 1 ardilla, 2 bellotas otra ardilla, levantan los dedos y 1 bellota la última ardilla. -¿Estáis de acuerdo todos? Sí todos.

3.4. Segunda sesión: Cuento “Jaime y las bellotas”

Se proyecta el cuento utilizado en la primera sesión “Jaime y las bellotas” (Bowley y Vilpi, 2005). La razón es que estos problemas requieren ser repetidos, ya que su recreación permite a los niños profundizar en su pensamiento matemático y consolidar ideas. Sin embargo para que no se conviertan en una rutina y sigan captando el interés de los niños, se introducen cambios de manera intencional para el trabajo de descomposición aditiva: se reemplaza el número 5 por el 6 para aumentar la dificultad, también se cambian las ardillas por caballos para transferir gradualmente lo aprendido con otros protagonistas y se introduce en el registro individual un material manipulativo cercano para los niños, garbanzos que servirán para apoyar el razonamiento de descomposición aditiva y son adecuados por su similitud con las bellotas del cuento. Tal y como se aprecia en la imagen de la (Figura 5, izquierda), los alumnos en general aceptaron muy bien los garbanzos para hacer combinaciones.

Nuevamente se colocan las soluciones en la pizarra y se facilita la interpretación en grupo, representando cada propuesta teniendo como guía el propio registro. La exploración y la reflexión de todas las posibles soluciones se discutirá en cada participación individual tal y como se hizo en la primera sesión, aunque por falta de espacio sólo se reflejarán a modo de resumen algunas de las opciones de descomposición revisadas en el análisis grupal.

La profesora pregunta: - ¿A quién le gustaría enseñar lo que ha encontrado?

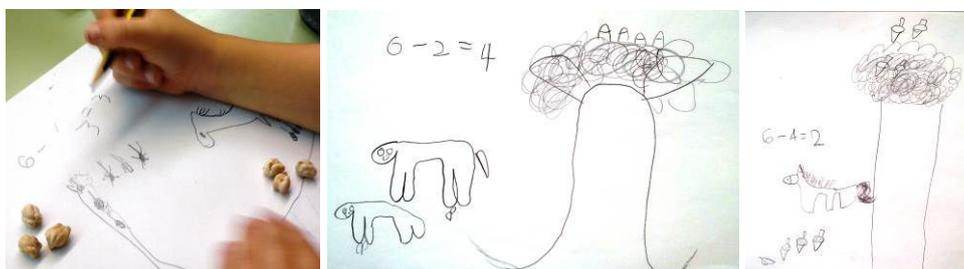


Figura 5. Manipulación con garbanzos; dibujo de Nuria y dibujo de Lucila

Sale Nuria (Figura 5, centro), explica lo siguiente: -los caballos pisaron 2 bellotas y en el roble dejaron 4.

Consuelo - ¿Alguno de vosotros tiene una respuesta parecida a esta? Levanta la mano Lucila dueña de la (Figura 5, derecha), y hace un razonamiento similar al utilizado por Nuria.

Lucila - El caballo se llevó 4 bellotas y dejó 2 en el roble. Surge entonces, un interesante debate sobre si es diferente su solución de $(6-4= 2)$ de la anterior solución $(6-2=4)$ bellotas, los niños aprenden a negociar el significado de lo que es diferente.

Consuelo -¿Estáis de acuerdo todos que puede ser igual de correcto que pisen los caballos 2 bellotas o cuatro bellotas? Es importante dejar que los niños negocien las interpretaciones por sí mismos siempre que sea posible y en su descubrimiento van encontrando nuevas alternativas para encontrar soluciones, son los contrarios como el del caso mencionado ($6-2=4$) y ($6-4=2$), aunque no se espera que los niños formalicen estas relaciones todavía, si pueden empezar a explorar estas ideas de manera informal dentro del contexto ofrecido en las sesiones.

Estos ejercicios de trabajar los contrarios en la descomposición aditiva son muy interesantes para que los niños exploren combinaciones de conjuntos, además de aprender a investigar las posibles respuestas del problema. Este tipo de ejercicios ayuda a los niños a desarrollar un pensamiento más flexible en cuanto a los números y sus posibles representaciones.

Consuelo lanza más preguntas - ¿Alguien lo ha solucionado de forma diferente? Levantan la mano varios alumnos que encontraron la misma solución, (Figura 6, izquierda). Se puede sintetizar la explicación, ya que utilizaron el mismo razonamiento. -Cayeron 3 bellotas que fueron las que llevó el caballo, y quedaron en el árbol 3 bellotas, para buscar la solución utilizaron los garbanzos. Observamos que Ana levanta la mano, es la dueña de la (Figura 6, centro), explica que su caballo pisó sólo 1 bellota y precisamente de toda la clase fue la única que encontró esta posible solución.

Sin embargo, nadie encontró la solución de ($6-6=0$) y preguntamos si podríamos encontrar entre todos otra posible respuesta que no hubiéramos visto. Miguel contestó convencido que el caballo también podría haberse llevado 6 bellotas. La profesora invitó a Miguel a dibujar esa solución en la pizarra pequeña para que todos sus compañeros lo vieran. Así lo vemos en la (Figura 6, derecha) descomponiendo las 6 bellotas arriba, las tacha y luego las dibuja abajo.



Figura 6. Solución coincidente; dibujo de Ana y Miguel dibujando

Como vemos muchos de estos niños aunque confunden todavía los signos de suma y de resta están preparados para realizar la transición de la aritmética informal a las técnicas convencionales, ya que sólo será cuestión de aprender una nueva manera de registrar las ideas matemáticas, que los niños ya han construido y comprendido.

