



El cuento y la creatividad como preparación a la resolución de problemas matemáticos

F. Javier Bonilla Solís
Madrid, bonimeno@gmail.com

Fecha de recepción: 24-03-2014

Fecha de aceptación: 24-05-2014

Fecha de publicación: 30-11-2014

RESUMEN

La aproximación a la realidad es, hoy en día, una de las estrategias más eficaces para motivar al alumno hacia las matemáticas y más concretamente hacia la resolución de problemas matemáticos (RPM). En el primer ciclo de primaria, las narraciones y los cuentos pertenecen a la realidad del niño y comparten con la RPM fases y estructuras de conocimiento. La manera de aproximarnos a un problema, determina el éxito de su solución y las emociones forman parte de ese proceso. El cuento, a su vez, prepara al niño para el conocimiento y posterior control de las emociones. El arte, la imaginación y el juego son características compartidas entre los cuentos y los problemas matemáticos. La enseñanza basada en el trabajo con los cuentos, durante el primer ciclo de primaria, permitirá abordar la RPM desde una perspectiva reconocible y motivadora en los cursos posteriores. El trabajo previo con los cuentos, pedagógicamente organizados, es un soporte fundamental y una condición necesaria para la "matematización" de la vida real.

Palabras clave: Enseñanza-aprendizaje, matemáticas, resolución de problemas, literatura infantil, creatividad.

Tales and creativity as preparation for mathematical problem solving

ABSTRACT

The approach to reality is nowadays, one of the most effective strategies to motivate the student towards mathematics and particularly towards the Mathematical Problem Solving (MPS). On the first cycle of Primary School, narratives and tales belong to child's reality. This reality shares knowledge structures and phases with MPS. The way to approach a problem, determines the success of solution, and feelings are part of this process. Tales, in turn, prepares the child for the knowledge and future control of feelings. Art, imagination and game are shared characteristics between play and mathematical problems. Basing teaching on the work with tales, during the first cycle of Primary, will let to approach the MPS from a motivating perspective on future courses. The previous work with tales, pedagogically organized, is a basic support and a necessary condition for "mathematization" of real-life.

Keywords: Teaching/learning, mathematics, problem solving, children's literature, creativity.

Conozco maestros que inventan, y ayudan a los niños a inventar, bellísimas historias maniobrando los «conjuntos lógicos», los materiales estructurados por la aritmética, personificándolos, atribuyéndoles papeles fantásticos: esto no es «otra manera» de hacer relaciones de conjuntos, en oposición a la forma operativo manual que esta materia exige en las primeras clases. Es siempre el mismo sistema aunque enriquecido de significados. Así, al tiempo que damos uso a la capacidad del niño de aprender con las manos, le enseñamos a «aprender con la fantasía».

Gianni Rodari, Gramática de la fantasía

1. Introducción

1.1. Planteamiento

El presente artículo está enfocado desde una perspectiva estrictamente teórica con una gran implicación práctica, pero sin ninguna propuesta específica para utilizar en las unidades didácticas o sesiones en el aula. Aborda las relaciones entre los cuentos y los problemas matemáticos verbales, bajo tres aspectos fundamentales:

- *Conceptual.* Se analizan y comparan las diferentes fases por las que se evoluciona en cada una de las dos actividades (el cuento desde esta perspectiva es una actividad, no un recurso). Para ello se describen diferentes modelos de resolución de problemas matemáticos (en adelante, RPM) y se relacionan con la estructura universal presente en los cuentos de la literatura infantil.
- *Emocional.* Se describen las influencias de las emociones en la RPM y cómo el cuento posibilita el aprendizaje y control de las mismas.
- *Integrador.* Desde esta perspectiva se describen las posibilidades del cuento para desarrollar la imaginación y el Arte a través del juego. Este aspecto creativo y lúdico permite pasar desde lo interior del niño, representado por el cuento, hacia lo exterior y más especializado de la RPM de forma continua, sin separaciones que provoquen bloqueos emocionales que impidan el tránsito por los aspectos más conceptuales.

Desde un punto de vista intuitivo, cualquier persona que haya cursado los estudios pertenecientes a la enseñanza obligatoria, tendrá establecida una relación muy estrecha entre las matemáticas y los “problemas”.

Al margen de las múltiples interpretaciones ortodoxas que el término “problemas” puede aceptar, en frecuentes casos está asociada a una emoción negativa que, al menos, implica una dificultad provocada donde antes no la había.

No es lo mismo que, durante el recreo, María me pida 2 de los 5 caramelos que me ha dado mi tío Andrés antes de venir a clase, que encontrarme en un papel o en un libro, un texto apremiante que me pida averiguar cuántos caramelos me quedarán después de haberle dado 2 a María.

El primer caso es una manifestación de la vida donde se combinan intereses, sentimientos, recuerdos y un sinfín de emociones que se concretan en si merece la pena o no, quedarme solo con 3 caramelos y el segundo caso se resume generalmente en un problema de “suma” o “resta”.

¿Dónde está el matiz o la sutileza que diferencia un suceso del otro? ¿Qué mecanismos actúan en el interior del niño para que el segundo caso no pueda contener la riqueza que aflora en el primero?

El presente trabajo reflexiona sobre la importancia del cuento, como parte de la realidad del niño, en el desarrollo de capacidades afines a las que se utilizan en la RPM.

1.2. Antecedentes

La escuela holandesa de Educación Matemática Realista (EMR), fundamentada en las ideas de Freudenthal, se base en que las matemáticas son consustanciales con la cotidianidad del niño, son su realidad; entendiendo por realidad todo aquello que forme parte de su mundo, ya sea exterior a él, como la realidad material o pertenezca a su mundo de creación e imaginación.

De esta forma se aportan a las matemáticas los contenidos enriquecedores pertenecientes a su interrelación con el mundo. Freudenthal (1991), citado en Gravemeijer y Terwel (2000), lo denomina "matematizar" la realidad, entendiendo por matematizar algo más que un proceso o sistema cerrado en sí mismo, sino una actividad humana que como resultado produce las matemáticas. Podría equipararse en ese sentido a la economía, donde la propia actividad social provoca unas relaciones de las cuales emerge la propia economía.

Treffers (1987), citado en Gravemeijer y Terwel (2000), a su vez, divide el proceso de matematización, en el mundo educativo, desde dos puntos de vista diferentes: El horizontal y el vertical. La matematización horizontal permite la utilización de los conceptos y algoritmos matemáticos para la resolución de problemas en el mundo real del alumno y la vertical que posibilita relacionarnos dentro del propio mundo matemático. Posteriormente Freudenthal asimiló estos conceptos, reformulando la idea horizontal al paso del mundo real al de los símbolos y el vertical al movimiento dentro del mundo de los símbolos (Heuvel-Panhuizen, 2009). En esta misma idea de contextualización de la matemática, abundan múltiples artículos e investigaciones.

Así, Chamorro (2004) indica que en el antiguo concepto de problema, el objetivo era realizar un algoritmo y llegar a un resultado estrictamente numérico. En la actualidad las situaciones a resolver surgen de la propia experiencia vital (real o imaginada), a las que se accede a través de preguntas o dificultades originadas de forma espontánea o mediatizada por el propio proceso de enseñanza-aprendizaje. El objetivo está cambiando, lo cual implica que la propia finalidad es un posible factor determinante en los procesos de resolución de problemas.

Incluir la propia experiencia vital es apelar a lo estrictamente personal. Los intereses particulares, la actitud, las emociones, los procesos cognitivos etc. serán aspectos propios que habrá que tener en cuenta en un área que, a priori, parece exclusivamente reservada a estrictos cánones científicos y procedimentales.

Si el cambio de objetivo, desde la búsqueda de un resultado numérico hasta la resolución de un problema cotidiano, puede condicionar el proceso, cabe preguntarse qué conduce a tal cambio, cómo y dónde actúa.

Se necesita entonces encontrar modelos que indiquen posibles fases por donde evoluciona el niño cuando intenta buscar la solución a una situación planteada.

Como era de esperar los modelos son múltiples, en base a los diferentes parámetros que se consideren relevantes para la actividad.

1.3. Objetivos

A partir de estos antecedentes, se pretende reconocer los elementos comunes a los diferentes modelos; similitudes conceptuales planteadas desde diferentes ópticas.

El modelo "resumen" se analizará en sus fases más importantes, desde una perspectiva que nos permita encontrar qué características sería conveniente fomentar en los primeros ciclos de primaria (especialmente en el primero), para que las estructuras previas más explícitas en la resolución de problemas, estén suficientemente afianzadas y automatizadas en el niño.

Una vez realizado el análisis, los siguientes apartados se convertirán en una búsqueda de cómo potenciar las estructuras previas, dentro de la enseñanza del primer ciclo de primaria.

Se buscará qué formas habituales de trabajo pueden aprovecharse para conseguir los objetivos que permitan al alumno tomar decisiones o elegir alternativas. A su vez esta preparación hará posible que las matemáticas sean para él, una situación más de la vida cotidiana y real.

Una de las actividades más adaptadas a los primeros cursos de primaria es la de contar y trabajar los cuentos.

Se establecerán las características que hacen de los cuentos un modelo idóneo para favorecer determinados comportamientos y actitudes, que coincidan con las estrategias necesarias para la resolución de problemas.

No se dedicará especial atención a los cuentos con contenidos matemáticos, ya sean estos implícitos o explícitos. Se pretende razonar que los cuentos, de una calidad y composición acorde con la edad del niño, tienen el objetivo profundo de formar adecuadamente su estructura mental, enlazando con su forma de captar el mundo para de esta manera facilitar la adquisición de conocimientos.

La realidad del niño está presente en el cuento y al conectar íntimamente con él, vuelven a surgir las emociones, los sentimientos y por lo tanto la motivación que estamos buscando.

Por último, para finalizar, se analizará específicamente la relación de la actividad narrativa con el juego, la imaginación y el desarrollo de la creatividad. Son estas, características compartidas con la RPM y por lo tanto susceptibles de favorecer su comprensión.

La creatividad permite planteamientos originales e impulsa soluciones divergentes para resolver dilemas cotidianos. Su práctica a lo largo de toda la vida, pero especialmente en los primeros ciclos de primaria está inseparablemente unida al juego.

