SEPARADOR 1

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NÚMERICOS

MARTHA CECILIA QUINTERO MARÍN
Institución Educativa Domingo Savio, Rionegro

RAMÓN ANTONIO QUINTERO MARÍN
Institución Educativa Antonio Donado Camacho, Rionegro

RUBIELA DEL SOCORRO ROJAS ALZATE
Institución Educativa Domingo Savio, Rionegro

FAINORY MORENO CUESTA
Institución Educativa Porcecito, Santo Domingo

GUILLERMO SILVA RESTREPO
Institución Educativa La Milagrosa, Medellín

ANA OFELIA VILLEGAS MÚNERA
Institución Educativa Emiliano García, Girardota

MERCEDES DEL T. ARRUBLA CARMONA
Institución Educativa de Desarrollo Rural Miguel Valencia, Jardín

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS

Introducción

Tal como lo expresa el Ministerio de Educación Nacional en su documento sobre los Lineamientos Curriculares en el área de Matemáticas, el desarrollo del Pensamiento Numérico es el nuevo énfasis sobre el cual debe realizarse el estudio de los Sistemas Numéricos. Así, desde el estudio profundo de los Sistemas Numéricos, se pueden desarrollar habilidades para comprender los números, usarlos en métodos cualitativos o cuantitativos, realizar estimaciones y aproximaciones, y en general, para poder utilizarlos como herramientas de comunicación, procesamiento e interpretación de la información en contexto con el fin de fijarse posturas críticas frente a ella, y así participar activamente en la toma de decisiones relevantes para su vida personal o social.

> "…el pensamiento numérico se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones" (McIntosh, 1992, tomado de NCTM, 1989).

En los Estándares Básicos de Matemáticas, publicados por el MEN en el 2003, y en coherencia con los planteamientos de los Lineamientos Curriculares, se propone que el estudio de los números debe hacerse desde el desarrollo del pensamiento numérico. Para ello centra su atención en la comprensión, representación, el uso, el sentido y significado de los números, sus relaciones y operaciones dentro de cada sistema numérico.

En tal sentido, estos estándares, al igual que los estándares pertenecientes a los demás pensamientos están estructurados desde la perspectiva de los procesos, los conceptos y los contextos dentro de los cuales el conocimiento matemático adquiere sentido y significado.

A medida que los alumnos tienen la oportunidad de usar los números y pensar en ellos en contextos significativos, el pensamiento numérico evoluciona a través de los métodos de cálculo (escrito, mental, calculadoras y estimación), de los procesos de estimación y aproximación, y sobre todo, de la construcción conceptual de las operaciones matemáticas de orden aditivo y multiplicativo a partir de la actividad matemática ligada a la solución de problemas. Igualmente se espera que a lo largo de toda la educación básica y media, los alumnos desarrollen paulatinamente procesos descriptivos, explicativos y argumentativos, asociados con los sistemas numéricos, los de numeración y el uso y significado de ambos en contextos científicos y de la vida cotidiana individual.

Detrás de los estándares hay una estructura conceptual que permite identificar tres grandes ejes, a saber:

- Aspectos conceptuales del número.
- Estructuras aritméticas (campo aditivo y campo multiplicativo).
- Numeración y cálculo.

A lo largo de estos tres ejes se desarrolla el pensamiento numérico como un proceso que privilegia los aspectos conceptuales sobre los procedimentales (los algoritmos para efectuar cálculos), rescatando el sentido de lo numérico, la comprensión de las operaciones y relaciones que se pueden desarrollar con los números, y el desarrollo de diversas estrategias de cálculo, estimación y aproximación.

Todo esto está en perfecta consonancia con los planteamientos que sobre el pensamiento numérico se plasman en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas.

El Pensamiento Numérico y los Sistemas Numéricos están concebidos de tal manera que los estudiantes avancen hacia la construcción del número, su representación, las relaciones que existen entre ellos, así como las operaciones que se efectúan en cada uno de los sistemas numéricos. Permite el aprovechamiento del concepto intuitivo de los números que el niño adquiere desde antes de empezar su proceso escolar, en el momento en que empieza a contar, y a partir del conteo iniciarlo en la comprensión de las operaciones matemáticas, de la proporcionalidad y de las fracciones. Mostrar diferentes estrategias y maneras de obtener un mismo resultado. Cálculo mental. Algoritmos. Uso de los números en estimaciones y aproximaciones. (MEN. Estándares básicos de matemáticas y lenguaje, 2003).

Si tenemos en cuenta las evaluaciones externas que realizan el MEN y el ICFES a través de las Pruebas Saber y de Estado, se crea la necesidad de replantear las prácticas de enseñanza, así como la orientación del aprendizaje de los estudiantes, hacia el desarrollo de las competencias (Saber y saber hacer como individuos competentes). Específicamente, los Estándares del Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos, apuntan hacia el desarrollo de las competencias que se relacionan con la comprensión, uso y significado de los números, operaciones, relaciones, cálculo y estimación.

ESTÁNDARES DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO

En el eje temático del Concepto de Número, se agrupan los estándares que hacen referencia a:

- Los significados que toma el número en contextos tales como la medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros.
- El uso, sentido y significado de los números (sistemas numéricos) en contextos y situaciones de medición.
- La generalización y justificación de propiedades y regularidades de los números con sus operaciones y sus relaciones.
- El uso de las propiedades de las relaciones y operaciones de los números como estrategias en la formulación y resolución de problemas.

Dentro del eje temático de las Estructuras Aritméticas, se incluyen los estándares relacionados con:

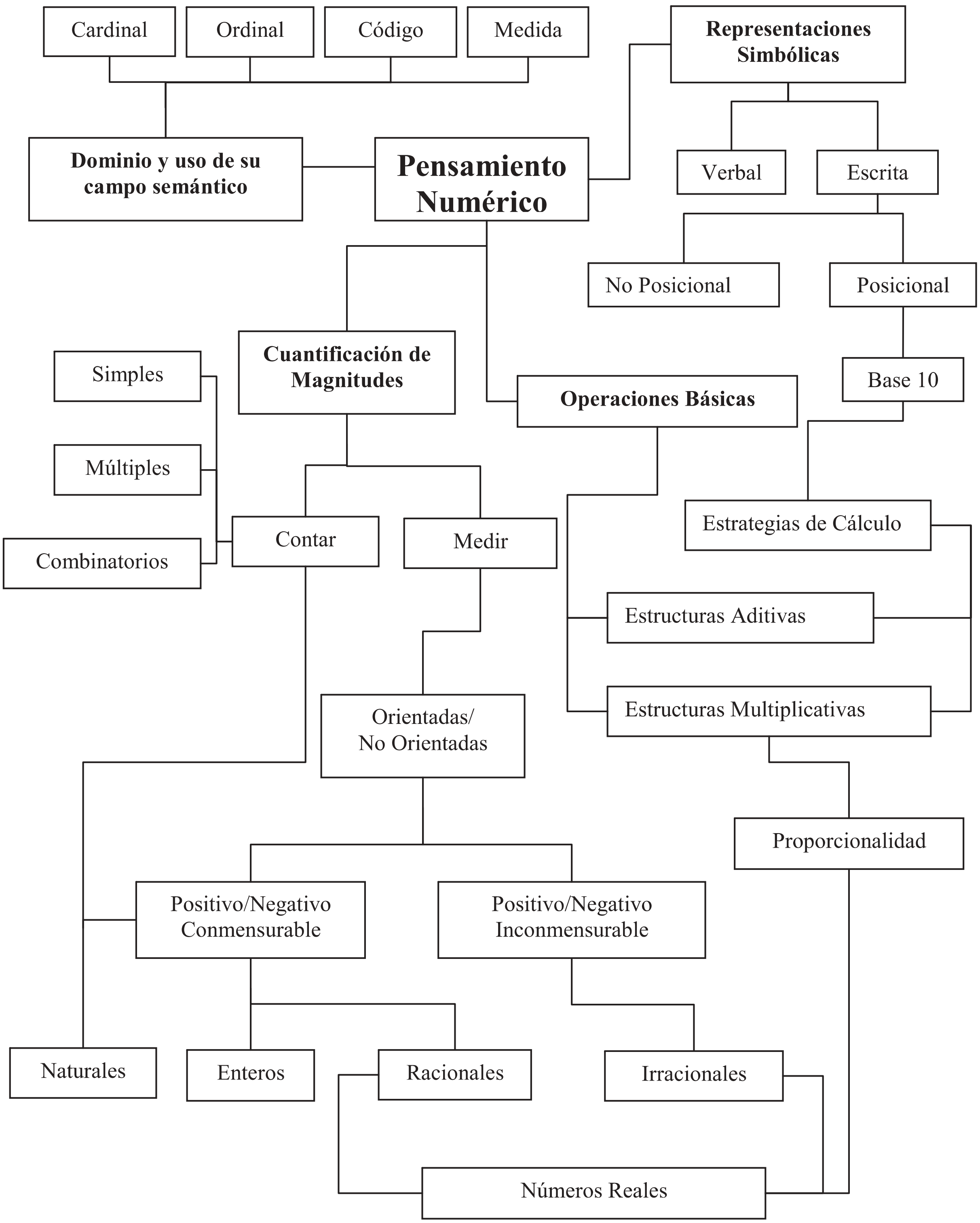
- Comprensión de los aspectos conceptuales de las operaciones con los números.
- Comprensión de las estructuras aditivas (situaciones problemas de composición, transformación, comparación e igualación).
- Comprensión de las estructuras multiplicativas (situaciones problemas de variación y cambio, fundamentalmente de proporcionalidad directa e inversa).