3.5. Tercera sesión: Cuento “El puente guardián”

Se proyecta un nuevo cuento “El puente guardián” Zúñiga (2014), en esta ocasión será el número 7 el protagonista de la descomposición aditiva junto con otros aspectos que también varían; En esta ocasión es el cerdito Manolito quién pide ayuda a los niños para que hagan de detectives y le ayuden a buscar no sólo una única solución, sino que ahora tendrán que buscar todas las posibles respuestas que el número 7 les pueda ofrecer, para que Manolito pueda cruzar el puente e ir a su casa. Primero lo harán de manera individual como de costumbre y después el grupo se convertirá en un equipo que tendrá un objetivo común, ayudar a Manolito.

Como se puede apreciar en las imágenes de la (Figura 8, izquierda), en esta sesión los niños tienen a su disposición un nuevo material, será el que aparecerá a partir del resto de las sesiones. Son los

centicubos con pestañas encajables entre sí y ofrecen muchas posibilidades a la descomposición aditiva de las cantidades por su utilidad en cuanto color, forma y flexibilidad en la búsqueda de respuestas. En este sentido y para ayudar a los niños a reflejar más de una solución en sus registros individuales, la profesora Consuelo dibujó en la pizarra un rectángulo dividido en cuatro trozos.

Como podremos apreciar en las siguientes soluciones, los alumnos ya están familiarizándose con este nuevo método de explorar los problemas y se convierte en un juego para ellos buscar nuevos resultados, al quitar y poner cubitos representando las diferentes partes del número 7.

En la (Figura 8, centro), vemos que José para buscar la descomposición aditiva del 7, en cada solución de su registro (Figura 8, derecha) ha ido quitando y poniendo cuadraditos buscando combinaciones distintas con 7 centicubos y, representando los contrarios vistos anteriormente.



Figura 8. Material nuevo; José haciendo descomposiciones y dibujo de José

Hay más alumnos en la clase que han dado con más de 4 soluciones. Como podemos apreciar, todos los registros proporcionan una valiosa información, porque permiten comparar resultados a través del tiempo invertido en estas sesiones.

3.6. Cuarta sesión: Cuento “El puente guardián”

Se proyecta el cuento “El puente guardián”, para trabajar en esta ocasión la descomposición del número 8, junto con algún aspecto matemático interesante a tener en cuenta. Hasta el momento los elementos utilizados en el argumento del cuento para realizar la descomposición aditiva eran bellotas y manzanas, si nos fijamos éstos pueden responder perfectamente a la propiedad conmutativa de $3+4$ (bellotas o manzanas) es igual a $4+3$ (bellotas o manzanas).

Las fresas y las zanahorias funcionan bien debido a que difieren en color y forma. Tales agrupaciones permiten a los niños utilizar el color para representar sus ideas con facilidad, pero también la forma ayuda a su interpretación. Lo que también permite visualizar que el orden de representación de uno u otro no importa 3 fresas + 5 zanahorias o 3 zanahorias + 5 fresas.

En esta ocasión la protagonista del cuento es la tortuga Filomena y ahora se tiene que buscar todas las posibles contraseñas que tenga el número 8 escondidas. Para conseguirlo los niños han aprendido a ser un equipo que escucha, se respeta y que también negocia para llegar a crear términos comunes que ayuden a describir más hallazgos.

La profesora y yo misma nos situamos en un segundo plano para dejar que las conversaciones de los alumnos fluyan sin ejercer demasiada interferencia. Los niños han estado trabajando el concepto de descomposición aditiva en las otras sesiones por lo que veremos que aunque el registro individual será más que sorprendente en la mayoría de los casos, también será necesario realizar el debate para advertir que las zanahorias y las fresas han ejercido un impacto sobre el pensamiento de la descomposición aditiva. Esta dificultad, generará situaciones complejas que se entenderán dentro de un entorno concreto aunque todavía muy abstracto para estas edades.

Las tres imágenes (Figura 9) demuestran la comprensión que han adquirido estos alumnos en su trabajo con la descomposición. Los niños suelen utilizar la técnica del ensayo y el error, con materiales, con dibujos y también con los números para encontrar sus propias soluciones.

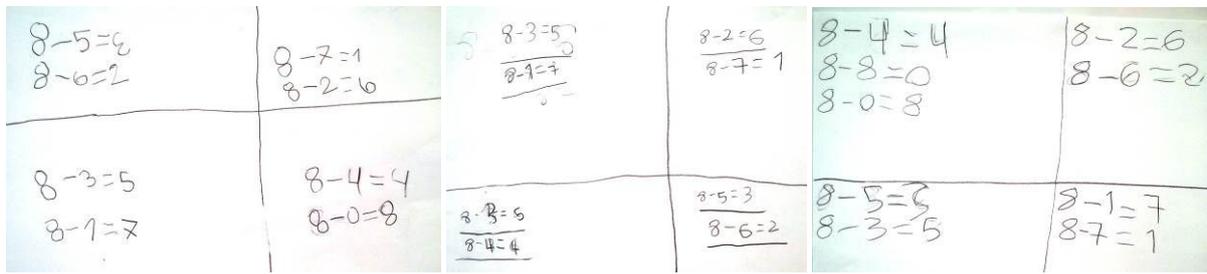


Figura 9. Comprensión adquirida de la descomposición

Como reflejo de lo ocurrido en el debate en la mayoría de las explicaciones de los niños, recogemos el registro de Felipe (Figura 10, izquierda) en él se observa que realiza bien la descomposición aditiva. Pero, en el momento del debate (Figura 10, derecha), la idea que tenía al hacer el registro parece mucho más complicada y está confundido. Resulta evidente en la discusión generada en clase, que algunos niños no han terminado de ver esta relación entre las frutas y necesita ser revisada con ayuda de la profesora varias veces durante la exposición. Lo importante es que los alumnos aprendan a través de materiales concretos a considerar ideas complejas, desde orientaciones y perspectivas precisas que si se trabajan de manera habitual, servirán para relacionar ideas y transferirlas a situaciones similares en el futuro.