Basándonos, entre otros, en los estudios realizados por López (2004), comprobaremos cómo el juego y la creatividad desarrollan la capacidad de enfrentarse a los problemas, imaginando nuevos mundos o posibilidades diferentes y combinándolas de forma única e individual.

Dichas capacidades son muy semejantes en casi todas las disciplinas y especialmente en las matemáticas, bajo la estructura de resolución de problemas. Por este motivo al desarrollar y trabajar a través del juego y el arte, volvemos a incluir el valor añadido de las experiencias personales y su riqueza emocional a la propia vida del niño que, por extensión, se lleva también al campo de las matemáticas.

Comprobaremos al final cómo la resolución de problemas desde el enfoque de la EMR, la actividad narrativa basada en los cuentos y el entorno ambiental del juego y la creatividad, comparten similares estructuras cognoscitivas, de aprehensión y adquisición de conocimientos.

Si le suministramos al niño de primaria el espacio y, sobre todo, el tiempo necesario, es probable que la resolución de problemas deje de ser uno de los recuerdos más negativos de la vida escolar de una importante cantidad de alumnos.

2. Problemas matemáticos

2.1. Definiciones

Tal y como indica la ortodoxia práctica procedimental para este tipo de trabajos, la definición de problema matemático debe formar parte del inicio del mismo. Sin embargo, en lugar de partir de definiciones más o menos oficiales, consideraremos la realidad particular y exclusiva del niño como entorno prioritario.

Una definición un poco forzada nos llevaría a que la vida en general es un continuo resolver problemas. Hasta el más insignificante suceso cotidiano implica, o ha implicado en un momento determinado, seleccionar una opción entre varias posibles.

En la decisión o acción tomada han intervenido múltiples factores, algunos tomados conscientemente y otros de forma inconsciente.

Esto es evidente especialmente en el niño. Debe descubrir a través de la experimentación (vivencia) toda una realidad que le es ajena. Todo es nuevo y en cualquier novedad está presente el problema de, por ejemplo, conocer sus reglas y en función del descubrimiento resolver la interacción con él.

Dentro de este contexto, el problema matemático es una parte del conjunto de experiencias a resolver. En los experimentos realizados por Wynn (André y Radford, 2009) se aprecia cómo cierta capacidad, que nosotros podemos denominar matemática, está presente a los pocos meses de vida en el niño.

Resulta evidente que, al igual que cualquier tipo de lenguaje o de comunicación, el conocimiento y manejo mínimo de sus reglas, requiere un proceso de práctica y aprendizaje intenso y específico que en su parte elemental durará, en nuestro sistema educativo, hasta el final de toda la primaria.

Si, de acuerdo con Lee (2012), aceptamos que el niño está resolviendo problemas de una forma natural desde la infancia más temprana, cualquier intento de adentrarnos en aquellos que específicamente puedan ser útiles para las matemáticas, requerirá que los problemas estén envueltos en su realidad natural. La didáctica de las matemáticas debe tener en cuenta estas circunstancias para adaptarlas a los conceptos y procedimientos específicos que pretenda trabajar con los alumnos. Este sería uno de los objetivos de la didáctica de las matemáticas.

En esta línea, Freudenthal utiliza el término didáctica "... para referirse a los procesos correctos de enseñanza y aprendizaje, partiendo de la realidad y permaneciendo en ella" (Gravemeijer y Terwel, 2000, p. 10).

Melgar, Zamero, Lanza y Schey (2007) a su vez relacionan el aprendizaje significativo con su capacidad de relacionarse con la realidad, aspecto en el que la RPM se encuentra incluido.

El contexto real es un factor esencial a la hora de abordar la matematización de la actividad diaria. Sin embargo, la manera de hacerlo forma parte de las capacidades pedagógicas y estrategias que el maestro utiliza para orientar y especializar dicha realidad al objetivo didáctico que pretenda.

Si, como hemos dicho, consideramos la realidad como el contexto estimulante necesario, también debemos pensar que no todas las realidades son igual de efectivas para el niño. Basados en la propuesta de Melgar y otros (2007), para que un problema sea un "buen problema" debería cumplir con las siguientes características:

- No debe mostrarse aislado de los conocimientos y experiencias previas de cada niño. De esta manera su red de conceptos y significados mentales servirá de soporte para incorporar la nueva vivencia. Como es deducible, esta característica implica que una educación personalizada y adaptada a cada niño, es una condición deseable por su efectividad.
- El reto que propone el problema debe estar de acuerdo con la edad y posibilidades del alumno.
- Debe permitir múltiples estrategias de resolución y, en lo posible, ofrecer diversas soluciones válidas.
- Las diferentes posibilidades deben poder surgir en una puesta en común con un grupo o el resto de los miembros del aula.

Para poder trabajar de forma adecuada con la didáctica de la resolución de problemas, se hace necesario a su vez saber cuáles son las fases por las que el niño transita hasta conocer el problema, comprenderlo, elaborarlo y manifestarlo al exterior en forma de decisión.

La Figura 1 sintetiza los puntos analizados hasta este momento respecto al contexto y su relación posterior con la didáctica.

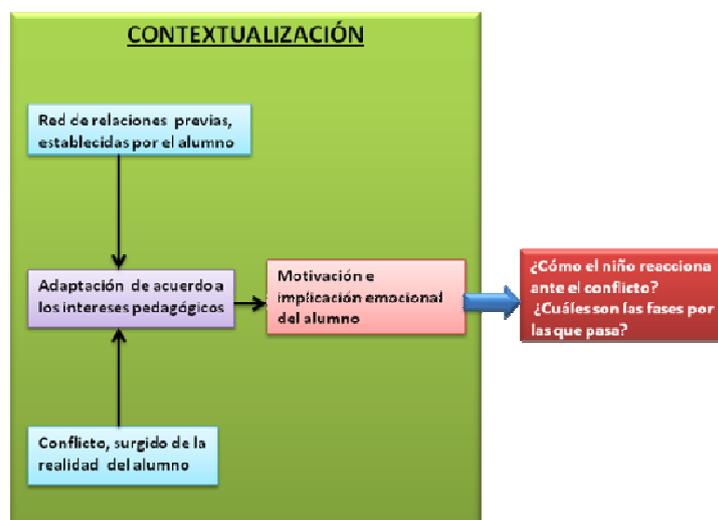


Figura 1. Contexto y didáctica

2.2. Fases en la resolución de problemas

Polya (1945), citado en Echenique (2006) identifica las siguientes etapas en la resolución de problemas.

- Comprensión del problema: entender el texto y la situación a la que se refiere para poder extraer los datos y reconocer las incógnitas.
- Planificar o concebir un plan: se abordan cuestiones tales como: ¿para qué sirven los datos que aparecen en el enunciado?, ¿qué puede calcularse a partir de ellos y en qué orden hacerlo? El aspecto más importante de esta fase es el de generar diferentes estrategias o planes de resolución.
- Ejecución de lo planificado: puesta en práctica del plan seleccionado.
- Valorar la respuesta y el proceso seguido.

Echenique (2006) reconoce que estas fases podrían considerarse válidas para la resolución de cualquier eventualidad de la vida real.

Por su parte, Barrantes (2006), en su conferencia sobre el trabajo de Schoenfeld (1985), enfatiza la importancia del contexto previo del alumno en la resolución de problemas, entendiendo por ello:

- Conocimientos previos
- Experiencia acumulada en la resolución de situaciones difíciles
- Utilización adecuada de los conocimientos y experiencias adquiridos.
- Estereotipos, prejuicios y creencias, en este caso, acerca de las matemáticas.

Este aspecto que incluye Schoenfeld (1992) apunta a un aspecto esencial resaltando la importancia de las estructuras cognoscitivas y las estrategias ensayadas previas, es decir, las vivencias del niño y las sociales, son una base sobre las que se van a soportar las matemáticas.

Schoenfeld (1992) no quiere decir que el método heurístico defendido por Polya, no sea válido, sino que no es suficiente y deben contemplarse otros factores.

En el aspecto de identificación de etapas en la resolución de problemas, las fases son similares a las indicadas por Polya (1945) pero con la particularidad de que el proceso no es lineal. De acuerdo con Blanco (1996) las etapas serían:

- Análisis
- Exploración
- Ejecución
- Comprobación

Bransford y Stein (1987), citados en Hernández y Socas (1994) proponen un modelo, que consta de 5 fases:

- Identificación del problema, reconocer su existencia y la aceptación del reto
- Acotar la situación problemática y realizar una representación de la misma
- Analizar diferentes alternativas que puedan llevar a una o varias soluciones
- Decidir la estrategia más adecuada y trabajar con ella en la resolución del problema.
- Control de los resultados. Revisar y comprobar de acuerdo a las expectativas previas.

Puig y Cerdán (1988) también citado en Hernández y Socas (1994), proponen las siguientes fases para la resolución de problemas aritméticos:

- Lectura, escucha o interpretación de una representación
- Comprensión del problema y aceptación del reto
- Traducción del mismo al lenguaje matemático
- Utilización de los algoritmos, cálculo.
- Alcanzar un resultado
- Revisión y control
- Comprobación con las expectativas reales y personales.

Aunque las propuestas matemáticas de Piaget son criticadas con pasión por Freudenthal, el modelo constructivista es aceptado por él desde un punto de vista práctico (Gravemeijer y Terwel, 2000). Un primer modelo que muestra las fases de resolución de problemas matemáticos lo encontramos en el constructivismo. Figueras (1994), describe en el Anexo 1 de su artículo, las siguientes fases incluidas en la etapa de abstracción:

- Percepción sensorial
- Elaboración de imágenes
- Concreción de pensamiento
- Generalización
- Construcción del concepto

En el mismo anexo describe cuáles son las fases en la etapa de comunicación:

- Traducción simbólica
- Traducción gráfica
- Formalización
- Lenguaje
- Verbalización

En un artículo diferente dedicado a la investigación sobre la resolución de problemas matemáticos, Figueras (1995) indica que las principales dificultades en los alumnos de primaria se centran en la interpretación de los enunciados y en el conocimiento profundo de los algoritmos matemáticos que pueden utilizar.