En el eje temático de Numeración y Cálculo, se agrupan los estándares que tienen que ver con:

- Uso, sentido y significado de las representaciones de los números en diferentes contextos y de acuerdo con el sistema numérico que se esté trabajando.
- Estrategias de cálculo (cálculo mental, algoritmos convencionales, instrumentos de cálculo) y estimación en la solución de problemas.

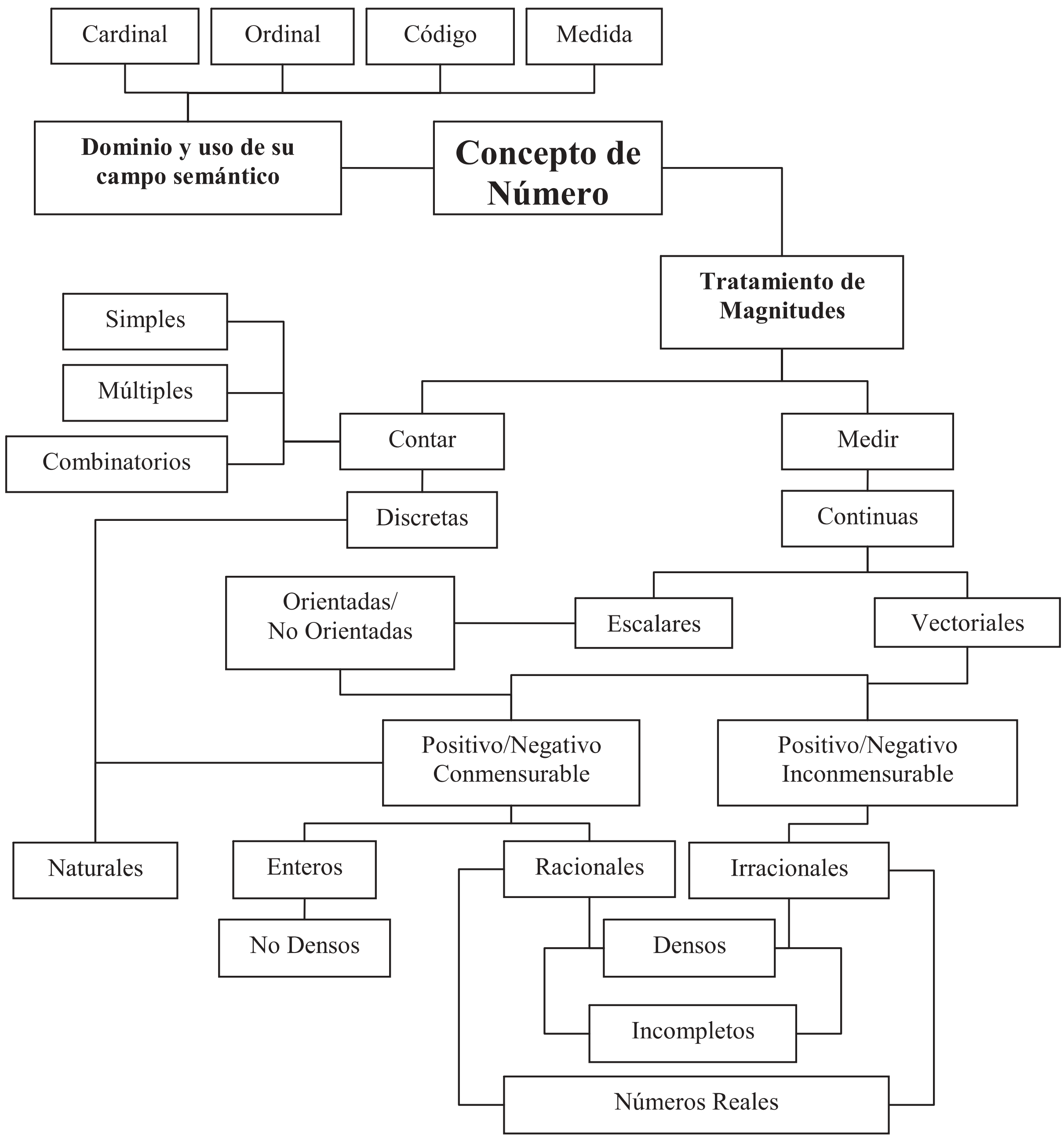
El siguiente esquema muestra de forma general las relaciones conceptuales descritas anteriormente.

En la descripción de cada eje temático, se propone un esquema que muestra en forma general las relaciones conceptuales ya descritas, las cuales serán ampliadas posteriormente.


Cardinal
Ordinal
Código
Medida
Representaciones Simbólicas
Dominio y uso de su campo semántico
Pensamiento Numérico
Verbal
Escrita
No Posicional
Posicional
Simples
Cuantificación de Magnitudes
Base 10
Operaciones Básicas
Múltiples
Estrategias de Cálculo
Contar
Medir
Combinatorios
Estructuras Aditivas
Orientadas/
No Orientadas
Estructuras Multiplicativas
Proporcionalidad
Positivo/Negativo
Conmensurable
Positivo/Negativo
Inconmensurable
Naturales
Enteros
Racionales
Irracionales
Números Reales

EJE TEMÁTICO No.1: CONCEPTO DE NÚMERO

El proceso conceptual a la construcción del concepto de número está asociado, fundamentalmente a dos temáticas: el uso, sentido y significado de los números, y la construcción de los sistemas numéricos, como se puede ver en el siguiente esquema:



La primera de estas temáticas se desarrollar a partir de situaciones cotidianas en las que el número toma diferentes significados:

- ***Cardinal:*** cuando el número describe la cantidad de elementos de una magnitud discreta (por ejemplo, la cantidad de objetos en una colección de lapiceros).

- ***Medidor:*** si el número describe la cantidad de unidades de medida que contiene una magnitud continua (por ejemplo, el volumen de agua consumido por una familia durante el mes).

- ***Ordinal:*** si describe la posición relativa de un elemento en un conjunto discreto y totalmente ordenado (por ejemplo, la posición del número 5, dentro de la secuencia de todos los números naturales indica que éste es mayor que el 4, pero menor que el 6)[2].

- ***Código:*** si se utiliza para distinguir clases de elementos (por ejemplo, en los números de teléfono, en los códigos de barras de los artículos, etc.).

Por su parte, la construcción de los sistemas numéricos toma como punto de partida el trabajo con las magnitudes y sus medidas: la medida de magnitudes continuas, así como el conteo en las magnitudes discretas, son la fuente fenomenológica a través de la cual el concepto de número adquiere sentido. Así pues, el énfasis en el proceso de construcción del concepto de número propuesto en estos estándares no es a partir de la noción de conjunto, sino de la de medida de magnitudes. Esto es, no se trata de aprender el número a través del trabajo con los conjuntos para luego tener la oportunidad de aplicarlos a la solución de situaciones de medición y conteo, sino por el contrario, a través de enfrentarse a las situaciones de medición y conteo se puede lograr el desarrollo de los procesos de conceptualización sobre los números.

- Cuando se debe determinar el tamaño de una magnitud, y esta no es continua, no se habla de medir sino de contar. Se cuenta el número de personas en una reunión, la cantidad de sillas en un aula de clase, el número de animales en un corral, etc. En todos estos casos, el acto de la cuantificación se expresa a través de un número natural. Igualmente, cuando se trata de juntar, extraer, repetir, repartir, comparar dos o más de estas cantidades (matemáticamente hablando, sumar, restar, multiplicar, dividir, ordenar dos o más cantidades), el contar vuelve a ser una vez más el camino para determinar el resultado final[3].

Así pues, la operación de contar es eje central en la construcción de los números naturales. O dicho de otra forma, la construcción del sistema de los números naturales (sus objetos: los números; sus relaciones: de orden y equivalencia; sus operaciones: suma y multiplicación) tiene en el conteo un punto de apoyo fundamental para el desarrollo de su proceso constructivo.

De otra parte, en el caso de medir magnitudes continuas, puede suceder que la unidad de medida utilizada esté contenida un número exacto de veces en la magnitud que se mide, y por tanto, la medida se expresa a partir de un número natural; de lo contrario, la medida debe ser expresada a partir de un número racional. Los niños desde edades muy tempranas se ven enfrentados

2 En conjuntos que no son totalmente ordenados como los racionales, se puede establecer cuando un racional es más grande que otro, pero no se puede determinar una secuencia estricta de sucesión de uno a otro, de tal forma que pueda definir, dado un número racional cual es el inmediatamente menor, o el inmediatamente mayor.

3 Los algoritmos convencionales para calcular el resultado de efectuar una cualquiera de estas operaciones esconde en sus reglas los principios básicos del conteo. Da la impresión de que lo que se hace no es contar, aunque en realidad si se cuenta, sólo que se trata de técnicas sofisticadas de conteo.

cotidianamente a este tipo de situaciones, lo cual les permite la construcción de nociones intuitivas de racionales tales como mitad, cuarta parte, entre otras.

Desde la anterior perspectiva, el número racional será comprendido como la cantidad (número) que expresa la medida de una magnitud con respecto a otra tomada como unidad. Esta medida se puede representar en notación decimal.