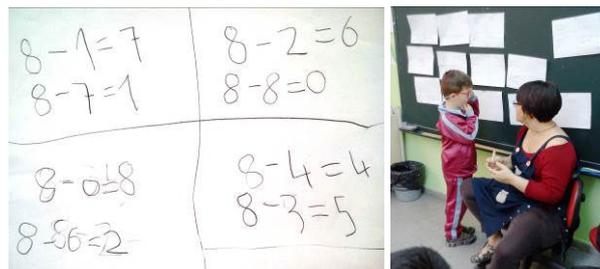


Figura 10. Registro de Felipe y momento del debate

La mayoría de los argumentos utilizados por los niños ha sido el siguiente: -Tenía 8 y le quité 3 y me salió 5. Esta explicación está muy bien si hablamos de bellotas y de manzanas, pero ahora es necesario detallar qué significa cada parte del número. Se ha hecho mucho hincapié en la idea de que 8 eran todas las frutas y dentro de ese conjunto estaban las zanahorias y las fresas.

3.7. Quinta sesión: Cuento "Las amistades de Juanito"

Hoy se proyecta un nuevo cuento "Las amistades de Juanito" versión original propiedad de "Estudiantes de Magisterio de Educación Infantil (2000)", adaptado a un problema de descomposición aditiva con el número 9.

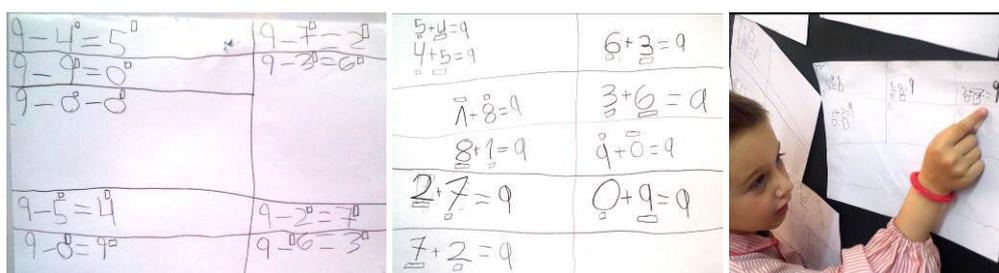


Figura 11. Conexión de aprendizajes y detalle de la descomposición

En las tres imágenes presentadas en la (Figura 11), ya vemos registros que han tenido como referente la anterior situación de las zanahorias y las fresas. En esta sesión, los protagonistas son cuadrados y rectángulos y se aprecia que los alumnos han utilizado las ideas trabajadas transfiriéndolas a otros personajes, al detallarlos. Interesa decir que cuando los niños empiezan a reconocer una respuesta al problema de forma inmediata, pasan primero al registro sin utilizar los materiales manipulativos y es después del primer registro, cuando utilizan los materiales para encontrar otras soluciones. Los registros y las explicaciones de los niños permiten identificar el pensamiento que los niños han interiorizado en su forma de hacer la matemática informal.

3.8. Sexta sesión: Cuento “Las amistades de Juanito”

Hoy se proyecta la última sesión de los cuentos para trabajar la descomposición del número 10, siguiendo la misma dinámica que los anteriores días. En esta sesión nos encontramos en muchos de los registros como los de la (Figura 12) con la apropiación del conocimiento matemático de los contrarios, como $(3+7)$ y $(7+3)$ al realizar la descomposición aditiva.

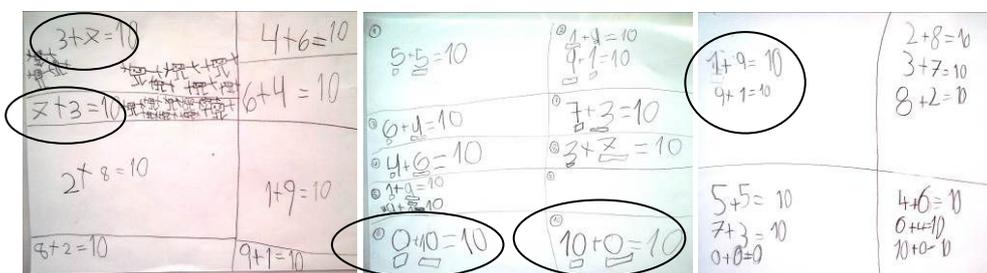


Figura 12. Apropiación de los contrarios

Estos últimos registros ponen de manifiesto las diferentes estrategias creadas y, la capacidad que los alumnos han ido adquiriendo en las sesiones para transferir ideas y relacionarlas nuevamente con la cantidad de cuadrados y de rectángulos, al detallarlos. Para ellos ahora la descomposición del número tiene un sentido que queda enmarcado en el enunciado del problema y permite llevar a cabo un aprendizaje significativo.

3.9. El taller de Tetris

La siguiente parte de este trabajo consta de 8 sesiones de juego con el Tetris para que los niños se vayan familiarizando con la descomposición aditiva del número a partir de las figuras geométricas. Para que la narración del detalle de las sesiones no resulte repetitiva ni demasiado extensa, se mostrarán las imágenes más representativas de las partidas en las que aparece el dado grande para facilitar la interpretación del detalle, por lo que las cuatro primeras partidas no se mostrarán en este artículo.