Parece lógico pensar que cuando el problema matemático parte de un "enunciado formal", existe un orden en cuanto a las potenciales destrezas que el alumno debe adquirir para resolver su situación. En primer lugar, se deberá poseer la suficiente competencia en la comunicación, especialmente en el aspecto de la comprensión lectora. Posteriormente se podrá concretar el procedimiento a utilizar. Difícilmente se podrá trabajar en este segundo aspecto si la resolución del primero no ha sido eficaz.

De forma indirecta, llega la autora a igual conclusión que la EMR: se debe partir de situaciones cercanas al alumno y evitar enunciados sin haberlos relacionado previamente con su mundo particular. Partiendo de esta realidad concreta, los pasos que, a su juicio, deben considerarse para la resolución de un problema matemático son (Figueras, 1995):

- Lectura comprensiva
- Esquema o dibujo
- Estimación del resultado
- Estrategia
- Operaciones
- Expresión de la respuesta
- Comprobación
- Valoración de la estimación

Desde unas matemáticas más "egocéntricas", Pérez (2011) indica que estas se encuentran también relacionadas con el Arte y con el pensar. Estas relaciones solo se establecerán si se incluyen dentro del contexto adecuado, con el fin de poder identificar el problema y encontrar la motivación necesaria para aceptar el reto de resolverlo. Es decir, vuelve a aparecer de forma implícita que el mundo propio y particular del niño es el entorno más adecuado.

Aparece, quizás, en el artículo el egocentrismo matemático antes mencionado cuando indica, mentando a Allen (2001), que las matemáticas son de una gran ayuda a la comprensión lectora, el análisis, las estrategias y la comunicación.

Así mismo Pérez (2011) establece una secuencia que partiendo de la comprensión lectora o interpretación de una imagen, provoque la formulación y resolución de alguna pregunta. La elaboración interior de la misma precederá a la comunicación y exteriorización de la conclusión.

- Quedan mencionadas de esta forma, según Pérez (2011), las relaciones que se establecen entre la resolución de problemas matemáticos y los posibles pasos que se deben seguir para alcanzar el objetivo. Podrían resumirse de la siguiente forma:

- Comprensión lectora (entendiendo por la misma, la capacidad de entender el lenguaje comunicativo a través del cual se comunica el problema: escucha, lectura o interpretación simbólica).
- Interpretación y aprehensión del hecho presentado.
- Análisis y selección de posibilidades estratégicas
- Comunicación de los resultados.

Al final del artículo, Pérez (2011) concluye que la preparación en la competencia comunicativa, es uno de los más importantes fines de la escuela en la formación integral del alumno.

Todos los modelos analizados están basados en la observación de los procesos cognoscitivos en los que se apoya la RPM. Los aspectos comunes a todas ellas nos servirán para encontrar actividades con estructuras similares, a través de las cuales se podrán adquirir o aumentar las competencias previas, necesarias para alcanzar la solución o soluciones adecuadas.

De acuerdo con el resumen de la figura 2, todos los modelos parten de una fase basada en la comunicación de la situación problemática que incluye la transmisión oral, la escrita y la esquemática.

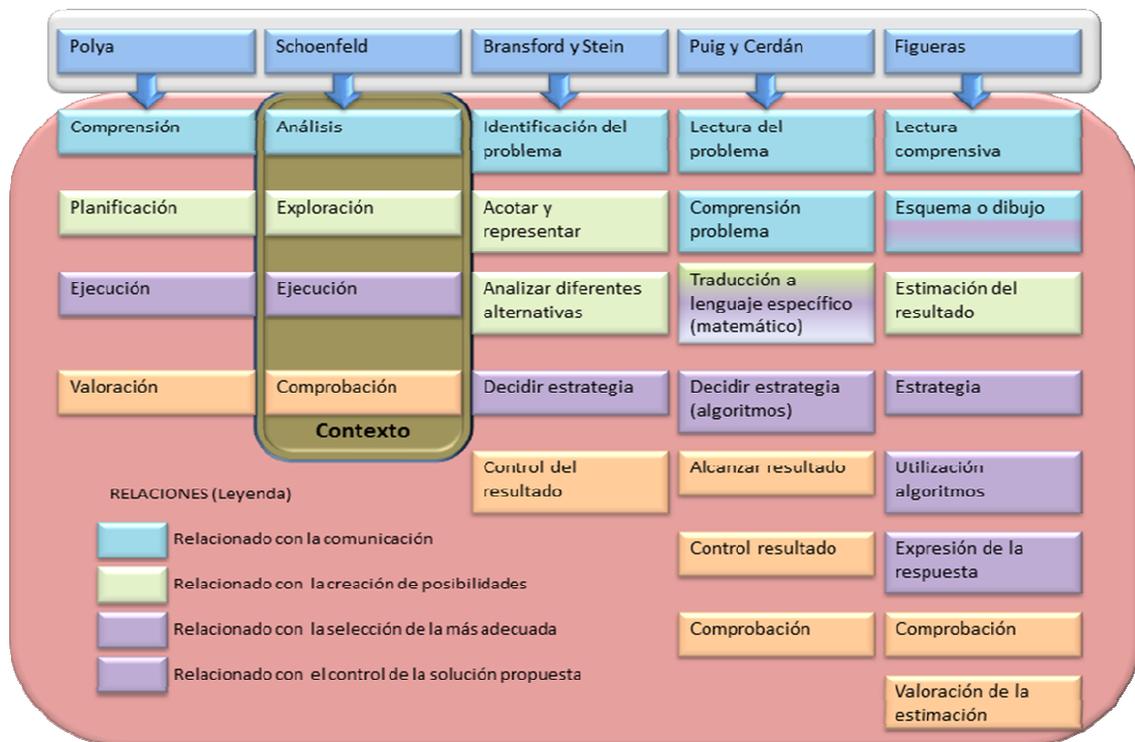


Figura 2. Resumen de los diferentes modelos analizados

En alumno debe conocer tanto las reglas comunicativas básicas, como la escucha, el conocimiento simbólico del lenguaje utilizado y las características del contexto. Es un punto clave para entender el hecho real o imaginario y hacerlo propio, de tal forma que pueda aceptarlo como vivido de forma individual y de esta manera implicarse en su resolución, que en un principio no es más que vivencia.

Basados en sus experiencias previas (matemáticas o no), el alumno creará sus propios escenarios donde se desarrollarán diferentes alternativas posibles. Es el momento de la imaginación, de la creación personal y única.

Su relación con el interior del niño permite que sus emociones formen parte de las variables que intervienen en este proceso. La experiencia previa en el autoconocimiento emocional (la denominada

inteligencia emocional), posibilitará que la posterior elección de la estrategia seleccionada cuente con mayores posibilidades de ser la más adecuada.

En esta etapa, la representación gráfica permite especialmente a los alumnos de primer ciclo, poder expresar lo asimilado y plasmarlo en el mundo real, es decir, pasar de su mundo interior al exterior. Es una muestra de su implicación y el principio del análisis.

En una segunda fase, el análisis y la exploración de las diferentes alternativas son el dominio de la imaginación y la creatividad. La tercera fase implica la estrategia seleccionada en base a las diferentes experiencias personales y a los condicionamientos más inmediatos de la clase y el profesor. Desde el punto de vista matemático se analizarán y seleccionarán las estrategias de cálculo y los algoritmos conocidos o nuevamente creados.

Por último, el resultado se comprueba con lo observable o imaginado, se verifica y se reajusta el proceso para llegar a la solución plausible, que quizás no tenga que ser coincidente las propuestas elaboradas por el resto de la clase.

En todos los modelos de la figura 2, en cada una de las fases actúan los condicionamientos de la realidad del niño (reales o imaginarios). De esta forma los problemas matemáticos dejan de ser una actividad separada del niño, forman parte de su actividad vital.

También el cuento pertenece a la realidad imaginada del niño y además es una actividad medular de su vivencia en los primeros cursos de primaria, aspectos que posibilitan aprovechar las sinergias con la RPM.

Adentrarnos, entonces, en el mundo del cuento y en su estructura, nos permitirá averiguar si son procesos coincidentes. En caso de ser válida la observación, el fomento del cuento será una base preparatoria para especializar las vivencias, para matematizar la vida.

3. El cuento, estructuras y modelos de trabajo

3.1. Algunas consideraciones previas

Los cuentos han sido y continúan siendo una herramienta para acceder al mundo del niño. Utilizados desde el ámbito familiar, escolar y social, de forma universal permiten la comunicación con los adultos cuando aún no existen muchos elementos comunes o referencias entre ambas realidades.

Sin embargo, el cuento puede ir más allá. Tanto en la escucha como cuando se lee, se están priorizando de manera inconsciente unas cualidades y formas de hacer sobre otras.

En su relación con las matemáticas, el cuento no debería ser exclusivamente una actividad para fomentar la motivación y de esta manera evitar el rechazo ante los conceptos y procedimientos matemáticos. Debería ser considerado como un pilar básico sobre el que se soportarán muchos de los procedimientos utilizados tanto en el mundo social como en el matemático, especialmente en la resolución de problemas.

Abordaremos en este apartado el análisis del cuento desde dos perspectivas diferentes:

- Análisis de su estructura y de sus fases para compararlo con las propias de resolución de problemas.
- Implicación de los cuentos con los factores cognitivos y emocionales, involucrados también en la RPM.

3.2. El cuento, fases y estructura

3.2.1. Las funciones de Propp clásicas

Los cuentos forman parte de la historia de la humanidad. Se ha encontrado a su través una manera de transmitir la experiencia adquirida en las generaciones anteriores. En ellos aparecen los procedimientos y las maneras en que nuestros antecesores se han enfrentado al mundo y a las relaciones sociales.

Frente a las formas de comunicación oral de conocimientos, donde el paso del tiempo y las propias circunstancias pueden hacer variar su interpretación y significado, los cuentos permanecen inalterables en cuanto a los contenidos que pretenden conservar.

En su interacción con lo individual, transmiten experiencias a través de la propia vivencia, sin interpretaciones ajenas. Es una actividad que fomenta la educación personalizada, entendiendo esta como “una obra sistemática, ordenada y unificadora de cada vida humana en todas sus manifestaciones” (Bernardo, Javaloyes y Calderero, 2007, p. 49), que sitúa al niño de una forma individualizada en relación con su entorno. Estimulan su imaginación y enseñan conceptos a través de ejemplos simbólicos que les ayudan a enfrentarse a diversas situaciones o problemas (Alonso y Franco, 2010).