Esta óptica de aproximación al número racional contrasta ampliamente con la usualmente utilizada en la escuela ya que el número racional (independientemente de la notación utilizada para representarlo) es una relación cuantitativa entre dos magnitudes, y no la parte sombreada o coloreada de una unidad, ni el nombre de la parte de una unidad que se ha tomado o coloreado de dicha unidad. En la actualidad, el proceso de aprendizaje sobre los racionales inicia con el estudio de las fracciones a partir de actividades típicas centradas en el conteo: partes en que se divide la unidad sobre partes que se toman de las mismas. De esta manera la fracción no es vista como la representación de un número (un número racional), sino como dos números naturales (numerador y denominador) separados por una rayita (vínculo). Por ejemplo, ¾ es comprendida como 3 de las 4 partes en que se dividió la unidad, lo cual dista mucho de la comprensión de ¾ como un número que expresa la relación cuantitativa entre dos magnitudes (¾ sería tres veces ¼ de unidad).

No se trata, por supuesto, de negar el valor de las fracciones como punto nodal en la comprensión del número racional, sino de comprenderlas en el contexto dentro del cual tienen sentido: expresión cuantitativa de una medida, relación cuantitativa entre dos magnitudes. Un trabajo en tal sentido sobre las fracciones debe permitir al menos dos comprensiones básicas cuando se comparan dos magnitudes (conmensurables entre sí):

1. Una cantidad **A** es la n-ésima parte de otra magnitud **B**, si la magnitud **A** está contenida n veces en la magnitud **B** (la magnitud **A** está contenida un número exacto de veces en la magnitud **B**). Esto es, $A = \frac{1}{n} \cdot B$ si y sólo si . $B = n \cdot B$ De esta forma, ¼ no sería una de las cuatro partes en que se divide la unidad, sino la medida de aquella parte de la unidad que estaría contenida cuatro veces en la unidad. Esta noción suena compleja pero es una vía más natural para comprender el sentido y significado de una fracción.

2. Una magnitud **A** es $\frac{m}{n}$ veces la magnitud **B**, si la magnitud **A** es igual a *m* veces la n-ésima parte de **B.** (A= m veces $\frac{1}{n}$ · B), dicho de otra forma, la fracción $\frac{m}{n}$ es, $\underbrace{\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\cdots+\frac{1}{n}}_{m\ sumandos}$ En este caso, la fracción no unitaria es definida en términos de una composición multiplicativa de fracciones unitarias. Por ejemplo, ¾ sería interpretada como 3 veces ¼ de unidad (nótese la diferencia con la interpretación usual).

Favorecer una interpretación de las fracciones desde la anterior perspectiva permite generar procesos de conceptualización a partir de la medición, y no de la partición y el conteo. Así, la fracción es efectivamente una relación cuantitativa entre dos cantidades (la parte y el todo); además, como relación que es, la fracción ya no es una propiedad o un nombre de la parte, sino que la fracción es el resultado de una comparación. Igualmente, los conceptos de relación de equivalencia, relación de orden y las operaciones básicas se pueden construir a partir de la medición[4].

4 Para una discusión más amplia al respecto ver OBANDO, Gilberto, "la enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo" Revista EMA vol. 8, nº 2, 2003,

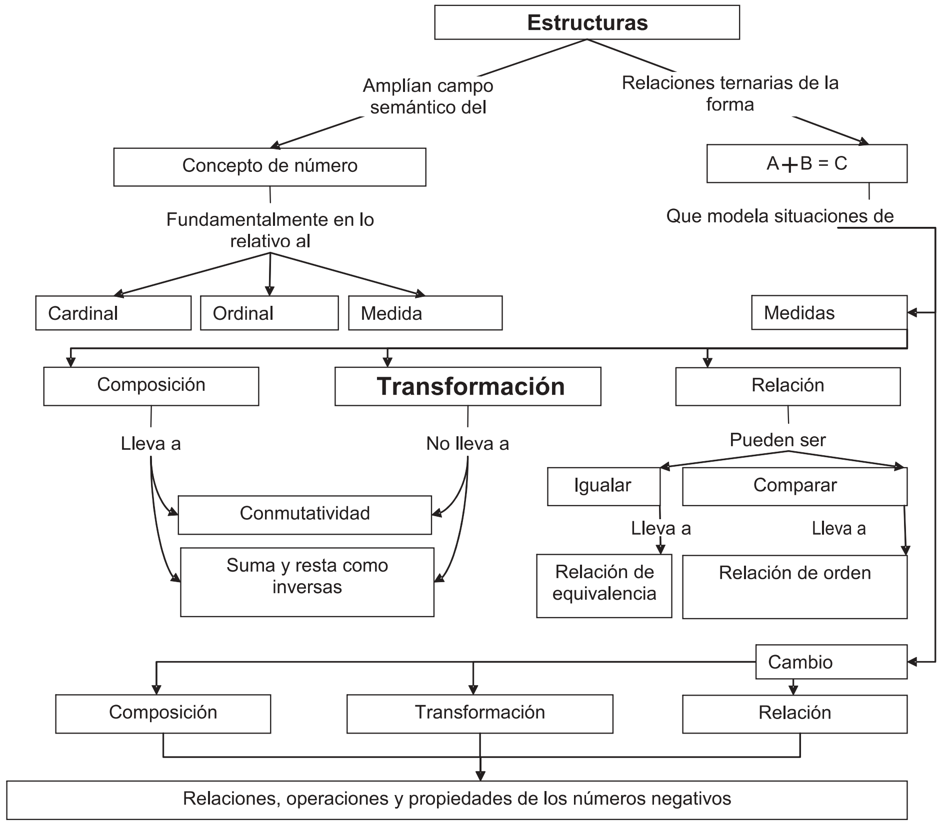
Un trabajo tal sobre los números racionales se abre entonces como una perspectiva diferente para continuar su estudio a partir de situaciones problema que involucren otros sentidos y significados de los mismos. Esto es, dar el paso a situaciones en las cuales el trabajo sobre las magnitudes permita conceptualizaciones relativas a: la proporcionalidad (razones, proporciones, ratas, intereses, etc.), la recta numérica (los racionales como puntos, los racionales como medida de segmentos), y las estructuras algebraicas (densidad e incompletitud, propiedades de campo).

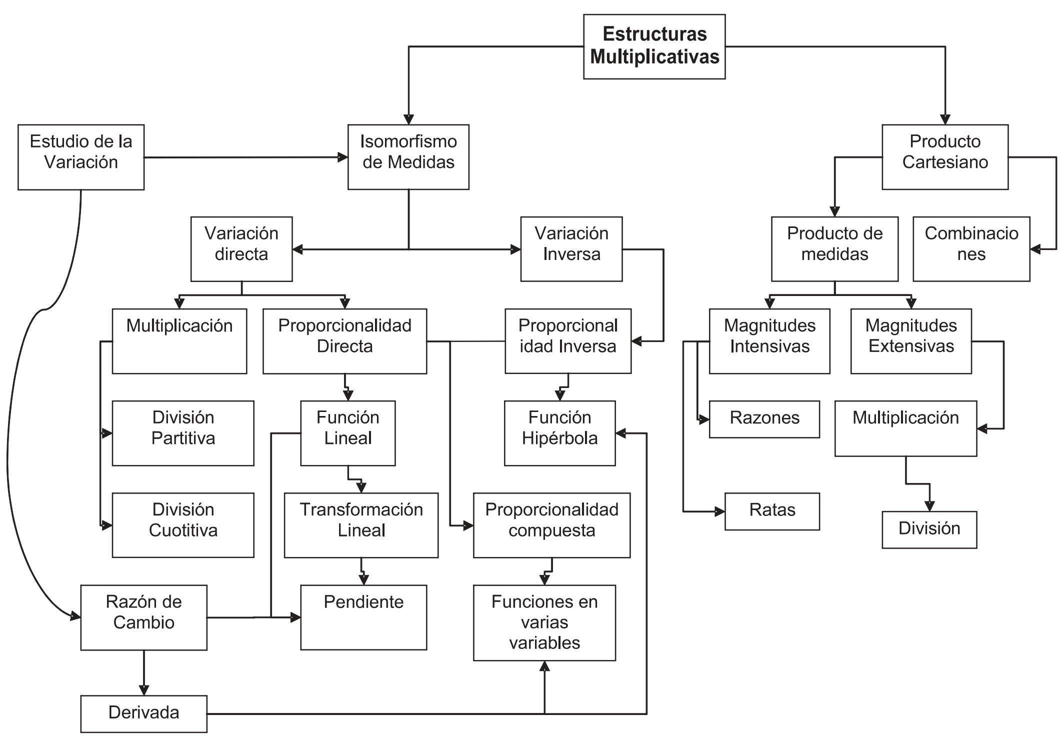
De otra parte, cuando la comparación entre magnitudes determina que una de ellas no puede ser usada como unidad de medida para medir la otra, es decir que ambas magnitudes son inconmensurables entre sí, entonces se llega a los números irracionales. Debido a que en los procesos cotidianos de la medición todas las magnitudes son conmensurables (es decir, en la vida diaria, toda medida arroja un número racional como resultado) y por tanto, la inconmensurabilidad es ante todo un concepto teórico, entonces la comprensión de los números irracionales exige niveles de abstracción relacionados con el pensamiento formal. Esto quizás sea una de las fuentes de dificultad para su aprendizaje.