Cada sesión dura cerca de 30 minutos y se realiza en el aula, sin embargo se trabaja con flexibilidad para adaptarnos al ritmo de los niños, ya que lo importante es que se sientan cómodos y seguros en el momento de resolver las dudas que puedan surgir en las partidas. Los alumnos deben tratar de solucionar los posibles conflictos que surjan en el juego de manera individual para actuar según sus conocimientos previos y ritmos, por lo que en un principio se trabaja bajo la consigna de dejar que piense el compañero por sí solo. Sin embargo se irán adaptando las sesiones a las necesidades detectadas en cada momento para favorecer el diálogo entre los compañeros y el profesor con el objetivo de generar situaciones que permitan tal y como aconsejan los Principios y Estándares para la educación Matemática “identificar, explorar, realizar acciones, comparar, razonar, observar, razonar, comunicar, experimentar y pensar” (NCTM, 2000).

Tras revisar referencias sobre las ventajas que ofrece el juego del Tetris para trabajar la descomposición aditiva en el aula, añadimos que los tableros y las figuras que aparecerán en las imágenes de las sesiones de Tetris, han sido creados y adaptados para la realización de este trabajo.

Para empezar, explico a los niños que vamos a jugar al Tetris, y les enseño como funciona. Los jugadores tiran el dado por turnos. Cada jugador debe buscar una pieza que tenga tantos cuadraditos como marque el dado, y debe ubicarla correctamente sobre el tablero. Al principio, se pueden colocar las piezas libremente en el tablero. Cuando el tablero se vaya llenando con las piezas que van colocando los niños y niñas en sucesivas jugadas, y no quepan las piezas completas, debemos invitar a los alumnos que sustituyan la pieza obtenida por varias (dos, tres, cuatro, etc.) de modo que el cómputo final de cuadraditos sea equivalente al de la pieza inicial. Si llegado un momento sale en el dado un número mayor que cuadraditos quedan, el niño tiene que pensar cuántos cuadraditos del número asignado puede descomponer para encajar en los huecos vacíos.

3.10. Tetris 5

Al llegar a esta sesión los alumnos han estado trabajado la descomposición aditiva de los juegos de Tetris durante las cuatro primeras sesiones, también han trabajado desde los problemas planteados en los cuentos y los programas tecnológicos "Five frame y Ten frame". Por ello, podremos valorar en esta sesión una evolución en el juego de los niños, están familiarizados con la descomposición aditiva de las fichas y van asumiendo de forma autónoma el conflicto. Este hecho es muy interesante, ya que ahora serán los mismos compañeros los que entran en debate sobre las posibles descomposiciones que ofrece el juego. La profesora está cerca, observa y sólo intervendrá en aquellos momentos puntuales en los que la necesidad del niño y del conflicto lo requiera.

Como podemos apreciar en las imágenes el dado, en esta quinta sesión ya se ha hecho visible y los niños están entusiasmados con él. De momento la partida ha evolucionado de forma fluida sin problemas, hasta el turno de José que le ha salido un 3, (Figura 13), pero los espacios están separados. Surge debate entre compañeros.

Alumna –Pues coge las 3 fichas José, le dice una niña
José –Sí eso haré
Alumno –Yo también lo haría así dice otro.

Las coge, las pone en fila, las observa y las coloca una a una correctamente.



Figura 13. Descomposición del tres en espacios separados

Le toca a Miguel, ha salido un 4 en el dado y quedan solo 2 huecos. Sin embargo, el niño coge una ficha de 4 con forma de L, pero no advierte la forma, lo vemos en la (Figura 14, izquierda).

Consuelo – ¿Miguel qué ocurre?
Miguel –Que no puedo poner la ficha de 4, no hay huecos.
Consuelo –¿Qué hemos hecho en situaciones parecidas?
Miguel –Partir el número.

Consuelo -¿Entonces...?
Miguel -Pero no podré poner el 4 señorita, solo 2 fichas.
Consuelo -Pero ¿Por qué podrás poner solo 2?
Miguel - Porque solo quedan 2 huecos vacíos
Consuelo -¿Cuántas te sobrarán?
Miguel - Estas 2
Consuelo - Muy bien hecho Miguel.



Figura 14. Ficha en forma de L y orientación

Quizás desde la visión de un adulto este hecho puede parecer algo muy sencillo, pero el niño tiene que identificar dos aspectos que requieren de un proceso complejo que exige no sólo descomponer el número en sus diferentes partes, sino advertir también la forma de la ficha para encajarla con las posibilidades que se encuentra. Ahora el problema de Miguel, radica en que le ha salido un número mayor de huecos de los que dispone, pero la profesora está cerca y con sólo una breve orientación el niño sabe cómo tiene que seguir. (Figura 14, derecha)

3.11. Tetris 6

En la sexta sesión, a María le sale un 6 en el dado y empieza el debate entre los compañeros que incluso algunos, imitan la conversación de la profesora -¿Qué puedes hacer María? Le dice el compañero de al lado -Pues romperé el 6, verás -Yo también lo haría así, dice otro compañero - ¡Ah, claro! apartas 2 y dejas aquí 4. -Sí. Eso es. Pongo 4 aquí y las otras 2 aquí (Figura 15).



Figura 15. Debate imitando a la profesora

A Alejandro (Figura 16), le sale un 5 y quedan huecos separados, primero se mira los 5 dedos de la mano, pero después opta por utilizar el mismo método utilizado hasta el momento. Mientras tanto, surge debate:



Figura 16. Autonomía, debate y descomposición

Laura -Puedes poner las 5 fichas sueltas
Alejandro - Ya lo sé, dice Alejandro
Alumno – ¡Es verdad! dice otro.
Alejandro –Pero lo haré de otra forma, pongo 3 fichas aquí y 2 aquí.