Propp fue un erudito ruso que formuló la hipótesis, fundamentada en múltiples datos recogidos en diferentes lugares del mundo, de que los cuentos populares constituyen expresiones metafóricas que muestran el mundo desde muy diversos aspectos.

Según Propp (1946) son rituales de iniciación que preparaban a los jóvenes en su camino hacia la emancipación. Estos principios se repiten de alguna forma en el interior del niño que los escucha o lee y, al igual que en las antiguas sociedades, les preparan para afrontar los conflictos que en su interacción con la realidad exterior van a surgir.

Es un concepto plenamente incorporado en la EMR donde la relación de la matemática con cualquier aspecto de la realidad, incorpora también al mundo de lo posible o imaginable dentro de cada niño, entendiendo por realidad lo que Freudenthal (1991), referenciado en Bressan, Gallego y Zolkower (2004) dice: “prefiero aplicar el término de realidad a lo que la experiencia del sentido común toma como real en un cierto escenario” (p. 17).

La actividad mental y lingüística por las que transcurre el proceso de matematización está dividida según Gravemeijer (1994) en 4 niveles: situacional, referencial, general y formal. El punto de partida es el situacional, donde la interpretación y las soluciones dependen enteramente de la forma de actuar en ese entorno específico. En los primeros cursos de primaria, el cuento se encuentra en una etapa previa a este primer nivel. El principal objetivo del cuento no es ser utilizado para matematizar la realidad, sino abordar la realidad cotidiana. Como segunda derivada, y en una etapa posterior, permitirá también hacerlo bajo el aspecto matemático.

La posterior utilización del cuento como elemento vehicular en las estrategias de resolución de problemas, pertenece al nivel referencial o general (en función de su utilización) de los descritos por Gravemeijer (1994).

Desde el punto de vista estructural, el cuento comparte con la narración sus características. Se pueden distinguir en ella tres fases:

- Planteamiento
- Nudo
- Desenlace

A su vez estas fases pueden ser reconocidas en la estructura clásica de resolución de problemas:

- Planteamiento o enunciado del problema
- Nudo, relacionado con el análisis de las diferentes posibilidades de resolución
- Desenlace como forma equivalente de la resolución del problema.

Dentro de este contexto, Propp (1946) encontró 31 funciones o elementos que se repetían en todos los cuentos clásicos (maravillosos, según su denominación). Dichas funciones estaban ordenadas de forma secuencial a lo largo de la narración, aunque no se presentaban todas ellas en una misma historia. Estas funciones, agrupadas según las fases de la narración antes mencionada, son:

- *Planteamiento*. Equivalente al enunciado del problema matemático. Introduce al alumno en la situación problemática. Es el punto de partida del conflicto o interacción entre realidades diferentes. Se introduce a la situación en la que se van a ver envueltos los personajes. Las funciones de Propp que encajan en este primer punto serían: Alejamiento, prohibición, transgresión, interrogatorio y engaño.
- *Nudo*. Es la fase donde la creatividad está presente, donde realmente se desarrolla la historia y se manifiestan las relaciones entre los personajes. Es la historia y peripecia del protagonista en busca de la solución al problema. Complicidad, fechoría o carencia, meditación, aceptación, partida, prueba, reacción regalo, viaje, lucha y marca serían las funciones de Propp asociadas a esta fase. Muestran los posibles comportamientos que cada personaje puede tener al enfrentarse con la realidad, con el problema. Desde la perspectiva matemática también es donde la creatividad del alumno debe ahondar en las posibilidades diferentes, en la interpretación del problema y en las alternativas posibles. Cada dato del planteamiento permite sugerir un comportamiento distinto en su relación con los demás y reconocer las relaciones entre ellos, propiciando de esta manera diferentes alternativas en función de su comportamiento. "Si un tren, por ejemplo, que recorre 20 Km cada hora, se encuentra a 5 Km de su destino y Juan, que está a 1 Km del mismo va andando, recorriendo 1 Km cada hora, quizás llegue antes para salvar a la princesa...", tiene los ingredientes del cuento ya que El tren (el viajero que va en el tren) y Juan se enfrentan con el tiempo (lucha) para llegar al lugar donde está el sujeto de búsqueda (viaje). Juan ha decidido aceptar el reto (prueba)... Se trabajan desde el cuento similares principios que se encuentran en la resolución de problemas, pero de una manera más cercana a su mundo de creación. Para un alumno de primer ciclo de primaria, los cuentos maravillosos, como los describe Propp (1946), son la realidad a partir de la cual se forma la estructura que le permitirá, entre otras cosas, asentar los procedimientos para resolver problemas matemáticos en el futuro.
- *Desenlace*. Con el resto de las funciones que pueden asociarse con esta fase, el cuento llega a su fin. Se encuentra el resultado de las acciones o alternativas emprendidas. Se describe cómo acabó todo. Todas ellas son asimilables al resultado o conclusión extraída del problema matemático propuesto. Debe entenderse el resultado matemático como mucho más que una cifra. Entenderlo de otra forma, sería extrapolable a que todos los cuentos terminaran en boda. Cuando, en primaria, se expresa un resultado, debe acompañarse de una interpretación y asociarse con los comentarios necesarios para dar sentido a lo estrictamente numérico. De lo contrario, las matemáticas volverían a estar de nuevo descontextualizadas, aunque el planteamiento y en el método estuvieran en contexto.

3.2.2. Algo más que funciones. Rodari y las alternativas matemáticas

Aunque las fases y funciones del cuento puedan tener de forma implícita su equivalente en los correspondientes a los problemas matemáticos, la labor de la escuela y el profesor está en incentivar y provocar preguntas autónomas e individuales a partir de soluciones propias, ya sean estas reales o imaginarias.

En este contexto, Rodari (1983) utiliza el cuento y las funciones de Propp como el punto de partida para el desarrollo de la creatividad innata en el niño y propone una serie de actividades para su puesta en práctica. Rodari (1983) nos presenta distintas técnicas para generar ideas con las que construir historias. Para él, lo interesante es el procedimiento que lleva a la aparición de la idea, no la redacción del futuro cuento. El trabajo de Rodari no es, de ninguna manera, un manual sobre cómo escribir el cuento.

Con un planteamiento equivalente, Bressan et al. (2004) indican que para la EMR, el proceso de matematizar la realidad es más que el producto terminado. Para Freudenthal lo fundamental no se encuentra en el hecho sino en el proceso; es más importante formalizar y estructurar que la propia forma o estructura, más necesario aprender a impregnar de álgebra la realidad, que la propia álgebra. En el mismo artículo, Bressan et al. (2004) hacen referencia a una frase de Freudenthal, que lo resume de forma precisa: "Las cosas están al revés si se parte de enseñar el resultado de una actividad más que enseñar la actividad misma" (p. 3).

Alonso y Franco (2010) indican en su artículo que la creatividad del niño se puede trabajar a través del cuento por medio de actividades y experiencias en cada una de las fases de la narración, bien sea modificando la trama o eliminando personajes, por ejemplo.

De esta forma, si tomamos como referencia el modelo de Polya (1945) o el de Schoenfeld (1985) (para incluir el contexto), referidos a las etapas o fases de resolución de problemas matemáticos, podemos observar cómo existe una posibilidad de trabajo sobre las estructuras del cuento que permiten indirectamente funcionar sobre los mismos principios, que después se utilizarán en el contexto matemático más específico.

Así, una vez leído el inicio del cuento, en el planteamiento, donde se presentan los personajes y se empieza a intuir cuáles serán los problemas, se debería preguntar a los alumnos sobre las relaciones entre los protagonistas, sus características físicas directamente expuestas y las menos evidentes.

Esta actividad permite al niño acceder a los detalles y favorecer la observación, que después redundará en una mejor comprensión del problema e identificación del mismo. La realización, en esta fase, de un dibujo donde se presenten los personajes posibilita además otro medio de exteriorizar su interpretación de lo leído o escuchado, favoreciendo a su vez este aspecto relacionado con la comunicación (Figueras, 1994).

Rodari (1983) propone también para esta fase la creación de las narraciones a partir de una palabra o idea original tomada al azar o de forma consensuada, ejercitando de esta forma en el conocimiento de las propias estructuras gramaticales que posibiliten expresar un planteamiento y acompañarlo del contexto correspondiente.

De acuerdo con Bressan et al. (2004), entre las ideas centrales de la EMR desde el punto de vista curricular, se encuentra la necesidad de organizar los contextos matemáticamente. Esto es, inventar historias o realidades coherentes y espontáneas susceptibles de ser analizadas desde el punto de vista matemático.

En la siguiente fase de la narración, Rodari (1983) propone múltiples posibilidades de actuación, modificando la trama, variando los diálogos... Todas ellas encaminadas a provocar diferentes alternativas por parte de los alumnos.

Los diferentes puntos de vista, provocadas por las múltiples vivencias personales de los niños, emergerán en toda la clase, permitiendo la expresión, el aprendizaje individual y la comprensión sobre la existencia de diferentes estrategias y puntos de vista para abordar una misma situación o problema. Este trabajo sobre el cuento corresponde de forma unívoca con la fase de planificación (Polya, 1945), exploración (Schoenfeld, 1985) y análisis de las diferentes alternativas (Bransford y Stein, 1987).

Según se desarrollan y explican las diferentes posibilidades de evolución de la narración, en la misma dinámica de la clase, podrán diferenciarse soluciones que puedan ser factibles, de aquellas que parezcan menos adaptadas a la idea central expuesta en el planteamiento.

Es el equivalente a la decisión de estrategias de Bransford y Stein (1987) o de Figueres (1995). Desde el punto de vista estrictamente matemático, en esta fase sería donde se deberían empezar a relacionar con los conceptos, estrategias o algoritmos matemáticos, según la edad y características de los alumnos y una vez asentadas convenientemente las fases anteriores.

Por último, el desenlace de la narración ofrece una de las posibilidades de resolución del conflicto generado. Como se relacionó en párrafos precedentes, la solución obtenida debe ser objeto de debate en la clase y a su vez comparada con las planteadas por los alumnos, inventando finales distintos. En todos los finales presentados debe contemplarse la necesidad de comprobar la coherencia respecto a la propia historia.