Finalmente, para el caso de los números negativos, (enteros, racionales o irracionales) la situación es similar. Solo que ahora, se trata o bien de magnitudes en la cuales la medición se puede expresar con respecto a un punto de referencia (como el caso de las altitudes o profundidades con respecto al nivel del mar, la temperatura y el tiempo tomando como referencia el nacimiento de Cristo, etc.), o bien de variaciones en la medida de una magnitud (por ejemplo, aumento o disminución del peso de una persona, cambio en la temperatura de una habitación, variación del precio del dólar en mercado cambiario, etc.). Por lo tanto, lo positivo o negativo del número significa, independiente si es entero o racional, en el primer caso uno de los dos sentidos posibles con respecto al punto de referencia, y en el segundo caso el sentido de la variación (aumento o disminución) en la medida de una magnitud cualquiera.

Además, otro sentido para el caso de los números negativos es el de opuesto aditivo. Este significado, muy ligado a lo expresado en el párrafo anterior, es fundamental en el proceso de comprensión de las operaciones entre números negativos, sobre todo, para el caso de la adición.

EJE TEMÁTICO No.2: ESTRUCTURAS ARITMÉTICAS





La intención de organizar los estándares de este eje temático es potenciar significativamente el trabajo de la suma y la resta, la multiplicación y la división desde la perspectiva de las estructuras. Es decir, mostrar que estas operaciones no existen aisladas entre sí, aisladas de las propiedades matemáticas ni de las situaciones problemas que les dan sentido.

El trabajo que habitualmente la escuela ha venido desarrollando con la suma y la resta se reduce a procesos de cálculo convencionales (mecanización de algoritmos). Este tipo de trabajo no permite una conceptualización profunda del sentido y significado de las operaciones aditivas y multiplicativas. Numerosas investigaciones han mostrado que cuando la enseñanza de las operaciones se centra en el aprendizaje de los algoritmos convencionales, la capacidad de pensar los números, el sentido de lo numérico, se ve seriamente disminuido.

La suma y la resta, impulsadas desde los procesos de la medición permiten en estos estándares el desarrollo de procesos de conceptualización antes que la mecanización de técnicas de cálculo. Igual sucede con la multiplicación y la división.

Según Vergnaud, las estructuras aditivas están conformadas por:

> *el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones, y el conjunto de los conceptos y teoremas que permiten analizar esas situaciones como tareas matemáticas. Son de esta forma constitutivos de las estructuras aditivas los conceptos de cardinal y de medida, de transformación temporal por aumentos o disminución (perder o ganar dinero), de relación de comparación cuantificada (tener 3 dulces o 3 años más que), de composición binaria de medidas, (¿cuánto en total?), de composición de transformaciones y de relaciones, de operación unitaria, de inversión, de número natural y de número relativo, de abscisa, de desplazamiento orientado y cuantificado, …(Vergnaud, 1990, p 96 y 97).*

Cualquiera que sea la situación aditiva a la que uno se vea enfrentado, obedece a relaciones ternarias que pueden ser modeladas a través de uno de los seis esquemas elementales, o a una combinación de éstos (para una discusión detallada puede consultarse el texto “Las matemáticas, el niño y la realidad” de Gerard Vergnaud). Los seis esquemas elementales son:

a. Dos medidas se componen para dar lugar a una tercera.

Se trata de dos cantidades **A** y **B** que se unen para dar lugar a una tercera cantidad **C**. Si en el problema se pregunta por la cantidad **A**, la cantidad **B** o la cantidad **C**, se pueden obtener dos tipos de problemas diferentes (ya que preguntar por **A** o por **B** es equivalente), uno de los cuales se soluciona con una resta (aquel en el que se pregunta por **A** o por **B**).

En esta categoría sólo se presentan problemas de suma[5], pues las cantidades **A**, **B** y **C** siempre son positivas.

---

5 Es importante resaltar la diferencia que se establece entre la ecuación del problema, es decir la expresión matemática que representa la relación lógica entre los datos del problema, y la solución del mismo, las cuales no siempre coinciden. Por ejemplo, en el problema “Pedro tiene 5 galletas en una mano, y las junta con las que tiene en el bolsillo. Completa en total 8 galletas. ¿Cuántas galletas tenía en el bolsillo?. Nótese como la ecuación del problema, es decir la que representa su estructura es: $5 + x = 8$, aunque su solución se realice a través de la resta $x = 8 - 5$. Este es un problema de suma, pues esa es su estructura, a pesar de que soluciona con una resta. En otras palabras, un problema es de suma o de resta según su estructura, y no según la operación que lo soluciona. Esta aclaración es válida para las demás categorías.

b. Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a otra medida.

En este caso se tiene una cantidad inicial (**A**), la cual sufre una transformación a través del tiempo debido a la acción de un operador (Cantidad **B**), para producir una cantidad final (**C**). La cantidad inicial siempre es positiva y la cantidad **C** siempre mayor o igual que cero. Pero la cantidad **B**, dependiendo del efecto que realice sobre la cantidad **A**, puede ser negativa (si la hace disminuir) o positiva (si la hace aumentar).

Dado que en la estructura del problema el papel lógico de las cantidades **A** y **B** no es idéntico, entonces, si la cantidad **B** es positiva se tienen tres tipos de problemas de suma (cuya solución no siempre es una suma, por ejemplo en el caso que se pregunte por **A**, o por **B**) según se pregunte por las cantidades **A, B**, o **C**. De igual forma se obtendrán tres tipos de problema de resta (como en el caso de la suma, cuya solución no siempre es una resta) si la cantidad **B** es negativa. Por tanto se tiene en total seis problemas.

PROBLEMAS DE TRANSFORMACIÓN

La estructura de estos problemas corresponde a enunciados que relacionan un estado inicial, una transformación y un estado final.

La transformación puede ser de aumento o de disminución.

Algunos enunciados que modelan esta estructura son:

Buscar el estado final, conociendo el estado inicial y la transformación:

Sara tiene 7 cartas, juega una partida con Julio y gana 8. ¿Cuántas cartas tiene ahora?

Buscar la transformación, el estado inicial y el estafo final:

Susana tiene 12 cartas, después de jugar una partida con Federico tiene 10 cartas ¿Ha ganado o ha perdido? ¿Cuántas cartas?

Buscar el estado inicial, conociendo la transformación y el estado final:

Sara tiene 7 cartas jugando con Julio, ahora tiene 3 ¿Cuántas cartas tenía antes de jugar?

c. Una relación une dos medidas.

Estas situaciones se presentan cuando se deben comparar dos cantidades, bien sea para establecer su diferencia (cuanto más tiene la mayor, o cuanto menos tiene la menor), o para igualarlas (agregar a la menor para igualar a la mayor, o quitar a la mayor para igualar a la menor). En la comparación para establecer diferencia se pueden presentar 3 tipos de problemas de suma (cuantos más tiene la mayor) o tres tipos de problemas de resta (cuántos menos tiene la menor). De igual forma en los problemas de igualar se pueden presentar 6 casos. Así, en esta categoría se pueden identificar 12 tipos posibles de problemas.

Manuel acaba de jugar a las canicas. Tenía 24 antes de jugar y ahora tiene 18. ¿Cuántas perdió?

El último censo de mi pueblo asegura que somos 3.546 habitantes, si ha crecido 348 en el último año, ¿Cuántos habitantes tenía hace un año?

José tiene 52 caramelos, 8 menos que María ¿Cuántos tiene María?

d. Dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.

En este tipo de problemas, el enunciado no hace referencia a cantidades, sino a operadores, y se trata de la aplicación de dos operadores, de manera sucesiva, a una cantidad. Por ejemplo, el caso de un estudiante que juega dos partidas de bolas, y en la primera pierde 5, mientras que en la segunda gana 3. En total es como si hubiera perdido 2.

Este tipo de problema es equivalente a los de la primera categoría, pero a diferencia de ésta, las tres cantidades pueden ser positivas o negativas, lo cual genera un rango más amplio de posibilidades, 16 en total, dependiendo de los signos de cada una de las cantidades, y del lugar de la incógnita (es decir, de la cantidad por la cual se pregunte)

e. Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.

Al igual que el caso anterior, el enunciado no hace referencia a cantidades, sino a operadores, pero ahora se trata de un operador que se aplica sobre otro operador. Por ejemplo, Juan juega una partida de canicas y gana 5 canicas. Luego juega una segunda partida, y gana tres más de las que ganó en la primera partida. ¿Cuántas ganó en esta segunda partida?. Nótese como el operador +3 es un operador que actúa no sobre la cantidad de bolas que posee Juan, sino sobre el operador +5.

Este tipo de problemas es equivalente a los de la segunda categoría, pero a diferencia de ésta, las tres cantidades pueden ser positivas o negativas, lo cual genera un rango más amplio de posibilidades, 12 en total, dependiendo de los signos de cada una de las cantidades, y del lugar de la incógnita (es decir, de la cantidad por la cual se pregunte).

f. Dos estados relativos se combinan para dar lugar a un estado relativo

Este caso es similar al anterior, sólo que ahora, uno de los operadores no actúa sobre el otro para transformarlo, sino que ellos se combinan para producir un nuevo operador. Por ejemplo, Juan le debe $500 a Pedro, pero Pedro debe $300 a Juan, entonces Juan sólo le queda debiendo $200 a Pedro.