A Ana (Figura 17), le sale un 4 en el dado y coge una ficha de 4 en forma de cuadrado. Y le dice un compañero –Puedes ponerlas sueltas. Ana contesta –Voy a hacer lo mismo que Alejandro. Así que vemos la misma estrategia y dice en alto: - Pondré 2 y 2, porque son 4.



Figura 17. Asimilación de estrategias

A Carlos le sale un 5 en el dado y quedan solo 2 huecos vacíos (Figura 18, izquierda y derecha). Los niños siguen utilizando la misma estrategia utilizada hasta el momento, les resulta cómoda y muy visual. Sin embargo, ha vuelto a surgir el conflicto, ha salido un número mayor que huecos quedan. Carlos pone las 5 fichas en fila y tapa 2 con la mano, quedan 3 fichas sueltas. Pero no termina de comprender, que de las 5 fichas tendrá que utilizar sólo 2 en el Tetris, él no sabe qué hacer con las 3 que sobran, sin embargo la descomposición la entiende y la ha hecho de forma correcta. Los otros compañeros están en silencio, no dan sugerencias a Carlos. La profesora está observando la situación y comenta:

Consuelo -¿Qué pasa Carlos?
Carlos- Pues que no se hacerlo, dice algo frustrado
Consuelo -¿Qué te ha salido en el dado?
Carlos - Un 5, y solo puedo poner 2, pero me sobran fichas
Consuelo- Lo importante Carlos es que de las 5 fichas, ya has separado las que necesitas, ¿Cuántas te sobran?
Carlos- Sobran 3
Consuelo -¿Las tienes que poner?
Carlos - ¿No?, ¡pongo sólo 2 fichas! Dice con voz triunfadora
Clase -Todos asienten con un murmullo general
Consuelo –Muy bien Carlos, muy bien.



Figura 18. Sobran piezas

3.12. Tetris 7

Vemos en estas partidas que los niños empiezan a conectar pensamientos generalizables, las sesiones repetidas van permitiendo que los niños vayan profundizando en su pensamiento a través de los conflictos que se encuentran. Las partidas van más rápidas, la descomposición aditiva de los números

y de las fichas para los niños se ha convertido en un juego conocido, actúan con seguridad, separan fichas y descubren las posibilidades de jugar con los números.

Nos encontramos situaciones en la que los niños encuentran fácilmente una solución cuando el número es identificable como "dobles".

En la última tirada (Figura 19) sale un 4 y solo quedan 3 huecos vacíos. La niña utiliza la misma estrategia de poner las fichas en fila y después las separa en 2 conjuntos, 1 de 2 y otro de 3. Pero al encajarlas innova una nueva forma, poner las fichas sueltas, se pone las 4 en la mano y va poniendo de 1 en 1 las 3 que necesita poner en el Tetris, quedándose con 1 ficha en la mano.



Figura 19. Nueva estrategia de descomposición

3.13. Tetris 8

En la última sesión (Figura 20, izquierda), a Rubén le sale un 6 en el dado y los huecos que quedan están separados. El niño utiliza la estrategia habitual de poner las 6 fichas en fila y después coge las 6 fichas sueltas, que irá poniendo 1 a 1 en el tablero, mientras sus compañeros observan la situación. A Susana (Figura 20, centro), le sale un 4 en el dado y pone 4 fichas en fila separando 2 a 2 y colocando las fichas puntuadas de la misma manera. Precisamente en la última jugada se repite con Andrea una situación parecida (Figura 20, derecha), y por imitación utilizará la misma estrategia que su compañera. Quedan 4 huecos y están separados 2 de ellos. Pone las fichas en fila y va juntando las fichas puntuadas, fijándose en los huecos vacíos, y ayudada por el debate que surge alrededor, se da cuenta que 2 fichas pueden ponerse juntas.



Figura 20. Apropriación de la nueva estrategia

3.14. Las Tics (Marcos de diez)

Llegamos a las sesiones trabajadas a través de una aplicación tecnológica conocida como "Five frame o ten frame". Éste programa permite trabajar de forma muy visual la descomposición aditiva del número en la pizarra digital y pone en juego habilidades relacionadas con hechos numéricos básicos ofreciendo una atractiva manera de acercarse a las matemáticas, además de dar a su vez coherencia a uno de los puntos focales del currículo, la competencia digital.

Durante las 4 sesiones siguientes, los alumnos van a jugar con los números visualizando de forma clara y atractiva tareas de composición y descomposición de números que están relacionadas con acciones de juntar y separar. La primera partida se realiza con "Five frame" de manera introductoria para que los

alumnos se familiaricen con la aplicación, en el presente trabajo sólo aparecerán las sesiones trabajadas con la aplicación "Ten frame" para ofrecer más posibilidades a la descomposición adquirida por los alumnos.

Cada sesión dura aproximadamente 1 hora y se realiza en el aula usando la pizarra digital táctil y, dado que la comunicación es muy importante en la etapa de infantil vamos a seguir trabajando sobre la verbalización del pensamiento individual y colectivo respecto al número. Todos los alumnos de la clase participan en la sesión e irán saliendo por turnos.

Para hacer más comprensible la explicación y más reducida la extensión de esta parte del trabajo, se han agrupado las imágenes en función de la pregunta y también se han seleccionado aquellas en las que se aprecia el detalle de descomposición, para poder explicar el pensamiento que el alumno ha utilizado al realizar la descomposición aditiva de cada situación.

3.15. Marcos de 10- Sesión 2

Al llegar a esta sesión los alumnos han trabajado la descomposición aditiva desde los diferentes enfoques, por lo que los niños están más confiados con las relaciones dinámicas que ofrece el número, exploran combinaciones y comienzan a mecanizar respuestas interesantes respecto a la descomposición aditiva.