De igual modo en la resolución de problemas, también aparece esta fase última como valoración, comprobación del resultado.

4. Cuentos y resolución de problemas. Factores emocionales y cognoscitivos

Cualquier actividad humana no se encuentra aislada de su entorno; su interacción con la realidad interior y exterior del individuo es inevitable y necesaria.

La resolución de problemas, principalmente bajo su visión a través de la EMR, también está implicada en esta característica. La matematización parte del propio entorno del alumno para recorrer el camino que le lleve a su conexión con las ideas matemáticas.

En esta realidad, también el cuento participa de forma muy activa. En las edades del primer ciclo de primaria es difícil conectar con el mundo interior el niño, que está lejos de la realidad en la que viven los adultos. Es principalmente a través del simbolismo de las narraciones como podemos conectar con él. Los cuentos ponen en relación experiencias previas con experiencias posibles, algo determinante en la resolución de problemas matemáticos, donde el mismo enunciado plantea supuestas realidades no "vivenciadas" por los alumnos.

El cuento permite ejercitar esta conexión entre lo propio y lo nuevo, lo real con lo imaginario, de tal manera que pueda aprovecharse esta experiencia para interiorizar las estrategias necesarias que serán de gran ayuda en la RPM.

En este apartado se analizarán algunas de las variables más significativas que comparten la RPM y los cuentos.

4.1. Las emociones

La formación matemática y por extensión, la resolución de problemas, no está basada en un aprendizaje descontextualizado sino que forma parte de la realidad del individuo y por lo tanto debe considerar sus aspectos más relevantes. Una de estas importantes características es la faceta emocional de las personas.

Bressan et al. (2004) indican que Freudenthal consideraba la educación en un sentido más amplio que la educación formal, incluyendo en su ámbito las actividades morales, sociales, religiosas, cognitivas y emocionales. La resolución de problemas, que forma parte de la educación y debe surgir de la realidad más cercana al alumno, debe entonces considerar la emoción como un aspecto que debe integrarse en su didáctica.

Así mismo Goleman (1996) indica que la inteligencia emocional, aquella que se encarga de manejar los afectos y emociones, no se encuentra separada de la lógica matemática o la lingüística. Independientemente de que puedan localizarse en diferentes hemisferios cerebrales, el cerebro trabaja en conjunto y las soluciones o respuestas ante las situaciones reales son integradas.

Las emociones son un componente de la afectividad, que a su vez tiene un fundamental papel en la actitud de los alumnos hacia las matemáticas.

Martínez Padrón (2007) esquematiza la relación entre las actitudes, caracterizadas por tener entre sus componentes a la afectividad y las emociones que propician percepciones, valoraciones e ideas acerca de las matemáticas.

Las emociones generan reacciones que, si no son controladas, condicionan la respuesta del individuo. En el caso concreto de la resolución de problemas, interfieren en el transcurrir de las etapas por las que evoluciona dicho proceso.

En la figura 5 aparece una posible interacción en la estructura de la resolución de problemas, debida a un condicionamiento emocional no resuelto.

Estas situaciones, cuando se manifiestan en alumnos de clases superiores (últimos cursos de primaria en adelante), representan problemas de compleja solución y requieren grandes esfuerzos por parte de los maestros, porque deben trabajar en ambientes con consolidadas actitudes negativas frente a las matemáticas.

Es tal la importancia del control emocional en la RPM que Caballero, Guerrero, Blanco y Piedehierro (2009), en una investigación sobre la resolución de problemas y el control emocional, observan que el nerviosismo es mucho mayor cuando los alumnos reconocen un bloqueo en sus razonamientos, que en el propio acto de enfrentarse al problema matemático. Deducen que posiblemente son los propios bloqueos los que provocan la ansiedad que les impide la resolución.

Por lo tanto es necesario preparar al alumno previamente para que pueda reconocer emociones y prepararlo para que pueda intervenir en su control.

En nuestro esquema cultural actual, muy protector con la infancia, es infrecuente que los niños del primer curso de primaria lleguen a la escuela con la suficiente experiencia en afrontar situaciones reales. No es fácil que puedan reconocer en el otro con la claridad suficiente, sentimientos como el enfado, la alegría, cobardía, humor, etc., así como manejar adecuadamente la propia sensación de fracaso o frustración, por ejemplo.

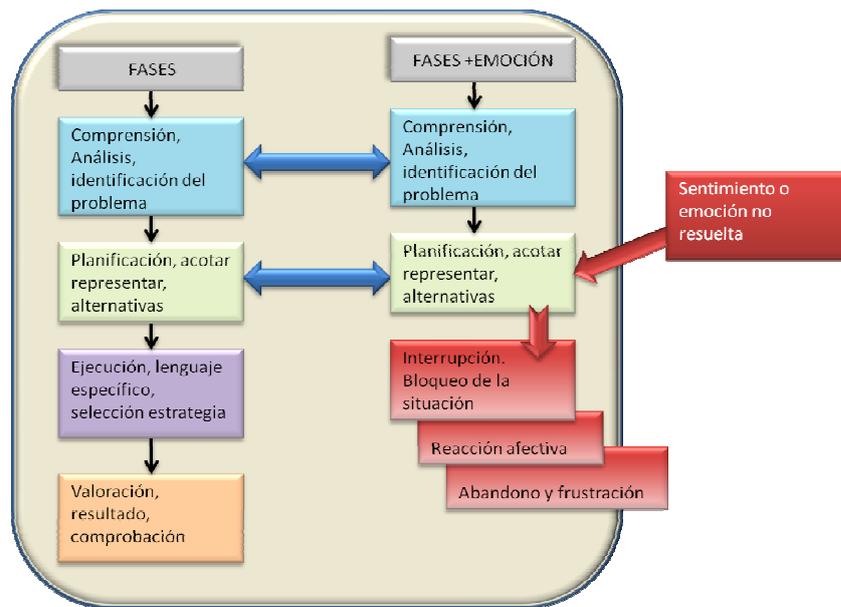


Figura 5. Interferencia de emoción no resuelta

Los cuentos o narraciones en los primeros cursos de primaria pueden cumplir esta función de la forma más próxima a la realidad del niño.

Desde la primera frase leída o escuchada con la entonación adecuada, el repetido "...había una vez..." predispone al niño a captar realidades nunca por él vividas, leyendas que le provocarán sensaciones nuevas que le estimulan y goza con su conocimiento.

Por su edad, no las ha podido vivir en directo ni por lo tanto ha podido experimentar la reacción que pueden provocar. Por lo tanto, las necesita reconocer en otros, pero desde su propia vivencia. Por este motivo es tan importante el contacto narrativo del cuento frente al que proporcionan las imágenes grabadas: el niño necesita incorporar en cada relato su propia realidad, no necesita realidades pre-digeridas por los realizadores de los videos, en ese caso tomará por suyas realidades ajenas y no podrá experimentarse ni reconocerse de forma autónoma.

Los héroes de la narración tienen sus emociones que se expresan de diferentes maneras, todas ellas naturales y propias del ser humano. Ante cada una de ellas, la realidad exterior devuelve al niño un resultado diferente que es lo que provoca la trama de la narración.

De forma implícita, los cuentos le enseñan tolerancia ante las frustraciones, moderan sus expectativas y generan comprensión hacia lo diferente.

Son tales las ganas de aprender que los propios niños viven en primera persona las emociones narradas, experiencia que sirve de ejercicio previo para afrontar y reconocer la realidad cuando se les presente.

4.2. La construcción de significados

Cuando expresamos un planteamiento en un problema matemático, estamos acordando en primer lugar unos significados comunes para las palabras que lo representan. Este acuerdo puede venir de forma "natural" si dicho problema está ligado en una secuencia que lo enlaza con el mundo real del niño. En caso contrario, si el problema se presenta a través de un enunciado sin contextualizar, es más evidente la necesidad de aprender a adentrarse en las palabras y símbolos y reconocer en ellos lo que quieren expresar dentro del contexto matemático específico.

Según González (2007), la narración puede estructurar una historia de forma secuencial en la mente del alumno y de esta manera aprender a organizar el conocimiento de una manera lógica. De igual forma, el problema matemático necesita de estas características para encontrar la solución de acuerdo a los acontecimientos y los datos enunciados.

El significado no se asigna únicamente a través de la lectura y escucha (acciones necesarias pero no suficientes). Es necesario que lo adquirido a través de los sentidos se enfrente con la propia realidad interior del niño, relacionando lo nuevo con lo ya presente y generar a partir de ahí un resultado, que responderá a la interpretación personal que del símbolo ha realizado.

La construcción de significados no es algo innato en el niño, necesita ser ensayado múltiples veces hasta que los detalles y las relaciones acaban por aparecer transparentes. El cuento ofrece la posibilidad, aceptada por el alumno en los primeros cursos de primaria, de generar patrones o repeticiones que permitirán interiorizar su mecanismo de forma natural e inconsciente.

Los cuentos establecen además el necesario enlace entre el significado o conocimiento y la emoción. Junto con la narración propiamente dicha, aparecen las relaciones entre los personajes, uniendo "lenguaje, pensamiento y emoción" (González, 2007, p. 78).

El alumno aprende a través de la repetición de los cuentos a desmenuzar sus contenidos, observando sus partes y separando las relaciones, para después integrarlos en una única situación que permite conocer el cuento de forma global. Esta forma de proceder será la base que permita modelizar la realidad para así poder aprehenderla, tanto en lo referente a los problemas matemáticos como en los de la vida cotidiana.

Con la atribución de significados que el niño asigna al contenido de los cuentos, su interiorización y la expresión de los resultados a través del dibujo o por medio del diálogo, se está entrenando el sistema de modelización de la realidad. Solar, Azcárate, Deulofeu (2009) esquematizan esta hipótesis según la aportación de Maaß (2006) y que puede resumirse según el esquema de la Figura 6.