En un marco como el que se acaba de describir, queda claro que el dominio de las estructuras aditivas, implica, entre otros elementos, ser capaz de reconocer cualquier situación que implique sumas o restas a través de los esquemas generales que permiten su tratamiento (*ver en lo particular la expresión de lo general*); reconocer en las diferentes situaciones que impliquen sumas o restas los invariantes conceptuales que hacen que éstas se organicen en grupos o categorías perfectamente diferenciados *(ver lo general a partir de lo particular);* dominar diversas formas de representación de las situaciones problema; y por supuesto, dominar una gran variedad de procedimientos para encontrar las soluciones a las situaciones que se presenten. No sobra recalcar que estos elementos no se presentan aislados unos de otros, sino que, según el tipo de situaciones, se pueden tener diferentes formas de representación, y por ende de solución de la misma.

Pero además de estos esquemas básicos desde los cuales se puede analizar cualquier situación aditiva se deben considerar los contextos dentro de los cuales están inmersos los problemas, pues éstos afectan la representación que uno pueda darse de ellos. Así, son determinantes en el tipo de representación que un alumno construya de una situación, entre otros, los siguientes elementos: el tipo de magnitud (continua o discreta), el conjunto numérico (naturales, racionales, irracionales, etc.), el tamaño de los números (grandes o pequeños, cercanos o distantes), los referentes materiales de la situación (un juego, una actividad comunitaria, etc.), la formulación del enunciado (una sola proposición, una secuencia de proposiciones, etc.), los medios y mediadores de la situación (se utiliza material concreto, gráfico, etc.), por quién se pregunta (por alguno de los sumandos, o por el resultado).

Por ejemplo, en los siguientes tres problemas se puede evidenciar cómo al hacer variar algunos de los elementos antes mencionados, se afecta radicalmente el tipo de representación del problema:

- En una caja hay 12 bolas, de las cuales 9 son rojas y el resto azules. ¿Cuántas bolas azules hay?
- ¿Si de una varilla de hierro que mide 14.795 cm se pintan 9.327 cm de rojo, qué longitud queda por pintar de azul?
- De una varilla de hierro, 19/37 están pintados de rojo y el resto está pintado de azul. ¿Cuánto está pintado de azul?

Nótese como en cada uno de ellos la imagen mental que uno se puede formar es distinta, a pesar de que los tres problemas tienen la misma estructura. Mientras que en el primero al ver las nueve rojas ya se ven las tres azules, en los otros dos esta imagen cambia: no se sabe de inmediato, cuánto mide la parte azul. Es más, en el segundo se ve de inmediato que más de la mitad de la varilla está pintada de rojo, mientras que en el último no es tan obvio.

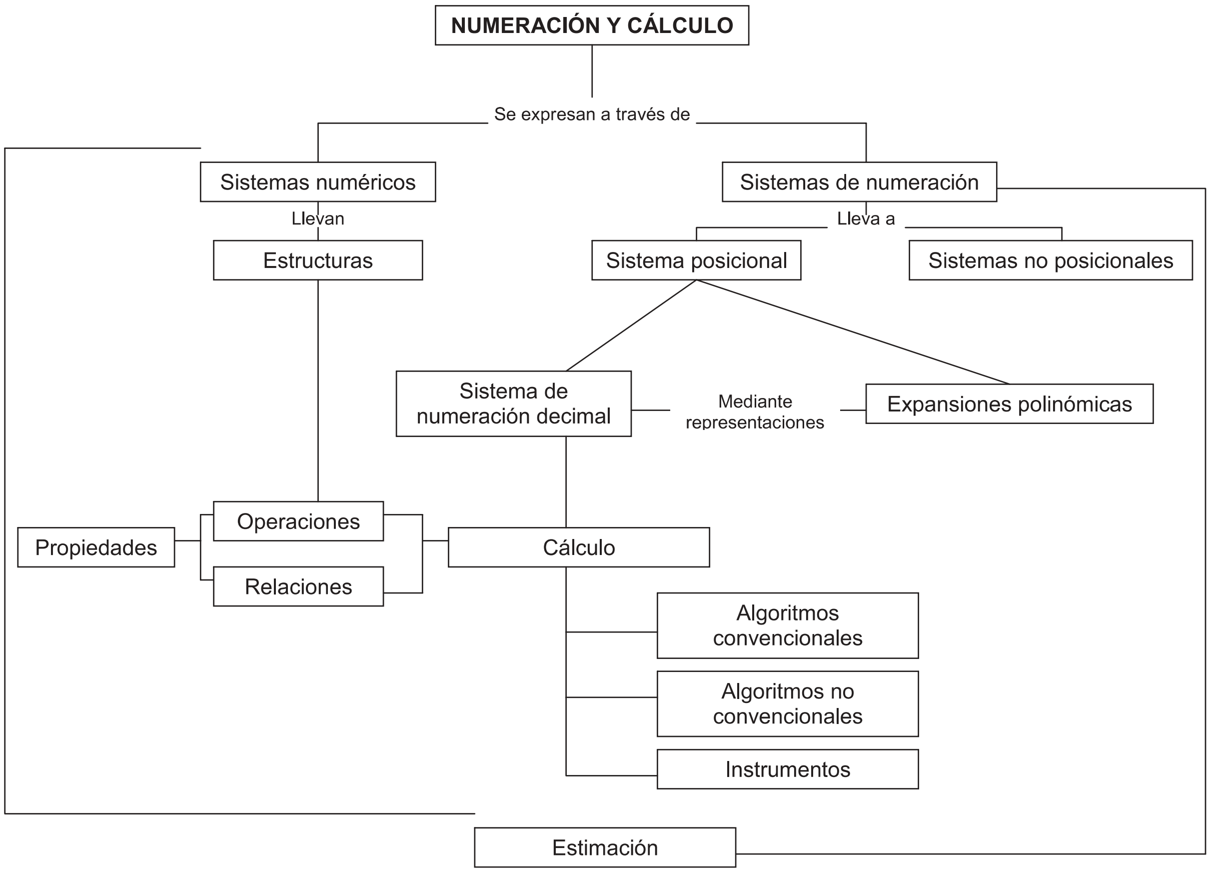
De otra parte, la expresión: “estructuras multiplicativas” hace referencia a todas aquellas situaciones en las cuales se involucren una multiplicación, o una división, o una combinación de ambas operaciones. En palabras de Vergnaud:

> *El campo conceptual de las estructuras multiplicativas es a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de los conceptos y teoremas que permiten analizar esas situaciones: proporción simple y proporción múltiple, función lineal y no-lineal, relación escalar directa e inversa, cociente y producto de dimensiones, combinación lineal y aplicaciones lineales, fracción, razón, número racional, múltiplo divisor, etc. Vergnaud, 1994*

En este sentido, el estudio de las estructuras multiplicativas en la escuela tiene como meta fundamental el desarrollo de lo que podría llamarse el pensamiento proporcional, y por tanto su estudio no puede darse por fuera de la proporcionalidad. En otras palabras el estudio de la multiplicación y la división, separadas de los conceptos básicos de proporcionalidad, no sólo desarticula una unidad conceptual, sino que no permite desarrollar en los alumnos un pensamiento matemático más avanzado.

Cualquier problema de multiplicación o de división, por elemental que éste sea, esconde en su seno una proporcionalidad, la cual en la mayoría de los casos es directa.

EJE TEMÁTICO No.3: NUMERACIÓN Y CÁLCULO



Como eje temático se desarrolla a partir de dos tipos de conceptualización una explícita y otra implícita.

Son explícitos en la formulación de los estándares: **el valor posicional, el efecto de las operaciones sobre los números, las propiedades de los números enteros, la notación decimal, las propiedades de las operaciones con números naturales, el cálculo exacto y aproximado, el uso de instrumentos modernos de cálculo, las diferencias entre racionales e irracionales y la teoría de números para justificar relaciones que involucran números naturales.**

Para poder implementar un currículo que tenga en cuenta los anteriores conceptos se impone la necesidad de establecer una jerarquización, que como puede visualizarse en el esquema, permita reconocer los conceptos implícitos y categorizar los contenidos matemáticos facilitando el trabajo de aula o por lo menos planteando algunas sugerencias para su desarrollo.

Los conceptos implícitos son: **los sistemas numéricos y los sistemas de numeración** que requieren de una precisión conceptual, la cual se va logrando en la medida en que se hacen explícitos los contenidos específicos que los sustentan.

SISTEMAS DE NUMERACIÓN

El conocimiento de los sistemas de numeración remite a un recorrido histórico de la numeración, sus características y las relaciones con la cultura; facilitan la comparación y deben permitir un nivel de apropiación para comparar sistemas diversos y reconocer la economía y "elegancia" del sistema decimal reconocido como uno de los más grandes alcances de la cultura universal en el último milenio.

Una primera clasificación de los sistemas de numeración en **posicionales y no-posicionales,** además de establecer la jerarquización necesaria en este caso, recrea procesos de abstracción y formalización básicos para la matematización y la comunicación.

La estructura sencilla de un sistema numérico se convierte en un incentivo para la creatividad porque el disfrute de los estudiantes en su invención tiene su contraparte cognitiva en una aplicación práctica del concepto de infinito.