Ahora se plantea un nuevo reto, se ha aumentado la dificultad de forma gradual a través de las sesiones trabajadas, Marcos de 10 ofrecerá la posibilidad a los niños de trabajar la descomposición aditiva con el número 10 y ayudará a los niños a desarrollar un pensamiento más flexible en cuanto a la combinación de números y sus representaciones. Marcos de 10 plantea ahora tres preguntas:

Con las preguntas, ¿Cuántos huecos están vacíos? ¿Cuántas manzanas hay? (Figura 21, izquierda y derecha) va apareciendo de manera combinada con la anterior. La gran mayoría de los niños no presenta ninguna dificultad en el momento de discriminar las casillas vacías que tienen que contar a partir de las que están llenas.



Figura 21. Fluidez con casillas vacías; discriminación entre casillas

Es importante que los alumnos aprendan a ver la diferencia entre lo que está vacío y lo que está lleno en un contexto numérico que da pie a pensar y a extraer conclusiones sobre su posible descomposición aditiva. Sin embargo, un nuevo reto aparece junto con las otras 2 preguntas, con él, los niños deben mover una cantidad de manzanas asignadas, teniendo la oportunidad de hacerlo de dos maneras distintas: Pueden hacerlo poniendo una a una cada manzana en su casilla correspondiente en el caso de números más pequeños de 5 y también pueden hacerlo por bloques de 5 manzanas en casos que lo superen. Aunque las dos maneras de solucionar el problema es correcto, es cierto que la segunda opción de poner bloques de 5 manzanas en un único viaje, economiza en un sólo paso 5 viajes entre las casillas. Sin embargo, también es cierto que requiere un nivel de comprensión algo superior a la primera opción, por lo que se plantea un desafío en el grupo que servirá para intercalar diferentes formas de llegar a una solución correcta.

Movilizar a las 10 casillas una cantidad menor de 5 es un proceso que los niños van realizando sin dificultad, por lo que seleccionamos las imágenes ante la segunda situación en la que tenían que movilizar cantidades de manzanas que superan el número 5. A Juan el niño de la (Figura 22, izquierda), lo vemos con un gesto que refleja el gran esfuerzo que debe hacer para situar 10 manzanas 1 a 1 en las casillas. No obstante, ante la misma situación otros alumnos lo hicieron de forma diferente y desde luego a la mayoría de los niños les gustó esa forma de romper el número en sus diferentes partes, para solucionar la situación planteada de forma más rápida. Así lo vemos en la (Figura 22, centro) a Miguel cogiendo primero una manzana suelta y después un paquete de 5 manzanas para poner las 6 manzanas que debía situar en las casillas. Nuevamente surgió un interesante debate que sirvió a varios alumnos para hacer propia esa nueva manera de utilizar el número (Figura 22, derecha).



Figura 22. Juan situando una a una; Miguel haciendo paquetes de cinco y debate posterior

3.16. Marcos de 10- Sesión 3

Ahora Marcos de 10 plantea una nueva pregunta en esta sesión, ¿cuántas estrellas necesitas para llenar las casillas vacías? en esta ocasión los alumnos deben contar los huecos vacíos para poner las estrellas amarillas y también marcar el número en la línea numérica de la base de la pantalla.

El reto aparece al tener que situar un número mayor de 5 estrellas en las casillas vacías, como vemos en la (Figura 23, izquierda) a Felipe que ya duda en el procedimiento que va a utilizar para situar las 5 estrellas en los huecos vacíos, finalmente elige el procedimiento que ya conoce, situarlas 1 a 1, aunque intuye que lo puede solucionar de otra forma.

En la (Figura 23, centro) observamos a la profesora que aprovecha la duda que tiene Felipe para reflexionar con el grupo, ha detectado que algunos niños también han demostrado tener dudas en la misma situación y son varios los que se animan a explicar su pensamiento sobre la descomposición. Sin duda, escuchar las aportaciones de los compañeros se convierte en un aspecto clave para propiciar el aprendizaje de la comunidad de la clase.

Pero también advertimos, (Figura 23, derecha) que hay niños que empiezan a conectar ideas y entienden cuál es el proceso que pueden seguir para economizar los pasos de la descomposición del número, así lo vemos como ejemplo en la siguiente imagen seleccionada; Donde vemos a Juan que en una sesión anterior había utilizado la estrategia de poner 10 manzanas 1 a 1, ahora se ha dado cuenta que puede poner las 7 estrellas en sólo dos viajes, utilizando un paquete de 5 y 2 sueltas.



Figura 23. Felipe con dudas; debate posterior y Juan haciendo paquetes de cinco

3.17. Marcos de 10- Sesión 4

Marcos de 10 plantea la siguiente pregunta, ¿cuántas pelotas necesitas para llenar las casillas vacías?

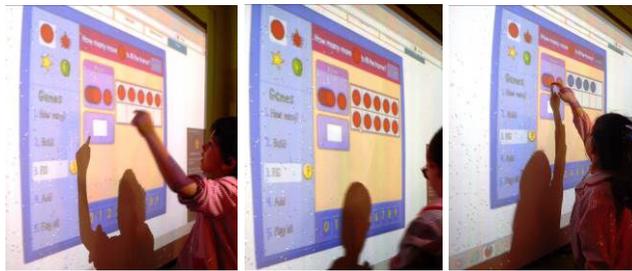


Figura 24. Estrategias adquiridas con la descomposición en bloques

Miguel situado (Figura 24, izquierda), está deseando salir para demostrar sus nuevas habilidades con el número y tiene suerte ya que ahora debe colocar 10 pelotas en las casillas vacías, lo hace con 2 paquetes de 5 pelotas. También vemos la evolución de algunos niños que hemos ido viendo en las sesiones realizadas. A Felipe y Carmen (Figura 24, centro y derecha) prácticamente todos han aprendido a descomponer el número de diferentes formas, o bien cogiendo un paquete de 5 pelotas o en más partes según las posibilidades del número.