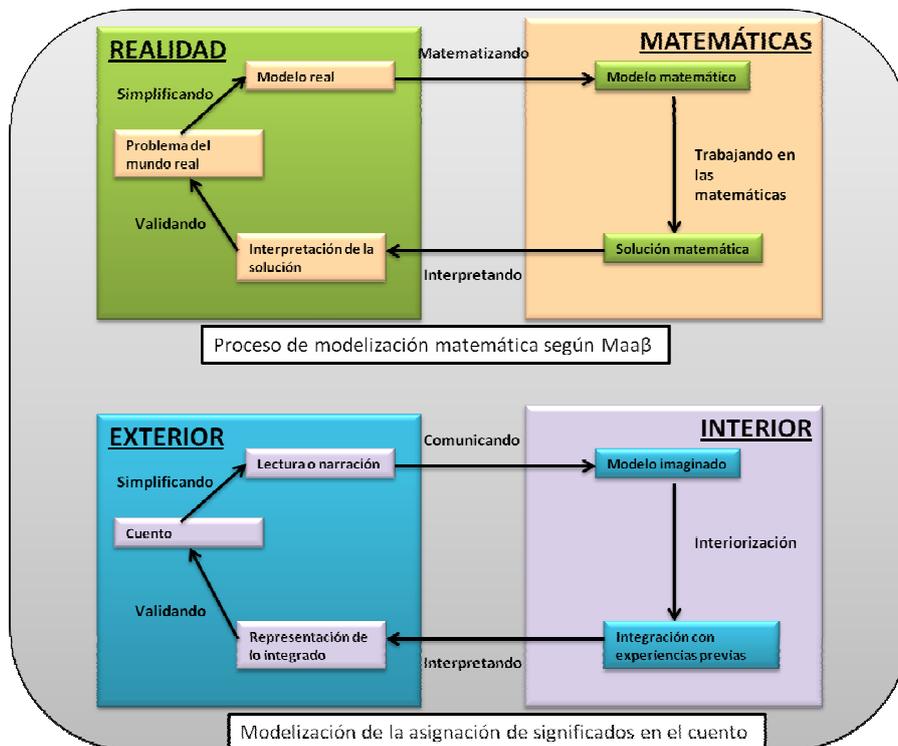


Figura 6. Procesos de modelización

5. Imaginación, arte y creatividad. Experiencia estética. Estructura y modelos de trabajo

El arte y sus predecesores, la imaginación y la creatividad, han sido consideradas hasta hace poco tiempo como áreas alejadas de las matemáticas, tanto desde el aspecto "humanista" como desde el matemático.

Sin embargo Adelman y Compton (1980), dos historiadores de arte, referenciados en Emmer (2005) expresan su idea de relación entre las matemáticas y el arte del siguiente modo: "Aunque la pintura y la matemática sean dos disciplinas muy diferentes, que a menudo se han considerado totalmente contrapuestas, entre ellas ha habido muchos puntos en común" (p. 4).

Alsina (2007) indica que "La ciencia es, en gran medida, un juego racional donde realidad e imaginación mantienen un constante diálogo" (p. 10). Si las matemáticas son racionales y ciencia, entonces tenemos un gran argumento para ampliar nuestro mundo de semejanzas con el arte.

5.1. Matemáticas, imaginación y cuentos

Alsina (2007) caracteriza la imaginación como una capacidad humana que permite crear escenarios propios a partir de situaciones reales o imaginarias y que, a pesar de poder explicar el pensamiento racional, no necesita por ello proponer soluciones exactas ni tampoco condicionadas a lo que formalmente debe esperarse.

Es desde la propia imaginación donde se derivan las distintas posibilidades, entre las que se encuentran tanto el cuento como las matemáticas, igual el arte que las ciencias.

La imaginación precede a cualquier planteamiento matemático. Los modelos más estructurados, racionales y lógicos han nacido de intuiciones que después se convirtieron en hipótesis.

Desde el punto de vista pedagógico, Alsina (2007) argumenta sobre la necesidad de potenciar la imaginación justificándola bajo tres aspectos relacionados con el pensamiento o la actividad matemática.

- Imaginación y visualización. La comprensión o el análisis de un problema matemático, realizado o no desde una perspectiva realista, necesita reconocer el contexto, ubicarse dentro de la situación planteada. Para ello necesitamos recrearlo desde la imaginación y visualizarlo. Cualquier herramienta que favorezca este proceso, lo hará también con el ámbito matemático.
- Imaginación y razonamiento. Relacionado con la fase de exploración de alternativas en la resolución de problemas, el fomento de la imaginación permitirá ponderar la bondad de las diferentes posibilidades que se presenten.
- Imaginación y resolución de problemas. Este aspecto, abordado de manera separada por Alsina (2007), se apoya en una idea de Polya (1945) donde indica que una de las estrategias que se utilizan para acceder a su resolución, es por medio de la representación de imágenes.

Para Alsina (2010) la utilización de cuentos es una aconsejable manera de fomentarla, tanto si se escuchan o leen, como cuando son creadas por los propios alumnos. Añade también que su utilidad es mayor cuando estos cuentos inciden directamente sobre aspectos matemáticos o sobre realidades matematizadas.

De Guzmán (2001) indica que

... Si la matemática es una ciencia que participa mucho más de lo que hasta ahora se pensaba del carácter de empírica, sobre todo en su invención, que es mucho más interesante que su construcción formal, es necesario que la inmersión en ella se realice teniendo en cuenta mucho más intensamente la experiencia y la manipulación de los objetos de los que surge. La formalización rigurosa de las experiencias iniciales corresponde a un estadio posterior. A cada fase de desarrollo mental, como a cada etapa histórica o a cada nivel científico, le corresponde su propio rigor (p. 8).

De esta manera se concreta lo indicado por Alsina (2010), es necesario sustentar el conocimiento y la abstracción sobre bases previas imaginativas, que no tienen que responder a contenidos directamente relacionados con las matemáticas o sus problemas, sino que la condición de idoneidad la da el propio desarrollo evolutivo de los alumnos.

En este sentido Aymerich (2010), citado por Alsina (2012), indica que en los cuentos hay dos aspectos útiles en cuanto a la pedagogía matemática, uno de ellos es la interdisciplinariedad, relacionado directamente con la EMR y el otro es el fomento de la imaginación a través de representaciones mentales, práctica que podrá ser utilizada posteriormente cuando se necesiten dichas estrategias en otros contextos más específicos.

Cabría ahora preguntarse si el cuento realmente provoca y ejercita la imaginación y de qué forma lo hace.

Aguirre (2011) citando a Bruner (1998), indica que hay dos tipos pensamiento: el lógico, que utiliza conceptos verificables y coherentes con la lógica científica y que es utilizado en la mayoría de las acciones prácticas cotidianas y otro tipo que se identifica como narrativo, que construye, y ha construido desde el principio de los tiempos, los significados de las relaciones y sentimientos humanos. Este último tipo de pensamiento necesita de la interacción con nuestra realidad y experiencias para actualizar los significados.

Esta diferenciación coincide en el tiempo con los modelos que la neurociencia utilizaba en las primeras investigaciones, acerca de la especialización relativa del cerebro entre los dos hemisferios. Dichas investigaciones preliminares, de acuerdo a Castro (2008) han sido superadas y en la actualidad se sabe que es necesario un trabajo en conjunto y coordinado de los dos hemisferios para realizar cualquier tipo de actividad. La especialización se produce en niveles secundarios del cerebro que necesitan también sincronización, aunque su actividad aumenta o disminuye en función del tipo de necesidad.

De igual manera Aguirre (2011) indica que Bruner (1998) consideraba que, si bien los tipos de pensamiento son irreductibles, los intentos de extraer las particularidades de cada hemisferio en un pensamiento real, indican que la riqueza observada en los pensamientos tampoco puede dissociarse.

La "libertad" del pensamiento narrativo y la "rigurosidad" del lógico son por tanto sistemas que trabajan juntos. Un pensamiento narrativo enriquecerá el proceso matemático.

La narración contribuye a potenciar la imaginación y la expresión por medio del lenguaje (Aguirre, 2010), porque a su través se producen transformaciones en los objetos y se posibilitan relaciones que antes parecían inexistentes.

Egan (1999), mencionado en Aguirre (2010), indica que la narración que ejercita las capacidades imaginativas de los niños también es aplicable a la historia, las matemáticas y las ciencias.

En resumen, el trabajo con los cuentos, conserva y mejora la capacidad innata de imaginación de los niños, soporte necesario para canalizar un pensamiento divergente y múltiple, que a su vez es una condición favorable para la resolución de problemas matemáticos.

5.2. Matemáticas, juego y cuentos

Al igual que la imaginación, lo lúdico es también una característica fundamental para desarrollar un pensamiento matemático complejo. ¿De qué forma influye dicho componente en la resolución de problemas y cómo el cuento comparte similares propiedades que actúan sobre los mismos procesos cognitivos?

De Guzmán (2001) indica que en la actualidad se intenta enfatizar el componente estético y lúdico de las matemáticas como un medio de acercarse a la realidad del alumno, de iniciar el aprendizaje a través de su personal conocimiento y su interpretación del mundo.

En los primeros años de vida, el niño se acerca al entendimiento del exterior principalmente a través del juego, método que sigue utilizando de manera preferente durante primaria.

Si las tendencias actuales de enseñanza de la matemática tienen en la resolución de problemas un componente principal para generar un aprendizaje activo; si el juego es, en un primer análisis, la forma de resolver situaciones problemáticas reales en la cotidianidad del niño, tenemos entonces una estrategia válida para entrar en los pensamientos matemáticos de una forma motivadora.

Dentro de este contexto, De Guzmán (2001) manifiesta la "inestabilidad" que se crea en algunos profesores, ilusionados en utilizar por un lado actividades que faciliten el "pensar" matemático y por otro con la necesidad de cubrir los mínimos requeridos, a través de los contenidos y de los procesos.

El juego siempre ha estado presente dentro del ámbito de la resolución de problemas como facilitador del pensamiento matemático y está presente en algunas de las mejores creaciones, las cuales se han originado a su través (De Guzmán, 2001).

¿Cuáles son los componentes que definen el juego y de qué forman se encuentran implícitos en las matemáticas?

López (2004) indica que lo lúdico permite asumir una realidad exterior a través de la creación de campos de juego comunes entre la persona y su entorno. De esta manera se adquiere una experiencia que es utilizada de forma natural cada vez que el niño se enfrenta a una realidad similar. Este mismo aspecto está implicado en la resolución de problemas cuando se abordan a través de una enseñanza matemática realista: el alumno se enfrenta a su entorno, bien sea este imaginado o real y utilizará los recursos ya trabajados previamente de forma natural y motivadora.