Las agrupaciones usadas en un comienzo como estrategia de conteo se convierten en el sistema de numeración en el punto de partida para la generación de unidades que a partir de la interacción dan origen a las bases en los sistemas de numeración. Mientras que la expansión polinómica ejercita la potenciación, ayuda a precisar la diferencia entre número y numeral y generaliza la escritura algebraica tanto en los enteros como en los racionales convirtiéndose en poderosa herramienta para establecer diferencias entre estos últimos y los irracionales.

SISTEMAS NUMÉRICOS

DIVISIÓN DISTRIBUTIVA	**DIVISIÓN RAZÓN**
PARTICIÓN	**CUOTICIÓN**
Tengo 42 colombinas para repartir entre 7 personas.	Tengo 42 colombinas y quiero dar 7 por personas
¿Cuántas para cada uno? (Hart)	¿Para cuántas personas tengo?
¿Cuántos bombones recibe cada una de q personas si se distribuyen d bombones? (Freudenthal)	¿A cuántas personas se les puede dar 7 colombinas si se dispone de 42 colombinas?
Dar a q personas partes iguales de un número o magnitud.	Restar reiteradas veces q de un número o magnitud d.
¿Cuál es la q-ésima parte de d?	¿Cuántas veces cabe q en d?
Preguntar por el tamaño de cada parte.	Preguntar por el número de partes.

PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN

- Razón. (P.e.: "había 5 personas y cada una de ellas tenía 7 manzanas. ¿Cuántas manzanas tenían entre todos").

- Factor multiplicativo: (P.e.: "Tengo 7 manzanas y tú tienes 5 veces las que yo tengo. ¿Cuántas tienes?").

ESTIMACIÓN Y CÁLCULO

Tradicionalmente la escuela ha hecho mucho énfasis sobre las técnicas de cálculo y la aplicación de algoritmos convencionales. Desde la promulgación de los Lineamientos Curriculares este énfasis ha decrecido notoriamente y esta versión de los Estándares propone rebasarla completamente. Esto no significa el abandono de ésta práctica básica para los procesos de cuantificación, sino privilegiar el cálculo mental, la estimación y el uso de instrumentos modernos.

El cálculo mental con su poder de anticipación y manejo implícito de las propiedades de las operaciones y la estimación como manifestación del pensamiento numérico se convierten en herramientas que le permiten al sujeto determinar qué procedimiento es más útil y práctico de acuerdo con la situación.

Además son un excelente apoyo para la generación de algoritmos, no convencionales o alternativos que aproximen a los estudiantes a procesos de matematización opuestos al aprendizaje mecánico principal obstáculo para la generación de ideas nuevas.

La estimación implica un pensamiento flexible y un buen conocimiento de los números, sus operaciones, sus propiedades, y sus relaciones. Sowder, 1992, plantea que existen tres procesos claves que caracterizan los buenos estimadores:

La reformulación: es el proceso de alterar datos numéricos para producir una forma más manejable mentalmente pero dejando la estructura del problema intacta.

La traslación: se cambia la estructura matemática del problema a otra mentalmente más manejable.

La compensación: se realizan ajustes que reflejan las variaciones numéricas resultado de la reformulación o traslación realizada.

Los buenos estimadores son individuos que tienen la habilidad de usar los tres procesos, tienen un buen conocimiento de hechos básicos numéricos, del valor de posición, y de las propiedades aritméticas; son hábiles en el cálculo mental; son conscientes y tolerantes del error; y pueden usar y cambiar fácilmente de estrategias. Sowder, 1992

La estimación se constituye entonces en una herramienta de cálculo potente, sobre todo en aquellas situaciones en las que no se necesita un resultado exacto. La estimación también nos permite determinar lo razonable de un cálculo.

Sowder, 1992 afirma que el cálculo por estimación presenta los siguientes componentes.

1. Componentes conceptuales

- El papel de las aproximaciones numéricas

– Reconocer que las aproximaciones numéricas son utilizadas para calcular.
– Identificar una estimación como una aproximación.

- Múltiples procesos / Múltiples respuestas.

– Aceptar la existencia de más de un proceso para obtener una aproximación.
– Admitir más de un valor en una estimación.

- Lo más apropiado

– Reconocer que lo más apropiado de un procedimiento depende del contexto.
– La estimación depende de las decisiones que se tomen.

2. Componente de habilidades

- Procesos.

- Reformulación: cambio del número utilizado en el cálculo.

- Redondear.

- Truncar.

- Promediar.

- Cambiar la forma de los números.

- Compensación: Hacer ajustes durante o después del cálculo.

- Traslación: cambiar la estructura del problema.

- Respuestas: determinar el correcto orden de magnitud de la respuesta.

Determinar un rango aceptable para la estimación.

- Relaciones entre conceptos y habilidades.

– Habilidad para trabajar con potencias de 10.
– Conocimiento del valor de posición de los números.
– Habilidad para comparar números por su tamaño.
– Habilidad para calcular mentalmente.

- Conocimiento de hechos básicos.

– Conocimiento de las propiedades de las operaciones y uso apropiado de ellas
– Reconocer que la modificación de los números cambia la respuesta del cálculo.

3. Componente afectivo

- Confianza en su habilidad para hacer matemáticas

- Confianza en su habilidad para estimar

- Tolerancia para el error

Reconocer el poder de la estimación

Finalmente insistimos sobre la gran importancia del uso de la calculadora y otros medios tecnológicos que liberen a los niños y jóvenes de procedimientos tediosos y poco productivos.

Con un uso inteligente los medios modernos de computación se convierten en una fuente inagotable para desarrollar el pensamiento lógico matemático, descubrir importantes regularidades entre los números y facilitar un manejo lúdico de las operaciones.

ORGANIZACIÓN DE LOS ESTÁNDARES BÁSICOS DE MATEMÁTICA DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO POR EJES TEMÁTICOS Y GRUPOS DE GRADOS

Grados Ejes temáticos	1º a 3º	4º a 5º	6º a 7º	8º a 9º	10º a 11º
Concepto de número	1. Reconocer significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros). 2. Describir, comparar y cuantificar situaciones con diversas representaciones de los números, en diferentes contextos. 3. Usar los números para describir situaciones de medida con respecto a un punto de referencia (altura, profundidad con respecto al nivel del mar, pérdidas, ganancias, temperatura etc.) 4. Describir situaciones de medición utilizando fracciones comunes.	1. Interpretar las fracciones en diferentes contextos:- Situaciones de medición - razones y proporciones. 2. Analizar y explicar las distintas representaciones de un mismo número (naturales, fracciones, decimales, porcentajes)	1. Utilizar números (fracciones, decimales, razones, porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida	1. Utilizar números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.	5. Establecer relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada. 1. Analizar representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre racionales e irracionales. 2. Reconocer la densidad e incompletitud de los números racionales a través de métodos numéricos, geométricos y algebraicos.

Grados Ejes temáticos	1º a 3º	4º a 5º	6º a 7º	8º a 9º	10º a 11º
Estructuras aritméticas	8 Usar diferentes estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental y de estimación, para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. 9. Usar la estimación para establecer soluciones razonables acordes con los datos del problema. 11. Resolver y formular problemas aditivos de composición y transformación. 12. Resolver y formular problemas de proporcionalidad directa (mercancías y sus precios, niños y repartos igualitarios de golosinas, ampliación de una foto)	9. Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas 5. Resolver y formular problemas aditivos de composición, transformación, comparación e igualación. 6. Resolver y formular problemas de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas. 8. Modelar situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa. 7. Reconocer la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos.	11. Justificar la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas. 9. Justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas. 8. Justificar el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa. 7. Resolver y formular problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación.	2. Simplificar cálculos usando relaciones inversas entre operaciones. 4. Identificar la potenciación y la radicación para representar situaciones matemáticas y no matemáticas.	

Grados Ejes temáticos	1º a 3º	4º a 5º	6º a 7º	8º a 9º	10º a 11º
Numeración y cálculo	5. Usar representaciones –principalmente concretas y pictóricas- para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal. 7. Reconocer las relaciones y propiedades de los números (ser par, ser impar, ser múltiplo de, ser divisible por, asociativa, etc.)	3. Utilizar la notación decimal para expresar las fracciones en diferentes contextos. 11. Justificar regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones utilizando calculadoras o computadores.	2. Justificar la representación polinomial de los números racionales utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal. 3. Generalizar propiedades y relaciones de los números naturales (ser par, impar, múltiplo de, divisible por, conmutativa, etc.).	3. Utilizar la notación científica para representar cantidades y medidas.	4. Utilizar argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucran números naturales 3. Comparar y contrastar las propiedades de los números (enteros, racionales, reales) sus relaciones y operaciones (sistemas numéricos).

Grados Ejes temáticos	1º a 3º	4º a 5º	6º a 7º	8º a 9º	10º a 11º
Numeración y cálculo	10. Identificar regularidades y propiedades de los números mediante diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.). 6. Reconocer el efecto que tienen las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) sobre los números.	4. Resolver y formular problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. 10. Identificar, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.	5. Justificar operaciones aritméticas utilizando las Relaciones y propiedades de las operaciones. 10. Hacer conjeturas sobre propiedades y relaciones de los números, utilizando calculadoras o computadores. 4. Resolver y formular problemas utilizando propiedades fundamentales de la teoría de Números.		