4. Reflexión sobre la influencia del aprendizaje de la descomposición aditiva en la Educación Infantil

En vista de lo expuesto a lo largo del presente artículo consideramos que los tres enfoques prácticos utilizados con niños de 5 y 6 años para trabajar la descomposición aditiva son adecuados para influir en el aprendizaje del esquema parte-todo y del cálculo mental, mejorando el tránsito hacia el conocimiento de la suma y de la resta.

Comprobamos en el análisis realizado a los documentos curriculares que rigen la Educación infantil y la Educación primaria, que la enseñanza y el aprendizaje de la asignatura de matemáticas, debe atender a las necesidades de estas etapas de desarrollo para que se puedan alcanzar aprendizajes significativos y eficaces. Este proceso de construcción de significados se logra acercando al niño a su realidad a través de un enfoque globalizador que permita realizar las conexiones necesarias al reflexionar sobre sus acciones solucionando conflictos socio-cognitivos. Desde esta amplia perspectiva, las matemáticas que se han presentado a lo largo de las sesiones han fomentado que los alumnos de esta clase, aprendan a razonar, a pensar, a argumentar y a justificar la estrategia escogida para realizar la descomposición aditiva. Comprendiendo a través de situaciones nuevas las relaciones que guardan entre sí las cantidades de objetos, imágenes o números, adquiriendo un concepto básico para las matemáticas, como es el esquema parte-todo, que está íntimamente relacionado con el cálculo mental y que es el fundamento para el aprendizaje de la suma y de la resta. Castro y Castro (2006); Castro, Cañadas y Castro-Rodríguez y Castro (2013).

De esta manera, los alumnos han ido alimentando el proceso utilizado, desarrollando habilidades de identificación, exploración, comparación, relación y observación, con aquellas estrategias y conocimientos enfrentados a lo largo de las sesiones, resueltas gracias a la búsqueda y la construcción de modelos propios para solucionar los problemas de descomposición aditiva.

Según la literatura consultada, las actividades escogidas han permitido a los niños profundizar en la identificación de las partes del número, ya que desde las diferentes preguntas han podido transferir lo aprendido a otras situaciones y comprobar a través de la manipulación de cantidades, que el número

es, por sí mismo, el resultado de un sistema de relaciones dinámicas integradas. (Castro, Rico y Castro, 1995, p. 36). Esta visión, amplia más el uso del número y permite en la educación infantil adquirir un conocimiento global sobre la descomposición aditiva.

De acuerdo con lo que aconsejan los expertos De Castro y Escorial (2007), se ofreció un primer contacto con la resolución de problemas, desde el convencimiento que puede convertirse en el motor que guíe el conocimiento numérico en estas edades tempranas. Por este motivo, se introdujeron los problemas que admiten varias soluciones desde la narración de cuentos con la finalidad de generar discusiones sobre la validez de las distintas aportaciones y explorar de manera más flexible y gradual la producción de la descomposición del número en todas sus posibilidades.

Desde otra perspectiva metodológica, se unió el juego y las matemáticas a través de las actividades de descomposición aditiva de un Tetris elaborado especialmente para esta propuesta. Con finalidad de seguir explorando ideas, construyendo conocimientos y transfiriendo relaciones a la semejanza de composición y descomposición de piezas geométricas con el uso de los números y, favorecer de esta manera, las siguientes capacidades de (observación, imaginación, intuición y de razonamiento lógico) permitiendo construir entre los alumnos una zona de desarrollo próximo potencialmente creadora.

Y para completar la visión de las distintas propiedades de la descomposición aditiva, se seleccionaron a través de las Nuevas Tecnologías aplicaciones pedagógicas de calidad, muy bien acogidas por la comunidad de la clase, "Five frame" y "Ten frame". Con estas actividades, los alumnos han podido seguir profundizando en la visión del uso del número, componiendo y descomponiendo elementos iniciándose de esta forma en habilidades numéricas básicas utilizando los nuevos lenguajes tecnológicos.

En los resultados obtenidos ha llamado la atención las sentencias numéricas que de forma simbólica los alumnos ya tenían consolidadas previamente, se deduce que el motivo radica en el trabajo prematuro de los algoritmos formales, aspecto que ha favorecido la realización correcta de la gran variedad de problemas matemáticos enfocados hacia el aprendizaje de la descomposición aditiva. Sin embargo, hay que añadir que los problemas han cumplido una serie de requisitos, como que los sumandos tenían que ser mayores de 2 dígitos y menores de 10 para poder ser resueltos sin agregar mayor dificultad.

A raíz de este planteamiento los niños han sido capaces de analizar, debatir y relacionar situaciones de suma y de resta, adquiriendo un gran abanico de registros y estrategias informales que les ha preparado para comprender los símbolos formales de la próxima etapa educativa.

En este trabajo, se enfatiza la necesidad de que la educación infantil no puede quedarse al margen de los debates, ya que el contraste de opiniones al razonar sobre lo que saben o han descubierto sobre la descomposición aditiva y cómo lo han averiguado, genera fecundas conclusiones de por qué se usan así los números, facilitando comprender nuevos conocimientos matemáticos.

Los debates ocasionados han permitido dar señales sobre las ideas previas o pensamientos informales que los alumnos han puesto de manifiesto. Gracias a ello se ha apreciado una evolución en el aprendizaje de los niños a lo largo de las sesiones.