Huizinga (1938), referenciado en De Guzmán (2001), indica que el juego es una acción u ocupación libre, que se desarrolla dentro de unos límites temporales y espaciales determinados, según reglas absolutamente obligatorias aunque libremente aceptadas. Es una acción que tiene su fin en sí misma y va acompañada de un sentimiento de tensión y alegría, con la conciencia de estar realizándolo de otro modo que en la vida corriente.

Dentro de estas características encontramos puntos equivalentes en la resolución de problemas. Así De Guzmán (2001) relaciona las reglas o normas como parámetros comunes entre lo lúdico y lo matemático. Los objetos o datos se mueven dentro de un conjunto de normas determinadas y solo dentro de las mismas tiene sentido el juego o el problema.

De igual manera, en los dos casos, la acción se sitúa dentro de espacios o tiempos determinados, fuera de los cuales, las mismas variables u objetos cambiarán tanto el tipo como la intensidad de las relaciones.

La tensión por el propio juego tiene su equivalente en el planteamiento del problema, donde existe la emoción de descubrir una nueva realidad que implica un nuevo campo de acción y al que se accede con el interés y la alegría propios del juego.

Por último, cuando el proceso del planteamiento del problema ha sido correcto, el alumno tendrá la sensación de encontrarse en un mundo nuevo aunque proceda de la propia realidad personal, un mundo distinto del cotidiano creado a partir de unas reglas que tenían en su propia limitación, la posibilidad de la solución o creación.

Y el cuento o la narración fantásticos, en los primeros años de primaria, son el estereotipo de estas características definidas para el juego y la resolución de problemas.

Cada vez que un cuento se inicia con el "érase una vez..." aparece una propuesta completamente libre e imprevisible, que a su vez se mueve dentro de una serie de normas o reglas propias de la historia, creando un campo de acción desde donde se pueden completar, variar y encontrar soluciones y finales distintos.

De esta forma, el trabajo con los cuentos "fantásticos" ayuda a formar estructuras de pensamiento que preparan el camino a la resolución de problemas matemáticos. Cuando las herramientas consolidadas en los primeros años sean requeridas, estas tendrán la suficiente fuerza como para favorecer el propio pensamiento matemático.

En la figura 7 se encuentran de forma esquemática las características que comparten la RPM y el cuento con el juego.



Figura 7. Juego, RPM y cuentos

5.3. El arte se encuentra en las narraciones y en las matemáticas

El arte es considerado por Alsina (2012) como un contexto donde trabajar las matemáticas. Son principalmente adecuadas las actividades relacionadas con la observación y la interpretación de las obras de arte, así como su creación y generación.

La resolución de problemas como aspecto concreto dentro del ámbito de las matemáticas, también participaría del beneficio que supone el trabajo con una actividad en la que estén implicados procesos artísticos.

Edo y Gómez (2000), citados en Alsina (2012), indican cuáles son las fases que se deben trabajar en la experiencia y observación estéticas por las que se hacen interesantes para las matemáticas:

- La fase de observación y análisis de la obra
- La fase de interpretación

Estas fases están directamente relacionadas con la resolución de problemas; la observación es necesaria para reconocerlo y la interpretación para crear desde el interior de la persona las posibles soluciones, adaptando los necesarios recursos adquiridos.

También para el cuento son fases imprescindibles para llegar a la comprensión del mismo: la atención de lo que acontece precede a la interiorización del mismo, que a su vez quedará relacionado con las propias vivencias previas del niño.

Sin embargo estas fases, observadas desde un aspecto diferente como la filosofía, pueden arrojar más luz acerca de los procesos íntimos que surgen de la experiencia estética y que a su vez están en las matemáticas y en el cuento.

Bajo este aspecto filosófico, López (2004) introduce, en su teoría lúdico-ambiental, los 7 planos distintos que aparecen en la contemplación de la obra de arte:

1. Elementos físicos. En este primer aspecto está la distinción de los objetos como tal, lo directamente percibido por los sentidos. En el ámbito de la resolución de problemas, se correspondería con el reconocimiento de las variables y datos que componen el problema. Desde la perspectiva del cuento, correspondería a la presentación inicial de los personajes.
2. Elementos físicos engarzados entre sí. Aparecen las relaciones entre los materiales e incorporan cambios de valor en los elementos observados. En el aspecto matemático se correspondería con el establecimiento de relaciones entre los elementos que conforman el problema. El plano equivalente del cuento, permite reconocer dónde se inician los conflictos que después configurarán la trama.
3. Elementos físicos entreverados y estructurados. Corresponde a la integración de los materiales en una estructura conjunta, el campo de juego donde se establecen las relaciones y normas del conjunto. El cuento y la resolución de problemas comparten esta misma fase en la visión de conjunto, que proporciona por un lado el escenario completo donde se desarrollará la trama y por el otro el ámbito donde se va a desarrollar el problema y donde los datos toman todo su sentido.
4. Representación de figuras y acontecimientos. Plasmación de ámbitos. En esta fase es donde la creación permite transformar todo el conjunto y los objetos pasan a tener un significado más allá de su materialidad. Corresponde con la generación de las diferentes alternativas que pueden dar origen a la solución del problema. En el cuento es la imaginación la que permite crear mundos interiores en el niño, especular con las posibles alternativas de la trama.

5. El mundo expresivo encarado en la obra. Es cuando se establece la relación de la obra de arte con su mundo, con su entorno estético, histórico y artístico. Es la elección del camino o caminos seleccionados, de todos los posibles imaginados anteriormente y que llevarán a la resolución del problema. Desde la dinámica del cuento, esta fase correspondería a aquella donde se configura una época o un mundo distinto, de todos los previamente creados.
6. El entorno propio de cada obra de arte. Cada obra de arte surge de un entorno y pertenece a él así como cada solución o resultado obtenido del problema se evalúa con el entorno, mostrando su realidad. El cuento también finaliza de una forma posible de entre todas ellas y en concordancia con las propias normas y leyes generadas a lo largo del cuento.
7. El poder emotivo de la obra. Es el sentimiento de plenitud que permite integrar lo sensible, lo emocional y lo intelectual en su solo ámbito. Es la satisfacción por la resolución adecuada que permite contemplar las matemáticas y la narrativa, al fin, como una verdadera obra de arte.

De esta forma podemos concluir en la coincidencia entre los dos aspectos de este trabajo: la resolución de problemas y el cuento tienen en común la propia estructura de la obra de arte.

En la edad correspondiente a los primeros cursos de primaria, el cuento es el mejor asidero a la realidad que posee el niño. Si el trabajo con los cuentos fantásticos, como decía Rodari (1983), impregna de creatividad, imaginación y arte su entorno, este mismo será la confianza del niño para integrarse en el mundo más específico de la resolución de problemas matemáticos, incluso cuando estos partan de la propia realidad.



Figura 8. Arte, RPM y Cuentos

6. Conclusiones

Se trabaja con el cuento, en edades correspondiente al primer ciclo de primaria, como entidad propia y autónoma porque la realidad del niño está en el cuento fantástico, sin aderezos, ni derivadas interesadas. La propia naturalidad el cuento en su ambiente particular, ya trabaja en las estructuras de pensamiento que permitirán su posterior utilización, de manera imperceptible y firme.

Desde un punto de vista psicológico, a través de la lectura o narración del cuento, se pretende entrenar de forma inconsciente determinadas estrategias y hábitos, con la finalidad de que puedan ser utilizadas en procesos con similares características; en nuestro caso, en la resolución de problemas.

Cómo actúa el inconsciente en el momento de acceder a los recursos adquiridos a lo largo de la interacción con la realidad, es algo que escapa del ámbito de este trabajo. Como ejemplo citaremos a Freudenthal (1991), referenciado en Bressan et al. (2004), donde indica que el proceso de aprendizaje de las matemáticas no se presenta como un continuo, va a saltos. De repente se produce algo que cambia y ordena el conocimiento, lo enlaza y lo relaciona de forma coherente y lógica.

El presente artículo se ha dirigido a enumerar las diferentes características que estaban en cada uno de los procesos de estudio y desde distintos puntos de observación. En cada uno de los aspectos abordados se han encontrado esas relaciones que posiblemente ayuden a ejercer determinados automatismos en el pensamiento, que a su vez serán utilizados de forma inconsciente por los individuos.

El proceso evolutivo del niño está repleto de ejemplos similares. Desde que empieza a gatear hasta que puede correr, el niño no se mueve porque su pretensión sea la de aprender a andar, otra motivación, irreprimible para él (tomar un juguete, alcanzar un objeto, etc.), le empuja a adquirir unos hábitos que posteriormente utilizará de manera inconsciente para desplazarse.

Ese mecanismo es el que se evoca en el presente artículo. El trabajo a través de los cuentos apela a la realidad propia del niño, se adapta a sus principales intereses y dirige su voluntad con el fin de formar estructuras de pensamiento que le permitan interpretar el mundo exterior y, por lo tanto, también abordar la resolución de problemas matemáticos.

El juego, la creación y la narración son por sí mismos instrumentos de enseñanza suficientes en el inicio de educación primaria. Cuando su práctica haya fortalecido su interior, vendrá su utilización condicionada o dirigida hacia temas concretos.

Se ha partido del niño como una entidad indivisible desde la cual debe iniciar su evolución. Los cuentos le estimulan la imaginación, la observación y el razonamiento (Marín, 2007), que en un futuro le permitirán "especializarse" en áreas y competencias concretas. Adelantar etapas puede estimular el intelecto más allá de lo asumible por el alumno y provocar, quizás, el rechazo ante lo que no puede interiorizar.

7. Prospectiva

Los años de la educación primaria cubren un muy amplio abanico de estados evolutivos de los alumnos y en cada uno de ellos se asientan procesos y estrategias que sirven de soporte a posteriores necesidades.

Adaptar la pedagogía a cada etapa proporcionará que el alumno se sienta respetado y considere la educación como una posibilidad de aventura en la realidad, que le proporcionará aprendizaje y conocimiento por medio de la motivación.

Especialmente en el campo de la RPM, hay muchos alumnos que consideran abiertamente su imposibilidad de abordarlos, cerrando cualquier posibilidad de entendimiento.