ILUSTRACIÓN DE UNA SITUACIÓN PROBLEMA

La presente situación problema, se pensó con el objeto de enfrentar a los estudiantes con el desarrollo de actividades prácticas que conduzcan a dinamizar la construcción de conceptos como:

- Los números con diferentes significados y en diferentes contextos.
- La estimación y el cálculo.
- Resolución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Elementos combinatorios, tablas, diagramas arbóreos, situaciones de conteo.
- Proporcionalidad directa.

La situación problema que hemos denominado "El Torneo", se dividió en cinco situaciones que tienen por objeto, además de ilustrar algunos estándares de 1° a 7° grado del pensamiento numérico, muestran la estrecha relación entre este pensamiento y los otros cuatro (pensamiento métrico, espacial, aleatorio y variacional).

La propuesta que se desarrolla a continuación inicia con una guía para el maestro, que pretende sugerir pasos o actividades a seguir en su orientación e intervención con los estudiantes. Igualmente la guía para el alumno, trata de sugerir algunas actividades que estimulan el trabajo en clase.

Las actividades propuestas se pueden adaptar de acuerdo al grado y a los conocimientos que tienen o van a lograr los estudiantes.

EL TORNEO

MOMENTO UNO: Representa un campo deportivo.
MOMENTO DOS: Organiza el torneo.
MOMENTO TRES: Representa la información sobre uniformes e implementos deportivos.
MOMENTO CUATRO: Organiza el presupuesto del torneo.
MOMENTO CINCO: Elabora el informe de los resultados del torneo.

GUÍA DEL PROFESOR

La presente situación problema parte de la idea de realizar un torneo de fútbol (usted puede de acuerdo con los intereses y recursos disponibles, proponer otro deporte).

Esta situación se ha diseñado con una guía para el alumno que comprende varias etapas en las que el maestro hará su intervención pedagógica en el momento oportuno y cuando el alumno lo requiera.

EL MOMENTO UNO: Corresponde a la representación del campo deportivo.

Pretende introducir al alumno en el concepto de proporcionalidad, el cual se logra cuando realiza la representación, toma las medidas en la cancha, vuelve y representa el campo con las medidas tomadas, eligiendo una equivalencia entre las longitudes del campo real con el de la representación (por ejemplo: 1:3) 3 metros en la realidad equivalen a la longitud del lado del cuadrado de la cuadrícula del cuaderno, de esta manera compara las medidas utilizadas por él y las reales (concepto de relación y uso del número como medida).

El maestro orientará a través de preguntas como:

¿Si la medida real del largo del campo son 96 metros, cómo podríamos representar los 96 metros de largo de manera que haya una correspondencia entre la medida real del dibujo a realizar en el cuaderno?

¿Cómo elegimos una medida equivalente entre las medidas reales tomadas en la cancha y las medidas a utilizar para representar dichas longitudes en el cuaderno?

Otras actividades que se pueden sugerir en la intervención son:

- Vamos al campo deportivo, tome y registre cada una de las medidas.
- Haga una representación del campo deportivo.
- Compare su trabajo con otros compañeros.
- ¿Qué relación tienen las medidas representadas en el cuaderno con las medidas reales del campo deportivo?
- Compare las medidas de la representación con el campo deportivo (halle equivalencias). Consulte y compare con las medidas reglamentarias.

Es de anotar, que las propuestas anteriores no constituyen una guía que limiten al estudiante, sino por el contrario, le abre espacios para que sea protagonista de construcción de los conceptos.

Las actividades y resultados del alumno se constituyen en un marco de referencia para la ampliación que posteriormente el maestro realizará con el alumno.

Conforme a lo antes expuesto, la tarea del maestro no se limita a explicar y aclarar dudas, sino a motivar para que el alumno resuelva situaciones y tome las decisiones que lo lleve a la construcción de nuevos aprendizajes, lo cual valida el quehacer del docente.

El éxito de esta actividad compromete al maestro a involucrar otros saberes en el proceso, en este caso, todos los aspectos relacionados con la organización de un evento deportivo. Esto se logra consultando la bibliografía pertinente o a un docente del área de educación física.

NOTA: La situación uno se relaciona con los estándares que llevan a la construcción de conceptos como:

- El número como medida.
- Proporcionalidad.
- Escalas.
- Figuras geométricas.
- Perímetros, áreas.
- Tablas de valor posicional y conversión de unidades de longitud y área.

EL MOMENTO DOS: Relacionada con la organización del torneo, posibilita resolver problemas que tienen que ver con el conteo y los procesos combinatorios desde lo numérico.

Organizando con el número de alumnos del grupo:

- La conformación de equipos, árbitros, planilleros, entrenadores.
- Modalidad que se adoptaría (Fixture: todos contra todos. Mixta: todos contra todos y eliminación directa).
- Elaboración del reglamento específico de acuerdo con el contexto,
- Organización del calendario del torneo hasta los partidos finales.
- Elaboración del gráfico de la modalidad seleccionada.
- Tabla de resultados y posiciones según modalidad.
- Tabla de la eliminatoria según modalidad.
- Partidos que se realizarán.

Esta situación se relaciona con los estándares y conceptos que tienen que ver con:

- El número como cardinal.
- Diagramas de árbol.
- Tablas de datos.
- Combinatoria.

EL MOMENTO TRES: Corresponde a la parte logística de la organización del torneo, la cual introduce al alumno en el desarrollo de las estructuras aditivas y multiplicativas.

Para que el alumno llegue a representar la información de uniformes e implementos deportivos, las preguntas que el maestro podría hacer son:

- ¿Qué uniformes se van a utilizar?
- Recoge información a cada integrante de equipo sobre talla de camiseta, pantaloneta, medias, tenis y edad.
- Represente en un gráfico las cantidades y costos.

Para orientar mejor hacia las estructuras aditivas y multiplicativas se pueden plantear problemas como:

- Si cada equipo cuenta con dos uniformes, ¿Cuántas camisetas, pantalonetas, medias y tenis se necesitan para el torneo?
- ¿Qué factores se tienen en cuenta para establecer las tallas?
- Si las edades de los integrantes de los equipos oscilan entre 10 y 14 años y las tallas son 6 unidades más que la edad de cada uno, ¿Qué tallas tendrán las camisetas y pantalonetas de los uniformes?
- ¿Si a cada alumno se le dan dos uniformes, cuántas camisetas y pantalonetas se compran de cada talla?
- ¿Cuál es el costo por integrante?
- ¿Cuál es el costo total?

Esta situación se relaciona con los estándares que llevan a la construcción de conceptos, así como:

- El número como etiqueta y como cardinal.
- Adición y multiplicación.
- Tabla de doble entrada.
- Recolección y organización de datos.
- Diagramas de barras.

EL MOMENTO CUATRO: Corresponde al presupuesto del torneo. Es otro ejemplo para ver mejor las aplicaciones y usos de las estructuras aditivas y multiplicativas.

El alumno, por iniciativa propia o por las orientaciones del maestro realizaría las siguientes actividades:

- ¿Cuántas boletas se van a vender?
- ¿Qué precio tiene por persona?
- ¿Cuánto dinero se recolectará?
- ¿Qué gastos se van a cubrir?
- ¿Sobra o falta dinero?
- Hacer el informe de presupuesto mostrando ingresos, gastos y saldo.
- Recortar del periódico las estadísticas deportivas de tres fechas diferentes.
- Realizar comparaciones en cuanto a rendimiento deportivo, ingreso por taquillas, número de hinchas por equipo.
- Continuidad de los jugadores y árbitros. Su rendimiento (calificaciones).

También se pueden retomar los procesos combinatorios a través de los siguientes cuestionamiento:

Con los números del 0 al 9:

- ¿Cuántos números de dos cifras se pueden obtener?
- ¿Cuántos números de tres cifras se pueden obtener?
- ¿Cuántos números pares de dos cifras se pueden obtener?
- ¿Cuántos números impares de dos cifras se pueden obtener?
- ¿Cuántos números pares de tres cifras se pueden obtener?
- ¿Cuántos números impares de tres cifras se pueden obtener?

Los estándares se relacionan con conceptos como:

- Estructuras aditivas y multiplicativas.
- Combinatoria.
- Estimación y cálculo.
- Conteo.
- Uso del número como cardinal.

EL MOMENTO CINCO: Corresponde a la presentación de los informes del resultado del torneo. Es un ejemplo para desarrollar conceptos estadísticos estrechamente relacionados con los estándares del Pensamiento Numérico.

Las actividades que se pueden realizar son:

- Elaborar un diagrama de árbol en el informe de las eliminatorias.
- Organizar en una tabla los datos relacionados con las faltas cometidas durante el torneo.

- Hacer el resumen de los partidos ganados y perdidos, puntajes y puestos de cada equipo.

Otras actividades complementarias:

- Organizar una "polla" con los partidos finales.
- ¿De cuántas maneras se podría jugar la final?
- Elaborar el informe de goles: promedio de goles por partido, marcador que más se presentó, goles a favor, goles en contra y gol diferencia. Presentar este informe en un diagrama de barras

Los estándares se relacionan con conceptos como:

- Diagramas de árbol.
- Tablas y cuadros estadísticos.
- Frecuencia.
- Media aritmética.
- Moda.
- Probabilidad.