Esta idea es especialmente reveladora, porque ha permitido detectar en cada momento en qué punto se encontraba cada alumno respecto a los conceptos y procedimientos que tenía sobre la descomposición aditiva. En ese recorrido las dudas ocasionadas han sensibilizado opiniones, por lo tanto el debate en esta propuesta de intervención se ha convertido en una herramienta de evaluación del rendimiento individual y grupal, fundamental para orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el transcurso de las sesiones.

Referencias

- Aguilar, B., Ciudad, A., Láinez, M.C. y Tobaruela, A. (2010). *Construir, jugar y compartir: Un enfoque constructivista de las matemáticas en Educación Infantil*. Jaén: Enfoques Educativos.
- Alsina, Á. (2010). La pirámide de la educación. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.
- Alsina, Á. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números*, 80, 7-24.
- Bermejo, V. (2004). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*. Madrid: CCS.
- Bermejo, V. y Lago, O. (1987). El aprendizaje de las matemáticas estado actual de las investigaciones. *Papeles del psicólogo*, 32. Recuperado de: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=909836>
- Bernardo, J., y Calderero, J. (2000). *Aprendo a Investigar en Educación*. Madrid: Ediciones Rialp.
- Bravo, J. A. F. (2006). Desarrollo del pensamiento lógico-matemático. En E. Miraflores y J. Quintanal (Eds.), *Educación infantil: orientaciones y recursos metodológicos para una enseñanza de calidad* (pp. 297-326). Editorial CCS.
- Caballero, S. (2005). *Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de educación infantil*. Tesis doctoral no publicada, Universidad Complutense, Madrid. Disponible en: <http://biblioteca.ucm.es/tesis/psi/ucm-t28929.pdf>
- Castro, E. y Castro, E. (2006). *La relación parte-todo*. Granada: Departamento de didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada.
- Carrascosa, S. (2008) *El ordenador en el aula de Educación Infantil. Ciencia y Didáctica: Revista digital y ciencia didáctica*, 4, 66-73. Recuperado de: http://enfoqueseducativos.es/ciencia/ciencia_4.pdf#page=66
- Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V. Bogotá, pp.1-84.
- Castro-Rodríguez, E. y Castro, E. (2013). *La relación parte-todo*. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en didáctica de la matemática: Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 85-92). Granada: Comares.
- Castro, E., Cañadas, M. C. y Castro-Rodríguez, E. (2013). Pensamiento numérico en edades tempranas. *Edma 0-6: Educación Matemática en el Infancia*, 2(2), 1-11.
- Cifuentes, E. V. (2013). Desarrollo del cálculo mental a partir de entrenamiento en combinaciones numéricas y estrategias de cálculo. *Números*, 84, 5-23.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers.
- Coronata, C. y Alsina, A. (2012). Hacia la alfabetización numérica en Educación Infantil: algunos avances en Chile y España. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(2), 42-56.
- De Castro, C. y Escorial, B. (2007). Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: una experiencia de enfoque investigativo. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación (Monografía IX)*, 23-48.
- De Castro, C. y Hernández, E. (2014). Problemas verbales de descomposición multiplicativa de cantidades en educación infantil. *PNA*, 8(3), 99-114.
- Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la *Educación infantil*. *Boletín Oficial del Estado*, 4, 4 de enero 2007, pp. 475-478.
- Decret 142/2007, de 26 de junio, por lo que se establecen la ordenación de las enseñanzas de la *Educación primaria*. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 29 de junio 2007, número 4915, pp. 21826-21865.
- Decret 181/2008, de 9 de septiembre, por el que se establecen la ordenación de las enseñanzas de la *Educación infantil*. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 16 de septiembre 2008, número 5216, p. 68259.
- Frabetti, C. (2009). Literatura y matemáticas. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 13(50), 42-46.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada. Recuperado de: <http://www.matesup.ualca.cl/modelos/articulos/fundamentos.pdf>
- Guzmán, M. (2001). Tendencias actuales de la educación matemática. *Sigma: Revista de matemáticas*, 19, 5-25.
- Jiménez, L. (2008). *La activación del conocimiento real en la resolución de problemas: un estudio evolutivo sobre los problemas no-rutinarios de adición*. Madrid: Universidad Complutense.

- Marín, M. (2007). El valor matemático de un cuento. *Sigma*, 31, 11-26.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007, 20 de julio). ORDEN ECI/2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación primaria. *BOE*, 173, 31487-31566.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2014, 1 de marzo). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por la que se establece el currículo de Educación primaria. *BOE*, 52, 19349-19420.
- OCDE (2005). *Informe PISA 2003: Aprender para el mundo del mañana*. Madrid: Santillana.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA, NCTM.
- Rafael, A. (2007). *Desarrollo Cognitivo: Las Teorías de Piaget y de Vygotsky*. Master en Paidopsiquiatría. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de educación, Extra 1*, 275-294.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.
- Schulman, L., Dacey, L.S. y Eston, R. (1999). *Growing mathematical ideas in kindergarten*. Math Solutions.
- Uriach, D. B. y Pesce, C. C. (2011). Sentido numérico, aritmética mental y algoritmos. Editores: Ministerio de Educación, Subdirección General de Documentación y Publicaciones. *Elementos y razonamientos en la competencia matemática [Recurso electrónico]* (pp. 47-78).

María Zúñiga Carpintero. Tiene el Grado de Maestro de Educación Infantil y el Grado de Maestro de Educación Primaria, con las especialidades en Pedagogía Terapéutica y en Religión. En la actualidad, trabaja con niños que presentan dificultades de aprendizaje en el área de matemáticas y sigue estudiando.

Email: mariacarmenzunigacarpintero@hotmail.com