Considerar que para cualquier acercamiento a la resolución de problemas es necesario partir de la realidad del niño, es algo cada vez más aceptado en la práctica pedagógica, la EMR es uno de los ejemplos. Dentro de este enfoque, también se extiende la idea de adaptar los cuentos y narraciones

tradicionales a los contenidos matemáticos que se quieren abordar, de acuerdo al currículo o los libros de texto oficiales.

No obstante, cabría preguntarse si es necesario o beneficioso quemar o solapar etapas por el bien del niño. ¿Está un niño de 6 o 7 años preparado para resolver problemas matemáticos? Es una pregunta a la que no se puede dar respuesta de forma directa en este trabajo. Sin embargo, sí se ha establecido que la utilización del cuento proporciona a las competencias de aprender a aprender y a la iniciativa personal, recursos que posteriormente serán utilizados en el área de las matemáticas.

La estructura del pensamiento matemático para la resolución de problemas es coincidente con la que aporta el trabajo con los cuentos tradicionales y además proporciona el ingrediente que estamos buscando para encontrar alguna de las causas del rechazo de determinados alumnos a las matemáticas: la motivación.

Si conseguimos mantener y acompañar el interés del alumno hacia el mundo exterior al mismo nivel que estaba en sus primeros años, habrá muchas posibilidades de evitar el rechazo posterior a cualquier área de conocimiento. El cuento es la actividad que lo permite en el primer ciclo de primaria. Los siguientes pasos hacia una abstracción y comprensión más especializada serán entonces un proceso natural más, dentro de su desarrollo.

Imaginar la interdisciplinariedad en la educación es un proceso que empieza desde el primer día del primer curso de primaria. Las bases que permitan amar y abordar la resolución de problemas, también está presente ese primer día a través de las narraciones y cuentos.

Referencias

- Aguirre, R. (2011). Pensamiento narrativo y educación. *Educere*, 39(53), 83-92. Recuperado de <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/35759/1/articulo9.pdf>
- Alonso, J.M. y Franco, C. (2010). Diferencias entre cuentos conocidos y desconocidos en la estimulación de la creatividad infantil. *Aula Abierta*, 39(2), 113-122. Recuperado de http://www.uniovi.net/ICE/publicaciones/Aula_Abierta/numeros_anteriores/i16/11_Aula_Abierta_vol39_n2_mayo_2011
- Alsina, C. (2007). Educación matemática e imaginación. *Unión*, 11, 9-17. Recuperado de http://www.oei.es/salactsi/Union_011_006.pdf
- Alsina, A. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números*, 80, 7-24. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/80/Monografico_01.pdf
- André, M. y Radford, L. (2009). Cerebro, cognición y matemáticas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática*, 12, 215-250. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v12n2/v12n2a4.pdf>
- Aymerich, C. (2010). Una mà de contes matemàtics. *Biaix*, 28-29, 32-36. Recuperado de: <https://sites.google.com/site/noubiaix/home/biaix-noubiaix/biaix28-29>
- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6971/6657>
- Bernardo, J., Javaloyes, J.J. y Calderero, J.F. (2007). *Cómo personalizar la educación. Una solución de futuro*. Madrid: Narcea.
- Blanco, J.L. (1996). La resolución de problemas. Una revisión teórica. *SUMA*, 21, 11-20. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/21/011-020.pdf>
- Bressan, A., Gallego, M.F. y Zolkower, B. (2004). La educación matemática realista. Principios en los que se sustenta. Escuela de invierno en didáctica de la matemática. Recuperado de http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/articulo_escuela_invierno2.pdf

- Caballero, A., Guerrero, E., Blanco, L.J. y Piedehierro, A. (2009). Resolución de problemas de matemáticas y control emocional. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 151-160). Santander: SEIEM. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1641/1/296_Caballero2009Resolucion_SEIEM13.pdf
- Chamorro, M. C. (2004). Leer, comprender, resolver un problema matemático escolar. En M. C. Chamorro (ed.), *Los lenguajes de las ciencias* (pp. 175-203). Madrid: Secretaría General Técnica, Ministerio de Educación, Cultura y Deportes.
- Castro, A. (2008). Especialización hemisférica de los lóbulos cerebrales. *Duazary*, 5(2), 167-172. Recuperado de <http://investigacion.unimagdalena.edu.co/revistas/index.php/DUAZARY/article/view/68/61>
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas: Resolución de problemas*. Pamplona: Gobierno de Navarra. Departamento de Educación. Recuperado de <http://dpto.educacion.navarra.es/publicaciones/pdf/matematicas.pdf>
- De Guzmán, M. (2001). Tendencias actuales de la educación matemática. *Sigma*, 19, 5-25. Recuperado de http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_19/3_Educacion_Matematica.pdf
- Emmer, M. (2005). La perfección visible: Matemática y arte. *Artnodes* [Artículo en línea]. Julio 2005. Universitat Oberta de Catalunya. Recuperado de <http://www.uoc.edu/artnodes/espai/esp/art/emmer0505.pdf>
- Figueras, E. (1994). La interacción lenguaje-pensamiento y la construcción de los conceptos matemáticos en primaria. *SUMA*, 16, 29-34. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/029-034.pdf>
- Figueras, E. (1995). Leer, escribir y comprender matemáticas. Los problemas. *SUMA*, 19, 20-34. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/19/020-034.pdf>
- Freudenthal, H. (1977). "Antwoord door Prof. Dr. H. Freudenthal na het verlenen van het eredoctoraat" [Respuesta del doctor H. Freudenthal al serle otorgado un doctorado honorario], *Euclides*, 52, 336-338.
- Goleman, D. (1996). *Inteligencia emocional*. Barcelona: Kairos.
- González, J. (2007). ¿Qué sabemos de las narraciones infantiles como construcción social? *Investigación en la Escuela*, 62, 75-86. Recuperado de http://www.investigacionenlaescuela.es/articulos/62/R62_6.pdf
- Gravemeijer, K. (1994). Creating opportunities for students to reinvent mathematics. Regular lecture at the 10th *International Congress on Mathematical Education* (ICME 10), Copenhagen, Denmark, Copenhagen, 04-07-2004. Recuperado de <http://www.staff.science.uu.nl/~savel101/edsci10/literature/gravemeijer1994.pdf>
- Gravemeijer, K. y Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal, un matemático en Didáctica y teoría curricular. *J. Curriculum Studies*, 32(6), 777-796. Recuperado de <http://dare.uvu.vu.nl/bitstream/handle/1871/10912/hansfreudenthal.pdf?sequence=1>
- Hernández, J. y Socas, M. (1994). Modelos de competencia para la resolución de problemas basados en los sistemas de representación matemática. *SUMA*, 16, 82-90. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/082-090.pdf>
- Heuvel-Panhuizen, M. (2009). El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: Ejemplo de una trayectoria longitudinal sobre porcentaje. Primera parte. *Correo del maestro*, 160, 36-44. Recuperado de http://www.fisme.science.uu.nl/staff/marjah/download/Spanish_vdHeuvel_2009_CDM_didactical-use-of-model_part1.pdf
- Huizinga, J. (1938). *Homo ludens*. Madrid: Alianza editorial.
- Lee, S. (2012). La historia de Emma: Estudio de caso sobre el desarrollo de la resolución de problemas desde los 8 meses a los 2 años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(2), 64-71. Recuperado de <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/download/16/23>
- López, A. (2004). *La experiencia estética y su poder formativo*. Bilbao: Universidad de Deusto.
- Marín, M. (2007). El valor matemático de un cuento. *Sigma*, 31, 11-26. Recuperado de http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_31/3_val_matematico.pdf
- Martínez Padrón, O. (2007). Actitudes ante las matemáticas. *Revista universitaria de investigación*, Año 9, 1, 237-256. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2781941.pdf>
- Melgar, S., Zamero, M., Lanza, P. y Schey, I. (2007). Todos pueden aprender lengua y matemáticas en el primer ciclo. Buenos Aires: UNICEF. Recuperado de http://www.unicef.org/argentina/spanish/Lengua_y_Mate_web.pdf
- Pérez, R. (2011). Para la lectura de textos de contenido matemático. *Leer.es*. Recuperado el 15 de Marzo de 2013 de <http://docentes.leer.es/2011/08/03/para-la-lectura-de-textos-de-contenido-matematico-rafael-perez-gomez/>

- Polya, G. (1945). *How to solve it. A new aspect of Mathematical method*. New Jersey: Princeton University Press.
- Propp, V. J. (1946). *Las raíces históricas del cuento*. Madrid: Fundamentos.
- Rodari, G. (1983). *Gramática de la fantasía*. Barcelona: Argos Vergara.
- Santamaría, F. (2006). La contextualización de la matemática en la escuela primaria de Holanda. 138f (Tesis de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales con orientación en Matemática). Buenos Aires: Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Comahué. Recuperado de http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/tesis_%20final_santamaria/1.pdf
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan. Recuperado de http://hplengr.engr.wisc.edu/Math_Schoenfeld.pdf
- Solar, H., Azcárate, C. y Deulofeu, J. (2009). Competencia de modelización en la interpretación de gráficas funcionales. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 499-510). Santander: SEIEM. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3629208>
- Adelmand, L. y Compton, M. (1980). Mathematics in Early Abstract Art. En M. Compton (ed.), *Towards a New Art* (pp. 64-89). Londres: The Tate Gallery.
- Allen, J. (2001). *Un matemático lee el periódico*. Barcelona: Círculo de Lectores.
- Bruner, J. (1998). *Realidad mental y mundos posibles*. Barcelona: Gedisa.
- Bransford, J. y Stein, B. (1987). *Solución IDEAL de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear*. Barcelona: Labor.
- Edo, M. y Gómez, R. (2000). Geometria i realitat en l'educació infantil. En X. Vilella (Ed.), *Actes del I Congrés d'Educació Matemàtica* (pp. 173-178). Mataró: ICE de la Universitat Autònoma de Barcelona.
- Egan, K. (1999). *Fantasía e imaginación: su poder en la enseñanza*. Madrid: Morata.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113-142.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics: The Wiskobas Project*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.

F. J. Bonilla Solís. Graduado en Maestro de Educación Primaria.

Email: bonimeno@gmail.com