GUÍA DEL ALUMNO

MOMENTO UNO: REPRESENTEMOS EL CAMPO DEPORTIVO

ACTIVIDADES

1. Diálogo sobre sus preferencias deportivas

   ¿Qué es el deporte y cuáles conoces?
   ¿Cuál deporte practicas?
   ¿Qué entiendes por deporte de salón y de campo?
   Generalmente en deporte se habla de torneo
   ¿Qué entiendes por torneo?

Si realizamos un torneo, ¿Cuál deporte escogerías?
¿Qué entiendes por deporte individual y de conjunto?

2. Para realizar el torneo necesitamos un campo deportivo; haz un dibujo de éste.

- Visita un campo deportivo y toma medidas de cada uno de los lados de sus zonas.

- Haz un dibujo del campo deportivo, teniendo en cuenta las medidas tomadas.

- Comparar y corregir el primer dibujo realizado, teniendo en cuenta los conceptos de escala y proporción.

3. Señala las medidas de cada una de las longitudes de las zonas del campo deportivo.

- Dibuja de nuevo el campo deportivo y pinta con colores diferentes las longitudes de los lados de cada región especificando sus medidas.

- Suma las longitudes de los lados de cada región.

- Si lo que ha hecho es hallar el perímetro de cada región y del campo deportivo ¿Qué es perímetro?

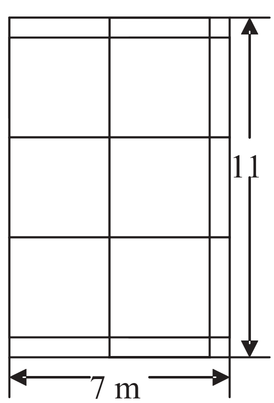
4. Cada equipo selecciona la unidad cuadrada a utilizar.

Ejemplo: Si la escala usada para la representación fue de 1:3 entonces la unidad cuadrada es un cuadrado de lado 3.

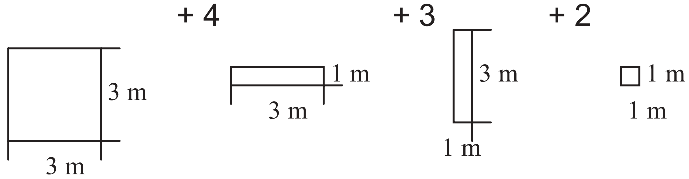
Compara la unidad seleccionada con cada región.

- ¿Cuántas veces cabe la unidad en cada una de ellas?
- ¿Cuántas unidades cuadradas hay por columna? ¿En todas las columnas?
- ¿Cuántas unidades cuadradas hay por filas? ¿En todas las filas?
- Escribe las sumas correspondientes. ¿Puedes expresar estas sumas como productos? ¿Qué concluyes?

Ejemplo: Halla el área de la zona de defensa (Azd).



1) Azd = 6 + 4 + 3 + 2



Azd = 6 (3 m x 3 m) + 4 (3 m x 1 m) + 3 (1 m x 3 m) + 2 (1 m x 1 m)
Azd = 6 (9 m^2) + 4 (3 m^2) + 3 (3 m^2) + 2 (1 m^2)
Azd = 54 m^2 + 12 m^2 + 9 m^2 + 2 m^2
Azd = 77 m^2

2) Azd = axL
Azd = 11 m x 7 m
Azd = 77 m^2

Actividades complementarias

5. Construcción de tabla posicional de las unidades de: longitud, peso, área, volumen, capacidad resaltando prefijos y equivalencias en potencias de 10.

6. Desarrollo de un taller de aplicación con los temas relacionados a través de las actividades de la situación.

¿Para qué te sirvieron los números en esta actividad?

MOMENTO DOS: VAMOS A ORGANIZAR UN TORNEO

1. Hagamos una votación secreta sobre el deporte preferido entre los integrantes del grupo.

2. Dos alumnos hacen el escrutinio escribiendo los deportes y el número de votos en el tablero.

3. Hacer en el cuaderno un diagrama de barras y una tabla de frecuencias con el resultado de la votación y responder estas preguntas:

- ¿Cuál fue el deporte con mayor número de votantes?
- ¿Cuál fue el deporte con menor número de votantes?
- ¿Cuáles deportes tuvieron igual número de votantes?
- ¿Cuál fue el total de votantes?

4. Para iniciar la organización del torneo, escoger el deporte con mayor número de votantes. Hacer 4 grupos y decidir:

- De acuerdo con el número de estudiantes en el grupo, cómo conformar equipos, árbitros, planilleros y entrenadores.
- En una plenaria del grupo, elegir la distribución más conveniente y dar nombres a los equipos.
- Para organizar la programación de los partidos hasta el final, escoger la modalidad que se adoptará y la presentarán en una gráfica.
- Mostrar en una tabla la programación de los partidos que se van a realizar incluyendo los espacios para los resultados de las eliminatorias.
- Si son cinco equipos, ¿Cuántos partidos resultarán sin que se repitan encuentros?

¿Para qué sirvieron los números en esta actividad?

MOMENTO TRES:
INFORMACIÓN SOBRE UNIFORMES E IMPLEMENTOS DEPORTIVOS

1. Cada equipo se reúne y decide qué uniforme va a utilizar en el desarrollo del torneo. También, asigna los números para marcar las camisetas. Luego pasa un informe sobre la cantidad de camisetas, pantalonetas, medias, etc. especificando tallas. Elabora una o dos tablas de entrada para mostrar estos datos.

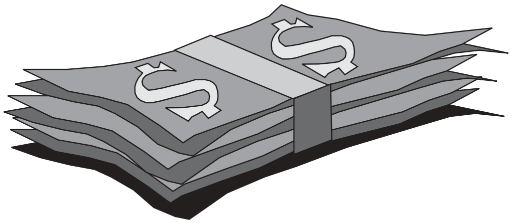
Sugerencia: Mostrar en una tabla los promedios por peso, talla y edad de los jugadores.

2. Cada equipo: averiguar o solicitar cotizaciones sobre el costo de la confección de los uniformes. Mostrar en un cuadro cantidades, costo por unidad y el valor total.
3. Realizar el cálculo del costo de uniformes por alumno y por equipo.
4. Hacer cuentas de los costos de otros implementos a utilizar en el torneo: balones, árbitros, planillas, etc.

¿Para qué sirven los números en esta actividad?

MOMENTO CUATRO: APLICACIÓN DE LAS ESTRUCTURAS ARITMÉTICAS

PRESUPUESTO DEL TORNEO
Para la financiación del torneo se planea con los alumnos cobrar la entrada a los partidos a través de una venta de boletas.



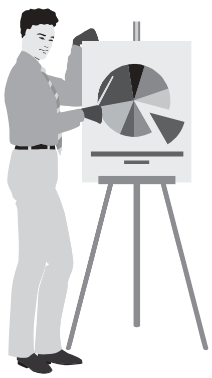
1. Si se invita a todos los estudiantes de la institución ¿Cuántas boletas se van a timbrar o vender? ¿Qué precio tendrá cada una? ¿Cuánto dinero se recolectará?

2. Hacer una lista de los gastos que se van a dar en el torneo ¿Sobrará o faltará dinero?

3. Elaborar el plan de presupuesto especificando posibles ingresos, gastos, saldo.

4. Mostrar en diagramas qué van a llevar las boletas de la entrada a los partidos.

¿Para qué te sirvieron los números en esta actividad?



MOMENTO CINCO: RESULTADOS DEL TORNEO

1. Para recoger los resultados de la eliminatoria, con base en la tabla de programación de los partidos, mostrar en un diagrama de árbol las eliminatorias del torneo hasta los partidos finales.

2. Busco en planillas la información sobre las amonestaciones en los partidos; elaborar una tabla que resuma esta información.

3. Para cada equipo, mostrar en tablas: partidos ganados, partidos perdidos, partidos empatados, goles a favor y goles en contra, puntajes y puestos.

4. De acuerdo con la información de los puntos 1, 2 y 3, responder las preguntas:

- ¿De cuántas maneras diferentes se podría jugar la final?
- ¿Cuántas posibilidades tiene un equipo de ganar un partido?
- Si se presenta un empate, ¿cómo definir?
- ¿Cuál fue la amonestación que más se cometió en el torneo?
- ¿Cuál es el promedio de amonestaciones por partido?
- Mostrar en una tabla y en un gráfico el número de tarjetas rojas, tarjetas amarillas y expulsiones por equipos.

RECOMENDACIÓN

Las actividades de la guía del alumno, pueden afianzarse con las actividades complementarias propuestas en la situación 3, 4 y 5 respectivamente.

¿Para qué sirvieron los números en esta actividad?

BIBLIOGRAFÍA

CASTRO, Encarnación y Otro. Estructuras Aritméticas Elementales y su Modelación. Grupo. 1995

CHAMORRO. María del Carmen. Didáctica de las Matemáticas. Madrid: Editorial Prentice Hall. Madrid. 2003

DOCUMENTO DEL MEN. Estándares Básicos de Matemáticas y de Lenguaje. Mayo 2003.

Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Áreas Obligatorias y Fundamentales. Ministerio de Educación Nacional. Cooperativa Editorial Magisterio.

PUIG, Luis y Otros. Problemas Aritméticos Escolares. Síntesis S.A. 1995.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structures. En R. Lesh y M. Landau (Eds), Acquisitions of mathematics concepts and processes. 127 – 174. London: Academy Press.